
P R É F A C E

DE L'AUTEUR.

LA première idée qui m'engagea à tenter la carrière nouvelle de la Géométrie du Compas fut celle-ci : Puisque l'on fait chaque jour de si belles découvertes en avançant dans les Mathématiques , ne pourroit-on pas , en revenant sur ses pas , trouver quelque'endroit encore inconnu dans le vaste champ qu'elles offrent à parcourir ? Jusqu'ici on a regardé en Géométrie comme les solutions les plus simples celles qui n'exigeoient que le secours de la règle et du compas : c'est-à-dire , de la ligne droite la plus simple des lignes et du cercle la plus simple des courbes. A ces deux instrumens des problèmes , si on peut s'exprimer ainsi , qui pendant un tems constituoient , et déterminoient la Géométrie élémentaire , on ajouta dans la suite les courbes coniques ; celles-ci furent suivies des courbes supé-

rieures au second degré, et des transcendentes de diverses espèces.

Le domaine de la Géométrie continua à s'accroître, à l'aide de ces profondes recherches et avec le nouveau secours de l'analyse finie et infinitésimale, au point, que les inventions qui d'abord avoient fixé l'admiration des Anciens, et mérité les sacrifices de Thalès et de Pythagore, sont devenus l'apanage des enfans de nos jours. Je me dis à moi-même : ne pourrois-tu pas revenir aux élémens, en rentrant dans la ligne de démarcation, et chercher s'il n'est jusqu'ici rien resté en arrière qui ait été négligé ? Est-il bien vrai que les problèmes élémentaires d'Euclide soient de la plus simple construction possible ? Ne pourroit-on pas décomposer l'élément mathématique en ses élémens fondamentaux, la règle et le compas, à l'exemple de ceux qui ont décomposé l'eau en deux airs, et un air regardé jusqu'à présent comme simple, en deux autres substances ?

Alors

Alors je m'avisai que , la règle seule ne pouvant servir qu'à conduire une ligne droite , l'on pouvait peut-être n'employer que le compas , non pour décrire seulement un cercle ou un arc , mais en en décrivant plusieurs de différens centres et avec diverses ouvertures , trouver par le moyen des sections mutuelles de ces cercles plusieurs points utiles et précisément les points cherchés de position dans un problème quelconque. J'ai remarqué jusqu'ici que cette branche n'avoit encore été cultivée par aucun Mathématicien , et que les solutions de ce genre , obtenues par hasard à l'aide du compas seul , auroient été par leur construction plus élémentaires que toute autre.

Deux raisons cependant me firent hésiter pendant quelque tems à entreprendre cet ouvrage , dans la crainte qu'en me servant de ce moyen , mes efforts ne devinssent inutiles ; d'abord , je ne voyois pas trop ce qui résulteroit de trouver avec le seul compas des points que d'au-

tres ont trouvé avec le compas et la règle réunis. Je craignois en second lieu, et cela étoit bien naturel, que mes essais ne fussent pas couronnés du succès que j'en espérois; mon travail alors eût été perdu. Les constructions faites avec le seul compas pour déterminer les points de la Géométrie élémentaire, pouvoient être encore plus compliquées que celles déjà connues où l'on employoit de plus la règle. Ma théorie auroit ainsi manqué d'élégance, et la pratique de précision; ainsi j'étois sur le point d'abandonner mon entreprise.

Dans mon incertitude, il m'arriva par hasard de relire la manière avec laquelle Graham et Bird en Angleterre divisèrent leurs grands quarts de cercle astronomique (*Encyclopédie méthodique. Article quart de cercle mural.*) Celui qu'a fait Graham pour l'observatoire de Greenwich, non-seulement a servi de modèle à la plus grande partie de ceux qu'on a faits depuis, mais encore a mérité par sa précision d'être regardé par les Astronomes comme

un des meilleurs jusqu'à ceux de Ramsden. Je m'apperçus donc que la division de cette célèbre machine avoit été faite à l'aide du compas seul sans la règle; rien de plus intéressant que la description des moyens employés par cet Artiste, dans cette longue et ingénieuse opération. Je n'entrerai point ici dans l'explication des motifs qui firent exclure la règle; ils seront facilement sentis par ceux qui se connoissent en travaux de ce genre. Pour démontrer en général la supériorité de l'usage du compas sur celui de la règle, quand il s'agit de décrire avec précision des lignes à l'épreuve du microscope, il suffit de dire qu'avec une règle tant soit peu longue, il est presque impossible de garantir la précision de tous les points qu'on trace, tant il est difficile qu'elle soit rigoureusement droite dans toute sa longueur. Fût-elle même très-droite, les praticiens savent que la trace d'une ligne menée le long de la règle porte avec elle une incertitude de

