sion hier und bey den etwa noch vorhandenen kleinern Theilen eben so wie bey den größesten fort.

Beyspiel. Man soll 2579 Rthlr. 7 Ggr. 5 Pf. mit 16 dividiren. Von der größten Art hat man 2579, welche mit 16 dividirt, 161 Rthlr. geben und 3 Rthlr. zum Reste lassen. Diese 3 Rthlr. sind 72 Ggr., also mit den sonst noch vorhandenen 7 Ggr. zusammen 79 Ggr. Diese mit 16 dividirt, geben im Quotienten 4 Ggr. und zum Reste 15 Ggr. Da nun 15 Ggr. = 180 Pfennige, so beträgt der ganze Rest 185 Pfennige, und der letzte Theil des Quotienten $11\frac{9}{16}$ Pfennige. Der ganze Quotient ist demnach 161 Rthlr. 4 Ggr. $11\frac{9}{16}$ Pfennig.

Vierter Abschnitt.

Erste Grundlehren von den Gleichungen.

66. Erklärung. Jeder arithmetische Satz, welcher eine Gleichheit zwischen zwey verschiedenen Größen ausdrückt, heißt eine Gleichung.

Beyspiel. So ist also schon der Ausdruck $4 = 2 \cdot 2$; oder $7 = 5 + 2$, eine Gleichung. Indeß sind die Fälle, wo man eigentlich Gebrauch von Gleichungen macht, diejenigen, wo die gleichen Größen auf eine mehr verwickelte Art ausgedrückt sind, und wo eine unbekannte Größe durch eine solche gegebene Gleichung bestimmt werden soll.

67. Grundsatz. Wenn man in einer Gleichung zu jeder der beyden gleichen Größen gleich viel addirt; oder, wenn man von jeder der beyden gleichen Größen gleich viel subtrahirt: so sind im ersten Falle die Summen und im letzten Falle die Reste gleich.

Beyspiel. Es ist $5 \cdot 7 = 29 + 6$, und folglich wenn man zu beyden 7 addirt, so ist auch

$$5 \cdot 7 + 7 = 29 + 6 + 7, \text{ oder}$$
$$6 \cdot 7 = 29 + 13.$$

Eben so ist $25 + 8 = 10 + 15 + 8$, und daher, wenn man von beyden Größen 8 abzieht

$$25 = 10 + 15.$$

68. Grundsatz. Wenn man in einer Gleichung beyde gleiche Größen mit einerley Zahl multiplicirt oder mit einerley Zahl dividirt: so sind im erstern Falle die beyden Producte, und im letztern die beyden Quotienten gleich.

Beyspiel. Da 10 Rthlr. = 240 Ggr., so ist, auch das Doppelte 20 Rthlr. = 480 Ggr. und auch die Viertel jener Größen sind einander gleich, nämlich $2\frac{1}{2}$ Rthlr. = 60 Ggr. u. s. w.

69. Grundsatz. Hat man zwey verschiedene Gleichungen, also vier verschieden

ausgedrückte Größen, von denen die erste und zweyte einander gleich, und auch die dritte und vierte einander gleich sind: so erhält man gleiche Summen, wenn man die erste jener Größen zur dritten und die zweyte zur vierten addirt; und eben so erhält man gleiche Größen, wenn man die erste jener Größe von der dritten und die zweyte von der vierten abzieht.

Beyspiel. Man hat 48 Ggr. = 2 Rthl.
und 96 Ggr. = 6 Gulden.
also die Summe 144 Ggr. = 2 Rthlr. + 6 Gulden.
und der Unterschied 48 Ggr. = 6 Gulden — 2 Rthlr.

70. Aus dem letzten Grundsatze folgt, wenn man auch mehrere Gleichungen hat, daß die Summe aller vor dem Gleichheits-Zeichen stehenden Größen eben so groß ist, als die Summe aller Größen, welche hinter demselben stehen.

Beyspiel. Da 2 Louisd'or = 10 Rthlr.
15 Rthlr. = 360 Ggr.
20 Gulden = 320 Ggr.

so ist auch
2 Louisd'or + 15 Rthl. + 20 Guld. = 10 Rthl. + 680 Ggr.
und ferner 2 Louisd. + 5 Rthlr. + 20 Guld. = 680 Ggr.

71. Grundsatz. Wenn man zwey verschiedene Gleichungen hat, und man mul-

tiplicirt die beyden vor dem Gleichheits-Zeichen stehenden Größen in einander, und eben so die beyden nach dem Gleichheits-Zeichen stehenden Größen: so sind die Producte gleich. Und auf ähnliche Weise erhält man gleiche Quotienten, wenn man die in der ersten Gleichung vor dem Gleichheits-Zeichen stehende Größe durch die in der letzten Gleichung vor demselben stehende Größe dividirt, und zugleich die in der ersten Gleichung hinter dem Gleichheits-Zeichen stehende Größe mit derjenigen dividirt, welche in der letzten Gleichung hinter demselben steht.

