Der Pyrometrie oder vom Maaße des Feuers und der Wärme

Achter Theil.

Von der Sonnenwärme.

Erstes Hauptstück.

Einleitung.

§. 573.

Wir haben die Erde als eine Kugel anzusehen, welche dem Lichte und der daherrührenden Wärme der Sonne beständig ausgesetzt ist, weil nur selten der Mond etwas von ihrem Lichte der Erde entzieht. Da nun aber die Sonne immer nur etwa die Hälfte dieser Kugel bescheinet, und diese Hälfte sich wegen der Umwälzung und dem jährlichen Umlaufe der Erde beständig ändert, so entstehen daher auch tägliche und jährliche Abwechslungen, welche die vornehmste Quelle des Unterschiedes der Jahrszeiten sind.

§. 574.

In Absicht auf die Erde, im Ganzen betrachtet, würde es nun gleich viel seyn, welcher Hälfte ihrer Oberfläche der Sonne ausgesetzt ist. Sie würde immer eben die Menge von Wärme erhalten. Nur würde in der Art, wie diese Wärme sich in die Erde hineinzieht, ein eben nicht geringer Unterschied seyn. Die Erde ist ein sehr großer Körper, wenigstens in Vergleichung mit kleinen Thermometerkugeln, bey denen man mit einer Erkältungs-Subtangente ausreicht. So kurz geht aber die Rechnung, in Ansehung der Erde, nicht von statten. Es werden mehrere Subtangenten erfordert. Und dann wird es ein Glück seyn, wenn dieselben so sehr von einander verschieden sind, daß der Erfolg einer jeden für sich betrachtet werden kann.

§. 575.

Unter diesen Subtangenten ist nun die größte diejenige, welche die Erde im Ganzen betrift. Man setze, die Erde wäre Anfangs absolut kalt gewesen, so würde sie alle Wärme, die sie nun hat, nach und nach von der Sonne erhalten haben, und dazu würde freylich eine geraume Zeit erfordert worden seyn. Denn man setze, die Wärme bewege sich in der Erde so schnell als im Wasser, so legt sie in einer Minute doch nur einen Weg von 8 Zollen zurück. (§. 399.) Nun sind von der Oberfläche der Erde bis zum Mittelpunct etwa 20 Millionen Fuß zu durchlaufen, und so wird es $\frac{1}{2}$ Million Stunden oder 57 Jahre gebrauchen, bis dieser Weg zurückgelegt wird. Man sieht daraus, daß, wenn von der allmähligen Erwärmung der ganzen Erde die Rede ist, die Zeit nicht nach Augenblicken, sondern nach Jahrhunderten genommen werden muß.

§. 576.

Bey dieser allmähligen Erwärmung geht nun von der erlangten Wärme auch immer wieder ein Theil aufwärts weg. Die Erde ist eine Kugel, die im freyen und so ziemlich absolut kalten Himmelsraume erkältet. In dieser Absicht ist ihr Diameter das Maaß ihrer Erkältungs-Subtangente, und wenn wir diese nach Maaße eines Thermometers von Weingeist oder auch von Wasser schätzen, so muß auf jede Linie eine Minute Zeit gerechnet werden. (§. 261.) Dieses gibt für 40 Millionen Fuß eine Zeit von 4 Millionen Tagen oder 11000 Jahren. Nach Verfluß dieser Zeit würde die Erde nur erst $\frac{73}{100}$ derjenigen Wärme erhalten haben, die sie in allem zu erhalten hat.

§. 577.

Diese Wärme würde zwar der Menge nach, sehr groß, hingegen der Stärke nach, sehr geringe seyn. Ich muß aber anmerken, daß hier von der mittlern Wärme der ganzen Erde die Rede ist. Denn wegen der langsamen Fortpflanzung der Wärme, würde sich nothwendig die Wärme an der Oberfläche merklich aufhäufen, und erst nach vielen tausend Jahren der gleichförmigen Vertheilung näher kommen. Die mittlere Wärme würde dabey nicht größer seyn als der Ueberschuß der Wärme, den ein kleines Kügelchen von Erde an der Sonne erhält. Denn die Größe der Kugel ändert hieran nichts. (§ 272. 273.) Dieser Ueberschuß beträgt aber kaum 15 bis 20 Reaumursche Grade. Die mittlere Wärme der Erde, im Ganzen betrachtet, würde also von der absoluten Kälte des Himmelsraumes wenig verschieden seyn,

§. 578.

So ist nun aber die Sache nicht beschaffen. Wir wissen zwar nicht, wie warm oder wie kalt es beym Mittelpunct der Erde ist. Wir wissen aber, daß es in viel geringern Tiefen Feuer gibt, das eben nicht in geringer Menge ist, und dazu geschaffen zu seyn scheint, der Erde eine Wärme zu geben, die sie von der Sonne allein nicht erhalten könnte. Dieses Feuer ist nun allerdings in ungleichen Tiefen und ungleich vertheilt. Bey den feuerspeyenden Bergen reichet es bis an die Oberfläche, und trägt mit dazu bey, daß z. E. in Island die Winterkälte sehr gemäßigt ist. Wo die Hitze desselben sich unter der Erde frey ausbreitet, nimmt sie in umgekehrter Verhältniß des Quadrates der Entfernung ab. (§. 346.) Zieht sie sich aber durch unterirdische Gänge und Grüfte, oder theilt sie sich einem vorbeyfließenden unterirdischen Wasser mit, so nimmt sie mit der Entfernung logarithmisch ab. (§. 327.) Man kann sich leicht auch Fälle gedenken, wo beyde Verminderungen zugleich statt finden. Gewöhnlich aber muß man sie sich als noch viel mehr zusammengesetzt vorstellen. Denn die unterirdschen Gänge sind eben nicht so ganz cylindrisch oder von durchgängig gleicher Weite, wie die Röhre im 541. §., und die ungleiche Dichtigkeit und Cohäsionskräfte der unterirdschen Körper ist mehr als zureichend, sehr viele Ungleichheiten in der Ausbreitung, der vom unterirdschen Feuer herrührenden Wärme zu verursachen.

§. 579.

Zu den Wirkungen dieses unterirdschen Feuers kommen nun wohl auch noch geringere Grade von Wärme, und zuweilen auch von Kälte, die bloß aus Mischungen ungleichartiger Materien herrühren, und welche wohl auch der Anfang zu einem wirklich nachher entstehenden Feuer seyn können. Solche Mischungen und die Feuer selbst mögen nun etwa das seyn, was schon mehrere Weltweise, als die Grundwärme der Erde, angesehen haben. Wenigstens geben sie den Stoff dazu, und so auch zu deren fernern Unterhaltung. Aus der ungleichen Tiefe und Vertheilung wird auch begreiflich gemacht, daß nicht alle Theile der Erdfläche davon gleich erwärmt werden, und daß eben daher Länder, die der Sonne gleich ausgesetzt sind, sehr ungleich warm oder kalt seyn können. Und da es sehr vermuthlich ist, daß die unterirdsche Hitze wenigstens dadurch ihren Ort ändert, daß sie an einem Orte am Stoffe Abgang leidet, während dem an andern Orten Mischungen und neues Feuer entstehn, so kann es auch seyn, daß Länder, die ehemals kälter waren, nachgehends wärmer werden, und hinwiederum Länder, die mehr Wärme haben, künftig daran Mangel leiden. Es giebt mehrere Veränderungen in der Erde, wozu viele Jahrhunderte Zeit gehören.

§. 580.

Die Wirkungen dieser Grundwärme sind also für jedes Land zwar mehr oder weniger verschieden, dabey aber mehrentheils Jahrhunderte durch ziemlich gleich, und, im Ganzen betrachtet, scheinen sie nicht sehr groß zu seyn. Die täglichen und jährlichen Veränderungen sind demnach eigentlich der Sonne zuzuschreiben. Sollten indessen die Erdbeben von neuentstehenden unterirdschen Entzündungen entstehen, so ist es vermuthlich, daß dadurch, so zu sagen, eine neue

Quelle von Wärme eröffnet wird, die sich übrigens nicht immer weit herum erstrecket, (§. 578.) und auch nicht immer von sehr langer Dauer ist, und daher auch gewöhnlich nur zu den etwas seltenern Ursachen der Witterung zu zählen ist.

§. 581.

Die ziemlich beständige und wenigstens sehr lange Zeit gleiche Wirkung der Grundwärme, nebst der immer fortdauernden Einwirkung der Sonnenstralen, nebst vielen andern Betrachtungen macht, daß wir uns hiebey einen Beharrungsstand gedenken können, in welchen die Erde schon längst gesetzt ist, und der sich zwischen ziemlich bestimmten Schranken hält. Das Grundgesetz dieses Beharrungsstandes ist, daß die Wärme, welche die ganze Erde in Verlauf eines Jahres von der Sonne erhält, auch in Zeit von einem Jahre wieder weggeht, so daß die ganze Summe der Wärme, wenigstens ein Jahr ins andere gerechnet, und ohne Rücksicht auf die kleinern sich nur hin und wieder äußernden Ungleichheiten, immer eben dieselbe bleibt.

§. 582.

Die Sonne scheint an sich eine sich selbst ziemlich gleich bleibende Quelle von immer neuem Licht und Wärme zu seyn. Ob sie wirkliche Licht- und Feuertheilchen ausströme, oder nur der durch den Weltraum verbreitet seyn sollenden Lichtmaterie immer neue wellenförmige Bewegungen mittheile, das mag hier dahin gestellt bleiben. Ich merke nur gelegentlich an, daß diejenigen, welche für den ersten Fall besorgen, die Sonne möchte an Stoff zu arm werden, für den andern Fall eben so besorgt seyn können, es möchte der Sonne nach und nach an Kraft fehlen, die immer neue Bewegung hervorzubringen. Durch solche Besorgnisse wird die Schwierigkeit nicht gehoben, sie erhält nur eine andere Gestalt. Diejenigen, die von der Sonne und der Erhaltung ihres Lichtes eben so reden, wie wir von dem irdischen Feuer und dessen Erhaltung reden müssen, bedenken nicht genug, daß die Materie der Sonne, wegen der unermeßlichen Dichtigkeit ihres Lichtes, eine Materie seyn muß, die mit den irdischen Materien wenig oder nichts gemein hat, (§. 374.) und daher schon aus diesem Grunde mit denselben nicht verglichen werden kann. Das Sonnenlicht ist aus farbigten Stralen zusammengesetzt. Es ist die Frage, ob nicht diese farbigten Stralen auf der Oberfläche der Sonne, eine jede Art für sich, von besondern Körpern herkommen, so daß die Körper auf der Sonne sich auch durch ihre Farbe unterscheiden lassen. Die Sonnenflecken würden sich aus der Veränderung der Farbe der Körper immer so gut als aus andern Gründen erklären lassen. Es gibt Fixsterne, die ein röthliches Licht haben, Auf deren Oberfläche muß also wohl die rothe Farbe die herrschende seyn.

§. 583.

Die Sonnenflecken haben ein schwächeres Licht, und können in sofern die Erwärmung der Erde vermindern. Da sie aber mehrentheils in Vergleichung mit der Sonnenscheibe sehr klein sind, so hat der Erfolg wenig auf sich. Eben so wenig mag auch das von der Sonnenatmosphäre aufgefangene Licht austragen. Die Wolken, womit der Himmel viel und oft bedeckt ist, sind in Ansehung des Lichtes und der Wärme der Sonne ein ganz anderes Hinderniß. Regen, Hagel und Schnee benehmen der Oberfläche der Erde so viel Wärme als der gänzliche Mangel des Sonnenlichtes während mehrern Tagen kaum thun würde. Man sieht also, daß wenn von der täglichen Erwärmung der Erde an bestimmten Orten die Rede ist, die Rechnung für einen hellen Tag ganz anders ausfällt als wenn das Wetter trübe ist, oder vollends Regen oder Schnee die Erde erkältet. Man sieht ebenfalls, daß, wenn die jährliche Erwärmung und Erkältung der verschiedenen Theile der Erdfläche zu betrachten ist, diese erkältende Ursachen die Erkältungs-Subtangente sehr verkürzen, und daß es eine auf Bedingungen einzuschränkende Sache ist, wenn man die Wärme, so die Erde in jeder Jahrszeit von der Sonne erhält, derjenigen proportional setzt, die sie ohne solche Hindernisse erhalten könnte. Ich habe übrigens schon oben (§. 287.) angemerkt, daß eben nicht alle Sonnenwärme wegen der Luft und der Wolken verloren geht. Das Sonnenlicht ändert nur den Weg, und kömmt immer mehr oder weniger bis zur Erdfläche. Dieser Weg kann sich zuweilen so ändern, daß an einigen Orten mehr Stralen zusammentreffen, und daher mehr Wärme entsteht als bey hellem Himmel von der Sonne gerade entstehen würde.

Zweytes Hauptstück.

Menge der Sonnenwärme.

§. 584.

Die Menge der Sonnenwärme hängt überhaupt von der Dichtigkeit ihrer Stralen, von der Zeit oder Dauer und von der Größe der Oberfläche ab, auf welche sie fallen, und ist in Verhältniß des Products dieser drey Bestimmungsstücken.

§. 585.

Die Dichtigkeit der Sonnenstralen ändert sich in umgekehrter Verhältniß des Quadrats ihres Abstandes. In dieser Absicht werde ich den mittlern Abstand der Erde von der Sonne $= 1$, und die Dichtigkeit, so alsdann statt findet, ebenfalls $= 1$ setzen. Diese wird demnach für jeden andern Abstand z durch $\frac{1}{zz}$ ausgedrückt werden können.

§. 586.

Die Zeit wird am füglichsten durch 2π, als den Umkreis eines Circuls vorgestellt, dessen Halbmesser $= 1$ ist, und zwar mit dem Unterschiede, daß, wenn von dem täglichen Umlaufe der Sonne die Rede ist, alsdann 2π so viel als 24 Stunden beträgt, und hingegen ein ganzes Jahr bedeutet, wenn von dem jährlichen Umlaufe die Rede ist.

§. 587.

Die Fläche, worauf die Sonnenstralen fallen, werde ich überhaupt nur durch 1 ausdrücken, weil sie nur in Vergleichung mit andern Flächen in Betrachtung kömmt, und übrigens in der Rechnung nichts ändert. Man kann also dadurch einen Quadratfuß, eine Quadratmeile, das Quadrat des Halbmessers der Erde ꝛc. verstehen. Genug, daß man, wenn mehrere Flächen mit einander zu vergleichen sind, bey allen einerley Einheit gebraucht. Dadurch übrigens, daß ich die Fläche durch 1 andeute, entsteht der Vortheil, daß der Ausdruck für die Menge immer auch ihren Grad der Stärke vorstellt.

§. 588.

Die Menge der Wärme, so die Erde, oder überhaupt ein Planet von der Sonne erhält, nimmt in gleicher Verhältniß mit der wahren
31.Figur. **Anomalie zu.** Es sey S die Sonne, A die Sonnenferne, P die Sonnennähe des Planeten, T ein beliebiger Punct seiner Bahn, $TSA = \varphi$ die wahre Anomalie. Die Dichtigkeit der Stralen in T ist demnach $= 1 : ST^2$. Und die Zeit, in welcher der Planet das Element der Bahn Tt durchläuft, ist in Verhältniß des Raumes TSt, folglich in Verhältniß von $\frac{1}{2} ST^2 . d\varphi$. Demnach wird die Menge der Stralen oder der Wärme in Verhältniß des Productes

$$\frac{1}{ST^2} \cdot \frac{1}{2} ST^2 . d\varphi,$$

das will sagen, schlechthin nur in Verhältniß von $d\varphi$ seyn. Wird demnach die Zeit von der Sonnenferne A angerechnet, so ist die Menge der Wärme, so der Planet in der Zeit von A bis T erhält, dem Winkel $AST = \varphi$, das will sagen, der wahren Anomalie proportional.

§. 589.

Man sieht hieraus, daß, wenn von der jährlichen Erwärmung der Erde die Rede ist, man statt der Zeit füglicher die wahre Anomalie, oder auch die wahre Länge der Sonne gebraucht. Die von dem ungleichen Abstande der Sonne herrührende Ungleichheit wird dadurch ganz gehoben und die Rechnung merklich kürzer. Es ist übrigens diese Ungleichheit in Ansehung der Erde viel zu geringe, als daß sie, wenn man auf die vorhin (§. 583.) erwähnte Hindernisse Rücksicht nimmt, in Betrachtung kommen sollte. Bey den Cometen möchte sie mehr auf sich haben. Denn die Zeit, in welcher sie die der Sonne zunächst liegenden 180 Grade ihrer Anomalie durchlaufen, ist oft nur von wenigen Tagen oder Wochen. Und in dieser kurzen Zeit erhalten sie eben so viel Licht und Wärme als sie in der übrigen Umlaufszeit erhalten, die mehrentheils von mehrern Jahrhunderten ist. Unter den Planeten hat Mercur die größte Eccentricität. Er erhält auch in den $32\frac{2}{5}$ Tagen, da er zunächst um die Sonne ist, von derselben eben so viel Licht und Wärme als in den übrigen $55\frac{1}{5}$ Tagen seiner Umlaufszeit.

§. 590.

Die Wärme, welche die Sonne einem beliebigen Orte der Erdfläche mittheilt, richtet sich in jedem Augenblicke nach dem Sinus der Sonnenhöhe als des Einfallswinkels. Ich drücke demnach die Dichtigkeit der senkrecht auffallenden Sonnenstralen eben so, wie den Sinus von 90° durch 1 aus; und sofern von der täglichen Erwärmung die Rede ist, werde ich die Zeit durch die Stundenbogen, den Halbmesser = 1 gesetzt, ausdrücken.

§. 591.

Es sey demnach

ω = der Stundenbogen vom Mittage angerechnet.
e = die Höhe des Aequators.
p = die Polhöhe nördlich.
δ = die Abweichung der Sonne nördlich.
c = ihr Complement oder der Sonnenabstand vom Pol.
a = der Sonnenabstand vom Scheitelpunct,

so giebt die Sphärische Astronomie die Gleichung

$$\cos a = \cos e . \cos c . + \sin e . \sin c . \cos \omega .$$

Da nun dieser cos a eben der Sinus der Sonnenhöhe ist, so darf er nur mit dem Element der Zeit d ω multiplicirt werden, und man wird, wenn z die Menge der Wärme für einen Flächenraum = 1, und die Zeit ω andeutet, die Gleichung

$$dz = \cos a . d\omega = \cos e . \cos c . d\omega + \sin e . \sin c . \cos\omega . d\omega$$

haben, woraus

$$z = \cos e . \cos c . \omega + \sin e . \sin c . \sin\omega$$

erhalten wird.

§. 592.

In dieser Formel wird die Zeit ω vom Mittage angerechnet. Sie dauert bis zum Untergang der Sonne, wo sie, wenn φ die Ascensionaldifferenz vorstellt, $= \frac{1}{2}\pi + \varphi$ wird. Dieser Werth in der Gleichung gesetzt, giebt die Menge der Wärme für den ganzen Nachmittag.

$$\tfrac{1}{2} Z = \cos e . \cos c . (\tfrac{1}{2}\pi + \varphi) + \sin e . \sin c . \cos\varphi ,$$

Und für den ganzen Tag, nemlich von Aufgang bis Untergang der Sonne

$$Z = \cos e,\ \cos c.\ (\pi + 2\ \varphi) + 2\ \mathrm{se.}\ \mathrm{sc.}\ \cos\varphi$$

oder

$$Z = \mathrm{s}\ \mathrm{p.}\ \mathrm{s}\ \delta\ (\pi + 2\ \varphi) = 2\ \cos p.\ \cos\delta.\ \cos\varphi.$$

§. 593.