parallélisme dans le mouvement de l'axe de la pointe qui marque , ou de parfaite application de cette pointe à l'arête de la règle. Le compas n'est point sujet à ces deux inconvéniens , il suffit que son ouverture soit fixe et les pointes très-fines ; en plaçant l'une d'elles en un point pris pour centre , l'autre décrit un arc aussi exact qu'il est possible. En lisant la description de la méthode de Graham , je remarquai qu'il rencontra quatre difficultés :

La première , fut d'être obligé d'opérer par tâtonnemens. En parlant en effet de l'arc de soixante degrés qu'il détermina par le moyen du rayon , on voit que toutes les subdivisions furent faites par essais. Les Anciens ne nous ont laissé le moyen de diviser la circonférence avec le seul compas qu'en six parties, comme il est enseigné et démontré dans la quinzième proposition du liv. 4 des élémens d'Euclide ; Graham ne put donc obtenir une précision géométrique que pour un point.

Le second inconvénient fut, la perte de tems que les plus habiles mêmes ne sauroient éviter dans les expériences.

Le troisième fut, d'avoir été obligé d'employer deux plans, un pour les essais, et l'autre qui étoit le quart de cercle lui-même, sur lequel il transposoit les résultats; ce qu'il faisoit pour ne pas gâter, par les essais sur le quart de cercle, la surface du limbe.

Enfin la quatrième difficulté fut, d'avoir été obligé d'exécuter deux divisions différentes; comme la division du quart de cercle en 90° entraînoit avec elle les subdivisions d'un arc en 3 et en 5 parties, et que les essais de ces subdivisions étoient imparfaits par le trop grand nombre d'erreurs inévitables, il voulut tenter une autre division du même quart de cercle, approchant de la première, qui ne divisoit l'arc que de deux en deux parties. Ayant donc divisé l'arc de 60° en deux parties, il eut l'arc de 30° ; le quart de cercle se trouvant par-là divisé

en 3 parties, avec les subdivisions par 2, on eut ensuite la 6.^{me}, la 12.^{me} partie, jusqu'à ce qu'enfin le quart restât divisé en 96. Cette division étoit celle qui méritoit le plus de confiance; mais l'autre division en 90 degrés, devant servir immédiatement aux Astronomes, fut comparée à la première, et corrigée par le moyen d'une table calculée à cet effet.

Tous ces inconvéniens engagèrent sans doute Bird à recourir à une autre méthode pour diviser ses quarts de cercle. Elle consistoit à déterminer les arcs par leurs cordes qu'il prenoit sur une échelle divisée en parties égales. Elle n'étoit pas cependant exempte d'imperfections, puisqu'elle manquoit d'abord de précision géométrique, et qu'en second lieu, le quart de cercle avoit nécessairement les inexactitudes qui se trouvoient sur l'échelle.

L'importance des instrumens astronomiques m'engagea à considérer mon projet de la Géométrie du compas, sous un point de vue plus favorable. Je commen-

çai à croire que j'aurois beaucoup fait, si je réussissois à diviser la circonférence en plus de six parties par le secours du compas seul; j'aurois rendu aux artistes qui travaillent aux instrumens astronomiques, un service d'autant plus important, que mes subdivisions de la circonférence auroient été plus étendues et plus conformes à la division du quart de cercle en 90° . Je fournissois à cette classe de mécaniciens un moyen de précision géométrique dans leurs divisions. Je leur épargnois le tems des tâtonnemens, la nécessité de faire deux divisions à-la-fois et sur deux plans différens, et sur-tout je rendois inutile l'usage de l'échelle dont on ne peut garantir l'exactitude, bien loin qu'elle soit d'une rigueur géométrique. Il ne me restoit que la seule crainte, que ma nouvelle méthode ne fût compliquée et trop longue pour être commode dans la pratique.

