Einleitung.

Ueber den Gegenstand und die Haupttheile der Mathematik.

1. Der Gegenstand, mit welchem die Mathematik sich beschäftigt, ist die Größe.

2. Obgleich wir nun allem, was einer Vermehrung und Verminderung fähig ist, Größe zuschreiben, so beschäftigt sich doch die Mathematik nur mit denjenigen Größen, bey welchen eine bestimmte Vermehrung oder Verminderung möglich ist, so nämlich, daß man sich eine Vermehrung auf das Doppelte, Dreyfache u. s. w. denken kann.

Anmerk. Es ist zwar eben nichts so ganz ungewöhnliches, daß jemand sagt: es würde mich noch einmal so sehr freuen, wenn dieses Ereigniß so oder so ausgefallen wäre; aber man übersieht doch leicht, daß es mit dieser Verdoppelung der Freude eben nicht genau zu nehmen ist.

3. Die Bestimmung, ob eine Größe das Zweyfache, Dreyfache u. s. w. einer andern sey, heißt im Allgemeinen: messen; man kann daher auch sagen: alle Dinge, welche sich messen lassen, sind der mathematischen Betrachtung fähig, oder sind mathematische Größen.

4. Größen, welche man mit einander vergleichen oder gegen einander abmessen will, müssen von einerley Art, oder wenigstens in der Rücksicht, in welcher man sie betrachtet, als gleichartig anzusehen seyn.

Anmerk. Menschen und Häuser sind an sich ungleichartig; man kann aber gleichwohl sagen: Zehn Menschen sind der Zahl nach mehr als Drey Häuser.

5. Das Abmessen einer Größe und folglich auch jede Vergleichung mehrerer gleichartiger Größen, setzt ein Maß, oder eine als Einheit angenommene Größe voraus, wornach man den Werth oder Gehalt der übrigen bestimmt. Dieses Maß muß mit der abzumessenden Größe von einerley Art seyn, auch muß das Maß selbst bekannt seyn, damit durch dasselbe der Gehalt andrer Größen auf eine verständliche Art angegeben werde.

6. Die einer mathematischen Betrachtung fähigen Größen sind von mannigfaltiger Art. Bey einigen derselben lassen sich alle sie betreffende Vergleichungen und Untersuchungen anstellen, ohne daß

man irgend etwas aus der Erfahrung hergenommenes voraussetzt; andere hingegen lernt man erst aus Erfahrung, durch Beobachtung kennen. Von den erstern handelt die reine Mathematik, von den letztern die angewandte Mathematik.

7. Die Größen, welche den Gegenstand der reinen Mathematik ausmachen, sind Zahlen und räumliche Größen.

8. Man betrachtet nämlich entweder eine Größe bloß als Vielheit, das ist, nur in so fern, als sie das Zweyfache, Dreyfache u. s. w. einer andern ist, und davon handelt die Arithmetik; oder man nimmt, (wenn die Natur der betrachteten Größe dies erlaubt,) auch auf die Lage ihrer Theile Rücksicht, und dann gehört die Untersuchung zur Geometrie.

Anmerk. Außer der gewöhnlich so genannten Arithmetik und der Geometrie rechnet man zwar auch die Algebra oder mathematische Analysis und die Trigonometrie zur reinen Mathematik, aber die Algebra ist als eine allgemeinere Arithmetik und die Trigonometrie als ein Theil der Geometrie zu betrachten.

9. Zur angewandten Mathematik rechnet man vorzüglich 1. die Mechanik, das ist, die Lehre vom Gleichgewichte und der Bewegung fester und flüssiger Körper, und von den Kräften, welche die Bewegung hervorbringen; 2. die Optik, oder

die Untersuchungen über den Weg der Lichtstrahlen; und 3. die astronomischen Wissenschaften, welche von der scheinbaren und wahren Bewegung der Himmelskörper handeln. Es giebt zwar noch manche andre Anwendungen der Mathematik, welche als besondre Theile der angewandten Mathematik vorgetragen werden; aber die einzelnen Lehrsätze derselben gehören doch einer der genannten Wissenschaften an.

* 10. Anmerkung. Man könnte vielleicht die gesammte Mathematik am bequemsten in drey große Haupttheile eintheilen, wo die Größen, entweder 1. nach der Zahl, oder 2. nach der Lage betrachtet würden, oder endlich 3. wo man die Aenderung der Lage bestimmte, und die Ursache dieser Aenderung, das ist, die Kräfte betrachtete, welche dieselbe hervorbringen. So wären also Arithmetik, Geometrie und Mechanik die Haupttheile der Mathematik. Wirklich enthält auch die Optik, so wie man sie gewöhnlich lehrt, bloß Anwendungen der Geometrie, und wenn man auf die Kräfte, welche den Weg des Lichtstrahls bestimmen, Rücksicht nimmt, Anwendungen der Mechanik; die Astronomie aber ist bloß eine besondere Anwendung geometrischer und mechanischer Lehrsätze.

11. Da die reine Mathematik ganz unabhängig von aller Erfahrung und auf gar keine willkührliche Sätze gegründet ist: so haben ihre Lehren die vollkommenste Evidenz; daher muß man in derselben keinen Satz für wahr annehmen, von dessen Rich-

tigkeit man nicht völlig überzeugt ist, oder von dem man nicht einsieht, daß die Behauptung des Gegentheils dem gesunden Verstande widerstreite. Und eben das ist ein Hauptvortheil, welchen man aus dem Studium der Mathematik ziehen kann, daß man sich an völlige Klarheit und Bestimmtheit der Begriffe, an Strenge in den Beweisen gewöhnt, und sich die Ordnung im Denken und die Sorgfalt in Prüfung der Wahrheit eigen macht, wovon die Mathematik uns das Vorbild giebt.