Beyspiel. Da 5 Rthl. $=$ 120 Sgr.
und $\frac{48}{24} = 2$

so sind die Producte $\frac{240}{24}$ Rthl. $=$ 240 Sgr.

Ferner da $10 \cdot 8 = 40 \cdot 2$
und $10 = 2 \cdot 5$

so giebt die Division $\frac{10 \cdot 8}{10} = \frac{40 \cdot 2}{2 \cdot 5}$

das ist $8 = \frac{40}{5}$

72. Der vorige Grundsatz gilt in Rücksicht der Multiplication auch dann noch, wenn man mehrere Gleichungen hat und alle vor dem Gleichheits-Zeichen stehende Größen in einander, und so auch alle

nach dem Gleichheits-Zeichen stehende Größen in einander multiplicirt; denn auch in diesem Falle werden die Producte einander gleich.

73. Dieses sind die Grundsätze, auf welchen die ganze Lehre von den Gleichungen und die ganze Algebra beruht. Um den Gebrauch derselben und das Verfahren bey Bestimmung unbekannter Größen durch gegebene Gleichungen zu zeigen, folgen hier einige Beyspiele. Die vollständigere Abhandlung dieser Lehre gehört in die Algebra.

74. Erstes Exempel. Aus den beyden Gleichungen 48 Ggr. = 2 Rthlr. und 144 Ggr. = 9 Gulden zu bestimmen, wie viele Gulden auf einen Reichsthaler gehn.

Die erste Gleichung	48 Ggr. = 2 Rthlr.	giebt
mit 3 multiplicirt	144 Ggr. = 6 Rthlr.,	
da nun auch	144 Ggr. = 9 Gulden,	
so sind auch	6 Rthlr = 9 Gulden,	und
indem man mit 6 dividirt	1 Rthlr. = $1\frac{1}{2}$ Gulden.	

75. Zweytes Exempel. Es sind folgende Gleichungen gegeben:

20 Guineen = 21 Pf. Sterling,

1 Pf. Sterling = 204 Schill. Hamb. Banco.

5 Louisd'or = 835 Schill. Hamb. Banco.

endlich 1 Louisd'or = 120 Ggr.

man soll bestimmen, wie viele gute Groschen eine Guinee werth ist.

Die zweyte Gleichung giebt, wenn man sie mit 21 multiplicirt, 21 Pf. St. = 4284 Schill. Hamb. Bco.

also auch 20 Guineen $=$ 4284 Schill. Hamb. Bco.
und folglich 1 Guinee $=$ $214\frac{1}{5}$ Schill. Hamb. Bco.

Aus der letzten der vier Gleichungen folgt
5 Louisd'or $=$ 600 Ggr.
und dann aus der dritten Gleichung
600 Ggr. $=$ 835 Schill. Hamb. Bco.
Um diese Gleichung mit der vorhin gefundenen
1 Guinee $=$ $214\frac{1}{5}$ Schill. Hamb. Bco.
zu vergleichen, multiplicire ich jene mit $214\frac{1}{5}$ und dividire dann mit 835, dann ist nach der Multiplication
128520 Ggr. $= 214\frac{1}{5} \times 835$ Schill. Hamb. Bco.
wo es bequemer ist, die letztere Multiplication bloß anzudeuten, da die folgende Division sogleich den einen Factor aufhebt, und dann giebt die Division
$153\frac{765}{835}$ Ggr. $=$ $214\frac{1}{5}$ Schill. Hamb. Bco.
also 1 Guinee $=$ $153\frac{765}{835}$ Ggr.
oder 1 Guinee $=$ $153\frac{153}{167}$ Ggr. $=$ 6 Rthl. 9 Ggr. $10\frac{166}{167}$ Pf.

76. Drittes Exempel. Drey Personen A, B, C haben eine Summe von 1000 Rthlr. zu theilen und es ist bestimmt, daß B 50 Rthlr. mehr als A, C aber noch 75 Rthlr. mehr als B erhalten solle: es ist zu bestimmen, wie viel ein jeder erhält.

Um die unbekannte Summe, welche A bekommt, zuerst nur mit einem kurzen Zeichen anzudeuten, setze ich dafür das Zeichen x. Da nun B erstlich eben so viel als A, und zweytens noch 50 Rthlr. außerdem erhält, so läßt sich die Summe, welche B haben soll, durch $x + 50$ ausdrücken, und C bekommt noch 75 Rthlr. mehr, also

$x + 125$. Man hat also

für A die Summe $= x$;

für B die Summe $= x + 50$;

für C die Summe $= x + 125$;

Diese drey Summen zusammen betragen $3x + 175$, nämlich das Dreyfache der unbekannten Zahl x und außerdem noch 175. Die Summe dieser drey Größen soll so viel betragen, als die zu theilende Summe von 1000 Rthlr. Daher erhält man die Gleichung $3x + 175 = 1000$, oder $3x + 175$ Rthlr. $= 1000$ Rthlr.