Je me mis néanmoins à l'ouvrage. Voyant que je ne devois pas attendre

beaucoup de l'application de l'algèbre à la géométrie, j'eus recours à d'autres moyens purement géométriques. Je ne les indique pas ici, parce que dans cette nouvelle carrière je n'ai pas tenu toujours la même route, et que je dois beaucoup au hasard. Ce n'a été souvent qu'après mainte tentative différente, que j'ai obtenu le résultat que je cherchois.

Je laisse à d'autres le soin d'examiner la chaîne qui lie entr'eux les problèmes de cette nouvelle théorie; ils parviendront peut-être à suivre le fil qui conduit par ordre de l'un à l'autre, et qui, s'il eût été découvert dès le commencement, auroit rendu plus courte et plus facile l'invention de la Géométrie du compas.

J'adressai, il y a deux ans, le premier essai de mon entreprise au citoyen Annibal Beccaria, avec une lettre que je fis insérer dans le journal de Brugnatelli. Cet excellent artiste, alors Patrice Milanais, depuis membre de la municipalité et du comité d'instruction publique

de cette ville , réunit à la gloire d'être le frère du célèbre auteur du livre *des Délits et des Peines*, celle qui lui est propre d'exécuter avec la plus grande habileté tous les instrumens de mathématiques les plus délicats.

Mon premier essai consistoit dans la méthode de diviser la circonférence en vingt-quatre parties , à l'aide d'un seul point pris hors d'elle. L'exécution de cette division est la plus simple qu'on puisse espérer., et je l'ai conservée dans cet ouvrage. Celle que j'avois donnée en 120 parties étoit trop compliquée ; j'en ai trouvé une beaucoup moins longue , et telle même que je la crois la plus courte possible. J'y avois ajouté aussi une construction très-prompte pour obtenir les racines quarrées des nombres , depuis l'unité jusqu'à 10 ; je l'ai encore conservée dans cet ouvrage.

J'ai omis les autres problêmes exposés dans cette lettre , parce qu'ils étoient trop compliqués , ou d'une approximation insuffisante. Je suis parvenu depuis,

comme on le verra, à diviser très-promp-
tement la circonférence en 240 parties ,
avec une exactitude géométrique , par le
moyen du compas seul et de trois points
pris hors de la même circonférence. Cha-
cune de ces parties est un degré et demi
de la division en 360° , usitée jusqu'ici.
Je partage tout arc quelconque en deux
parties , et cela géométriquement par
approximation. Je divise la circonférence
avec trois points seulement , en degrés et
quarts de degrés sans erreur d'un sixième
de seconde.

Avec ces mêmes points , je la divise
en minutes avec erreur de moins d'une
seconde. Je me suis flatté que les Astro-
nomes pouvoient être contens de cette
précision , parce que je ne sache pas d'ar-
tiste, même parmi les plus célèbres , qui
ait passé outre.

Cependant je ne croyois pas encore
avoir assez fait , si ma nouvelle théorie
ne serroit pas aussi à la nouvelle division
du cercle.

On sait que les Français , heureux de

posséder au sein de leur République les premiers Géomètres de l'univers, ont enfin, d'après leurs conseils, adopté pour tous les arts la seule division décimale tant souhaitée des savans.

Sans doute que cette division réussira avec difficulté dans les autres contrées, à cause des préjugés, et sur-tout de la force d'inertie; mais elle s'établira enfin d'une manière inébranlable par-tout où on aime les sciences, et où les intérêts du commerce sont bien entendus. Une des divisions les plus difficiles à changer, étoit celle de la circonférence du cercle en 360° , et la subdivision en 60 parties, employée par toutes les nations; et cela, à cause des fatigans travaux qu'il falloit nécessairement entreprendre pour refaire les tables trigonométriques dans un nouveau système; mais l'énergie d'une grande nation qui se régénère ne connoît point d'obstacles. Ayant déterminé 400 parties ou degrés dans la circonférence, le quart du cercle, qui est le fondement de la trigonométrie, se trouve divisé en 100 par-

ties , chacune desquelles se subdivise en 100 autres , et ainsi de suite.

Les tables des sinus naturels et artificiels de ces divisions et subdivisions sont déjà calculées et imprimées. Mais pour que rien ne manque à la stabilité et à la certitude de la précision des nombres , on a entrepris en France de les faire imprimer en caractères soudés en plomb. On voit déjà de ces nouvelles tables exécutées d'après la méthode nouvelle et ingénieuse de *Firmin Didot* , appelée stéréotype.

