Programm

der

städtischen Realschule zu Bromberg,

durch welches

zu der öffentlichen Prüfung

am 8. April 1881

Vormittags 8 Uhr

ehrerbietigst einladet

der

Director Dr. Gerber.

Inhalt: 1) Zur Theorie der Transversalen, vom Oberlehrer Dr. Kiehl.
2) Schulnachrichten, vom Director.

Bromberg, 1881.
Druck der Gruenauer'schen Buchdruckerei G. Böhlke.

1881. Progr. Nr. 139.

Zur Theorie der Transversalen.

Die einheitliche Entwickelung der Sätze, welche von der gegenseitigen Lage der ausgezeichneten Punkte des Dreiecks handeln und in den mannigfachen Beziehungen derselben zu dem Feuerbach'schen Kreise ihren Abschluß finden, wird gewöhnlich durch Benutzung von Parallel-Transversalen geführt. Diese Methode gewährt unter anderen Vortheilen hauptsächlich den, daß sie viele der in Betracht kommenden Sätze als Einzelfälle allgemeinerer Wahrheiten erkennen läßt, insbesondere den Satz, daß der Schwerpunkt mit dem Höhenschnittpunkte und dem Mittelpunkte des umgeschriebenen Kreises in gerader Linie liegt. Auf der anderen Seite entbehrt sie den Vortheil der Reciprocität, insofern der Gegenpunkt eines Gegenpunktes nicht der ursprüngliche Punkt ist. Dem Versuche, eine Methode reciproker Zuordnung je zweier Punkte zu finden, diente als Ausgangspunkt die bekannte Beziehung zwischen dem Höhenschnittpunkte und dem Mittelpunkte des umgeschriebenen Kreises, daß die von ihnen nach derselben Ecke des Dreiecks gezogenen Transversalen mit den Seiten der Ecke gleiche Winkel bilden: die Verallgemeinerung dieser Beziehung führte auf einen besonderen Fall collinearer Verwandtschaft, dessen Untersuchung mit einfachen Hilfsmitteln erledigt werden konnte. Fruchtbar hat sich die gewählte Methode in so weit gezeigt, als sie zur näheren Betrachtung eines, so viel ich weiß, noch nicht genauer beachteten Punktes anregte, welcher dem Schwerpunkte zugeordnet ist, und als sie in ihm den Schnittpunkt von zehn Transversalen, darunter drei von gleicher Länge, erkennen ließ. Nachdem im ersten Abschnitt der vorliegenden Arbeit die Zusammenstellung von Punkten nach gleichen Winkelabschnitten und ihr dualistisches Gegenbild, die Zusammenstellung nach gleichen Seitenabschnitten, dargelegt ist, beschäftigt sich der zweite mit den Eigenschaften des genannten Punktes der zehn Transversalen; der dritte führt eine im zweiten eingeleitete Untersuchung über Transversalen von gleicher Länge nach anderen Gesichtspunkten weiter.

Von den Gegenpunkten des Dreiecks.

§ 1. Nach dem Satze des Ceva schneiden sich drei Ecktransversalen eines Dreiecks in einem Punkte, wenn ihre Fußpunkte entweder alle drei auf den Seiten, oder einer auf einer Seite und die beiden anderen auf den Verlängerungen ihrer Seiten liegen, und wenn das Product dreier getrennt liegender Seitenabschnitte gleich dem Product der drei anderen ist. Diese Beziehung der Seitenabschnitte läßt sich auf die von den Transversalen gebildeten Theile der Dreieckswinkel übertragen, wenn man jeden Seitenabschnitt durch den Sinus des gegenüberliegenden Winkelabschnitts, die Transversalen und die Sinus der Dreieckswinkel ausdrückt. Dadurch erhält der Satz des Ceva seinen dualistischen Ergänzungssatz: drei Ecktransversalen eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkte, wenn unter Voraussetzung der erforderlichen Lage der Fußpunkte die Producte der Sinus je dreier getrennt liegender Winkelabschnitte einander gleich sind. — Nehmen wir nun an, daß drei Ecktransversalen eines Dreiecks sich in einem Punkte schneiden, ziehen wir ferner aus jeder Ecke eine neue Transversale so, daß sie mit einer der beiden anstoßenden Dreiecksseiten denselben Winkel bildet, wie die ursprüngliche mit der anderen, und daß beide Transversalen gleichzeitig innerhalb oder außerhalb des Dreiecks fallen, so sind die von den neuen Transversalen gebildeten Winkelabschnitte gleich denen der ursprünglichen, also ebenfalls die Producte ihrer Sinus einander gleich: daher schneiden sich die neuen Transversalen ebenfalls in einem Punkte.[1]) Je zwei Punkte in der Ebene des Dreiecks, für welche die soeben bezeichnete gegenseitige Abhängigkeit der Lage besteht, wollen wir Gegenpunkte nennen, und zwar, weil ihre Lage durch gleiche Winkelabschnitte bestimmt ist, Winkelgegenpunkte, um sie erforderlichenfalls von einer anderen Art von Gegenpunkten, den nunmehr zu definirenden Seitengegenpunkten unterscheiden zu können. Construiren wir nämlich, wiederum unter Annahme dreier in einem Punkte sich schneidender Ecktransversalen, auf jeder Dreiecksseite einen neuen Theilpunkt, der von dem einen Endpunkt seiner Seite eben so weit absteht, als der Fußpunkt der die Seite schneidenden Transversale von dem anderen Endpunkt, und der mit dem Fußpunkt gleichzeitig entweder auf der Seite selbst, oder auf ihrer Verlängerung liegt, so sind die durch die neuen Theilpunkte begrenzten Seitenabschnitte gleich denen der ursprünglichen Transversalen, und die durch diese Theilpunkte gezogenen Ecktransversalen schneiden sich ebenfalls in einem Punkte.