Subtrahirt man hier von beyden gleichen Größen 175 Rthlr., so bleibt $3x = 825$ Rthlr., das heißt, das Dreyfache der Summe, welche A erhält, beträgt 825 Rthl.; also diese Summe selbst oder $x = 275$ Rthlr. Folglich bekommt A $= 275$ Rthlr.

B $= 275$ Rthlr. $+ 50$ Rthlr. $= 325$ Rthlr.

C $= 275$ Rthlr. $+ 125$ Rthlr. $= 400$ Rthlr.

welches zusammen 1000 Rthlr. beträgt.

Anhang.

Aus diesen Grundsätzen für die gleichen Größen lassen sich leicht folgende für ungleiche Größen herleiten.

77. **Grundsatz.** Wenn von zwey ungleichen Größen die erste größer ist, als die zweyte und man addirt zu jeder derselben

einerley Größe oder auch gleiche Größen, so ist die erste Summe größer als die zweyte; addirt man aber zu der ersten jener Größen mehr als zu der zweyten, so ist noch weit mehr die erste Summe größer, als die zweyte.

Beyspiel. Es ist 1 Ggr. $>$ 1 Pfennig, also auch 1 Ggr. und 1 Pfennig $>$ 2 Pfennig.

78. Grundsatz. Wenn von zwey ungleichen Größen die erste größer ist, als die zweyte, und man subtrahirt von beyden einerley oder auch gleiche Größen, so ist der erste Rest größer, als der zweyte; subtrahirt man von der ersten weniger, als von der zweyten, so ist noch weit mehr der erste Rest größer, als der zweyte. Hat man hingegen zwey gleiche Größen, und subtrahirt von der ersten mehr als von der zweyten, so ist der erste Rest kleiner als der zweyte.

Beyspiel. Da $8 > 7$, so ist auch $8-2 > 7-2$,
und $8-1 > 7-1$;
ferner ist $8-3 < 8-2$, oder $8-2 > 8-3$.

79. Grundsatz. Wenn von zwey ungleichen Größen die erste größer ist, als

die zweyte, und man multiplicirt beyde mit gleichen Größen, so ist das erste Product größer als das zweyte. Ferner wenn man eben jene Größen durch gleiche Größen dividirt, so ist der erste Quotient größer als der zweyte.

Beyspiel. $5 > 4$, $5 \cdot 3 > 4 . 3$ und $\frac{5}{2} > \frac{4}{2}$.

80. Grundsatz. Wenn man gleiche Größen mit ungleichen Größen dividirt, nämlich die erste mit einer größern Zahl als die zweyte, so ist der erste Quotient kleiner als der zweyte.

Beyspiel. Es ist $\frac{7}{8} < \frac{7}{3}$.

81. Grundsatz. Wenn von vier Größen die erste größer ist als die zweyte, und die dritte größer als die vierte: so ist das Product der ersten in die dritte größer, als das Product aus der zweyten in die vierte. Hingegen ist der Quotient, welchen man bey der Division der ersten durch die vierte erhält größer, als der Quotient, welchen man erhält, indem man die zweyte durch die dritte dividirt.

Beyspiel. Da $11 > 9$ und $101 > 100$, so ist
$11 \cdot 101 > 9 \cdot 100$, und auch
$\frac{101}{9} > \frac{100}{11}$ und $\frac{11}{100} > \frac{9}{101}$.

Fünfter Abschnitt.

Von den entgegengesetzten Größen und der Buchstaben-Rechnung.

Von den entgegengesetzten Größen.

* 82. Erklärung. Man kann zuweilen gleichartige Größen in entgegengesetzten Rücksichten betrachten, so daß eine solche Größe, in der einen Beziehung genommen, grade das Gegentheil ist von einer sonst gleichen, aber in der entgegengesetzten Beziehung genommenen Größe. Alsdann geben diese beyden Größen vereinigt Null oder heben einander auf, und man nennt diese Größen entgegengesetzte Größen.

Beyspiele. So lange man eine Entfernung z. B. 10 Meilen in gar keiner weitern Beziehung betrachtet, sondern bloß auf die absolute Größe derselben sieht: so findet hier gar kein Gedanke an Entgegensetzung Statt. Sobald man aber die 10 Meilen als einen nach bestimmter Richtung zurückgelegten Weg ansieht: so ist der Weg rückwärts dem vorwärts zurückgelegten entgegengesetzt, und wer zuerst 10 Meilen vorwärts und darauf wieder 10 Meilen zurück geht, der ist am Ende weder nach der einen noch der andern Richtung weiter gekommen, so daß man also sagen darf, daß aus der Vereinigung dieser beyden, der Größe nach gleichen aber der Richtung nach entgegenge-