Es ist nun aber

$$\mathrm{s}\varphi = \mathrm{t}\delta.\ \mathrm{tp},$$

folglich,

$$\mathrm{s}\delta.\ \mathrm{sp.} = \mathrm{s}\varphi.\ \cos\delta.\ \cos p.$$

Wird dieser Werth in der letzten Gleichung gesetzt, so verwandelt sie sich in

$$Z = \cos\delta.\ \cos p.\ [\sin\ \varphi\ (\pi + 2\ \varphi) + 2\ \cos\varphi]$$

Und dieses will sagen, daß bey gleicher Tages-Länge die Menge der Sonnenwärme in Verhältniß von *cosδ. cosp.* ist. Es ist aber cosδ. cosp. der Unterschied der Sinus der Sonnenhöhen um Mittag und um 6 Uhr.

§. 594.

Für den Aequator ist $p = 0$, $\varphi = 0$. Damit wird schlechthin

$$Z = 2.\ \cos\delta.$$

Für den Pol hingegen ist $p = 90°$, und für den Tagbogen wird $2\ \varphi = \pi$, folglich schlechthin

$$Z = 2\ \pi.\ \sin\ \delta.$$

Ueberhaupt auch, wenn die Sonne im Aequator ist, hat man $\delta = 0$, $\varphi = 0$, und demnach ebenfalls sehr kurz

$$Z = 2\ \cos p. = 2\ \sin\ e.$$

Dieses sind die einfachsten Fälle, welche die Formel unter sich begreift.

§. 595.

Halley hat längst schon folgende Tafel berechnet, welche aus der Gleichung (§. 592.) hergeleitet werden kann. Sie gibt den Werth von Z für die Tage an, wo die Sonne im Aequator und in beyden Wendekreisen ist, und für die Polhöhen von 10 zu 10 Graden.

Polhöhe.

Polhöhe.	Sonne in 0 ♑	Sonne in 0 ♈, ♎	Sonne in 0 ♋
0	1, 8341	2, 0000	1, 8341
10	1, 5834	1, 9696	2, 0290
20	1, 3166	1, 8794	2, 1737
30	1, 0124	1, 7321	2, 2651
40	0, 6944	1, 5321	2, 3048
50	0, 3798	1, 2855	2, 2991
60	0, 1075	1, 0000	2, 2773
70		0, 6840	2, 3543
80		0, 3473	2, 4673
90		0, 0000	2, 5050

Halley erreichte mittelst dieser Tafel seine Absicht in sofern, daß er dadurch zeigen konnte, daß der Erdpol an einem 24 Stunden langen Sommertage mehr Wärme erhalte, als die unter dem Aequator gelegenen Oerter in einem nur 12 Stunden lang dauernden Tage. Dieses ergibt sich aus der letzten Columne ohne Mühe. Man sieht daraus, daß die Menge der Wärme am Tage der Sommersonnenwende vom Aequator bis zum Clima von Italien zunimmt, im Clima von Deutschland etwas geringer wird, von da an aber bis zum Pol sich wieder vergrößert, und wirklich unter dem Pol am größten ist. Die nachgehends mit übereinstimmenden Thermometern angestellten Wetterbeobachtung zeigten auch immer mehr, daß in der That in den Nordländern die Sommerwärme auch in den nördlichen Ländern oft eben so groß, wiewohl von geringerer Dauer als in den näher beym Aequator gelegenen Ländern ist. Und so schien Halleys Tafel der wirklichen Erfahrung wenigstens nicht zuwider. Sie diente im Gegentheil, daß man die Erfahrung als weniger widersinnig ansahe.

§. 596.

Als ich 1754. die hieher gehörigen Rechnungen vornahm, ließ ich es bey dem, was Halley für die Tage der Nachtgleichen und Sommerwenden gethan, nicht so schlechthin bewenden, sondern nahm auch die zwischenfallenden Jahrszeiten vor, wobey ich mich jedoch auf einige der merkwürdigsten Polhöhen einschränkte, und nur die halbe Tagwärme berechnete. Den Erfolg enthält nachstehendende Tafel:

Ort der Sonne.		Unter dem Pol.	Unter dem Polarcircul	Polhöhe von 49 Gr.	Unter dem Wendekr.	Unter dem Aequator.	Ort der Sonne.	
♑	5		0,001	0,207		0,918		25
	15		0,002	0,220	0,620	0,923		15
	25		0,012	0,244		0,932	♐	5
♒	5		0,032	0,280		0,945		25
	15		0,065	0,327	0,711	0,950		15
	25		0,115	0,388		0,973	♏	5
♓	5		0,179	0,465		0,986		25
	15		0,259	0,545	0,849	0,995		15
	25		0,340	0,625		0,999	♎	5
♈	5	0,109	0,452	0,695		0,999		25
	15	0,324	0,562	0,774	0,978	0,995		15
	25	0,529	0,671	0,854		0,986	♍	5
♉	5	0,719	0,779	0,933		0,973		25
	15	0,885	0,888	1,004	1,063	0,959		15
	25	1,026	0,982	1,060		0,945	♌	5
♊	5	1,136	1,065	1,102		0,932		25
	15	1,210	1,117	1,131	1,101	0,923		15
	25	1,248	1,149	1,144		0,918	♋	5

Die Polhöhe von 49 Gr. wählte ich, weil der längste Tag daselbst von etwa 16 Stunden ist, und dieser Parallelkreis so ziemlich mitten durch den bekanntern, und in Ansehung der Wärme gemäßigtern Theil von Europa geht.

§. 597.

Diese Tafel gibt nun näher an, wie die halbtägliche Erwärmung sich das Jahr durch unter den angesetzten Polhöhen ändert. Die drey mittlern Columnen können auch so ziemlich dienen, sich von den zwischenfallenden Polhöhen einigen Begriff zu machen. Sie diente mir ferner zu verschiedenen beyläuftigen Ueberschlägen, und besonders auch zur Vergleichung der jährlichen Erwärmung. Ich sahe nemlich die Zahlen der Tafel, als das Mittel zwischen den vorhergehenden und folgenden Tagen an, und berechnete daraus die Summe für 365 Tage. Diese fand ich für

den Pol	=	287.
Polarcircul	=	350.
49° Polhöhe	=	487.
Wendekreis	=	646.
Aequator	=	700.

Man sieht hieraus, daß die ganze Summe der jährlichen Sonnenwärme unter dem Polarcircul etwa die Hälfte von der unter dem Aequator; unter dem Pol aber noch geringer und kaum $\frac{2}{5}$ ist.

§. 598.

Da bey der Berechnung der Formel (§. 592.) der Tagbogen die meiste Weitläuftigkeit verursachet, so wär dieses ein Grund mit, warum ich die andere (§. 593.) daraus herleitete, weil darinn der Ausdruck

$$\sin\varphi . (\pi + 2\,\varphi) + 2\cos\varphi$$

oder auch die Hälfte davon schlechthin nur von der Ascensionaldifferenz φ oder dem halben Tagbogen ($\frac{1}{2}\pi + \varphi$) abhängt, und folglich ohne Rücksicht auf die Polhöhe für einerley Tagslänge einerley Werth gibt, und dieser sodann nur durch $\cos\delta . \cos p$ multiplicirt werden darf, um die tägliche oder halbtägige Erwärmung zu erhalten. Ich berechnete demnach für den Ausdruck

$$q = \sin\varphi . (\tfrac{1}{2}\pi + \varphi) + 2\cos\varphi$$

folgende Tafel, welche die Werthe von $\frac{1}{2}$ q enthält.

$-\varphi$	q	$-\varphi$	q	φ	q	φ	q
90	0,0000	45	0,1517	0	1,0000	45	2,3731
89	0,0001	44	0,1616	1	1,0275	46	2,4022
88	0,0001	43	0,1719	2	1,0554	47	2,4309
87	0,0001	42	0,1825	3	1,0835	48	2,4593
86	0,0002	41	0,1936	4	1,1120	49	2,4871
85	0,0002	40	0,2051	5	1,1407	50	2,5146
84	0,0003	39	0,2170	6	1,1695	51	2,5418
83	0,0006	38	0,2292	7	1,1987	52	2,5687
82	0,0009	37	0,2419	8	1,2282	53	2,5951
81	0,0012	36	0,2550	9	1,2579	54	2,6211
80	0,0017	35	0,2686	10	1,2878	55	2,6466
79	0,0023	34	0,2825	11	1,3180	56	2,6717
78	0,0030	33	0,2968	12	1,3483	57	2,7064
77	0,0039	32	0,3115	13	1,3788	58	2,7205
76	0,0049	31	0,3268	14	1,4094	59	2,7441
75	0,0060	30	0,3424	15	1,4403	60	2,7673
74	0,0072	29	0,3584	16	1,4714	61	2,7899
73	0,0086	28	9,3749	17	1,5025	62	2,8119
72	0,0102	27	0,3918	18	1,5337	63	2,8333
71	0,0121	26	0,4091	19	1,5649	64	2,8642
70	0,0140	25	0,4269	20	1,5964	65	2,8746

$-\varphi$	q	$-\varphi$	q	φ	q	φ	q
69	0, 0162	24	0, 4450	21	1, 6279	66	2, 8940
68	0, 0186	23	0, 4636	22	1, 6595	67	2, 9130
67	0, 0212	22	0, 4826	23	1, 6911	68	2, 9314
66	0, 0240	21	0, 5020	24	1, 7228	69	2, 9491
65	0, 0273	20	0, 5219	25	1, 7549	70	2, 9652
64	0, 0305	19	0, 5421	26	1, 7863	71	2, 9824
63	0, 0341	18	0, 5628	27	1, 8180	72	2, 9980
62	0, 0380	17	0, 5840	28	1, 8490	73	3, 0129
61	0, 0420	16	0, 6054	29	1, 8818	74	3, 0271
60	0, 0465	15	0, 6272	30	1, 9135	75	3, 0405
59	0, 0512	14	0, 6494	31	1, 9450	76	3, 0532
58	0, 0563	13	0, 6721	32	1, 9766	77	3, 0650
57	0, 0616	12	0, 6951	33	2, 0077	78	3, 0759
56	0, 0672	11	0, 7185	34	2, 0389	79	3, 0862
55	0, 0732	10	0, 7423	35	2, 0700	80	3, 0956
54	0, 0795	9	0, 7665	36	2, 1016	81	3, 1040
53	0, 0861	8	0, 7910	37	2, 1326	82	3, 1119
52	0, 0931	7	0, 8159	38	2, 1634	83	3, 1188
51	0, 1004	6	0, 8412	39	2, 1941	84	3, 1246
50	0, 1080	5	0, 8669	40	2, 2245	85	3, 1298
49	0, 1159	4	0, 8929	41	2, 2546	86	3, 1342
48	0, 1243	3	0, 9191	42	2, 2846	87	3, 1373
47	0, 1331	2	0, 9458	43	2, 3144	88	3, 1397
46	0, 1423	1	0, 9727	44	2, 3439	89	3, 1412
45	0, 1517	0	1, 0000	45	2, 3731	90	3, 1416

Bestimmt man nun erst

$$s\varphi = t\,\delta .\, t\,p,$$

so gibt diese Tafel

$$Z = 2 \cos\delta .\, \cos p .\, q.$$

Der Gebrauch dieser Tafel erstreckt sich auf diese Art vom Aequator bis zum Polarcircul, und überhaupt bis so weit der Tag anfängt im Winter $= 0$, im Sommer grösser als 24 Stunden zu werden. In diesem letzten Fall wird die Rechnung nur für 24 Stunden gemacht, und demnach $q = 3,1416$ genommen. Im ersten Fall bleibt die Rechnung ganz weg, weil $q = 0$ ist, so lange die Sonne nicht aufgeht.

§. 599.

Diese Tafel dient also, für jeden beliebigen Tag und Polhöhe die tägliche Sonnenwärme zu berechnen. Wenn man aber die Summe für eine beliebige Anzahl Tage mit einemmale finden will, so muß die Rechnung allgemein vorgenommen werden. Zu diesem Ende wird die Zeit des jährlichen Umlaufes der Sonne durch deren Länge von $0\ \Upsilon$ vorgestellt, die wir $= x$ setzen wollen, und so wird $\int Z\, dx$ die verlangte Summe der Sonnenwärme $= v$ seyn. Nun ist (§. 592.)

$$Z = \text{sp}.\ \text{s}\delta\ (\pi + 2\,\phi) + 2\ \text{cosp}.\ \text{cos}\delta.\ \text{cos}\phi.$$

Demnach

$$dv = \text{sp}.\ \text{s}\delta.\ \pi\, dx + 2\ \text{sp}.\ \text{s}\delta.\ \phi\, dx + 2\ \text{cosp}.\ \text{cos}\delta\ \text{cos}\phi.\ d.\ x.$$

Es ist nun aber, wenn λ die Schiefe der Ecliptic vorstellt,

$$\text{s}\delta = \text{s}\lambda.\ \text{s}x$$

$$\text{s}\phi = \text{tp}.\ \text{t}\delta = \frac{\text{tp}.\ \text{s}\lambda.\ \text{s}x}{\sqrt{(1 - \text{s}\lambda^2.\ \text{s}x^2)}}$$

Und hieraus findet sich

$$\begin{aligned} dv = {} & \pi.\ \text{sp}.\ \text{s}\lambda.\ \text{s}x.\ dx \\ & + 2\,\text{cosp}.\, dx \left\{ \begin{aligned} & 1 + \tfrac{1}{2}\,\text{s}\lambda^2.\ \text{s}x^2\ (-1 + \text{tp}^2) \\ & + \tfrac{1}{2.\,4}.\ \text{s}\lambda^4.\ \text{s}x^4\ (-1 + \tfrac{2}{1}\text{tp}^2 + \tfrac{1}{3}\text{tp}^4) \\ & + \tfrac{1.\,3}{2.\,4.\,6}.\ \text{s}\lambda^6.\ \text{s}x^6\ (-1 + \tfrac{3}{1}\text{tp}^2 + \tfrac{3}{3}\text{tp}^4 + \tfrac{1}{5}\text{tp}^6) \\ & + \tfrac{1.\,3.\,5}{2.\,4.\,6.\,8}.\ \text{s}\lambda^8\ \text{s}x^8\ (-1 + \tfrac{4}{1}\text{tp}^2 + \tfrac{6}{3}\text{tp}^4 + \tfrac{4}{5}\text{tp}^6 + \tfrac{1}{7}\text{tp}^8) \\ & \&c. \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

§. 600.

Setzen wir hiefür Kürze halber

$$\begin{aligned} dv = {} & \pi.\ \text{sp}.\ \text{s}\lambda.\ \text{s}x.\ dx \\ & + 2\ \text{cosp}.\ dx\ (1 + a\,\text{s}x^2 + b\,\text{s}x^4 + c\,\text{s}x^5 + \&c.) \end{aligned}$$

so daß

$$\begin{aligned} a &= (-1 + \text{tp}^2).\ \tfrac{1}{2}\,\text{s}\lambda^2 \\ b &= (-1 + \tfrac{2}{1}\text{tp}^2 + \tfrac{1}{3}\text{tp}^4).\ \tfrac{1}{8}\,\text{s}\lambda^4 \\ c &= (-1 + \tfrac{3}{1}\text{tp}^2 + \tfrac{3}{3}\text{tp}^4 + \tfrac{1}{5}\text{tp}^6).\ \tfrac{1}{16}\,\text{s}\lambda^6 \\ d &= (-1 + \tfrac{4}{1}\text{tp}^2 + \tfrac{6}{3}\text{tp}^4 + \tfrac{4}{5}\text{tp}^6 + \tfrac{1}{7}\text{tp}^8)\ \tfrac{5}{128}\,\text{s}\lambda^8 \\ & \&c. \end{aligned}$$

genommen werde, so verwandelt sich die Reihe in folgende:

$$\begin{aligned} dv = {} & \pi.\ \text{sp}.\ \text{s}\lambda.\ \text{s}x\, dx \\ & + 2\,\text{cosp}.\, dx \left\{ \begin{aligned} & 1 + \tfrac{1}{2}a + \tfrac{6}{8.\,2}b + \tfrac{20}{32.\,2}c + \&c. \\ & - \tfrac{1}{2}a\,\text{cos}\,2x - \tfrac{4}{8}b\,\text{cos}\,2x - \tfrac{15}{32}c\,\text{cos}\,2x \\ & \qquad + \tfrac{1}{8}b\,\text{cos}\,4x + \tfrac{6}{32}c\,\text{cos}\,4x \\ & \qquad\qquad - \tfrac{1}{32}c\,\text{cos}\,6x \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

§. 601.

Und daraus folgt endlich

$$\begin{aligned} v = \pi .\ \mathrm{fp.\,f}\lambda\,(1 - \mathrm{cof}\,x) \\ + 2\,\mathrm{cofp.}\ [x + \tfrac{1}{2}a\,x + \tfrac{6}{8.2}b\,x + \tfrac{20}{32}c\,x + \tfrac{70}{256}d.\,x + \&c. \\ - \tfrac{1}{4}a\,\mathrm{f}2x - \tfrac{4}{16}b\,\mathrm{f}2x - \tfrac{15}{64}c\,\mathrm{f}2x - \tfrac{56}{256}d.\,\mathrm{f}2x \\ + \tfrac{1}{32}b\,\mathrm{f}4x + \tfrac{6}{128}c\,\mathrm{f}4x + \tfrac{28}{512}d.\,\mathrm{f}4x \\ - \tfrac{1}{192}c\,\mathrm{f}6x - \tfrac{8}{768}d.\,\mathrm{f}6x \\ + \tfrac{1}{1024}d.\,\mathrm{f}8x\ ] \end{aligned}$$

§. 602.

Für die Zeit von 0 ♈ bis 0 ♎ wird $x = \pi$. Und demnach die Summe der Sommerwärme

$$\begin{aligned} v' = 2\,\pi .\ \mathrm{fp.\,f}\lambda \\ + 2\,\pi .\ \mathrm{cofp.}\ (1 + \tfrac{1}{2}a + \tfrac{3}{8}b + \tfrac{5}{8}c + \tfrac{35}{128}d + \&c.) \end{aligned}$$

§. 603.