§ 2. Sobald die Lage des einen von zwei Gegenpunkten gegeben ist, ist auch die Lage des anderen im Allgemeinen eindeutig bestimmt.[2]) Unsere nächste Aufgabe soll nun die sein, für diese Abhängigkeit den analytischen Ausdruck zu finden. Dazu eignet sich besonders die Methode der trimetrischen Punktcoordinaten: das Dreieck, dessen Transversalen untersucht werden sollen, heiße ABC; die durch den Punkt P gehenden Ecktransversalen AA_p, BB_p, CC_p; die durch seinen Gegenpunkt $Q : AA_q$, BB_q, CC_q; als Fundamentallinien des Coordinatensystems wählen wir die Seiten des Dreiecks ABC und betrachten die Coordinaten eines Punktes, d. h. seine Entfernungen von den Dreiecksseiten, als positiv oder negativ, je nachdem der Punkt und das Dreieck auf derselben Seite oder auf entgegengesetzten Seiten einer Fundamentallinie liegen. Es seien nun die Coordinaten von P: p_a, p_b, p_c; die von Q: q_a, q_b, q_c; und es sei zunächst Q der Winkelgegenpunkt von P. Bezeichnet D den Fußpunkt von p_a, E von q_a, F von p_b, G von q_b, so ist

$$\text{Dreieck } PCD \sim QCG, \qquad PCF \sim QCE,$$
$$\text{folglich } PC : QC = p_a : q_b, \qquad PC : QC = p_b : q_a,$$
$$p_a \cdot q_a = p_b \cdot q_b$$

und aus Gründen der Symmetrie auch $= p_c \cdot q_c$. Ferner ergiebt sich für den doppelten Flächeninhalt 2 F des Dreiecks ABC die Gleichung

$$a \cdot q_a + b \cdot q_b + c \cdot q_c = 2F.$$

Nach Elimination von q_b und q_c aus diesen drei Gleichungen ist

$$q_a \left(a\, p_b\, p_c + b\, p_c\, p_a + c\, p_a\, p_b\right) = 2F \cdot p_b\, p_c.$$

$$\text{oder } q_a = \frac{2F}{a} \cdot \frac{\frac{p_b}{b} \cdot \frac{p_c}{c}}{\frac{p_a}{a} \cdot \frac{p_b}{b} + \frac{p_b}{b} \cdot \frac{p_c}{c} + \frac{p_c}{c} \cdot \frac{p_a}{a}},$$

endlich nach Einführung der Höhe auf Seite a:

$$q_a = h_a \cdot \frac{\frac{p_b}{b} \cdot \frac{p_c}{c}}{\frac{p_a}{a} \cdot \frac{p_b}{b} + \frac{p_b}{b} \cdot \frac{p_c}{c} + \frac{p_c}{c} \cdot \frac{p_a}{a}} \; \ldots\ldots \; \mathrm{I}$$

Durch cyclische Vertauschung ergeben sich die Werthe von q_b und q_c.

---

[1]) Dieser Satz findet sich in Salmon, Analytische Geometrie der Kegelschnitte, bearbeitet von Fiedler, 2. Aufl. Art. 55.

[2]) Einen Ausnahmefall siehe unten § 4.