Une société de calculateurs très-habiles en prépare encore d'autres plus étendues et avec un plus grand nombre de décimales , sous la direction du célèbre *Prony*. Toutes ces circonstances m'engagèrent à chercher une méthode au moins d'approximation , pour diviser la circonférence en ces nouveaux degrés et parties de degrés. J'ai réussi avec trois points seulement et très-peu d'ouvertures de compas , à obtenir cette nouvelle division décimale de la circonférence sans erreur d'une seconde.

Quand je n'eusse fait autre chose que ce que je viens d'indiquer, cela auroit suffi à la recommandation de l'usage du compas seul. Mais en avançant, j'ai trouvé qu'il n'y avoit point de problème de géométrie élémentaire, qui ne puisse se résoudre avec ce seul instrument, c'est-à-dire, en ce sens que le compas suffit pour trouver tous les points demandés par le problème, pour la position et la détermination des droites dont on a besoin. Ceci intéressoit la théorie; j'ai voulu épuiser le sujet, donner tous les élémens pour tous les cas possibles, et démontrer qu'on peut trouver avec le compas seul tous les points qu'Euclide et les autres auteurs de géométrie élémentaire, enseignent à trouver avec le secours de la règle et du compas réunis.

Quoique tous les problèmes élémentaires résolus avec le seul compas n'aient pas une solution assez simple, j'ose dire pourtant que la plus grande partie des plus nécessaires sont résolus avec assez de brièveté et de simplicité, pour enga-

ger les praticiens à rejeter le secours de la règle et à se servir du seul compas pour trouver les points fondamentaux. Les moyens que je propose dans ce livre justifieront ce que j'avance. Je n'indiquerai point ici tous les problèmes semblables qui m'ont paru de quelque importance : en voici cependant quelques-uns.

Si l'on cherche avec le seul compas le centre d'un cercle, on le trouvera promptement et sans peine ; on aura de même les troisièmes et les quatrièmes proportionnelles, et par conséquent les moyennes proportionnelles.

On pourra aussi, avec le seul compas, construire des polygones réguliers inscrits ou circonscrits au cercle (1). Le seul compas suffira encore pour trouver les racines quarrées des nombres, pour doubler, multiplier les surfaces des quarrés, des cercles et des autres figures semblables. On résoudra avec une exactitude géométrique tous ces problèmes ;

(1) Les ingénieurs militaires trouveront peut-être ici quelque chose d'utile pour leurs travaux.

car leur nature les en rend susceptibles. Ensuite, par approximation, on trouvera une longueur égale à la circonférence d'un cercle, ou un arc égal au rayon, ou un quarré égal à un cercle, ou un cercle égal à un quarré, ou une sphère égale à un cube, ou un cube égal à une sphère, ou un cube double ou triple ou quadruple d'un autre. On pourra résoudre tous ces problèmes, en employant des sections d'arcs, ou en déterminant, toujours sans autre instrument que le compas, la longueur des côtés ou des rayons dont on a besoin pour les figures demandées.

Voilà en peu de mots le fonds de la Géométrie du compas que je présente au public. Quant aux démonstrations, je me suis servi, autant que j'ai pu, de la géométrie des Anciens; cela m'a paru plus conforme à la nature de mes problèmes et plus court. Par-tout où les procédés géométriques devenoient trop longs pour obtenir le résultat, j'ai employé le calcul; j'ai donc en même-tems

recherché la brièveté, la clarté, l'élégance autant qu'il m'a été possible.

J'ai cité Euclide, ce grand maître en fait d'éléments. Lorsqu'il est question de proportions, les numéros des propositions que je cite sont ceux de *Tacquet*, parce que son livre est plus répandu en Italie que l'ancien texte d'Euclide.

J'ai placé dans le onzième livre en faveur des artistes qui ne voudront que s'amuser avec le compas, plusieurs problèmes récréatifs tirés de *Pappus*, d'*Ozanim*, de *Simpson* et de plusieurs autres auteurs. Voilà tout ce que j'avois à dire à mes lecteurs sur la Géométrie du compas. Elle est, quant à la construction de ses problèmes, la plus simple et la plus élémentaire qu'on puisse désirer, et je ne sache pas que cette matière ait été traitée jusqu'ici par personne.