Hingegen für das ganze Jahr wird $x = 2\,\pi$, demnach

$$v'' = 4\,\pi\,\mathrm{cofp.}\ (1 + \tfrac{1}{2}a + \tfrac{3}{8}b + \tfrac{5}{8}c + \tfrac{35}{128}d + \&c.$$

oder

$$\begin{aligned} v'' = 4\,\pi .\ \mathrm{cofp.}\,[1 + \tfrac{1}{4}\mathrm{f}\lambda^2\,(-1 + tp^2) \\ + \tfrac{3}{64}\mathrm{f}\lambda^4\,(-1 + \tfrac{2}{1}tp^2 + \tfrac{1}{3}tp^4) \\ + \tfrac{5}{256}\mathrm{f}\lambda^6\,(-1 + \tfrac{3}{1}tp^2 + \tfrac{3}{3}tp^4 + \tfrac{1}{5}tp^6) \\ + \tfrac{175}{256}\mathrm{f}\lambda^8\,(-1 + \tfrac{4}{1}tp^2 + \tfrac{6}{3}tp^4 + \tfrac{4}{5}tp^6 + \tfrac{1}{7}tp^8) \\ + \&c.] \end{aligned}$$

oder endlich

$$\begin{aligned} v = 4\,\pi\,\mathrm{cofp.}\ [0{,}95909216 + 0{,}04226526.\,tp^2 \\ + 0{,}00048661.\,tp^4 \\ + 0{,}00002250.\,tp^6 \\ + 0{,}00000157.\,tp^8 \\ + 0{,}00000012.\,tp^{10} \\ + 0{,}00000001.\,tp^{12} \\ + \&c.\ ] \end{aligned}$$

§. 604.

Hieraus findet sich nun die Summe der Sonnenwärme:

Polhöhe.	im Sommer.	im Winter.	im ganzen Jahr.
unterm Aequator	6, 02616	6, 02615	12, 05231
unterm Wendekreis	6, 57011	4, 57739	11, 14750
45.°	6, 22041	2, 68197	8, 90238
unterm Polarcircul	5, 30671	0, 71647	6, 02318
unterm Pole	5, 00411	0, 00000	5, 00411

Die Summe der jährlichen Sonnenwärme unter diesen Polhöhen verhält sich demnach beynahe wie die Zahlen 12, 11, 9, 6, 5.

§. 605.

Die Summe für den Pol konnte durch diese Reihe nicht gefunden werden, weil daselbst t p unendlich groß ist. Man findet sie aber für sich ohne Mühe. Denn die Differentialgleichung

$$d v = \text{ſp}.\,\text{ſ}\delta\,(\pi + 2\,\phi)\,d x + 2\,\text{coſp}.\,\text{coſ}\delta.\,\text{coſ}\phi.\,d x$$

(§. 599.) kürzt sich unter dem Pol, wo $\phi = \frac{1}{2}\,\pi$ gesetzt werden muß und p = 90 Grad ist, sehr ab, indem sie

$$d v = 2\,\pi.\,\text{ſ}\delta.\,d x$$

oder

$$d v = 2\,\pi.\,\text{ſ}\lambda.\,\text{ſ}x.\,d x$$

wird, woraus

$$v = 2\,\pi.\,\text{ſ}\lambda\,(1 - \text{coſ}.\,x.)$$

und für die Zeit von 0 ♈ bis 0 ♎

$$v' = 4\,\pi.\,\text{ſ}\lambda = 5{,}0041$$

folgt.

§. 606.

Für den Polarcircul kann die Rechnung ebenfalls abgekürzt und einfacher gemacht werden. Die Tageslänge oder eigentlich der halbe Tagbogen ist daselbst der geraden Aufsteigung, vom Wintercolur angerechnet, gleich. Oder welches einerley ist, es wird daselbst

$$\phi = \alpha,$$

wenn α die gerade Aufsteigung von 0 ♈ angerechnet, vorstellt. Die Zu- und Abnahme der Tageslänge ist demnach daselbst das ganze Jahr durch gleich groß, und beträgt für jeden Monat 4 Stunden oder wöchentlich 55 Minuten. Das Gesetz der Continuität nimmt also hiebey eine ganz besondere Wendung. Der längste Tag nimmt so schnell ab, und der kürzeste so schnell zu, als jeder anderer Tag des Jahres. Für den Polarcircul haben wir demnach

$$\phi = \alpha$$
$$\text{coſ}\phi = \text{coſ}.\,\alpha$$
$$p = 90^\circ - \lambda$$

$$d v = \text{coſ}.\,\lambda.\,\text{ſ}\lambda.\,\text{ſ}x\,(\pi + 2\,\alpha).\,d x + 2\,\text{ſ}\lambda.\,\text{coſ}\delta.\,\text{coſ}.\,\alpha.\,d x,$$

oder

$$d v = \text{coſ}.\,\lambda.\,\text{ſ}\delta.\,(\pi + 2\,\alpha).\,d x + 2.\,\sqrt{(\text{ſ}\lambda^2 - \text{ſ}\delta^2)}.\,d x.$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} v = &- \cos\lambda\,(\pi + 2\,\alpha).\,\sqrt{}(\sin\lambda^2 - \sin\delta^2) \\ &+ \cos\lambda^2.\,\log.\,\frac{1 + \sin\delta}{1 - \sin\delta} \\ &+ 2\sin\delta \\ &+ \mathrm{const.} \end{aligned}$$

oder, wenn man für $\delta = -\lambda$, $v = 0$ setzt,

$$\begin{aligned} v = &- \cos\lambda\,(\pi + 2\,\alpha).\,\sqrt{}(\sin\lambda^2 - \sin\delta^2) \\ &+ \cos\lambda^2\,\log.\left[\frac{1 + \sin\delta}{1 - \sin\delta}.\,\frac{1 + \sin\lambda}{1 - \sin\lambda}\right] \\ &+ 2\sin\delta - 2\sin\lambda \end{aligned}$$

Nun ist für das halbe Jahr von o ♑ zum o ♋, $\delta = +\lambda$. Demnach die halbjährige Sonnenwärme

$$\tfrac{1}{2}\,V = 2\cos\lambda^2.\,\log.\,\mathrm{tang.}\,(45^\circ + \tfrac{1}{2}\lambda) + 4\sin\lambda$$

oder für das ganze Jahr

$$\begin{aligned} V &= 8\cos\lambda^2.\,\log.\,\mathrm{tang.}\,(45 + \tfrac{1}{2}\lambda) + 8\sin\lambda. \\ &= 6{,}0231828. \end{aligned}$$

§. 607.

Wenn man die jährliche Sonnenwärme, so wie sie hier gefunden worden, durch $2\,\pi$ als die Zeit eines Jahres theilet, so erhält man die mittlere tägliche Sonnenwärme. Und theilt man diese noch ferner durch $2\,\pi$ als die Zeit eines Tages, (§. 586.) so erhält man die augenblickliche mittlere Sonnenwärme oder den Sinus der Höhe, welche die Sonne das ganze Jahr durch in einem fort haben müßte, um gleich viele Wärme mitzutheilen. Die Rechnung gibt nachstehenden Erfolg:

Polhöhe.	Mittlere tägliche Erwärmung.	Mittlere Augenbl. Erw.	Sonnenhöhe.	
Aequator :	1, 918184	0, 30529	17.°	46′
Wendekreis :	1, 774155	0, 28237	16.	24
45.° : : :	1, 416857	0, 22550	13.	2
Polarcircul :	0, 958620	0, 15257	8.	47
Pol : : :	0, 796430	0, 12675	7.	17

§. 608.

Die bisher berechnete Menge der Sonnenwärme beziehet sich durchaus auf Ebenen von einerley Größe, die ich daher schlechthin nur = 1 gesetzt habe. (§. 587.) Ich werde nun einen Fall vornehmen, wo auf die Fläche mit Rücksicht genommen werden muß. Es sey demnach die Menge der Wärme zu berechnen, welche die Sonne

Sonne der nördlichen Halbkugel der Erde das Jahr durch mittheilt. Hier nehme ich den Halbmesser der Erde $= 1$ zum Maaßstabe für die Flächenräume an. Es sey demnach C der Pol, B A E der Aequator der Erde. Die Sonne sey in S, 32. Figur.
ihre Abweichung $SA = \delta$, so ist, wenn man aus S als einem Pole einen größten Circul der Sphäre B D E zieht, der Raum A B D E A derjenige Theil der nördlichen Halbkugel, auf welchen die Sonne ihre Stralen wirft. Die Dichtigkeit derselben wird für jeden Punct P durch den Cosinus des Bogens S P ausgedrückt. (§. 590.) Setzt man demnach

$$PSA = \omega$$
$$PS = w$$

so findet man die Summe der Wärme für jeden Augenblick, auf den unen dlich kleinen Triangel p S P

$$dz = \tfrac{1}{2}\,\text{ſ}\,\omega^2 .\, dw$$

Nun ist

$$\text{coſ}\,\omega = \cot w .\, \text{tang}\,\delta.$$

Und daraus ergibt sich

$$dz = \tfrac{1}{2}.\,\text{ſ}\,\delta^2 .\, d\,t\,\omega : (1 + \text{ſ}\,\delta^2 .\, t\,\omega^2)$$
$$z = \tfrac{1}{2}\,\text{ſ}\,\delta .\, \text{Arc. tang}\,(t\,\omega .\, \text{ſ}\,\delta)$$
$$= \tfrac{1}{2}\,\text{ſ}\,\delta .\, AP.$$

Folglich für den ganzen Ausschnitt A B S E A

$$\tfrac{1}{2}\,\pi .\, \text{ſ}\,\delta$$

und für den Ausschnitt S B D E S

$$\tfrac{1}{2}\,\pi,$$

Demnach für den ganzen beleuchteten Theil der nördlichen Halbkugel

$$Z = \tfrac{1}{2}\,\pi\,(1 + \text{ſ}\,\delta)$$

und für einen ganzen Tag

$$2\,\pi\,Z = \pi^2\,(1 + \text{ſ}\,\delta)$$

und endlich für das halbe Jahr von 0 ♈ bis 0 ♎

$$2\,\pi \int Z\,dx = \pi^2\,(\pi + 2\,\text{ſ}\,\lambda) = 3{,}9380236 .\, \pi^2$$

und für die andere Hälfte des Jahres

$$= \pi^2\,(\pi - 2\,\text{ſ}\,\lambda) = 2{,}3451616 .\, \pi^2.$$

Diese Mengen verhalten sich sehr nahe, wie 5 zu 3 oder genauer, wie 42 zu 25.

Drittes Hauptstück.

Die tägliche Sonnenwärme.

§. 609.

Im vorhergehenden Hauptstücke habe ich die Menge der Wärme berechnet, welche die Sonne sowohl täglich als jährlich einem beliebigen Orte der Erde mittheilt. Diese Rechnung hat in sofern ihre völlige Richtigkeit. Sie kläret aber die Art, wie und wieviel die Erde dadurch erwärmt wird, nicht auf. Dazu gehören Betrachtungen von ganz anderer Art. Ich habe nun schon vorhin, (§. 583.) gesagt, daß nicht alle Sonnenwärme bis zur Erde gelangt, indem die Luft und oft auch Wolken einen beträchtlichen Theil auffangen, und daß es schon viel seyn wird, wenn wir, ohne allzumerklichen Fehler werden annehmen können, daß die Wärme, so die Erde wirklich von der Sonne erhält, derjenigen, die sie ohne solche Hindernisse würde erhalten können, wenigstens proportional sey. Dieses kann nun nicht wohl anders als aus dem Erfolge entschieden werden. Ich werde demnach diese Voraussetzung als den einfachsten Fall zum Grunde legen.

§. 610.

Die Wärme, welche die Erde von der Sonne erhält, zieht sich in dieselbe hinein, und schon aus diesem Grunde wird sie an der Oberfläche schwächer als sie sonst seyn würde. Es geht nun hingegen auch von der Wärme, so die Oberfläche hat, immer ein Theil durch die Luft in die Höhe, wo sie sich, so zu sagen, verliert. Dieser Abgang dauert Tag und Nacht in einem fort, und ist desto stärker, je wärmer die Erdfläche ist, je kürzer die Tage und je länger die Nächte sind.

§. 611.

Ich habe ferner oben (§. 578 — 581.) schon angemerkt, daß, was von dieser durch die Luft weggehenden Wärme der Grundwärme der Erde zuzuschreiben, wegen des immer gleichen Ersatzes lange Zeiten durch beständig bleibt. Es ist daher in sofern unnöthig darüber Rechnung zu tragen, wo nur die von der Sonne herrührende Veränderungen zu betrachten sind. Die Sonne theilt der Erde Wärme mit. Von dieser ist also die Frage, wie sie nach und nach wieder weggeht. In dieser Absicht, sagte ich, daß der abgehende Theil dem wirlich vorhandenen proportional sey, und da ist es wenigstens in Absicht auf die tägliche Erwärmung gleich viel, ob sie in die Luft geht oder sich in die Tiefe zieht. Hier ist nur von der Wärme an der Oberfläche die Rede.

§. 612.

Es sey nun alles, wie im §. 591., so ist

$$\cos a . d\omega = \cos e . \cos c . d\omega + \sin e . \sin c . \cos \omega . d\omega .$$

Die in dem Zeittheilchen $d\,\omega$ zufließende Sonnenwärme. Die bereits vorräthige werde durch y angedeutet, und man setze die Erkältungs-Subtangente $= \gamma$, so ist

$$\frac{y\,d\,\omega}{\gamma}$$

der in eben dem Zeittheilchen $d\,w$ abgehende Theil. Die Veränderung wird demnach

$$d\,y = \mathrm{cos}e.\ \mathrm{cos}c.\ d\omega + \mathrm{s}e.\ \mathrm{s}c.\ \mathrm{cos}\omega.\ d\omega - \frac{y\,d\,\omega}{\gamma}$$

seyn, woraus

$$y = \gamma.\ \mathrm{cos}e.\ \mathrm{cos}c. + \frac{\gamma\gamma}{1+\gamma\gamma}.\ \mathrm{s}e\ \mathrm{s}c.\ \mathrm{s}\omega + \frac{\gamma}{1+\gamma\gamma}.\ \mathrm{s}e\ \mathrm{s}c.\ \mathrm{cos}\omega + A.e^{-\omega:\gamma}$$

gefunden wird, wobey A die nach der Integration addirte, beständige Größe ist. Diese kann so bestimmt werden, daß bey Aufgange der Sonne $y = 0$ sey. Alsdann ist aber $\omega = -(\frac{1}{2}\pi + \varphi)$. Wir erhalten demnach

$$y = \gamma\ \mathrm{cos}e.\ \mathrm{cos}c. + \frac{\gamma}{1+\gamma\gamma}\ \mathrm{s}e.\ \mathrm{s}c.\ [\gamma\ \mathrm{s}\omega + \mathrm{cos}\omega]$$
$$-\left[\gamma\ \mathrm{cos}e\ \mathrm{cos}. - \frac{\gamma}{1+\gamma\gamma}.\ \mathrm{s}e.\ \mathrm{s}c.\ (\gamma\ \mathrm{cos}\varphi + \mathrm{s}\varphi)\right].e^{-(\frac{1}{2}\pi+\varphi+\omega):\gamma}$$

§. 613.

Man setze $\gamma = \cot\varkappa$, so verwandelt sich diese Formel in

$$y = \cot\varkappa.\ \mathrm{cos}e.\ \mathrm{cos}c. + \mathrm{cos}\varkappa.\ \mathrm{s}e.\ \mathrm{s}c.\ \mathrm{s}(\varkappa+\omega)$$
$$-[\cot\varkappa.\ \mathrm{cos}e.\ \mathrm{cos}c. - \mathrm{cos}\varkappa.\ \mathrm{s}e.\ \mathrm{s}c.\ \mathrm{s}(\varkappa+\varphi)].\ e^{-(\frac{1}{2}\pi+\varphi+\omega).\,t\varkappa}$$

oder wenn wir p, δ anstatt e, c setzen in

$$y = \cot\varkappa.\ \mathrm{s}p.\ \mathrm{s}\delta + \mathrm{cos}\varkappa.\ \mathrm{cos}p.\ \mathrm{cos}\delta.\ \mathrm{s}(\varkappa+\omega)$$
$$-[\cot\varkappa.\ \mathrm{s}p.\ \mathrm{s}\delta - \mathrm{cos}\varkappa.\ \mathrm{cos}p.\ \mathrm{cos}\delta.\ \mathrm{s}(\varkappa+\varphi)].\ e^{-(\frac{1}{2}\pi+\varphi+\omega).\,t\varkappa}.$$

§. 614.

Hiebey ist nun noch der Werth von $\gamma = \cot\varkappa$ zu bestimmen. Dazu mag nun die Zeit der größten Tageswärme am dienlichsten seyn. Es ist bekannt genug, daß diese Zeit nicht die Mittagsstunde selbst ist, sondern später eintrift, und zwar bey längern Tagen später als wenn die Tage kürzer sind. In den längsten Sommertagen fällt sie ziemlich auf 3 Uhr Nachmittags. Im Winter trift sie früher ein, und zwar desto früher, je früher die Sonne untergeht. Geht die Sonne z. E. um 4 Uhr unter, so wird diese Zeit so ziemlich gegen 2 Uhr Nachmittag seyn, und an den 12 Stunden langen Tagen auf $2\frac{1}{2}$ Uhr treffen. Ich werde, um die Rechnung abzukürzen, diese Tage wählen, und demnach $\delta = \varphi = 0$, $c = 90^\circ$ setzen. Dadurch verwandelt sich die Formel (§. 612.) in folgende einfachere:

$$y = \frac{\zeta}{1+\zeta\zeta} \cdot \text{cosp.}\,[\zeta\,\text{s}\omega + \text{cos}\omega]$$
$$+ \frac{\zeta\zeta}{1+\zeta\zeta} \cdot \text{cosp.}\,e^{-(\frac{1}{2}\pi+\omega):\zeta}$$

Nun soll y ein Maximum seyn, indem ω veränderlich ist. Diese Bedingung gibt die ganz einfache Gleichung

$$e^{-(\frac{1}{2}\pi+\omega):\zeta} = \zeta\,\text{cos}\omega - \text{s}\omega,$$

welche von der Polhöhe ganz unabhängig ist. Nun ist π die Zeit von 12 Stunden, $\omega = 2\frac{1}{2}$ St. $= 37.^\circ 30' = \frac{5}{24}\pi$. Demnach

$$e^{-2,2253:\zeta} = 0,79335 - 0,60876.$$

Hieraus findet sich $\zeta = 0,926 = 3,53$ Stunden.

§. 615.

Da die Zeit, wenn die Tageswärme am größten ist, nicht leicht genau bestimmt werden kann, so habe ich eben diese Rechnung für $\omega = 3$ St. $= 45^\circ = \frac{1}{4}\pi$ vorgenommen, und den Werth $\zeta = 1,13 = 4,32$ St. gefunden. Ich werde demnach ein Mittel nehmen und $\zeta = 1$ setzen, weil dabey eben nicht viel wird gefehlt seyn, die Rechnung aber dadurch abgekürzt wird.

§. 616.

Setzen wir demnach $\zeta = 1$, so wird $t\,\varkappa = \cot\varkappa = 1$, und $\varkappa = \frac{1}{4}\pi = 45^\circ$. Dadurch verwandelt sich die Formel (§. 613.) in folgende:

$$y = \text{sp.}\,\text{s}\delta + \text{cosp.}\,\text{cos}\delta.\,\text{s}(45^\circ+\omega).\sqrt{\tfrac{1}{2}}$$
$$-[\text{sp.}\,\text{s}\delta - \text{cosp.}\,\text{cos}\delta.\,\text{s}(45^\circ+\varphi).\sqrt{\tfrac{1}{2}}]\,e^{-(\frac{1}{2}\pi+\varphi+\omega)}$$

Hiebey ist nun

$$\text{sp.}\,\text{s}\delta = \tfrac{1}{2}\,\text{s}(e+\delta) - \tfrac{1}{2}\,\text{s}(e-\delta)$$
$$\text{cosp.}\,\text{cos}\delta = \tfrac{1}{2}\,\text{s}(e+\delta) + \tfrac{1}{2}\,\text{s}(e-\delta)$$

Das ist also die halbe Differenz und halbe Summe der Mittags-Sonnenhöhe und Mitternachts-Sonnentiefe.