Bedeutet andererseits Q den Seitengegenpunkt von P, so ist der Flächenraum des Dreiecks ABA_p gleich der Summe der Flächenräume von ABP und BA_pP, also besteht für die doppelten Flächenräume die Gleichung

$$BA_p \cdot h_a = BA_p \cdot p_a + c \cdot p_c, \text{ woraus folgt}$$

$$BA_p = \frac{c \cdot p_c}{h_a - p_a};$$

durch Vertauschung der entsprechenden Buchstaben wird

$$CA_q = \frac{b \cdot q_b}{h_a - q_a};$$

nach der Definition von Seitengegenpunkten ist nun $BA_p = CA_q$, daher die Gleichung

$$\frac{c \cdot p_c}{h_a - p_a} = \frac{b \cdot q_b}{h_a - q_a}.$$

Die entsprechende Gleichung für die Seitenabschnitte von CA lautet

$$\frac{c \cdot p_c}{h_b - p_b} = \frac{a \cdot q_a}{h_b - q_b}.$$

Wird aus den beiden letzten Gleichungen q_b eliminirt, und werden für die resultirende Gleichung die Identitäten $2F = a h_a = b h_b = c h_c = a p_a + b p_b + c p_c$ benutzt, so ergiebt sich nach leichten Umformungen die gesuchte Beziehung in der Gleichung

$$q_a = h_a \cdot \frac{b p_b \cdot c p_c}{a p_a \cdot b p_b + b p_b \cdot c p_c + c p_c \cdot a p_a} \quad \ldots\ldots \text{II}$$

und entsprechende Gleichungen gelten für q_b und q_c.

§ 3. Die soeben gefundenen allgemeinen Ausdrücke für die Coordinaten sollen nunmehr auf einige besondere Fälle, namentlich auf die merkwürdigen Punkte des Dreiecks angewandt werden. Nach den zur Herleitung von I benutzten Gleichungen war oben für Winkelgegenpunkte $p_a \cdot q_a = p_b \cdot q_b = p_c \cdot q_c$; die sich selbst entsprechenden Punkte, d. h. solche Punkte, die mit ihren Gegenpunkten zusammenfallen, werden daraus erhalten, wenn $q_a = p_a$, $q_b = p_b$ und $q_c = p_c$ gesetzt wird: $p_a^2 = p_b^2 = p_c^2$ oder $\pm p_a = \pm p_b = \pm p_c$. Der Bedingung $p_a = p_b = p_c$ genügt der Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises; wird irgend eine der Coordinaten negativ, die beiden anderen positiv genommen, so erhält man je einen Mittelpunkt eines angeschriebenen Kreises; weil andere Zusammenstellungen nicht möglich sind, so ist die Anzahl der sich selbst entsprechenden Winkelgegenpunkte = 4, und zwar sind es die Mittelpunkte der vier Berührungskreise des Dreiecks. Ferner sind bekanntlich die Coordinaten vom Mittelpunkte des umgeschriebenen Kreises $r \cos \alpha$, $r \cos \beta$, $r \cos \gamma$; also gilt für seinen Gegenpunkt: $q_a : q_b : q_c = \frac{1}{\cos \alpha} : \frac{1}{\cos \beta} : \frac{1}{\cos \gamma}$, welchen Gleichungen der Höhenschnittpunkt entspricht. Ist P der Schwerpunkt des Dreiecks, so verhalten sich die von ihm auf zwei Seiten gefällten Senkrechten umgekehrt, wie die Sinus der gegenüberliegenden Winkel, daher sind die Coordinaten seines Winkelgegenpunktes den Sinus der gegenüberliegenden Winkel, oder auch den auf ihnen senkrecht stehenden Dreiecksseiten direct proportional; von diesem Punkte wird im nächsten Abschnitt ausführlicher die Rede sein.

Gehen wir jetzt zur Bestimmung von Seitengegenpunkten über, so wird ihre gegenseitige Lage mit Hülfe von Gleichung II ausgedrückt durch die Relationen $a^2 \cdot p_a \cdot q_a = b^2 \cdot p_b \cdot q_b = c^2 \cdot p_c \cdot q_c$; für die sich selbst entsprechenden Punkte besteht die Gleichung $\pm a p_a = \pm b p_b = \pm c p_c$, woraus folgt $p_a : p_b : p_c = \pm h_a : \pm h_b : \pm h_c$. Nimmt man überall gleiche Vorzeichen, so erhält man den Schwerpunkt des Dreiecks. Die übrigen Zusammenstellungen der Vorzeichen führen auf die Eckpunkte desjenigen Dreiecks, dessen Seiten durch die Ecken des ursprünglichen Dreiecks gehen und den Seiten des letzteren parallel sind. Die Anzahl der sich selbst entsprechenden Punkte ist also auch hier = 4. Die Coordinaten der Seitengegenpunkte von den merkwürdigen Punkten des Dreiecks werden durch folgende Verhältnisse dargestellt:

Mittelpunkt des umgeschriebenen Kreises: $p_a : p_b = \cos\alpha : \cos\beta$;
Gegenpunkt: $q_a : q_b = \sin\beta \,.\, \sin 2\beta : \sin\alpha \,.\, \sin 2\alpha$.
Höhenschnittpunkt: $p_a : p_b = \cos\beta : \cos\alpha$;
Gegenpunkt: $q_a : q_b = \sin\beta \,.\, \mathrm{tg}\,\beta : \sin\alpha \,.\, \mathrm{tg}\,\alpha$.
Mittelpunkt des eingeschriebenen Kreises: $p_a : p_b = 1 : 1$;
Gegenpunkt: $q_a : q_b = \sin\beta \,.\, \sin\beta : \sin\alpha \,.\, \sin\alpha$.
Schwerpunkt: $p_a : p_b = \sin\beta : \sin\alpha$;
Gegenpunkt: $q_a : q_b = \sin\beta : \sin\alpha$.

Zum Schluß sollen noch solche Seitengegenpunkte untersucht werden, deren Lage durch die Berührungspunkte der Berührungskreise des Dreiecks bestimmt ist. Es seien die Berührungspunkte des eingeschriebenen Kreises mit den Seiten a, b, c: J_a, J_b, J_c; die des angeschriebenen Kreises über a: A_a, A_b, A_c; über b: B_a, B_b, B_c; über c: C_a, C_b, C_c. Dann schneiden sich, wie bekannt, die Transversalen AJ_a, BJ_b, CJ_c in einem Punkte; da $AJ_c = BC_c$, $BJ_a = CA_a$, $CJ_b = AB_b$, so schneiden sich AA_a, BB_b, CC_c in dem Seitengegenpunkte des ersteren, so daß der Satz erwiesen ist: Der Schnittpunkt der drei Transversalen, welche die auf den Seiten selbst liegenden Berührungspunkte der angeschriebenen Kreise mit den gegenüberliegenden Ecken des Dreiecks verbinden, ist der Seitengegenpunkt zu demjenigen Punkte, durch welchen die Ecktransversalen nach den Berührungspunkten des eingeschriebenen Kreises gehen. Ferner schneiden sich je drei Transversalen in einem Punkte, welche die drei Berührungspunkte eines angeschriebenen Kreises mit den gegenüberliegenden Ecken verbinden; denn für den Kreis an a z. B. ist das Product dreier getrennt liegender Seitenabschnitte $BA_a \,.\, CA_b \,.\, AA_c$ = dem Product der drei anderen $BA_c \,.\, CA_a \,.\, AA_b$, da die einzelnen Factoren der Reihe nach einander gleich sind; nun aber ist $BA_a = CJ_a$, $CA_b = AC_b$, $AA_c = BB_c$, folglich schneiden sich AJ_a, BC_b und CB_c in dem Gegenpunkte. Somit erhalten wir drei neue Paare von Seitengegenpunkten, nämlich die Schnittpunkte von

AA_a, BA_b, CA_c und AJ_a, BC_b, CB_c;
BB_b, CB_c, AB_a und BJ_b, CA_c, AC_a;
CC_c, AC_a, BC_b und CJ_c, AB_a, BA_b.

§ 4. Um eine allgemeine Uebersicht über die gegenseitige Lage zweier zugeordneter Gegenpunkte zu gewinnen, wollen wir noch die Frage nach dem Orte eines Punktes Q beantworten, dessen Gegenpunkt P eine gerade Linie L durchläuft. Mit den Hilfsmitteln der analytischen Geometrie würde sich die Frage dadurch erledigen lassen, daß man aus der in trimetrischen Coordinaten ausgedrückten Gleichung von L die Coordinaten p_a, p_b, p_c vermittelst der Gleichung I, bezw. II eliminirt, woraus die Gleichung für den Punkt Q in seinen Coordinaten $q_a\, q_b\, q_c$ hervorgehen würde. Zur Vermeidung umständlicher Rechnungen und zur Erzielung größerer Anschaulichkeit empfiehlt sich die Anwendung der Methoden der synthetischen Geometrie.[1]) Handelt es sich zunächst um Winkelgegenpunkte, und denken wir uns sämmtliche Punkte von L mit irgend zwei Ecken von ABC, etwa mit B und C verbunden, so erhalten wir zwei projectivische Strahlenbüschel in perspectivischer Lage, deren perspectivischer Durchschnitt die Linie L, und deren Mittelpunkte B und C sind. Um die Gegenpunkte von sämmtlichen Punkten auf L zu erzeugen, sind die beiden Büschel so zu verlegen, daß sie unter Beibehaltung ihrer Mittelpunkte einen entgegengesetzten Drehungssinn erhalten, und daß dem Strahle BA im Büschel B der neue Strahl BC, dem Strahle CA im Büschel C der neue Strahl CB entspricht. Dadurch wird die perspectivische Lage im Allgemeinen aufgehoben, während die projectivische Beziehung wegen der Gleichheit der betreffenden Winkelabschnitte bei Winkelgegenpunkten unverändert bleibt: der Ort des Punktes Q ist also ein Kegelschnitt. Dieser Kegelschnitt geht, welche Lage auch immer die Linie L haben mag, durch die Ecken des Dreiecks ABC; durch A nämlich, weil die vor der Verlegung in BC