12. Außerdem aber gewährt die Mathematik jedem, der sie gründlich gelernt hat, durch ihre Anwendung auf unzählige Fälle im gemeinen Leben, auf alles was Maschinen und Instrumente, was Beobachtung der Natur-Erscheinungen und der Bewegung der Himmelskörper u. s. w. betrifft, einen Nutzen und ein Vergnügen, welches die darauf gewandte Mühe reichlich belohnt.

Allgemeine Grundsätze der Mathematik.

13. Erster Grundsatz. Jede Größe ist sich selbst gleich.

Man kann oft einerley Größe auf verschiedene Weise ausdrücken; z. B. wenn man weiß, daß ein

Thaler eben so viel ist als vier und zwanzig gute Groschen. Dieser Grundsatz will also nichts weiter sagen, als daß man jeden der verschiednen Ausdrücke gebrauchen darf, und bey richtigem Gebrauche eines jeden immer auf einerley Resultat kömmt.

14. Zweyter Grundsatz. Wenn eine Größe in Theile zerstückelt ist: so ist jene ganze Größe eben so viel, als alle ihre Theile zusammen genommen.

Beyspiel. Die guten Groschen sind Theile des Thalers; wenn man also weiß, daß der ganze Thaler in vier und zwanzig Theile, welche gute Groschen heißen, getheilt wird: so ist offenbar, daß man auch umgekehrt wieder vier und zwanzig Theile zusammen nehmen muß, um den ganzen Thaler herauszubringen.

15. Dritter Grundsatz. Wenn zwey Größen unter sich gleich sind, und es giebt eine dritte Größe, welche der einen von jenen beyden gleich ist: so ist diese dritte Größe auch der andern von jenen beyden gleich.

Beyspiel. Weiß man, daß ein Thaler und drey Mark gleich viel betragen, und daß vier und zwanzig gute Groschen einen Thaler machen: so folgt, daß auch drey Mark vier und zwanzig gute Groschen enthalten.

16. Vierter Grundsatz. Jeder Theil einer Größe, oder auch einige Theile derselben allein genommen, sind kleiner, als die ganze Größe. — Auch ist umgekehrt das Ganze größer, als irgend ein Theil desselben.

Dieser Satz ist eine Folgerung aus dem zweyten Grundsatze.

17. Fünfter Grundsatz. Hat man zwey gleiche Größen, und eine dritte, welche größer ist, als eine von jenen beyden: so ist sie auch größer, als die zweyte derselben. Wäre im Gegentheil die dritte Größe kleiner, als die erste jener beyden gleichen Größen: so würde sie auch kleiner, als die zweyte seyn.

Beyspiel. Ein Thaler ist so viel als drey Mark; nun weiß man, daß zwanzig Groschen weniger sind, als ein Thaler; sie sind also auch weniger, als drey Mark.

18. Sechster Grundsatz. Wenn von zwey Größen die erste kleiner ist, als die zweyte, und man hat eine dritte, welche

größer, als die zweyte ist: so ist diese gewiß auch größer, als die erste. Und eben so im entgegen gesetzten Falle, wenn die dritte Größe kleiner ist, als die erste: so ist sie gewiß auch kleiner, als die zweyte.

Beyspiel. Ein Mark ist kleiner oder weniger als ein Thaler, nun ist ein Louisd'or mehr als ein Thaler, also auch ganz gewiß mehr als ein Mark. Hingegen ist ein Groschen weniger, als ein Mark, also offenbar weit weniger, als ein Thaler.

19. *Anmerkung.* Diese Grundsätze sind so sehr einleuchtend, daß es scheinen könnte, man brauchte sie gar nicht besonders anzuführen; aber da der Zweck des mathematischen Unterrichts hauptsächlich mit ist, sich jede Wahrheit deutlich vorzustellen und in klaren Worten auszudrücken: so ist es nicht überflüssig, sich auch diese einfachen Sätze deutlich zu vergegenwärtigen. Diese Sätze heißen *Grundsätze*, weil sie der Wissenschaft zur Grundlage dienen, zugleich aber selbst so einleuchtend sind, daß man ihre Richtigkeit einsieht, so bald man nur ihren eigentlichen Sinn gefaßt hat.

20. *Willkührlicher Satz.* Man bedient sich in der Mathematik verschiedener Zeichen, die vorzüglich zur Abkürzung des Vortrages dienen. So ist zum Beyspiel, $=$ das Zeichen der Gleichheit, und $>$ oder $<$ das Zeichen der Ungleichheit, und zwar gebraucht man die letztern Zeichen so, daß immer die

Spitze gegen die kleinere Größe gekehrt ist, wie folgende Beyspiele zeigen.

Ein Thaler = drey Mark;
ein Thaler > zwanzig Groschen;
ein Thaler < ein Louisd'or.

Man spricht dieses aus: ein Thaler ist gleich drey Mark oder beträgt eben so viel als drey Mark; ein Thaler ist größer als zwanzig Groschen; ein Thaler ist kleiner als ein Louisd'or.