§. 617.

Die Formel kann nun auch folgendermaaßen vorgestellt werden:

$$\frac{y\sqrt{2}}{\text{cosp.}\,\text{cos}\delta} = \text{s}\varphi.\sqrt{2} + \text{s}(45^\circ+\omega)$$
$$-\left(\text{s}\,45^\circ - \varphi\right).\,e^{-(\frac{1}{2}\pi+\varphi+\omega)}$$

Man sieht hieraus ohne Mühe, daß das zweyte Glied $= 0$ wird, wenn $\varphi = 45^{\circ}$ und folglich der Tag von 18 Stunden ist. Alsdann hat man schlechthin

$$\frac{y\sqrt{2}}{\text{coſp.}\,\text{coſ}\,\delta} = 1 + \text{ſ}(45^{\circ} + \omega)$$

Und daraus folgt, daß die Tageswärme Nachmittags um 3 Uhr am größten ist. Die Art, wie sie vom Sonnenaufgange an zunimmt, ist folgende:

Zeit.	y	
3 St. V. M.	0	
6	$1-\sqrt{\tfrac{1}{2}}$	
9	1	multiplicirt mit
12	$1+\sqrt{\tfrac{1}{2}}$	$\text{coſp.}\,\text{coſ}\,\delta.\sqrt{\tfrac{1}{2}}$.
3 St. N. M.	2	
6	$1+\tfrac{1}{2}$	
9	1	

Die Wärme nimmt also an den 18 St. langen Tagen Morgens um 9 Uhr am schnellesten zu. Nachmittags um 3 Uhr ist sie am größten, und Abends um 9 Uhr bey Sonnen-Untergang noch eben so groß als sie Morgens um 9 Uhr war. Diese noch übrige Wärme erkältet die Nacht durch logarithmisch. Und da die Länge der Nacht von 6 Stunden demnach $= \tfrac{1}{2}\pi$ ist, so nimmt sie in Verhältniß von 1 zu

$$e^{-\pi : 27}$$

ab und ist demnach des folgenden Morgens bey Sonnen-Aufgang nur noch

$$0{,}2079.\,\text{coſp.}\,\text{coſ}\,\delta.\sqrt{\tfrac{1}{2}}.$$

Das ist etwa $\tfrac{1}{10}$ der größten Nachmittagswärme.

§. 618.

Die Formel nimmt endlich noch folgende Gestalt an:

$$\frac{2y}{\text{coſp.}\,\text{coſ}\,\delta} = 2\,\text{ſ}\varphi + \text{ſ}\omega + \text{coſ}\,\omega + \sqrt{2}.\,\text{ſ}(45 - \varphi).\,e^{-(\frac{1}{2}\pi + \varphi + \omega)}$$

welche zur Berechnung sehr bequem ist. Ich habe nach derselben für verschiedene Tageslängen folgende Tafel berechnet:

Werthe von $\frac{2\,y}{\text{cosp.}\ \cos\delta}$

Tageslängen in Stunden.

Tagesstunden.	6	8	10	12	14	16	18
3 Morgen							0,0000
4						0,0000	0,0482
5					0,0000	0,0572	0,1895
6				0,0000	0,0624	0,2172	0,4142
7			0,0000	0,0633	0,2302	0,4602	0,7071
8		0,0000	0,0620	0,2275	0,4749	0,7629	1,0482
9	0,0000	0,0524	0,2093	0,4572	0,7[illegible]7	1,0993	1,4142
10	0,0413	0,1760	0,4084	0,7183	1,0756	1,4426	1,7802
11	0,1322	0,3317	0,6209	0,9785	1,3726	1,7661	2,1213
Mittag.	0,2324	0,4812	0,8147	1,2091	1,[illegible]315	2,0454	2,4142
1	0,3203	0,5954	0,9632	1,3858	1,8301	2,2697	2,6390
2	0,3356	0,6516	1,0456	1,4901	1,9512	2,3930	2,7802
3	0,2956	0,6342	1,0485	1,5102	1,9839	2,4330	2,8284
4		0,5355	0,9655	1,4397	1,9238	2,3800	2,7802
5			0,7973	1,2815	1,7733	2,2371	2,6390
6				1,0437	1,5414	2,0095	2,4142
7					1,2431	1,7144	2,1213
8						1,3717	1,7802
9							1,4142

Jede Columne fängt bey der Stunde an, da die Sonne aufgeht und endigt sich mit Untergang der Sonne. Die alsdann noch rückständige Wärme verliert sich die Nacht durch nach den Ordinaten einer logarithmischen Linie, deren Subtangente = 1 ist, und für deren Absciſſen π 12 Stunden vorstellt. Die Zahlen der Tafel müſſen mit

$$\tfrac{1}{2}\ \text{cosp.}\ \cos\delta$$

multiplicirt werden, wenn man y selbst haben, und demnach den Erfolg von einerley Tageslängen unter verschiedenen Polhöhen miteinander vergleichen will.

§. 619.

Wenn man sich von der Art, wie die Wärme vom Aufgange der Sonne bis Nachmittags zu, und von da an wieder abnimmt, einen klaren Begriff machen will, so gelangt man am besten dazu, wenn man die Zahlen vorstehender Tafel als Ordinaten einer krummen Linie zeichnet, und für die Nachtstunden die ersterwähnte logarithmische Linie beyfügt. Dieses habe ich in der 33sten Figur für die Tageslänge von 16 Stunden gethan. Der Anfang der Erwärmung trift auf 4 Uhr des Morgens, da die Sonne aufgeht. Die größte Wärme B b in B etwas vor 3 Uhr. Um 8 Uhr bey C hört, wegen des Unterganges der Sonne, die Erwärmung auf, und die noch übrige Wärme C c nimmt die Nacht durch nach den Ordinaten der logarithmischen Linie c d ab, so daß sie des folgenden Morgens noch D d ist. 33. Figur.

§. 620.

Dieses findet nun statt, sofern wir in der Rechnung nur eine Erkältungs-Subtangente, und zwar diejenige gebraucht haben, welche für die tägliche Erwärmung und Erkältung eigentlich zu gebrauchen ist, wenn man von allen geringern Abweichungen abstrahirt und voraussetzt, daß die Sonne den ganzen Tag über helle scheine und die Luft windstill sey. Es ist nun aber die Wärme, die sich in die Erde zieht, eigentlich nicht verloren, sondern sie zieht sich an den kältern Tagen wieder herauf und dient den Abgang der Sonnenwärme zu ersetzen. Die jährliche Erwärmung und Erkältung hängt daher ganz davon ab. Es kömmt daher allerdings noch die jährliche Erkältungs-Subtangente vor, und diese macht, daß die Abscissenlinie A D, welche ich gerade gezogen habe, nicht ganz gerade, sondern der $\frac{1}{365}$ Theil derjenigen krummen Linie ist, deren Ordinaten die jährliche Veränderung der Wärme für eben die Polhöhe vorstellen. Dieses macht, daß der Punct d nach der Verschiedenheit der Jahrszeit höher oder tiefer fällt als er in der Figur gezeichnet, und zwar nachdem sich die Linie A D herauf- oder herunterzieht.

§. 621.

Bey der hier angegebenen Rechnung habe ich alle zufällige Ursachen von der Aenderung der Wärme bey Seite gesetzt. Sie geht daher eigentlich nur auf helle und windstille Tage, dergleichen selten mehrere auf einander folgen. Wenn indessen der Himmel nur mit Wolken bedeckt und die Luft stille ist, so habe ich bereits oben angemerkt, daß die Erde dessen unerachtet von Morgen bis Nachmittag wärmer wird, und von da an wieder etwas erkältet. Die Aenderung trägt aber mehrentheils nur $\frac{1}{3}$ dessen aus, was sie bey ganz hellen und windstillen Tagen thun würde. Die vom Regen, Thau, Reif, Schnee, Hagel, Wind ꝛc. herrührenden Veränderungen, sind allzu irregulär, als daß sie anders als ihrer ganzen Summe nach und bey der jährlichen Veränderung der Wärme in Betrachtung kommen könnten. Regen und Winde können sowohl kalt als warm seyn. Sie sind es aber mehrentheils nur beziehungsweise. Die schwüle Sommerhitze wird mehrentheils durch Regen und Gewitter abgekühlt, und zwar destomehr, je näher man bey dem Orte ist, wo es regnet oder wittert. Die daher entstehende Abkühlung breitet sich weit herum aus, weil die Wärme sich in der Luft sehr schnell gegen die kältere Oerter zieht. (§. 346.) Kommt aber nach kaltem Wetter, Regen mit einem warmen Winde, so nimmt die Kälte ab. Und dieses geschieht fürnemlich im Winter, wenn nach vorgegangenem Froste Thauwetter einfällt. Es geschieht dann auch, daß ein anfangender Regen in Schnee ausartet, wenn nemlich der Regen die Erdfläche genug erkältet, daß der Schnee nicht im Herunterfallen schmelzen kann. Der Regen ist mehrentheils ein geschmolzner Schnee.

§. 622.

Von aufeinanderfolgenden ganz hellen und windstillen Tagen habe ich 1751 vom 13ten bis zum 17ten Jul. fünf unter meinen zu Chur angestellten Wetterbeobachtungen, wo ich das Steigen und Fallen des Reaumurschen Thermometers jeden Tag sehr oft aufzeichnete. Das Thermometer hieng in einem Cabinet, welches gegen Süden und gegen Westen ein offengelassenes Fenster hatte. Die Sonne schien von Morgen um 9 Uhr bis Nachmittag um 5 Uhr erst durch das eine, und dann durch beyde, endlich nur durch das andere Fenster hinein, ohne jedoch auf das Thermometer zu treffen. Die Luft hatte also im Cabinette wenigstens eben die Wärme als in dem anstoßenden Garten, über dessen Boden das Cabinet nur etwa 4 Fuß erhöht war. Das Thermometer stieg und fiel folgendermaaßen.

T.	St.	Gr.	T.	St.	Gr.	T.	St.	Gr.	T.	St.	Gr.
12.	10. A.	18,0	13.	4. A.	19,6	14.	7. A.	19,0	16.	10 M.	18,2
13.	$7\frac{3}{4}$ M.	12,3		5	19,3		10	17,2		11	19,0
	8	12,6		$6\frac{3}{4}$	18,0		11	16,7		2. A.	21,8
	9	13,8		$9\frac{1}{2}$	16,7	15.	7. M	14,1		3	22,2
	$9\frac{1}{4}$	14,1		10	16,6		8	15,3		4	22,0
	10	15,2	14.	7. M	13,0		9	16,0		5	21,8
	11	16,4		8	13,9		10	17,3		6	21,7
	$11\frac{1}{4}$	16,7		9	15,1		11	17,9		8	20,5
	12	17,5		10	16,0		1. A.	19,9		10	19,0
	$12\frac{1}{2}$	17,9		11	17,1		3	21,1	17.	6 M.	16,0
	1. A.	18,2		12	18,0		4	20,9		7	16,2
	$1\frac{1}{2}$	18,3		1. A.	18,6		6	20,5		10	17,8
	2	18,4		3	19,9		10	18,4		12	20,3
	$2\frac{1}{2}$	19,1		4	19,8	16.	7. M	14,5		3. A.	22,1
	3	19,3		5	19.7		8	16,0		10	19,9
	$3\frac{1}{2}$	19,7		6	19.5		9	17,2		&c.	&c.

Diese

Diese sehr schöne Witterung dauerte noch einige Tage fort. Es war aber den 1 ten windigt, den 19ten wurde die Sonne zuweilen mit Wolken bedeckt. Es mag auch wohl in der Ferne geregnet haben. Denn den 20sten Abends um 10 Uhr stund das Thermometer auf dem 16ten Gr., und den 21sten Morgens um $6\frac{1}{2}$ Uhr bey 12, 3 Grad, demnach wieder so tief als Anfangs den 13ten. Den 22sten trafen endlich Wolken und Regen ein. Diese schöne Witterung war damals desto angenehmer, da in den 5 vorhergehenden Monaten in allem nicht 20 schöne Tage gewesen waren. Dieses ist auch der Grund, warum das Thermometer während den 5 Tagen, von Tag zu Tag merklich höher stund. Denn die größte Wärme war, den letzten Tag allein ausgenommen.

Den 13ten	: : : :	19, 7
— 14.	: : : :	19, 9
— 15.	: : : :	21, 1
— 16.	: : : :	22, 2
— 17.	: : : :	21, 1

Daß die größte Wärme eher nach als vor 3 Uhr einfiel, davon muß der Grund darinn gesucht werden, daß die Sonne erst des Morgens um 7 Uhr über die Berge empor stieg, und erst gegen 9 Uhr anfieng in das Cabinet zu scheinen.

§. 623.

Diese zween Umstände machen nun, daß ich diese Beobachtungen eben nicht als einen Probirstein der vorhin angegebenen Rechnungen ansehen kann. Man sieht aber ohne Mühe, daß sie einen doppelten Erfolg haben müssen. Denn die Sonne hatte um 7 Uhr schon eine ziemliche Höhe. Sie fieng daher als sie hinter dem Berge hervor kam, mit voller Macht an, den Boden zu erwärmen. Dieses macht nun, daß sich die Linie A b c d von A bis f sehr wenig, von f an aber sehr schnell aufwärts ziehen muß. Sodann da die Stadt nach dem wahren Aufgange der Sonne noch 3 Stunden lang im Schatten des Berges lag, blieb der Boden und die Luft währender Zeit kühler. Dieses macht die größte Tageswärme geringer und verspätiget die Zeit da sie eintraf. Man kann beydes aus der Rechnung herleiten, wenn man in der Integralformel (§. 512.) die beständige Größe so bestimmt, daß $y = 0$ sey, wenn $\omega = -\frac{5}{12}\pi$ ist. Man kann sich aber auch durch eine ganz leichte Betrachtung davon versichern. Denn die Wärme ist am größten, wenn $dy = 0$ ist, und folglich die Wärme, so die Erde in einem Zeittheilchen $d\omega$ von der Sonne erhält, derjenigen gleich ist, die sie in eben dem Zeittheilchen verliert. Nun ist diese letztere der wirklich vorhandenen Wärme proportional, und demnach zugleich mit derselben in dem hier vorkommenden Fall geringer. Also muß auch erstere geringer seyn. Dieses fordert aber eine geringere Sonnenhöhe, und demnach, da die Zeit Nachmittag ist, eine spätere Zeit. Dann aber neigt sich die Sonne schneller, und so muß das Maximum auch wiederum schneller abnehmen.

§. 624.

34. Figur. Ich habe nun den Gang des Thermometers den Beobachtungen gemäß in der 34sten Figur gezeichnet, das nächtliche Fallen desselben durch Puncte angedeutet. Man sieht daraus mit einem Anblicke, daß in der That diese 5 Tage über die Erde sehr regulär erwärmt wurde. Und die krumme Linie weichet, zumal in den 4 ersten Tagen von der in der 33sten Figur gezeichneten gerade so ab, wie es die erst angeführten Umstände erfordern. Die kleinern Ungleichheiten zeigen nun an, daß sie auch bey der reguläresten Witterung statt finden. Die Linien A B, C D, welche nach den niedrigsten und höchsten Stande des Barometers gezogen sind, ziehen sich hier stark aufwärts. Es rühret dieses fürnehmlich von der vorhergegangenen trüben und kalten Witterung her. (§. 623.) Denn da die Erde wenig Wärme hatte, so konnte sie auch nicht stark erkälten, und so häufte sich während diesen 5 hellen Tagen die Wärme sehr merklich auf. Man sieht übrigens sowohl aus der Figur als aus den Beobachtungen selbst, (§. 622.) daß die tägliche Veränderung der Wärme etwa 7 Reaumur'sche Grade betrug. Und hieraus läßt sich der Schluß machen, was die Zahlen der Tafel, (§. 618.) wenn sie durch $\frac{1}{2}$ cosp. cosδ multiplicirt werden, bedeuten. Chur liegt unter der Polhöhe von 46°. 50′. Den 13ten Jun. 1751. war nach den Zanottischen Ephemeriden die Abweichung der Sonne 23°. 15′ nördlich, demnach $\phi = 27°. 16'$ und die Tageslänge 15 St. 38′. Dieses gibt vor 3 Uhr Nachmittags die entsprechende Zahl aus bemeldter Tafel = 2,3530, welche mit $\frac{1}{2}$ cosp. cosδ. = 3, 1428 multiplicirt 7,3950 gibt. Da dieses Product nun so viel als 7 Reaumur'sche Grade, auch wohl etwas mehr (§. 623.) vorstellt, so erhellet, daß die Zahlen der Tafel, mit $\frac{1}{2}$ cosp. cosδ. multiplicirt, solche Producte geben, deren Einheiten so ziemlich 10 Reaumur'sche Grade betragen. Es wird aber hiebey vorausgesetzt, daß die tägliche Erwärmung der Erde schlechthin nur von der Sonne herrühre, ohne daß Winde, Regen ꝛc. etwas daran ändern. Denn sonst kann sie sowohl größer als kleiner seyn.

§. 625.

Niebuhr giebt in seiner Reisebeschreibung an, wie er zu Loheia und zu Sanà in Arabien, die Höhe des Fahrenheit'schen Thermometers für einzelne Stunden aufgezeichnet habe. Und sagt, man werde daraus sehen können, wie gleichförmig es daselbst täglich steige und wieder falle. Seine Beobachtung zu Loheia unter der nördlichen Polhöhe von 15°. 42′ ist vom 25sten Jan. 1763, wo demnach die Mittagshöhe der Sonne von $55\frac{1}{2}$ Gr., $\phi = -5\frac{1}{2}$ Gr. und die Tageslänge von $11\frac{2}{3}$ Stunden war. Er fand das Thermometer

25sten Jan.	6 Uhr, Morgens	$74\frac{1}{2}$
	7	75
	8	77
	9	$80\frac{1}{2}$
	10	82
	11	83
	12	$83\frac{1}{2}$
	1 Abends	84
	2	84
	5	83
	6	$80\frac{1}{2}$
	7	80
	9	80
	10	80
	11	$79\frac{1}{2}$
26sten Jan.	7 Uhr, Morgens	78

Das Thermometer stieg also unter Tagen ganz ordentlich, aber von 6 Uhr Abends bis 11 Uhr, und die ganze Nacht durch fiel es allzu wenig, und dieses ist eine Anzeige, daß zufällige Ursachen den Gang desselben müssen verändert haben. Sanà liegt unter 15°. 21′ nördlicher Polhöhe. Niebuhr beobachtete den Gang des Thermometers daselbst den 18ten Jul. 1763, wo demnach die Mittagshöhe oder vielmehr die Nordhöhe im Mittage der Sonne $84\frac{1}{2}$ Gr. $\varphi = + 6$ Gr. und die Tageslänge $12\frac{2}{3}$ St. war. Er fand das Thermometer

18ten Jul.	6 Uhr, Morgens	58 Gr.
	7. 30′	61
	8. 45	67
	9. 30	$71\frac{1}{2}$
	10. 45	$74\frac{1}{2}$
	1. 0 Abends	76 *
	3. 0	80
	3. 45	$78\frac{1}{2}$
	4. 45	76
	6. 0	$73\frac{1}{2}$
	7. 0	72
	8. 30	68
	10. 0	67
19ten Jul.	6. 0 Morgens	$58\frac{1}{2}$

Hier wird für 1 Uhr N. M. 79 Gr. anstatt 76 müssen gelesen werden. Und dann sind alle Beobachtungen sehr regulär. Sanà mag etwas hoch liegen, da hier das Thermometer im höchsten Sommer des Morgens beym 58sten Fahrenheitschen Grad stund, und des Mittags nur bis zum 80sten Gr. stieg. **Nibuhr** sagt übrigens, er habe das Thermometer des Mittags in einem offenen Zimmer, des Morgens und Abends aber vor demselben in freyer Luft gehabt. Dieses mag es aufklären, warum dasselbe nach 3 Uhr ziemlich schnell fiel, und des Vormittags nach 10 Uhr schon anfieng merklich langsamer zu steigen.