[1]) Die folgenden Betrachtungen beruhen auf einer zur Darstellung von Kegelschnittbüscheln benutzten Methode Steiner's, welche er, wie Schröter anführt, in humoristischer Weise mit dem Worte „Dampfmaschine" zu bezeichnen pflegte. Vgl. Steiner, die Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projectivische Eigenschaften, bearbeitet von Schröter. § 38.

zusammenfallenden entsprechenden Strahlen nachher in BA und CA fallen, sich also in A schneiden; ferner durch B, weil der ursprüngliche Strahl CA nachher in CB fällt und der entsprechende Strahl vor wie nach der Verlegung durch B geht; dieselben Gründe gelten für C. Um die jedesmalige Gattung des Kegelschnitts zu bestimmen, erledigen wir vorweg einige specielle Fälle unmittelbar aus der Definition von Winkelgegenpunkten. Liegt P in irgend einem Punkte einer Seite des Dreiecks ABC, mit Ausnahme ihrer Endpunkte, so liegt Q in der der Seite gegenüberliegenden Ecke, woraus durch Umkehrung folgt, daß der Gegenpunkt einer Ecke durch sämmtliche Punkte der gegenüberliegenden Seite dargestellt wird, also unendlich vieldeutig ist. Durchläuft nun P eine Dreiecksseite in ihrer unbegrenzten Ausdehnung, so beschreibt Q die beiden anderen Seiten; durchläuft P eine beliebige durch eine Ecke von ABC gehende Gerade, so besteht der Ort für Q aus der durch dieselbe Ecke gehenden, in Bezug auf die Winkelhalbirende symmetrisch gelegenen Geraden und außerdem aus der Gegenseite der Ecke. Ist endlich der Ort von P die unendlich entfernte Gerade, so sind die beiden ursprünglichen Strahlbüschel um B und C projectivisch gleich und gleichlaufend in perspectivischer Lage; durch die Verlegung wird der Drehungssinn eines jeden Büschels umgekehrt, so daß auch die neuen Büschel nach Aufhebung der perspectivischen Lage gleichlaufend sind; dann aber erzeugen sie bekanntlich einen Kreis. Wie bereits oben hervorgehoben wurde, geht jeder der erzeugten Kegelschnitte durch die Ecken des Dreiecks; womit bewiesen, daß, wenn der Ort L für P die unendlich entfernte Gerade ist, der Ort für Q durch den umgeschriebenen Kreis M des Dreiecks ABC gebildet wird. Nunmehr läßt sich die Gattung des von Q beschriebenen Kegelschnitts für jede beliebige Lage von L folgendermaßen bestimmen: Befindet sich L außerhalb des Kreises M, so liegt keiner der Gegenpunkte in unendlicher Entfernung, folglich ist der Ort für Q eine Ellipse; berührt L den Kreis M, so liegt der Gegenpunkt des Berührungspunktes in unendlicher Entfernung, alle anderen in endlicher, der Ort ist also eine Parabel; schneidet endlich L den Kreis M, so hat der Ort zwei unendlich entfernte Punkte, nämlich die Gegenpunkte der beiden Schnittpunkte, er ist also eine Hyperbel. Ist insbesondere L ein Durchmesser des Kreises M, so erscheinen die beiden Endpunkte desselben von einem der Büschelmittelpunkte B oder C aus unter einem rechten Winkel; da dieses nach der Verlegung der Büschel mit den entsprechenden, unendlich entfernten Punkten eben so ist, so sind in diesem Falle die Hyperbeln gleichseitig. Lassen wir endlich die Gerade L außer durch M auch durch den Höhenschnittpunkt H gehen, und berücksichtigen wir, daß auf dieser Geraden alsdann auch der Schwerpunkt des Dreiecks liegt, so gewinnen wir den Satz:

> Die drei Ecken eines Dreiecks, der Mittelpunkt des umgeschriebenen Kreises, der Höhenschnittpunkt und der Winkelgegenpunkt des Schwerpunktes liegen auf einer gleichseitigen Hyperbel.