§. 626.

Da die Sonne Körper von dunklerer Farbe mehr erwärmt als Körper von lichtern Farben, (§. 280.) so hat dieses einigen Einfluß auf die Tageswärme. Es wird ferner das Wasser von der Sonne weniger erwärmt als die Erde, und der mit Gras, Korn, Bäumen beschattete Boden weniger als das bloße Erdreich, endlich auch dieses weniger als dürrer Sand und Felsensteine. Solche Umstände haben nun ihren Einfluß auf die Anfangs (§. 612.) zum Grunde gelegte Differenzialformel. Sie wird daher mittelst eines Coefficienten n folgendermaaßen allgemeiner

$$dy = n \cos e. \cos c. d\omega + n\, \text{s}e.\ \text{s}c. \cos\omega. d\omega - \frac{y\, d\omega}{7}$$

Hier richtet sich nun n nach dem Grade der Erwärmbarkeit des Bodens. Dieser Coefficient ändert übrigens die Rechnung nicht. Denn setzt man $y = n. \eta$, so erhält man

$$d\eta = \cos e. \cos c. d\omega + \text{s}e.\ \text{s}c. \cos\omega. d\omega - \frac{\eta\, d\tau}{7}$$

eine Gleichung, welche mit der Anfangs zum Grunde gelegten einerley Form hat. Das will also sagen, daß die Wärme den ganzen Tag über in Verhältniß von 1 zu n größer oder kleiner ausfällt, als sie nach der vorhergehenden Rechnung, wo $n = 1$ ist, gefunden wird. Und dieses will hinwiederum sagen, daß man für $y = 1$ nicht 10, sondern 10 n **Reaumursche** Grade setzen müsse. (§. 624.)

§. 627.

Will man hingegen darauf Rücksicht nehmen, daß der Boden nach seiner verschiedenen Beschaffenheit die Wärme schneller oder langsamer verliert, wozu feuchte oder trockene, dichtere oder dünnere Luft, so wie auch der Wind beytragen kann, so sind dieses Umstände, nach welchen die Erkältungs Subtangente 7 ihren Werth ändert. Ich habe, Kürze halber, $7 = 1$ gesetzt. Wenn aber solche Veränderungen mit in die Rechnung kommen sollen, so muß man entweder 7 wenigstens für einen Tag lang beständig setzen, und dann dient die allgemeine Formel, (§. 612.) oder wenn 7 sich augenblicklich ändert, so muß wenigstens das Gesetz der Aenderung bekannt seyn, und dann mag es sich zeigen, ob die Differentialformel (§. 612.) sich integriren läßt.

Viertes Hauptstück.

Die jährliche Sonnenwärme überhaupt.

§. 628.

Im vorhergehenden Hauptstücke betrachtete ich diejenige Sonnenwärme, die sich in die Erde hineinzieht, in Absicht auf die tägliche Erwärmung der Oberfläche, als verloren (§. 612.) merkte aber doch (§. 620.) an, daß die jährliche Erwärmung und Erkältung der Erde ganz davon abhängt, weil diese Wärme sich im Sommer in der Erde aufhäuft, und dazu dient den Mangel der Sonnenwärme im Winter einigermaaßen zu ersetzen. Die Sommertage werden dadurch weniger warm, dagegen aber auch die Wintertage weniger kalt als sie ohne eine solche Oeconomie der Wärme seyn würden.

§. 629.

Wir können nun überhaupt annehmen, daß sich jeden Tag destomehr Wärme in die Erde zieht, je mehr die Sonne der Oberfläche mittheilt. Es ist also die sich jeden Tag in die Erde ziehende Wärme der Menge der täglichen Sonnenwärme proportional. Diese Proportionalität ist aber wegen der zufälligen Hindernisse, dergleichen Wolken, Regen, Schnee ꝛc. nicht wenig veränderlich. Und dieses macht, daß jedes Jahr seinen eigenen Wechsel von Wärme und Kälte hat. Wenn wir aber auf das Mittel von mehrern Jahren sehen, so läßt sich allerdings eine mittlere Proportion feste setzen. Die Rechnung wird dadurch einfacher, und auf die Irregularitäten läßt sich nachgehends besonders Rücksicht nehmen. Die Grundwärme kann hier ebenfalls, und aus eben den Gründen, wie im vorhergehenden Hauptstücke (§. 611.) aus der Rechnung wegbleiben. Sie ist eine eigene Quelle von Wärme die Jahrhunderte durch beständig ist. Hier ist von der jährlichen Abwechslung die Rede, die von der Sonne herrührt.

§. 630.

Nach dem §. 599. würde nun für jedes Zeittheilchen dx, die Zunahme der jährlichen Wärme

$$dv = \pi\, \mathrm{sp}\, \mathrm{s}\delta.\, dx + 2.\, \mathrm{sp}.\, \mathrm{s}\delta.\, \varphi\, dx + 2\, \mathrm{cosp}.\, \mathrm{cos}\delta.\, \mathrm{cos}\varphi\, dx$$

seyn, wenn wir, wie es daselbst geschehen, nur die ganze Summe berechnen wollten. Hier ist aber von der wirklich übrigbleibenden Wärme die Rede, und so muß abgezogen werden, was wegen der Erkältung abgeht. Dieser abzuziehende Theil kann nun durch

$$\frac{\upsilon\, dx}{\theta}$$

vorgestellt werden, denn er ist in gerader Verhältniß der vorräthigen Wärme υ und in umgekehrter Verhältniß der jährlichen Erkältungs-Subtangente, die ich durch θ ausdrücke. Wir haben demnach eigentlich

$$d\upsilon = \pi\, \mathrm{sp.}\, \mathrm{s}\delta.\, dx + 2\, \mathrm{sp.}\, \mathrm{s}\delta.\, \varphi\, dx + 2\, \mathrm{cosp.}\, \mathrm{cos}\delta.\, \mathrm{cos}\varphi.\, dx - \frac{\upsilon\, dx}{\theta}$$

$$\mathrm{s}\delta = \mathrm{s}\lambda.\, \mathrm{s}x$$

$$\mathrm{s}\varphi = \mathrm{tp.}\, \mathrm{t}\delta = \frac{\mathrm{tp.}\, \mathrm{s}\lambda.\, \mathrm{s}x}{\sqrt{(1 - \mathrm{s}\lambda^2.\, \mathrm{s}x^2)}}$$

§. 631.

Setzen wir hier Kürze halber

$$d\upsilon = q\, dx - \frac{\upsilon\, dx}{\theta}$$

so ist

$$\upsilon.\, e^{x:\theta} = \int\left(e^{x:\theta}\, q\, dx\right) + \mathrm{Const.}$$

und (§. 600.)

$$\begin{array}{l} q = \pi.\, \mathrm{sp.}\, \mathrm{s}\lambda.\, \mathrm{s}x \\ +2\, \mathrm{cosp.} \left\{ \begin{array}{llll} 1 + \frac{1}{2}a & + \frac{6}{8.2}b & + \frac{20}{32.2}c & + \&c. \\ - \frac{1}{2}a\, \mathrm{cos.}\, 2x & - \frac{4}{8}b\, \mathrm{cos.}\, 2x & - \frac{15}{32}c\, \mathrm{cos.}\, 2x & \\ & + \frac{1}{8}b\, \mathrm{cos.}\, 4x & + \frac{6}{32}c\, \mathrm{cos.}\, 4x & \\ & & + \frac{1}{32}c\, \mathrm{cos.}\, 6x & \end{array} \right\} \end{array}$$

wofür wir ebenfalls Kürze halber

$$q = A + B\, \mathrm{s}x - C\, \mathrm{cos}\, 2x + D\, \mathrm{cos}\, 4x - E\, \mathrm{cos}\, 6x + \&c.$$

setzen wollen, so daß

$$A = 2\, \mathrm{cosp.}\, (1 + \tfrac{1}{2}a + \tfrac{3}{8}b + \tfrac{10}{32}c + \&c.$$

$$B = \pi.\, \mathrm{sp.}\, \mathrm{s}\lambda.$$

$$C = (\tfrac{1}{2}a + \tfrac{1}{2}b + \tfrac{15}{32}c + \&c.)\, 2\, \mathrm{cosp.}$$

$$D = (\tfrac{1}{8}b + \tfrac{3}{16}c + \&c.)\, 2\, \mathrm{cosp.}$$

&c.

gemacht werde.

§. 932.

Dieses gesetzt, haben wir die Integralgleichung

$$v = e^{-x:\theta} \cdot \text{Const.} + A\theta - B\theta . \frac{\theta \cos x - \text{ſ} x}{1 + \theta\theta}$$
$$- C\theta . \frac{\cos 2x + 2\theta . \text{ſ} 2x}{1 + 4\theta\theta}$$
$$- D\theta . \frac{\cos 4x + 4\theta . \text{ſ} 4x}{1 + 16\theta\theta}$$
$$- E\theta . \frac{\cos 6x + 6\theta . \text{ſ} 6x}{1 + 36\theta\theta}$$
&c.

Die beständige Größe wird so bestimmt, daß v einerley Werth erhalte, man mag $x = 0$ oder $x = 2\pi$ setzen. Denn nach Verlauf eines Jahres kehren eben die Abwechslungen der Wärme wieder. Man setzt sie demnach schlechthin $= 0$, und so fällt der Exponentialausdruck aus der Gleichung weg. Er dient auch in der That nur, so lange der Beharrungsstand noch nicht da ist.

§. 633.

Die Gleichung ist demnach

$$v = A\theta + B\theta . \frac{\theta \cos x - \text{ſ} x}{1 + \theta\theta}$$
$$- C\theta . \frac{\cos 2x + 2\theta \, \text{ſ} 2x}{1 + 4\theta\theta}$$
$+$ &c.

Hiebey ist nun die Erkältungs-Subtangente θ dergestalt zu bestimmen, daß in dem gemäßigten Erdgürtel die größte und kleinste Jahreswärme etwa 5 Wochen nach den Solstitialtagen eintreffe. Ich habe gefunden, daß man zu diesem Ende füglich $\theta = \frac{3}{4}$ setzen kann.

§. 634.

Für die Polhöhe $p = 45°$ ist nun (§. 600.)

$$a = 0,$$
$$b = \tfrac{1}{6} \, \text{ſ} \, \lambda^4 = 0{,}0059323$$
$$c = \tfrac{1}{5} \, \text{ſ} \, \lambda^6 = 0{,}0011294$$
$$d = \tfrac{13}{56} \, \text{ſ} \, \lambda^8 = 0{,}0001080$$
$$e = \tfrac{5}{18} \, \text{ſ} \, \lambda^{10} = 0{,}0000395$$
$$f = \tfrac{61}{176} \, \text{ſ} \, \lambda^{12} = 0{,}0000076$$
&c.

Und dann ferner (§. 631.)

$$\begin{aligned} A &= 1{,}4168591 \\ B &= 0{,}8847896 \\ C &= 0{,}0036064 \\ D &= 0{,}0010104 \\ E &= 0{,}0000528 \\ F &= 0{,}0000027 \\ G &= 0{,}0000001 \end{aligned}$$

Und endlich

$$\begin{aligned} v = {} & 1{,}0626443 \\ & + 0{,}4246990\ \text{ſ}\,x - 0{,}3185234\ \text{coſ}\,x \\ & - 0{,}0012484\ \text{ſ}\,2x - 0{,}0008322\ \text{coſ}\,2x \\ & + 0{,}0002273\ \text{ſ}\,4x + 0{,}0000758\ \text{coſ}\,4x \\ & - 0{,}0000084\ \text{ſ}\,6x - 0{,}0000019\ \text{coſ}\,6x \\ & + 0{,}0000003\ \text{ſ}\,8x \end{aligned}$$

§. 635.

Für den Wendekreis findet man eben so

$$\begin{aligned} v = {} & 1{,}3308431 \\ & + 0{,}2392332.\ \text{ſ}\,x - 0{,}1794249.\ \text{coſ}\,x \\ & + 0{,}0104761.\ \text{ſ}\,2x + 0{,}0069841.\ \text{coſ}\,2x \\ & - 0{,}0000217.\ \text{ſ}\,4x - 0{,}0000072.\ \text{coſ}\,4x \\ & + 0{,}0000001.\ \text{ſ}\,6x. \end{aligned}$$

§. 636.

Für den Aequator ist ebenfalls

$$\begin{aligned} v = 1{,}4215283 & + 0{,}0392419.\ \text{ſ}\,2x + 0{,}0261613.\ \text{coſ}\,2x \\ & - 0{,}0020079.\ \text{ſ}\,4x - 0{,}0006693.\ \text{coſ}\,4x \\ & + 0{,}0000306.\ \text{ſ}\,6x + 0{,}0000068.\ \text{coſ}\,6x \\ & - 0{,}0000006.\ \text{ſ}\,8x - 0{,}0000001.\ \text{coſ}\,8x \end{aligned}$$

§. 637.

Diese Art zu rechnen, geht nun für alle Polhöhen bis zum Polarcircul von statten. Nur werden die Reihen für die Polhöhen, die über 45° sind, weniger convergirend. Für die Oerter aber, die noch näher beym Pole sind, gibt es im Winter Tage, da die Sonne gar nicht aufgeht. Während der Zeit erkältet die Erde bloß logarithmisch. Die Rechnung zerfällt demnach in zween Theile, wovon der eine die Zeit begreift, während welcher die Sonne daselbst aufgeht, der andere aber diejenige, während welcher die Sonne beständig unter dem Horizonte bleibt. Ich werde dieses durch die Berechnung der Wärme unter dem Pole selbst erläu-

erläutern, um so mehr, da sie ohne Beyhülfe der unendlichen Reihen gemacht werden kann.

§. 638.

Unter dem Pol ist die tägliche Sonnenwärme schlechthin nur

$$q = 2\pi.\,\text{ſin}\,\delta = 2\pi.\,\text{ſ}\lambda.\,\text{ſ}x.$$

Demnach

$$v = e^{-x:\theta} \cdot \int e^{x:\theta} \cdot \text{ſ}\lambda$$

$$v = 2\pi\,\text{ſ}\lambda.\,e^{-x:\theta} \int e^{x:\theta}\,\text{ſ}x.\,dx + 2\pi\,\text{ſ}\lambda.\,e^{-x:\theta} \cdot M,$$

wo M, die nach der Integration zu addirende beständige Größe ist. Die Integration gibt

$$v = \frac{2\pi\,\text{ſ}\lambda.\,\theta}{1+\theta\theta}\left[\text{ſ}x - \theta\,\text{coſ}\,x + M.\,e^{-x:\theta}\right]$$

§. 639.

Es sey nun A die zu Ende des Winters noch übrige Sonnenwärme, so wird $v = A$, wenn $x = 0$ ist. Dadurch erhält man

$$M = \theta - \frac{A(1+\theta\theta)}{2\pi\theta.\,\text{ſin}\,\lambda}$$

§. 640.

Ferner sey B die Wärme zu Ende des Sommers; so ist $v = B$, wenn $x = \pi$ ist. Und dieses gibt

$$B = \frac{2\pi\,\text{ſ}\lambda.\,\theta}{1+\theta\theta}\left[\theta + M.\,e^{-\pi:\theta}\right]$$

oder

$$B = \frac{2\pi\,\text{ſ}\lambda.\,\theta\theta}{1+\theta\theta} + \left(\frac{2\pi\,\text{ſ}\lambda\,\theta\theta}{1+\theta\theta} - A\right).\,e^{-\pi:\theta}$$

Diese Wärme B nimmt den Winter durch logarithmisch ab, so daß sie zu Ende des Winters wiederum $= A$ wird. Daher haben wir

$$B.\,e^{-\pi:\theta} = A$$

demnach

$$\frac{2\pi\,\text{ſ}\lambda.\,\theta}{1+\theta\theta}\left[\theta + M\cdot e^{-\pi:\theta}\right].\,e^{-\pi:\theta} = \frac{2\pi.\,\text{ſ}\lambda.\,\theta}{1+\theta\theta}\,[-\theta + M]$$

woraus

$$M = \frac{\theta}{1 - e^{-\pi : \theta}}$$

folgt.

§. 641.

Daraus ergibt sich nun für den Sommer oder für die Zeit von o ♈ bis o ♎

$$v = \frac{2\pi\theta.\,\mathrm{s}\lambda}{1+\theta\theta}\left[\mathrm{s}x - \theta.\cos x + \theta.\,e^{-x:\theta} : \left(1 - e^{-\pi:\theta}\right)\right]$$

Und wenn $\theta = \frac{3}{4}$ gesetzt wird

$$\begin{aligned} v = {} & 1{,}2012577.\,\mathrm{s}x \\ & - 0{,}9009433.\cos x \\ & + 0{,}9148163.\,e^{-4x:3} \end{aligned}$$

§. 642.

Hieraus folgt sodann für o ♎, $x = \pi$, und

$$v = 0{,}9148161.$$

Und dann den Winter über für jede Zeit $x - \pi$, wenn nemlich x immer von o ♈ gezählt wird

$$v = 0{,}9148161.\,e^{-4(x-\pi):3}.$$

§. 643.

Für den Polarcircul finde ich für die Zeit von o ♈ bis o ♋

$$\begin{aligned} v = {} & -0{,}3507323\,x.\,\mathrm{s}x - 0{,}2630492.\,x.\cos x + 0{,}0507468.\,e^{-4x:3} \\ & + 0{,}7583909.\,\mathrm{s}1x + 0{,}2141517.\cos 1x \\ & + 0{,}0044732.\,\mathrm{s}3x + 0{,}0019881.\cos 3x \\ & - 0{,}0000650.\,\mathrm{s}5x - 0{,}0000173.\cos 5x \\ & + 0{,}0000001.\,\mathrm{s}7x + 0{,}0000004.\cos 7x \end{aligned}$$

Ferner für die Zeit von o ♋ bis o ♑, wenn $x - \frac{1}{2}\pi = \xi$ gesetzt, und demnach ξ von ♋ an gezählt wird.

$$\begin{aligned} v = {} & -0{,}2630492.\,\xi.\,\mathrm{s}\xi - 0{,}3507323.\,\xi.\cos\xi + 0{,}4120958.\,e^{-4\xi:3} \\ & + 1{,}4537421.\,\mathrm{s}1\xi + 0{,}8943961.\cos 1\xi \\ & - 0{,}0019881.\,\mathrm{s}3\xi + 0{,}0044732.\cos 3\xi \\ & - 0{,}0000173.\,\mathrm{s}5\xi + 0{,}0000650.\cos 5\xi \\ & - 0{,}0000001.\,\mathrm{s}7\xi + 0{,}0000004.\cos 7\xi \end{aligned}$$

Und endlich, wenn $x - \pi = \psi$ gesetzt, und demnach ψ von o ♑ an gezählt wird, ist für die Zeit von o ♑ bis o ♋

$$
\begin{aligned}
v = & -0{,}2630492.\psi.\text{ſ}\,\psi - 0{,}3507323\,\psi\,\text{coſ}\,\psi + 0{,}4120958.\,e^{-4\psi:3} \\
& + 0{,}6273484.\,\text{ſ}\,1\,\psi - 0{,}2074619.\,\text{coſ}\,1\,\psi \\
& - 0{,}0019881.\,\text{ſ}\,3\,\psi + 0{,}0044732.\,\text{coſ}\,3\,\psi \\
& - 0{,}0000173.\,\text{ſ}\,5\,\psi + 0{,}0000650.\,\text{coſ}\,5\,\psi \\
& - 0{,}0000001.\,\text{ſ}\,7\,\psi + 0{,}0000004.\,\text{coſ}\,7\,\psi
\end{aligned}
$$

§. 644.

Nach diesen Formeln erhält man nun folgende Werthe der Wärme v

☉		Aequator.	Wendekreis.	45°. Polhöhe.	Polarcircul.	Pol.
♈.	0	1, 4470270	1, 1583951	0, 7333617	0, 2668694	0, 0138730
♉.	15	1, 4614089	1, 3836172	1, 1364054	0, 7587306	0, 5333814
♋.	0	1, 3946908	1, 5530852	1, 4882532	1, 3110305	1, 3139125
♌.	15	1, 3829646	1, 6164102	1, 5893468	1, 4595261	1, 5260133
♎.	0	1, 4470270	1, 5172449	1, 3804103	1, 0932814	0, 9148161
♏.	15	1, 4614089	1, 2990356	0, 9844194	0, 5612284	0, 3210271
♑.	0	1, 3946908	1, 0846186	0, 6388552	0, 2091726	0, 1126548
♒.	15	1, 3829646	1, 0243382	0, 5382702	0, 0960450	0, 0395320
♈.	0	1, 4470270	1, 1583951	0, 7333617	0, 2668694	0, 0138730

§. 645.

Nach den Zahlen dieser Tafel, so wie auch nach andern nachgehends berechneten, habe ich nun die 35ste Figur gezeichnet, welche demnach die jährliche Veränderung der Wärme unter den Polhöhen mit einem Anblicke übersehen läßt. 35. Figur. Der Maasstab dazu ist noch auf eine doppelte Art unbestimmt, und muß mittelst wirklicher Erfahrungen keuntlich gemacht werden. Denn erstlich ist die Wärmkraft der Sonne in Graden des Thermometers zu bestimmen, und eben so muß auch noch erörtert werden, wie groß die mittlere Grundwärme ist. Aus Vergleichung von mehrern Beobachtungen ist es mir wenigstens vorgekommen, daß die in der Figur voranstehenden Fahrenheitschen Grade eben nicht viel fehlen werden. Die Sommerwärme fällt aller Orten zwischen den 84sten und 96sten Grad. Und dieses ist auch, was dem Mittelschlage nach die Beobachtungen aus allen Ländern angeben. Nur verstehe ich dadurch nicht solche Sommer, wo zuweilen mitten in den Hundstagen das Thermometer unter dem temperirten steht. Das ist keine Sommerwärme im eigentlichen Verstande. Die Winterkälte fängt unter dem 36sten Grad der Polhöhe an, bis zum Frierpunct zu reichen. Es ist dieses der Parallelkreis von Gibraltar, Maltha, Candia, Rhodus, Aleppo, Japon, Carolina ꝛc. Ich nenne hier lauter Oerter, die wenig über der Meeresfläche erhöht sind, weil es an höher gelegenen Oertern überhaupt kälter ist. (§. 421.) Unter den hier genennten Oertern möchte der Winter an den erstern eher gelinder seyn, aber in Carolina ist er, allen Nachrichten zufolge, ungleich strenger. Es ist hier genug, wenn die Bestimmung von dem wahren Mittel nicht merklich abweichet. Der Grad 0 für die Winterkälte geht durch den 56sten Grad der Breite, und demnach durch Edinburg, Aarhuus, Memel, Kamschatka, die Hudsonsbay ꝛc. An den zwey ersten dieser Oerter ist der Winter selten so strenge, destomehr aber an den letztern. Und so hält die Bestimmung ziemlich das Mittel. Dieses Mittel ist nun eigentlich, was ich mir hier zu berechnen vorgesetzt habe, und wozu die Fahrenheitsche Stuffenleiter in der Figur eingerichtet ist. Da sie aber sehr von den Umständen des Ortes abhängt, wo man beobachtet, so muß freylich in der Anwendung auf besondere Fälle eine oft nicht geringe Aenderung vorgenommen werden. Man erhält z. E. oft über doppelt weniger Grade, wenn man für jeden Monat warme und kalte Tage durch einander rechnet, und daher nicht bloß auf die Wirkung der Sonne, sondern auf alle zufällige Ursachen Rücksicht nimmt Dieses macht, daß die der Figur beygezeichnete Stuffenleiter für den bewohntern Theil von Europa nicht ein solches Mittel angibt, sondern den äußersten Graden sehr nahe kömmt.

§. 646.

Man sieht ferner aus der Figur, was man in der mathematischen Geographie von allen Zeiten her gesagt hat, daß nemlich unter dem Aequator das Jahr durch zweymal Sommer und zweymal Winter ist. Nur sind diese Winter daselbst von den Sommern sehr wenig verschieden. Die französischen Academiker haben auch ausdrücklich angemerkt, daß in Peru die täglichen Veränderungen des Thermometers ordentlich größer als die jährlichen sind. Man sieht aus der Figur, daß letztere nur etwa 6 Fahrenheitsche oder $2\frac{2}{3}$ Reaumursche Grade betragen. Hingegen folgt aus (§. 618 624.), daß unter dem Aequator die tägliche Veränderung der Wärme, dem Mittelschlage nach $7\frac{1}{2}$ Reaumursche oder 17 Fahrenheitsche Grade betragen könne.

§. 647.

Ferner zeigt die Figur, daß vom Wendekreise bis zum Pole die größte Sommerwärme gegen das Ende des Heumonats eintrift. Dazu hatte ich nun für die Mitte der gemäßigten Zone die Subtangente $\theta = \frac{1}{4}$ gesetzt. (§. 633). Man sieht zugleich auch, daß die Sommerwärme unter dem Pole zwar etwas größer als unter dem Polarkreise, und selbst auch größer als unter dem Aequator ist, dabey aber von der Sommerwärme des südlichen Theiles der gemäßigten Zone übertroffen wird. Dieses bestimmt nun näher, was es mit dem, was Halley suchte, (§. 595.) für eine Bewandtniß hat.

§. 648.

Die größte Winterkälte in der gemäßigten Zone fällt auf das Ende des Jenners. In den beyden andern Zonen kann dieses nicht statt finden. Denn in dem heißen Erdgürtel hat man jährlich zween Winter. Man sieht aber aus der Figur, daß unter der Breite von 11°. 44′ oder mitten zwischen dem Aequator und dem Wendekreise, der eine Winter die Fortsetzung des ersten Sommers ist. In der kalten Zone fällt die größte Kälte nothwendig erst nach dem Tage ein, da die Sonne wieder anfängt über den Horizont empor zu kommen. Demnach kann sie unter dem Pole erst gegen das Ende des Merzen eintreffen. Dessen nnerachtet zeigt die Figur, daß sie unter dem Polarkreise wenig geringer als unter dem Pole selbst ist, und der Unterschied etwa 5 Fahrenheitsche Grade beträgt.

§. 649.

Die größte Wärme unter dem Wendekreise fällt auf den 96sten Grad, und die größte Kälte unter dem Pole auf — 18 Gr. Diesen Graden entsprechen in der vorstehenden Tafel (§. 644.) Die Zahlen

	1, 6164	: : :	+ 96 Gr.
	0, 0139	: : :	— 18 Gr.
Unterschied :	1, 6025		114 Gr.

Also liegt in der Tafel eine Einheit zum Grunde, welche 71 Fahrenheitsche oder $31\frac{1}{2}$ Reaumursche Grade oder 146 Grade des Luftthermometers, demnach ungefähr den 7ten Theil der absoluten Wärme beträgt. Es geben nun aber die Zahlen der Tafel, die von der Sonne herrührende Wärme an. Damit fällt 0 auf den — 19ten Fahrenheitschen Grad, den man folglich als den Grad der mittlern Grundwärme ansehen kann. Es zeigt sich also, daß unter dem Pol zu Ende des Winters oder des Merzen kaum mehr als die Grundwärme übrig bleibt. Da die Nacht daselbst ein halbes Jahr dauert, so hat freylich der Boden Zeit genug, alle von der Sonne erlangte Wärme wieder zu verlieren.

§. 650.

Um die Art, wie sich die Sonnenwärme und Winterkälte nach den verschiedenen Polhöhen ändert, besser anzugeben, habe ich die 36ste Figur gezeichnet, wo die Abscissen die Grade der Polhöhe, die Ordinaten aber die Grade der Sommerwärme und Winterkälte vorstellen. Mitten zwischen beyden krummen Linien geht noch eine punctirte, welche für jede Polhöhe das Mittel zwischen der Sommerwärme und Winterkälte angibt. Dieses Mittel ist aller Orten über dem Frierpunct, und in der kalten Zone fast durchaus gleich, jedoch unterm Pol, um etwas weniges größer als zwischen dem 70sten und 80sten Grad der Breite. So weit dieses Mittel über dem — 19ten Grad des Fahrenheitschen Thermometers Figur 36.

ist, (§. 649.) zeigt es den beständigen Theil der Sonnenwärme an. Will man demnach diesen mit zur Grundwärme rechnen, so wird die gesammte Grundwärme durch die Ordinaten der punctirten Linie vorgestellt. Die größte Sommerwärme trift auf den 33sten oder 34sten Grad der Breite, und dann auf den Pol. Denn man sieht, daß die Linie ein doppeltes Maximum und so auch ein doppeltes Minimum hat. Die geringste Sommerwärme ist unter dem Aquator und dann auch beym Polarcircul. Die Winterkälte nimmt hingegen in einem fort ab. Ich muß aber doch zu besserer Aufklärung sagen, daß ich diese Linien, mittelst derer von der 34sten Figur gezeichnet habe. Es wird daher von den zween Wintern, die jährlich in der heißen Zone statt haben, hier eigentlich der kältere verstanden, wo neinlich die Sonne am weitesten vom Scheitelpunct entfernt ist. Denn unter dem Wendekreise hat dieser allein statt. Und unter dem Aequator sind beyde gleich. Der weniger kalte nähert sich demnach der größten Sommerwärme destomehr, je mehr man vom Aequator näher gegen den Wendekreis fortrückt. Die Sonne ersetzt durch die längern Tage, was sie wegen der geringern Mittagshöhe nicht geben kann.

Fünftes Hauptstück.

Einige Anmerkungen.

§. 651.

Mit der in beyden vorhergehenden Hauptstücken vorgetragenen Theorie haben sich nach Halley mehrere beschäftigt. Wolf sahe in seiner Abhandlung vom kalten Winter 1709, ganz wohl ein, daß Halley einen guten Anfang gemacht hatte. Er fand aber zum Weitergehen so viele Schwierigkeiten, daß er es lieber ganz unterließ. Mairan glaubte in den Pariser Memoires 1719. weiter gehen zu können, und zwar mit einem solchen Anschein von Genauigkeit, daß er so gar die Stralenbrechung mit in die Rechnung zieht, und die Schwächung des Sonnenlichtes durch die Luft ebenfalls mitnimmt. Dann nimmt er statt aller Sonnenhöhen, die vom Mittage, und statt ihres Sinus das Quadrat desselben. Dieses, wegen der Refraction und Schwächung des Lichtes durch die Luft reducirt, multiplicirt er durch die Tageslänge, und dividirt was herauskömmt durch die Nachtlänge, und so soll der Quotient der Sonnenwärme proportional seyn. Auf diese Art findet er für die Polhöhe von Paris die Sonnenwärme für o ♋ 66mal größer als für o ♑, und letztere setzt er dem $\frac{1}{393}$ten Theil der Grundwärme gleich. Eigentlich dividirt Mairan nicht durch die Nachtlänge, sondern er multiplicirt die Tageslänge von o ♋ mit der Nachtlänge von o ♑, und hinwiederum die Tageslänge von o ♑ mit der Nachtlänge von o ♋. Dieses hat aber keinen Verstand.

Denn was soll eine Winternacht mit einem Sommertag oder eine Sommernacht mit einem Wintertag? Sie haben außer der gleichen Länge weiter nichts gemein. Mairan kehrt, wenn er die Sommernacht für den Sommer, und die Winternacht für den Winter will verstanden wissen, das Verhältniß um, und so ist es eben so viel, als wenn er wirklich dividirte. Vielleicht kam ihm in Sinn, daß beym Dividiren unter dem Polarcircul die Wärme für o ♋ unendlich groß, und die für o ♑ = o würde herauskommen. Und da ist ersteres zu sehr anstößig. Das Quadrat des Sinus der Sonnenhöhe hat hier keine Bedeutung. Es kömmt bloß auf die Menge und Dichtigkeit der Sonnenstralen, nicht aber auf den Stos gegen eine ebene Fläche an. Nicht die Feuertheilchen so aufstoßen und daher nothwendig wieder zurückprallen, sondern die, welche nicht an der Fläche aufstoßen, sondern in den zu erwärmenden Körper hineingehen, vermehren die Anzahl der Feuertheilchen oder die Wärme desselben. Dieses ist der Grund, warum schwarze Körper an der Sonne wärmer werden als weiße. (§ 250.) Den Sinus der Mittags-Sonnenhöhe, oder auch, wenn es doch seyn sollte, dessen Quadrat mit der Tageslänge multipliciren, das würde allenfalls angehen, wenn die Sonne den ganzen Tag über gleiche Höhe hätte. Das Product durch die Nachtlänge dividiren, hat gar keinen Verstand. Jedoch, es ist unnöthig, mich hiebey länger aufzuhalten. Ich mußte es wenigstens anführen, um zu sagen, daß Mairans Verfahren mir nicht unbekannt war, und daß ich davon nichts habe gebrauchen können.

§. 652.

Eben so giengs mir mit Eulers Versuche in den Comment. Acad. Petrop. T. XI. 1739, wo erstlich vermuthet wird, daß da der Sinus der Sonnenhöhe die Nacht über negativ wird, dieses das Maaß der nächtlichen Erkältung vorstellen dürfte, Diese Vermuthung wird aber bald verworfen, weil die Kälte um Mitternacht am größten seyn müßte, da sie es doch offenbar bey Aufgange der Sonne ist. Bald darauf wird diese Vermuthung wenigstens als eine Hypothese, deren Fehler bekannt ist, und deren Verbesserung nachgeholt werden kann, wieder vorgenommen, und dann nach langen Rechnungen wieder verworfen, weil aus diesen Rechnungen folgen würde, die größte Kälte auf dem Erdboden müßte in den Mitternachtsstunden unter dem Aequator seyn ꝛc.

§. 653.

Was nun Mairan und Euler durch lange Schlüsse und Rechnungen nicht erhalten konnten, das suchte Mayer, der Verbesserer der Mondstafeln, durch bloßes Schätzen zu erhalten, und zwar mit ziemlichem Erfolge. Seine Schrift, womit der 1ste Band seiner Opp. inedit anfängt, ist eine Probe, daß ein wenig Beurtheilungskraft oft weiter als die verwickeltesten Rechnungen reichet. Mayer drückt also, mehr in Form eines Beyspiels als nach genauen Beobachtungen, den mittlern Grad der Wärme für jede Polhöhe p, nach dem Reaumurschen Thermometer durch $12 + 12 \cos 2p$

aus. Dieser Grad soll nun eigentlich der seyn, den die Ordinaten der punctirten krummen Linie in der 35sten Figur vorstellen. Wenn diese Linie genau eine Sinuslinie wäre, so würde Mayer die Sache getroffen haben, und es würden nur die Coefficienten einiger Verbesserung bedürfen. Der Unterschied ist übrigens in der That geringe. Man sieht leicht, daß Mayer Rücksicht darauf genommen, daß die mittlere Wärme unter dem Aequator ein Maximum unter dem Pole aber ein Minimum seyn müsse. Dieser Bedingung leistet er durch seinen Ausdruck $12 + 12 \cos 2p$. Genüge. Das ist aber freylich nicht genug, weil = viel allgemeinere Ausdruck

$$a + b \cos 2\varphi + c \cos 4\varphi + \&c.$$

es auch thut.

§. 654.

Der mittlere Grad der Wärme fällt geringer aus, wenn ein Ort über der Meeresfläche erhöht ist. Mayer rechnet auf 600 Pariser Fuß oder 100 Lachter einen Reaumurschen Grad. Hieran ist nach (§. 421.) nur darinn gefehlt, daß die Wärme nicht nach arithmetischer Progreßion, sondern immer langsamer abnimmt.

§. 655.

Ferner setzt Mayer, die größte Sommerwärme und Winterkälte treffe unter größern Polhöhen später nach den Tagen der Sonnenwenden ein. Er gibt davon eine Tafel, die so ziemlich nach der Formel ($28 - 28 \cos 2p$ Tage) berechnet ist. Dieses ist nun aber nicht sehr richtig. Mayer besann sich nicht, daß unter dem Aequator nicht die größte, sondern die geringste Wärme auf die Sonnenwende folgt, und daß unter dem Pol die größte Kälte auf das Ende des Merzen, demnach über 90 Tage nach ☉ ♑ eintrift.

§. 656.

Die halbe jährliche Veränderung stellt Mayer in einer Tafel vor, die nach $13. \sin p$ berechnet zu seyn scheint. Unter dem Aequator müßte sie also $= 0$ seyn, welches doch nicht ist. (§. 646.) Unter dem Pol ist sie gewiß größer als 13 Reaumursche Grade. Denn selbst in Deutschland wird sie nicht geringer seyn, wo die äußersten Grade von $- 18$ bis $+ 27$ gehen, und folglich die größte Veränderung 45 Grade beträgt.

§. 657.

Die jährliche Veränderung läßt Mayer überhaupt nach $a \int x$ fortgehen, so daß er die Grade x von dem Tage anrechnet, der 3 Monat auf den Tag der größten Kälte folgt. Diese Regel hat die vorhin (§. 656.) angezeigten Ausnahmen. Unter dem Aequator müßte eher von $\int 2x$ als von $\sin x$ die Rede seyn, weil daselbst zween Winter und zween Sommer sind. (§. 636.)

§. 658.

Endlich setzt Mayer die tägliche Veränderung auf 8 Grade, die größte Tageswärme auf 2, 3 bis 4 Uhr Nachmittag, die kleinste beym Aufgange der Sonne, und proportionirt das übrige stundenweise nach Verschiedenheit der Tageslänge, so gut es angehen konnte. Er bedauert den Mangel von Beobachtungen, die ihm freylich mehr und bestimmtere Kenntnisse würden an die Hand gegeben haben. Seine Abhandlung ist auch eigentlich nur eine Anleitung, wie man gute Beobachtungen mit einer zwar noch unvollständigen, aber eben nicht ganz fehlschlagenden Theorie vergleichen, und beyde nach und nach verbessern könne. So, sagt Mayer, haben es von je her die Astronomen gemacht. Sie nahmen erst den bloßen Schein an, und nach und nach klärte sich ihnen das Wahre auf.

Sechstes Hauptstück.

Anwendung der Theorie auf Beobachtungen.

§. 659.

Ueber die bey der Berechnung der jährlichen Wärme gebrauchte Differentialformel (§. 630.) lassen sich nun eben die Anmerkungen machen, die ich kurz zuvor (§. 626. 627.) über die von der täglichen Erwärmung gemacht habe. Der Coefficient n (§. 626.) wird bey beyden nothwendig, und die Erkältungs-Subtangente θ leidet so, wie 7 (§. 627.) einige Veränderung, wenn man auf den Unterschied sieht, daß nicht jeder Boden die Sonnenwärme mit gleicher Leichtigkeit annimmt oder wieder verlieret. Da nun eine solche Aenderung, wo sie nöthig ist, ebenfalls eine Aenderung der Coefficienten in den Integralgleichungen nach sich zieht, so wird es genug seyn, wenn wir nur die allgemeine Form davon

$$\begin{aligned} v = {} & A \\ & + B.\ \sin x + b \cos x \\ & + C.\ \sin 2x + c \cos 2x \\ & + \&c. \end{aligned}$$

beybehalten, und diese Reihen als sehr schnell convergirend ansehen, (§. 634—636.) so daß kaum mehr Glieder als die hier angezeigten nöthig sind.

§. 660.

Dieser Ausdruck verwandelt sich ohne Mühe in einen andern von folgender Form

$$v = A + B.\ \sin(x + \delta) + \gamma.\ \sin(2x + \varepsilon)$$

welcher zum Gebrauche bequemer ist.

§. 661.

Als ich 1758 die 11jährigen Doppelmayerschen Wetterbeobachtungen vornahm, um die barometrischen Veränderungen mit dem Mondlaufe zu vergleichen, zeichnete ich mir zugleich die größten und kleinsten monatlichen Grade des Thermometers aus. Doppelmayer sagt, daß es ein Fahrenheitisches sey. Aus den Graden selbst aber läßt es sich schließen, daß es nach der ältesten Fahrenheitischen Art (§. 111.) eingetheilt gewesen seyn muß. Die Beobachtungen sind zu Nürnberg angestellt, und folgende:

Größte monatliche Grade.

	Januar.	Febr.	Mart	Apr.	May.	Jun.	Jul.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
1732	— 16	— 1	12	27	44	39	50	43	42	23	15	— 17
1733	— 7	— 1	2	25	36	40	51	44	37	19	4	4
1734	2	6	8	20	34	37	42	40	48	23	— 5	— 15
1735	— 8	— 7	10	31	29	42	53	40	42	29	— 2	2
1736	— 16	— 9	7	26	36	40	51	53	38	18	5	— 10
1737	— 5	— 7	4	15	35	44	53	41	43	20	— 1	— 11
1738	— 15	— 11	0	26	40	49	39	53	32	27	0	0
1739	— 9	8	12	6	55	45	55	40	40	18	—12	— 5
1740	— 23	— 28	—10	13	32	37	47	44	48	18	0	5
1741	— 7	+ 2	0	18	32	35	50	47	34	28	16	— 7
1742	— 8	— 5	— 3	4	18	48	53	43	35	14	— 1	— 17
Mittel	—10, 2	—4,8	3, 8	19, 2	35, 5	41, 5	49, 5	44, 4	39, 9	21, 5	1, 7	—6, 5

Kleinste monatliche Grade.

	Januar.	Febr.	Mart	Apr.	May.	Jun.	Jul.	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec.
1732	— 43	— 34	— 3	2	7	11	19	25	13	0	—17	— 52
1733	— 19	— 25	—17	— 7	4	17	32	25	2	— 6	—16	— 23
1734	— 34	— 34	—14	1	6	22	24	25	10	— 1	—31	— 41
1735	— 24	— 29	—12	—13	6	18	23	22	18	— 8	—22	— 33
1736	— 45	— 26	—25	— 1	3	20	19	24	6	— 2	—29	— 23
1737	— 24	— 27	—11	— 6	13	16	24	18	17	— 7	—20	— 30
1738	— 45	— 36	—16	— 1	—4	20	24	24	18	— 3	—34	— 34
1739	— 34	— 13	—11	— 4	4	18	28	24	11	—12	—33	— 23
1740	— 58	— 51	—32	—17	—3	13	21	25	21	—16	—26	— 42
1741	— 34	— 19	—18	—20	—5	17	28	22	16	7	—23	— 29
1742	— 48	— 36	—28	—26	1	18	24	18	0	— 1	—17	— 54
Mittel	—37, 1	—30,0	17,0	8, 4	2, 9	17, 3	24, 2	22, 9	12, 0	—4,5	24, 4	—34,9

Das Mittel aus allen.

—23, 6	—17, 4	—6,6	5, 4	19, 2	29, 4	36, 9	33, 6	26, 0	8, 5	—11,3	—20, 7

und für das ganze Jahr + 6, 6.

§. 662.

Nach diesen Zahlen habe ich die 37ste Figur gezeichnet. Die beyden äus- 37. Figur. sersten krummen Linien geben die äußersten während den 11 Jahren beobachteten Grade an. Sie sind nicht ganz regulär. Es ist aber auch nicht vermuthlich, daß in den 11 Jahren, und in jedem Monate die wahren äußersten Grade, wenigstens einmal statt gefunden haben. Die beyden andern Linien zeigen das Mittel aus den größten und kleinsten Graden, und haben schon merklich mehr Regularität. Doch mußte ich, um sie regulär zu machen, einigemale neben den Punkten vorbeyziehen. Die mittelste Linie gibt das Mittel aus den sämmtlichen Graden vorstehender Tafel an, und geht sehr ordentlich durch alle Puncte. Die Monate sind so, wie die Ordinaten für die Mitte eines jeden Monats zu verstehen. Ich finde nun, daß, wenn die Ordinaten vom 15ten Merz an gezählt und durch φ Grade vorgestellt werden, die Natur der mittlern Linie sehr genau durch

$$v = 8,5 + 31,3 \cdot \sin(\varphi - 32^\circ.\ 14') + 2,8 \cdot \sin(2\varphi - 62^\circ.\ 0')$$

vorgestellt wird. Eine Gleichung, welche die der Theorie gemäße Form hat. (§. 660.) Hier ist die Vergleichung

Monat.	Rechnung.	Beobacht.	Monat.	Rechnung.	Beobacht.
Januar.	−24, 3	−23, 6	Jul.	+37, 9	+ 36, 9
Februar.	−19, 2	−17, 4	Aug.	+35, 8	+ 33, 6
Merz.	− 7, 3	− 6, 6	Sept.	+26, 1	+ 26, 0
April.	+ 5, 8	+ 5, 4	Oct.	+ 8, 2	+ 8, 5
May.	+20, 0	+19, 2	Nov.	− 9, 0	− 11, 3
Jun.	+30, 7	+29, 4	Dec.	−21, 9	− 20, 7

Man nehme mit, daß der lange und kalte Winter 1740 mit unter den 11 Jahren vorkömmt, welcher schon im October anfieng, so wird man einigermaaßen begreifen, daß ungeachtet die Rechnung für den Dec. Jan. Febr. und Merz mehr Kälte angibt, sie dennoch für den Nov. zurück bleibt. Sie hält also dennoch das Mittel. Nach der Gleichung fällt die größte Wärme auf den 21sten oder 22sten Jul. Demnach 4 Wochen nach 0 ♋.

§. 663.

Folgende Bestimmungen für alle Tage des Jahres sind das Mittel aus den 40jährigen Beobachtungen des Marchese Poleni (§. 80.) zu Padua, von Hrn. Toaldo in Reaumurische Grade verwandelt.

Mittlere Nachmittagswärme zu Padua.

	Jan.	Febr	Marr	April	May	Juny	July	Aug.	Sept.	Oct.	Nov.	Dec
1	3,7	4,3	7,5	0,2	14,5	18,8	20,9	21,8	20,7	17,3	11,6	6,7
2	4,2	4,3	7,5	0,6	14,7	18,6	21,1	21,7	20,6	17,1	11,7	6,4
3	4,1	4,2	7,6	10,9	14,9	18,7	21,0	21,7	20,2	17,1	11,0	6,4
4	4,1	4,2	7,8	11,3	15,2	18,8	21,0	21,7	19,6	16,4	10,9	6,3
5	3,6	4,6	8,0	12,0	15,3	18,7	21,1	21,9	20,1	16,4	11,2	6,0
6	3,5	4,6	8,2	11,4	15,3	18,9	21,1	21,7	20,1	16,2	10,6	6,0
7	3,7	4,7	8,3	11,2	15,6	18,7	21,2	21,7	20,1	15,9	10,4	6,1
8	3,5	4,8	8,3	11,4	15,6	18,8	21,2	21,7	20,2	16,2	9,9	5,8
9	3,4	5,2	8,3	11,9	15,8	18,7	21,1	21,7	20,1	15,9	10,1	5,8
10	3,5	5,5	8,1	11,8	15,9	18,8	21,0	21,8	20,1	15,7	9,7	5,8
11	3,3	5,7	8,4	12,1	16,0	19,2	21,5	21,7	20,0	5,5	10,0	5,7
12	3,3	6,0	8,2	11,9	16,4	19,1	21,6	21,6	19,8	15,2	10,0	5,4
13	3,5	5,7	8,3	12,2	16,2	19,3	21,8	21,6	19,6	15,1	9,7	5,4
14	3,4	5,4	8,3	12,2	16,1	19,7	21,7	21,6	19,6	14,9	9,5	5,3
15	3,5	5,2	8,5	12,5	16,4	19,9	21,9	21,4	19,6	14,8	9,5	5,4
16	3,4	6,4	8,7	1[illegible],0	16,6	20,0	21,9	21,5	19,4	14,7	9,1	5,3
17	3,2	5,9	8,7	12,7	16,[illegible]	20,0	21,9	21,4	19,1	14,7	8,3	5,4
18	3,3	6,0	9,0	13,0	16,4	20,2	22,4	21,0	19,1	14,2	8,6	5,3
19	3,5	6,6	9,3	13,1	16,5	20,[illegible]	22,2	21,0	18,9	14,1	8,4	5,2
20	3,5	6,6	9,8	13,3	16,6	20,7	22,1	20,9	8,7	13,9	8,3	5,0
21	3,6	6,8	9,8	13,7	16,9	20,8	22,2	21,0	18,4	13,9	8,0	5,0
22	3,5	6,8	9,7	13,5	16,8	20,8	22,1	21,1	18,2	13,2	7,5	4,9
23	3,9	7,0	9,8	14,1	16,9	20,7	22,2	21,0	18,2	13,2	7,8	4,9
24	3,8	7,0	9,8	14,6	17,2	20,7	22,3	21,0	18,2	13,2	7,3	4,6
25	3,8	6,9	9,8	14,0	17,3	20,7	22,3	21,2	18,0	13,0	7,3	4,5
26	3,8	5,7	9,7	14,1	17,6	20,7	22,1	21,0	17,6	12,8	7,2	4,6
27	3,9	7,0	9,7	13,8	17,5	20,7	22,1	21,0	17,5	12,8	7,2	4,5
28	4,5	7,0	9,8	13,9	17,7	20,7	22,1	20,9	17,3	12,8	7,0	4,4
29	4,1	6,6	9,8	14,1	17,8	20,[illegible]	22,1	20,8	17,3	12,9	7,1	4,4
30	4,1		9,9	14,2	18,2	20,8	22,1	20,7	17,1	11,9	6,9	4,1
31	4,3		10,1		18,4		22,1	20,5		12,[illegible]		4,0

Das Thermometer hieng in einem Zimmer, das die Mittags-Sonne hatte. Dieser Umstand hat seinen besondern Einfluß auf die Grade, so das Thermometer zeigt. (§. 170—176.) Die Winterkälte dringt nie so viel in die Zimmer, als sie in freyer Luft herrschet. Eine etwas anhaltende Sommerhitze, zumal bey offenen Fenstern, dringt selbst in die gegen Mitternacht liegende Zimmer hinein. Es ist aber in Italien, wegen der großen Hitze üblich, dem Sonnenlichte den Zugang in die Zimmer zu benehmen, und die Mittagsstunden mit Schlafen zuzubringen. Ich kann nun nicht sagen, ob der Marchese Poleni seinem Thermometer zu gefallen, anders verfahren. Die größte Hitze in den 40 Jahren trift auf den 93sten Grad des Fahrenheitschen Thermometers, und die größte Kälte auf den 25sten. (§. 80.) Erstere könnte gar wohl größer, und letztere ebenfalls bey einem tiefern Grade seyn. Doch dieses sind besondere Umstände des Ortes, und wollen nur sagen, daß man aus der Tafel auf die Wärme und Kälte der Taroiser Mark in freyer Luft nicht so ganz unbedingt schließen könne. Da indessen das Thermometer immer an gleichem Orte blieb, so kann das Mittel aus allen Beobachtungen allerdings die Regularität haben, die es hat. Ich habe die Grade von jedem Monat addirt, und die Summe durch die Anzahl der Tage getheilt, um die mittlere Wärme eines jeden Monates zu erhalten. Diese ist folgende:

Monat.	Grad.	Monat.	Grad.
Jan.	3, 69	Jul.	21, 66
Febr.	5, 75	Aug.	21, 33
Mart.	8, 86	Sept.	19, 11
April	12, 62	Octob.	14, 63
May	16, 30	Nov.	9, 08
Jun.	19, 77	Dec.	5, 31

und der mittlere Grad vom ganzen Jahre ist 13, 17.

Nach diesen Zahlen habe ich eine krumme Linie gezeichnet, indem ich die Monate als Abscissen und die Grade als Ordinaten vorstellte. Die Linie war sehr regulär. Nur war der aufwärts gehende Theil weiter als der abwärtsgehende, und dieses scheint anzuzeigen, daß die Sommerhitze länger dauerte als die Winterkälte. Es kann aber auch seyn, daß das Thermometer der größten Sommerhitze nicht genug ausgesetzt war. So viel fand ich, daß, wenn ich die Grade nach der Formel

$$v = 13{,}40 + 9{,}73 \cdot \text{f}\varphi - 1{,}25\ \text{f}\, 2\varphi$$

berechnete, wo φ vom 21sten April an in Graden gezählt wird, diese Formel mit den Graden vom October an, bis zum Julio sehr gut übereintraf, hingegen den größten Grad der Wärme, um 2 Grade größer angab, und so in dem Jul. Aug. und Sept. von den Beobachtungen stuffenweise mehr und dann immer wiederum weniger abwich.

§. 664.

Algier liegt noch mehr nach Süden unter der Breite von 36 Gr. 50 Min. Reaumur hat daselbst mit seinem Thermometer Beobachtungen anstellen lassen. Von der Nachmittagswärme giebt folgender Auszug einen Begriff, wo ich nur anzeige, wie vielmal das Thermometer bey, oder etwas über einem jeden Grad beobachtet worden. Dasselbe hieng auf einem Gange Nordwärts am Schatten.

1735	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
Jun.						1		4	8	9	4	4					
Jul.												21	7	3			
Aug.													9	10	5	1	
Sept.											1	15	8	5			
Oct.										1	6	16	7	1			
Nov.					1	9	3	1	6	7	3						
Dec.				5	14	12											
1736	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Jan.		3	4	12	10	2											
Febr.	1	4	8	11	4	1											
Mart			1	5	17	5	3										
Apr.				1	5	7	10	5	2								
May						1	2	5		13	3	7					
Jun.										1	6	18	2	3			
Jul.												4	4	7	7	8	1
Aug.													1	7	14	8	1
Sept.											3	5	11	8	3		
Oct.								2	8	6	5	7	2	1			
Nov.					5	3	6	16									

Hieraus ergeben sich für jeden Monat die mittlere Grade, denen ich diejenigen beyfüge, die, der Construction zufolge, die wahren mittlern seyn mögen.

	1735	1736			1735	1736	
Jan.		14, 1	13, 8	Jul.	22, 6	24, 5	24, 4
Febr.		13, 6	13, 7	Aug.	23, 9	25, 0	25, 0
Merz		15, 2	15, 0	Sept.	22, 7	23, 1	23, 1
Apr.		16, 6	17, 3	Oct.	22, 0	20, 6	20, 4
May		19, 9	19, 8	Nov.	18, 2	16, 4	17, 4
Jun.	19, 8	22, 0	22, 2	Dec.	15, 2		15, 1

Da diese Beobachtungen nur von $1\frac{1}{2}$ Jahren sind, so mengen sich die zufälligen Umstände dieser Jahre zu viel mit ein, als daß das Mittel ganz zuverläßig seyn sollte.

§. 665.

Die Insel Bourbon bey Madagascar liegt unter der Polhöhe von 20 Gr. 51 Min. zwischen dem Aequator und dem südlichen Wendekreise. Die Sonne geht daselbst 2 Monate nahe beym Scheitelkreise vorbey. Dieses macht die Wärme vom Nov. bis in Febr. ziemlich gleich. Cossigny beobachtete daselbst das Reaumursche Thermometer 11 Monate durch. Folgende Tafel giebt an, wie oft es bey jedem Grade gestanden.

	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1733. Apr.				1	2	12	11	4	
May			4	7	9	10	1		
Jun.		6	10	10	4				
Jul.	1	4	18	8					
Aug.	9	15	5	1		1			
Sept		9	17	4					
Oct.	1	8	12	8					
Nov.	1	1	4	6	12	6			
Dec.			1	5	9	11	3		
1734. Jan.			2	6	5	9	5	3	1
Febr.				1	3	9	8	7	

Wenn dieser Jahrgang nicht zu viel irregulär gewesen, so mögen die mittlere Grade folgende seyn.

Jan.	25, 7	May	24, 2	Sept.	21, 8
Febr.	25, 9	Jun.	22, 9	Oct.	22, 6
Mart.	25, 8	Jul.	21, 9	Nov.	23, 9
Apr.	25, 3	Aug.	21, 5	Dec.	24, 9

§. 666.

Zu Pondicheri unter $11^\circ. 55'$ nördlicher Breite, hat Cossigny einen Ordensmann gefunden, der auf sein Ansuchen das Reaumursche Thermometer einige Zeit beobachtet hat. Folgende Tafel gibt an, wie oft es bey jedem Grade gestanden.

		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1736.	Sept.					4	6	7	3				
	Oct.		1	1	3	8	6	10					
	Nov.	1	9	11	3	5							
	Dec.	5	15	6									
1737.	Febr.			4	13	11							
	Merz						16	14					
	Apr.						1	8	15				
	May							1	14	15	1		
	Jun.									10	9	8	2
	Jul.							2	7	18	3		
	Aug.						4	12	8	5	1		
	Sept.					1	5	10	5	8			
	Oct.	1	4	3	3	3	8	5					
	Nov.	3	6	11	6								
	Dec.		4	10	8								
1738.	Febr.				7	11	7						
	Merz					11	19						
	Apr.						5	15	5				
	May								9	6	4	7	3
	Jun.								3	19	5		
	Jul.								5	13	12		
	Aug.					4	2	6	8	8			
	Sept.						7	5	14	1			

Die Beobachtungen vom Jenner fehlen beyde male. Doch dieser Mangel würde leicht zu ersetzen seyn, wenn die übrigen Beobachtungen wegen besonderer Umstände des Ortes nicht allzusehr von dem wahren Mittel abwichen. Man sieht aus der Tafel, daß 1737 der Junius, und 1738 der May die meiste Wärme hatte. Und doch geht die Sonne erst den 21sten Aug. das zweytemal durch den Scheitelpunct. Es sind nun aber in dortigen Gegenden die halbjährigen Winde, und die in gewissen Monaten häufigen Regen, welche eine starke Ausnahme machen können. Reaumur hätte dennach gut gethan, wenn er, nebst seinem Thermometer auch die Witterung selbst hätte aufzeichnen lassen.

§. 667.

Um nun zu sehen, worinn diese Irregularitäten bestehen, habe ich für die Polhöhe von 11°. 44′, welche die Hälfte der größten Schiefe der Ecliptic ist, die

die jährliche Sonnenwärme nach der allgemeinen Formel (§. 633.) berechnet, und finde, daß sie überhaupt

$$\begin{aligned} v = {} & 1,42386 \\ & + 0,12220 . \mathrm{s}\,x - 0,09175 . \cos x \\ & + 0,02643 . \mathrm{s}\,2x + 0,01762 . \cos 2x \\ & - 0,00018 . \mathrm{s}\,4x - 0,00006 . \cos 4x \end{aligned}$$

ist. Daraus berechnete ich folgende Tafel:

♈	0	1, 34967	♎	0	1, 53317
♉	0	1, 43712	♏	0	1, 47382
♉	15	1, 47187	♏	15	1, 42883
♊	0	1, 49813	♐	0	1, 37821
♋	0	1, 52838	♑	0	1, 28404
♌	0	1, 54267	♒	0	1, 24031
♌	15	1, 54877	♒	15	1, 24621
♍	0	1, 55050	♓	0	1, 26938

Also müßte die größte Hitze auf das Ende des Augustus, und die geringste auf das Ende des Jenners fallen. Nach den Beobachtungen aber müßte dafür die Mitte des Junius und des Decembers angenommen werden. Also wäre die Witterung im Sommer um 2 Monat, und im Winter um 1 Monat früher als sie ohne die vorerwähnten Winde und Regen seyn würde. Nach der auf der achten zum 180 §. gehörigen Kupfertafel angebrachten Fahrenheitschen Stuffenleiter, und der Rechnung zufolge, würde die

Sommerhitze : : $90\frac{1}{2}$ Gr.
Winterkälte : : 68 —

seyn. Diese treffen mit dem Reaumurschen 28sten und 16, 7ten Grade überein. Die Beobachtungen geben beyde um 4 bis 5 Grade größer an. Ob dies aus eben dem Grunde ist, aus welchem in Syrien 50, und im Senegal 39 Gr. gefunden worden, (§. 132.) das mag hier dahin gestellt bleiben. In dem heißen Erdstriche sind die jährlichen Veränderungen der Wärme geringe. Um destomehr können die besondern Umstände des Ortes denselben andere Bestimmungen geben.

§. 668.

In den Nordländern sind die jährlichen Veränderungen am größten, zugleich aber auch von einem Jahre zum andern am meisten verschieden. Dies machet, daß man das Mittel aus sehr vielen Jahren nehmen muß, wenn man das, was in den jährlichen Veränderungen der Wärme beständig ist, von dem Zufälligen absondern und es besonders bestimmen will. Wargentin hat sich die Mühe gegeben, die von 1739 bis 1757 während 19 Jahren von Celsius, Strömer, Ferner und Maller angestellten Beobachtungen auf das schwedische Thermometer (§. 115.) zu reduciren, und von 10 zu 10 Tagen das Mittel aus allen zu berechnen. Er fügte noch für 7 Jahre das Mittel aus den nächtlichen und mittäglichen Beobachtungen bey. Ich habe daraus für jeden Monat das Mittel berechnet, indem ich die von 10 zu 10 Tage angegebene mittlere Grade zusammen addirte, und den $\frac{1}{3}$ Theil von der Summe nahm. Den Erfolg stellt folgende Tafel in Graden des schwedischen Thermometers vor:

Monat.	Mittlere Wärme.	Mittel von Morgen u. Abend.	Mittel der Nachmittagswärme
Januar	— 4, 5	— 6, 1	— 3, 7
Februar	— 3, 8	— 5, 2	— 2, 5
März	— 1, 6	— 4, 7	+ 1, 4
April	+ 3, 7	— 0, 1	+ 7, 4
May	+ 8, 8	+ 4, 4	+ 13, 3
Junius	+ 15, 3	+ 10, 0	+ 20, 4
Julius	+ 16, 7	+ 11, 6	+ 21, 7
Augustus	+ 15, 4	+ 11, 1	+ 19, 8
Septembr.	+ 11, 2	+ 7, 5	+ 15, 0
October	+ 5, 8	+ 3, 4	+ 8, 2
November	+ 0, 6	— 1, 3	+ 2, 5
December.	— 2, 6	— 3, 5	— 1, 7

Ich construirte die Zahlen der ersten Columne als Ordinaten, deren Abscissen die Monate waren, und fand sie sehr regulär, so daß wenn x in Graden vom 19ten April an gezählt wird, die Formel

$$y = 5,6 + 10,7.\,\text{ſ}\,x + 0,7.\,\text{ſ}\,(2\,x - 70^{\circ})$$

sehr genau eben die Linie gab, die sich durch die Endpuncte der Ordinaten durchziehen ließ. Diese Formel ist aus den Beobachtungen hergeleitet, und demnach so, wie die Beobachtungen selbst von den Umständen des Ortes abhängig, wohin vermuthlich auch der gehört, daß das Thermometer nicht an freyer Luft war, (§. 172.) wiewohl Wargentin ausdrücklich das Gegentheil sagt. Ich berechnete nun nach der allgemeinen Formel (§. 633.) die jährliche Wärme für den 60sten Grad der Breite, und fand die Gleichung

$$\begin{aligned} y = 0,8183 &+ 0,5200.\,\text{ſ}\,x - 0,3500.\,\text{coſ}\,x \\ &- 0,0329.\,\text{ſ}\,2x - 0,0219.\,\text{coſ}\,2\,x \\ &+ 0,0013.\,\text{ſ}\,4x + 0,0004.\,\text{coſ}\,4\,x, \end{aligned}$$

und mittelst dieser folgende Werthe von y.

Jahreszeit.	y	Jahreszeit.	y
0 ♈	0, 4067	0 ♎	1, 1868
0 ♉	0, 7020	0 ♏	0, 8575
0 ♊	1, 0547	0 ♐	0, 5441
0 ♋	1, 3607	0 ♑	0, 3206
0 ♌	1, 5042	0 ♒	0, 2133
0 ♍	1, 4322	0 ♓	0, 2366

Nach diesen Zahlen habe ich nun die krumme Linie der 38sten Figur gezogen. Die Figur hat zur Rechten den Maasstab für die Ordinaten y. Zur Linken habe ich die Grade des schwedischen Thermometers aufgetragen, so, daß die größten und kleinsten Ordinaten mit den beobachteten Graden (§. 667.) zusammenpassen. Nach dieser schwedischen Stuffenleiter trug ich nun die beobachteten Grade als Ordinaten auf, und zeichnete die Endpuncten derselben durch o, in deren Mitte ein Punct ist. Man sieht, daß die Ordinate vom Brachmonat allein ausgenommen, die übrigen von der Rechnung sehr wenig abweichen, und daß die Abweichung noch geringer wird, wenn man die nach der Rechnung gezogene Linie um einige Tage vorwärts schiebt, oder die jährliche Erkältungs-Subtangente θ kleiner als $\frac{3}{4}$ setzt. (§. 659.) Diese geringe Abweichung, zumal in einem Lande, wo die Jahrgänge an Wärme und Kälte so sehr verschieden sind, zeigt nun, daß die Voraussetzung, (§. 609.) die ich auf den Erfolg hatte ankommen lassen, ganz gut angeht, wenn man aus vieljährigen Beobachtungen das Mittel nimmt. (§. 629.)

38. Figur.

Siebentes Hauptstück.

Vertheilung der Sonnenwärme unter der Erde.

§. 669.

Die Oerter ausgenommen, die zunächst an einem feyerspeyenden Berge liegen, ist die Grundwärme überhaupt geringer als die Winterkälte. Die Wärme, welche demnach die Erde von der Sonne erhält, vertheilt sich unter der Oberfläche so, daß sie sich einem bestimmten Grade nähert, und diese Näherung würde, überhaupt betrachtet, logarithmisch seyn, wenn die Oberfläche alle Tage gleich viel Wärme erhielte und wieder verlöre. (§. 327.) Dieser gleichförmigen Erwärmung kommen nun die Länder unter dem Aequator am nächsten. Also müßte man dorten Beobachtungen anstellen, um die Subtangente der logarithmischen Linie ausfündig zu machen.

§. 670.

In Europa herrschet in der jährlichen Erwärmung und Erkältung zu viel Ungleichheit, und dieses machet, daß die Veränderungen an der Oberfläche bis in eine ziemliche Tiefe ähnliche Veränderungen unter der Erde nach sich ziehen. Natürlicherweise aber werden diese Veränderungen in größern Tiefen geringer, und die Wärme entfernt sich daselbst weniger von ihrem Mittelstande. Eine Folge hievon ist, daß die innere Theile der Erde, an sich betrachtet, im Sommer wärmer, im Winter aber kälter sind, aber in Vergleichung mit der Erdfläche oder der äußern Luft den Anschein des Gegentheils haben, und zwar so sehr, daß man vor des Mariotte Versuchen dieses Gegentheil durchgehends glaubte. (§. 152—156.)

§. 671.

Nach Mariotte ist mir nur Hales bekannt, der in Absicht auf die Veränderungen der Wärme unter der Erde einige Versuche angestellt hat, wovon oben (§. 162.) die merkwürdigsten vorkommen. Hales erstreckte aber seine Beobachtungen nur bis so weit man gewöhnlich glaubt, daß der Frost eindringe, nemlich bis auf 2 Fuß. Und dieses war zu seiner Absicht genug, und der Einrichtung seines Gartenthermometers gemäß. Es blieben also, um die Vertheilung der Wärme unter der Erde vollständigere Beobachtungen zu machen. Und dazu entschloß sich auf meinen Antrag Herr Ott, ein gelehrter Kaufmann in Zürch im Jahr 1762.

§. 672.

Herr Ott ließ in dem Garten auf seinem vor der Stadt Zürch gelegnen Landguthe Thermometer mit Röhren von behöriger Länge an einem Orte eingraben, der dem Sonnenschein und allen Abwechslungen des Wetters frey ausgesetzt war. Die Kugeln der Thermometer waren $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3, 4, 6 Fuß tief, und die Röhren lang genug, daß die Stuffenleiter über der Erde empor stunden. Die Thermometer waren mit Weingeiste gefüllt, weil dieser sich stark ausdehnt, und der in der Röhre befindliche Theil zu dem in der Kugel ein unmerklicheres Verhältniß hat, als wenn Queckfilber gebraucht worden wäre. Die Eintheilung war nach des *Micheli du Crest* Art gemacht, (§. 125.) und die Grade waren $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll groß. Man kann hieraus abnehmen, daß die Röhren in Vergleichung mit den Kugeln sehr dünne waren. Und dieses mußte auch seyn, wenn ersterwähntes Verhältniß sehr gering seyn sollte. Denn eigentlich wollte man bey jedem Thermometer die Wärme wissen, die in der Tiefe der Kugel statt findet, und nicht die in den verschiedenen Theilen der Röhre. Das 6 Fuß tiefe Thermometer ließ Herr Ott nicht gleich Anfangs eingraben, sondern erst nachdem ihm Beobachtungen von einigen Monaten gelehrt hatten, daß es in solcher Tiefe noch beträchtliche Veränderungen giebt. Er setzte die Beobachtungen $4\frac{1}{2}$ Jahre lang, bis kurz vor seinem Tode, fort. Er schickte mir sie im Frühling 1768, da ich dann eine ziemlich vollständige Abschrift davon machen ließ, damit, wenn sie beym Zurückeschicken verlohren gehen sollten, sie so ziemlich wieder hergestellt werden konnten.

§. 673.

Es hatte sich nun Herr Ott nicht bloß die Mühe gegeben, den Stand der Thermometer aufzuzeichnen. Er berechnete für halbe und ganze Monat das Mittel aus den Graden eines jeden Thermometers, indem er sie zusammen addirte, und die Summe durch die Anzahl der Beobachtungen theilte. Auch bemerkte er die größten und kleinsten Höhen, und nahm von diesen besonders das Mittel, welches von jenem oft merkich verschieden war, und auch weniger brauchbar ist. Endlich nahm Herr Ott auch das wahre Mittel für jeden Monat aller 4 Jahre, damit, was etwa das eine Jahr zu viel oder zu wenig hatte, durch die übrigen abgeglichen würde. Dieses gab ihm in $\frac{1}{2}$ Theilen des *du Crest*schen Thermometers folgende Tafel;

Monate.	Fuß Tiefe der Thermometer unter der Erde.						
	1/4	1/2	1	2	3	4	6
Januar.	− 84	− 80	− 74	− 68	− 60	− 50	− 35
Februar.	− 90	− 82	− 78	− 70	− 65	− 54	− 45
Merz.	− 29	− 52	− 49	− 53	− 53	− 48	− 46
April.	+ 3	− 20	− 20	− 28	− 29	− 32	− 32
May.	+ 22	+ 13	+ 11	+ 2	− 2	− 6	− 16
Juny.	+ 52	+ 38	+ 33	+ 24	+ 18	+ 11	+ 1
July.	+ 54	+ 42	+ 40	+ 32	+ 32	+ 26	+ 18
August.	+ 44	+ 40	+ 38	+ 34	+ 36	+ 32	+ 26
September.	+ 24	+ 22	+ 24	+ 25	+ 29	+ 28	+ 28
October.	− 12	− 16	− 13	− 7	+ 1	+ 6	+ 14
November.	− 48	− 46	− 42	− 30	− 21	− 13	0
December.	− 72	− 71	− 66	− 56	− 46	− 35	− 20
Mittel.	− 12	− 18	− 17	− 16	− 13	− 11	− 9

§. 674.

Nach diesen Zahlen habe ich für die 1, 3, 4, 6 Fuß tiefen Thermome-
39. Figur. ter eben so viele krumme Linien gezeichnet, die Ordinaten aber für den nur 3 Zoll tiefen durch o angedeutet, theils um die Figur nicht zu verwirren, theils auch, weil dieses Thermometer noch mehrere Jahre durch hätte müssen beobachtet werden, um seinen wahren mittlern Gang bestimmen zu können. Voran steht die *du* CREST*sche* Stuffenleiter, und durch deren o habe ich die Abscissenlinie gezogen und die Monate oder eigentlich die mittlern Tage derselben durch die Anfangsbuchstaben angezeigt. Man sieht aus der Figur ohne Mühe, daß unter der Erde die größte Wärme und die größte Kälte desto später eintrift, je tiefer der Ort ist. Z. E. in der Tiefe von 6 Fuß fallen diese Zeiten auf den Anfang des Septembers und des Merzen. In noch größern Tiefen noch später. Wenn demnach Mariotte in seinen Kellern, die viel tiefer waren, nicht spätere Zeiten findet, (§. 153. 154.) so rührt dieses großentheils daher, daß in den Zugängen zu den Kellern nicht dichte Erde, sondern Luft ist, wodurch die Wärme sich viel leichter fortpflanzt.

§. 675.

Die in der Figur gezeichneten Linien haben überhaupt eben die Gestalt, welche die für die äußere Sonnenwärme gezeichneten haben. Sie lassen sich demnach eben so durch Gleichungen von der Form

$$v = a.\,f(b + x) + c.\,f(d + 2x) + \&c.$$

vorstellig machen. Und wenn man sie nach der obigen allgemeinen Gleichung (§. 633.) berechnen will, so muß die Subtangente θ größer angenommen werden, damit die größte und kleinste Wärme später eintreffe. Der Zufluß der Sonnenwärme ist zwar ebenfalls, jedoch für gleiche Tiefe, in beständiger Proportion geringer. Dieses ändert demnach nur die für v zum Grunde liegende Einheit, weil die daher entstehende Verminderung das ganze Jahr durch nach einerley Verhältniß geschieht. Denn setzt man in der Formel (§. 631.)

$$v . e^{x:\theta} = \int e^{x:\theta} q\,dx + \text{Const.}$$

$n\,q$ anstatt q, so daß n beständig ist, so erhält man

$$v' . e^{x:\theta} = n . \int e^{x:\theta} q\,dx + n . \text{Const.}$$

und damit für einerley Zeit x

$$v : v' = 1 : n,$$

wenn nemlich die Subtangente θ bereits ihren bestimmten Werth hat. Man erhält also allgemeiner (§. 633.)

$$v = A\,n\,\theta - B\,n\,\theta . \frac{\theta \cos x - \sin x}{1 + \theta\theta}$$

$$- C\,n\,\theta . \frac{\cos 2x + 2\theta \sin 2x}{1 + 4\theta\theta}$$

$$+ \text{\&c.}$$

Und da gegen die Mitte der gemäßigten Zone, wo eben Zürch unter 47°. 22′ Breite liegt, die Coefficienten C, D, &c. sehr klein sind, (§. 634.) so wird v so ziemlich genau ein Maximum oder ein Minimum, wenn der Ausdruck

$$- \theta \cos x + \sin x$$

ein solches wird. Man setze $\theta = \tan \varkappa$, so ist

$$- \theta \cos x + \sin x = \frac{\sin(x - \varkappa)}{\cos \varkappa}$$

folglich $v = \max.$ Wenn $x - \varkappa = 90°$
und $v = \min.$ Wenn $x - \varkappa = 270°$

ist. Das x stellt demnach in Graden die Zeit von den Sonnenwenden bis zum Tag der größten Wärme oder Kälte vor, und $\tang x = \theta$ giebt die Länge der Subtangente. Also bleibt für jede Tiefe $x < 90^{\circ}$, und so verspätigt sich die größte Wärme und Kälte in der Erde nirgends über die Zeit der Nachtgleichen.

§. 676.

Die Figur, so wie die Tafel, zeigt ferner, daß die Ordinaten sich weniger über 0 erheben als sich unter 0 vertiefen, und die Verhältniß ist so ziemlich, wie 4 zu 7. In sofern scheint das von *Micheli du Crest* sogenannte Temperé de la terre oder der 0 Grad seines Thermometers zu Zürch einzutreffen, ungeachtet *Micheli du Crest* es in einem tiefen Brunnen zu Rochelle oder irgend dort herum hat finden wollen.