Daß der Mittelpunkt dieser Hyperbel auf dem Feuerbach'schen Kreise liegt, folgt aus dem von Schröter am Schluß des § 38 entwickelten Satze.

Dreht sich die Gerade L um einen festen Punkt, so bilden alle ihr zugeordneten Kegelschnitte ein Kegelschnittbüschel, für welches drei Mittelpunkte die Ecken des Dreiecks, der vierte der Winkelgegenpunkt jenes festen Punktes ist.

Eine der eben geführten Untersuchung ganz ähnliche läßt sich an die Seitengegenpunkte anknüpfen. Die oben betrachteten Strahlenbüschel B und C waren durch die Gerade L perspectivisch auf einander bezogen, dadurch werden auf den Dreiecksseiten AC und AB zwei projectivische Punktreihen erzeugt; weil durch die zur Construction von Seitengegenpunkten erforderliche Verschiebung die projectivische Beziehung ungeändert bleibt, so bestimmen die neuen Punktreihen einen Kegelschnitt. Die weitere Untersuchung, ebenso wie die Resultate, stimmen mit dem Vorhergehenden fast durchweg überein, und es ist nur dieses hervorzuheben, daß der unendlich entfernten Geraden L diejenige dem Dreieck ABC umgeschriebene Ellipse entspricht, deren Mittelpunkt im Schwerpunkte des Dreiecks liegt; dieselbe berührt zugleich die

Seiten desjenigen Dreiseits, dessen Seiten denen von ABC parallel sind und durch die gegenüberliegenden Ecken gehen.[1])

Die bisher auf synthetischem Wege gewonnenen Resultate gestatten eine leicht durchzuführende Interpretation der analytischen Gleichungen I und II: der in I auftretende Nenner liefert als Gleichung des umgeschriebenen Kreises

$$p_a \cdot p_b \cdot c + p_b \cdot p_c \cdot a + p_c \cdot p_a \cdot b = 0.$$

Ebenso ist aus II ersichtlich, daß die Gleichung

$$\frac{p_a \cdot p_b}{c} + \frac{p_b \cdot p_c}{a} + \frac{p_c \cdot p_a}{b} = 0$$

für die zuletzt erwähnte Ellipse der äquivalente analytische Ausdruck ist.

Der Winkelgegenpunkt des Schwerpunkts.

§ 5. Nachdem in den vorangehenden Betrachtungen die einfachsten Beziehungen zwischen Gegenpunkten aufgesucht und auf mehrere besondere Fälle angewandt worden sind, soll in dem folgenden Abschnitte ein einzelner unter ihnen, der als Winkelgegenpunkt dem Schwerpunkte zugeordnet ist, einer eingehenden Erörterung unterzogen werden. Der Schwerpunkt heiße S, sein Winkelgegenpunkt T, die durch den letzteren gehenden Ecktransversalen Gegentransversalen (im engeren Sinne). Nach Gleichung I ist eine solche Gegentransversale der geometrische Ort für alle Punkte, deren Entfernungen von zwei Dreiecksseiten sich wie diese selbst verhalten. Die Lage der Gegentransversale zu der Höhe und dem Radius des umgeschriebenen Kreises, welche mit ihr von derselben Ecke ausgehen, läßt sich folgendermaßen bestimmen: Ist der zugehörige Dreieckswinkel ein rechter, so fällt die Transversale durch S mit dem Radius zusammen, folglich die Gegentransversale mit der Höhe; bei einem spitzen Winkel liegt die Mittellinie zwischen dem Radius und der Winkelhalbirenden, also die Gegentransversale zwischen der letzteren und der Höhe, während sie bei einem stumpfen Winkel zwischen die Höhe und die kleinere Seite des Dreiecks fällt.[2]) Ferner läßt sich eine Gegentransversale zu dem Tangentendreieck des umgeschriebenen Kreises in Beziehung setzen. Da nämlich die von A ausgehende Gegentransversale mit den Dreiecksseiten AB und AC dieselben Winkel bildet, wie die Mittellinie AS, nur mit Vertauschung der Lage, so wird jene selbst wiederum Mittellinie für diejenigen Dreiecke sein, welche mit dem ursprünglichen den Winkel α gemein haben und die Winkel β und γ ebenfalls in einer der früheren entgegengesetzten Lage enthalten, d. h. für alle innerhalb des Winkels α oder seines Scheitelwinkels liegenden Dreiecke, deren Grundlinien zur Grundlinie BC antiparallel sind. Construiren wir eine solche Antiparallele in der Ecke A, so erhalten wir, wie bekannt, eine Tangente an dem umgeschriebenen Kreise; womit festgestellt ist, daß durch die Gegentransversalen alle diejenigen Geraden halbirt werden, welche den durch ihren Ausgangspunkt gelegten Tangenten des umgeschriebenen Kreises parallel sind und von den durch jenen Ausgangspunkt gehenden Dreiecksseiten begrenzt werden.
Fig. 1. Um ferner die Lage der Ecken des Tangentendreiecks $A_1B_1C_1$ in Bezug auf das Dreieck ABC festzustellen, fällen wir von A_1 die Lote A_1D auf AB und A_1E auf AC; dann ist $\angle A_1BC = A_1CB = \alpha$, also $A_1B = A_1C$; ferner $\angle A_1BD = \gamma$, $\angle A_1CE = \beta$, folglich $A_1D = A_1B \cdot \sin\gamma$, $A_1E = A_1C \cdot \sin\beta$; es verhält sich daher $A_1E : A_1D = \sin\beta : \sin\gamma = b : c$. Der Punkt A_1 erfüllt also die für alle Punkte der Gegentransversale AT oben aufgestellte Bedingung, d. h. er liegt auf AT. Damit ist das Resultat gewonnen:

---

[1]) Vgl. Steiner, § 43.

[2]) Der Kürze wegen ist den späteren Untersuchungen ein spitzwinkliges Dreieck zu Grunde gelegt. Die wenigen Abweichungen, welche durch eine andere Form des Dreiecks bedingt sind, lassen sich leicht erkennen.

Die Gegentransversalen eines Dreiecks gehen durch die Ecken des von den Ecktangenten seines umgeschriebenen Kreises gebildeten Dreiecks.

Zieht man durch einen beliebigen Punkt X der Gegentransversale AA_1 zu den Seiten A_1B_1 und A_1C_1 des Tangentendreiecks zwei Parallelen, bis sie die anderen Gegentransversalen BB_1 und CC_1 bezw. in Y und Z schneiden, so ist T Aehnlichkeitspunkt für das Dreieck XYZ und das Tangentendreieck, daher YZ ebenfalls $\# B_1C_1$. Bezeichnen wir ferner den Schnittpunkt von XY mit BC durch Z_a, mit CA durch Z_b; den von YZ mit CA durch X_b, mit AB durch X_c; den von ZX mit AB durch Y_c, mit BC durch Y_a, so ist Dreieck $XY_aZ_a \sim A_1BC$, daher 1) $XY_a = XZ_a$. Sodann sind die Vierecke XY_cAZ_b und A_1BAC in Aehnlichkeitslage in Bezug auf den Aehnlichkeitspunkt A, daher 2) $XY_c = XZ_b$. Durch Subtraction der beiden Gleichungen ergiebt sich $Y_aY_c = Z_aZ_b$, und da dasselbe für je zwei andere entsprechend gelegene Seitenabschnitte des Dreiecks XYZ gilt, so dürfen wir den Satz aufstellen:

Die Seiten eines jeden mit dem Tangentendreieck in Bezug auf Punkt T ähnlich gelegenen Dreiecks werden von den Seiten des ursprünglichen Dreiecks so geschnitten, daß diejenigen drei Seitenabschnitte des ersteren einander gleich sind, welche zwischen den Schenkeln der Winkel des letzteren oder ihrer Scheitelwinkel liegen, und zwar befinden sich die drei gleichen Abschnitte gleichzeitig entweder innerhalb der Winkelräume des ursprünglichen Dreiecks, oder innerhalb der Scheitelräume.

Aus der Gleichheit der eben erwähnten drei Seitenabschnitte von XYZ und der gleichen Neigung je zweier gegen eine Seite von ABC ist zu folgern, daß die drei Hauptdiagonalen X_bY_a, Y_cZ_b, Z_aX_c des durch die gleichen Seitenabschnitte bestimmten Sechsecks der Reihe nach den Dreiecksseiten AB, BC, CA parallel sind. Hieraus, sowie aus der Aehnlichkeit des Dreiecks ABC mit den Dreiecken AX_bX_c, BY_cY_a, CZ_aZ_b ergiebt sich weiter, daß an jedem Endpunkte jeder Hauptdiagonale drei Winkel vorhanden sind, die einzeln mit den Winkeln des Dreiecks ABC übereinstimmen; so ist z. B. $\angle Z_aZ_bY_c = Z_bZ_aC = \alpha = Z_aX_cY_c$. Um das gerade Trapez $Z_aZ_bY_cY_a$ läßt sich ein Kreis beschreiben; auf diesem liegt auch der Punkt X_c, weil $\angle Z_aX_cY_c = Z_aZ_bY_c$, und auch der Punkt X_b, weil $\angle Z_bX_bY_a = Z_bY_cY_a$. Da nun in diesem Kreise die Seitenabschnitte X_bX_c, Y_cY_a, Z_aZ_b drei Sehnen von gleicher Länge bilden, so haben sie von seinem Mittelpunkte gleichen Abstand, mithin fällt der Mittelpunkt des in das Dreieck XYZ beschriebenen Kreises mit dem Mittelpunkte des vorigen Kreises zusammen. Die an dem Dreieck XYZ aufgewiesenen Eigenschaften lassen sich in den Satz zusammenfassen:

Zieht man entweder innerhalb oder außerhalb eines Dreiecks zwischen den Seiten drei gerade Linien von gleicher Länge und antiparalleler Lage zu den Seiten, so liegen ihre sechs Endpunkte auf einem Kreise; derselbe ist concentrisch zu einem Kreise, welcher die drei geraden Linien berührt.

Für den Mittelpunkt dieser beiden Kreise läßt sich ein geometrischer Ort aus folgender Erwägung herleiten. Da die Gesammtheit der Dreiecke XYZ sich in Aehnlichkeitslage befindet in Bezug auf den Punkt T, so liegen homologe Punkte der einzelnen Dreiecke auf einer geraden Linie, welche durch T geht; fällt das Dreieck XYZ mit dem Tangentendreieck zusammen, so fällt der Mittelpunkt seines eingeschriebenen Kreises in den Mittelpunkt M des umgeschriebenen Kreises von ABC; daher ist die Gerade durch M und T der geometrische Ort für den in Rede stehenden Doppelmittelpunkt. Auch ist zugleich ersichtlich, daß der Punkt T für alle Dreiecke XYZ gemeinschaftlich derjenige Punkt ist, in welchem die Ecktransversalen nach den Berührungspunkten des eingeschriebenen Kreises sich schneiden, weil er für das specielle Dreieck $A_1B_1C_1$ diese Bedeutung hat.

§ 6. Unter allen Dreiecken XYZ ist eins von besonderem Interesse wegen seiner Beziehungen zum Höhenfußpunktendreieck von ABC. Der nothwendigen und hinreichenden Bedingung dafür, daß ein Dreieck zur Schaar der Dreiecke XYZ gehöre, läßt sich unter anderen auch die

Fassung geben, daß seine Ecken auf den Gegentransversalen liegen und seine Seiten zu denen von ABC antiparallel sein müssen. Nun aber ist in jedem Dreieck die Verbindungslinie der Fußpunkte zweier Höhen antiparallel der zur dritten Höhe gehörigen Dreiecksseite; die Mittelpunkte solcher Antiparallelen liegen, wie oben in § 5 erwähnt wurde, auf den Gegentransversalen; die drei Geraden endlich, welche durch die Mittelpunkte der Seiten des Höhenfußpunktendreiecks bestimmt sind, erfüllen beide zu Anfang gestellten Bedingungen, insofern sie den Seiten des Höhenfußpunktendreiecks selbst parallel, also den Seiten von ABC antiparallel sind. Wenn somit diesen drei Geraden dieselben Eigenschaften zukommen, welche bereits von allen Dreiecken XYZ gefunden sind, so lassen sich für sie noch die folgenden besonderen Beziehungen herleiten. Es mögen die bisher veränderliche Punkte bezeichnenden Buchstaben in dem speciellen Dreieck beibehalten, und außerdem die Fußpunkte der Höhen des Dreiecks ABC mit H_a H_b H_c benannt werden. Dann ist $XY_c = XH_c = YZ = XH_b = XZ_b$ u. s. w., woraus folgt, daß die drei Geraden durch XYZ sich gegenseitig in drei Abschnitte so theilen, daß je ein innerer gleich jedem der getrennt liegenden äußeren ist. Auch ist gleichzeitig ersichtlich, daß jede der drei Geraden gleich dem Umfange des Dreiecks XYZ ist; dieser Umfang ist aber gleich der Hälfte des Umfanges vom Höhenfußpunktendreieck, welcher bekanntlich durch den Bruch $2F : r$ gemessen wird. Alles zusammengefaßt ergiebt die Sätze:[1])

Die drei von den Seiten eines Dreiecks begrenzten Transversalen, welche durch die Mitten der Seiten des Höhenfußpunktendreiecks gehen, sind einander gleich.

Das Rechteck aus einer Transversale und dem Radius des umgeschriebenen Kreises ist gleich dem Flächeninhalt des Dreiecks.

Durch die sechs auf den Dreiecksseiten gelegenen Endpunkte der drei Transversalen läßt sich ein Kreis legen, dessen Mittelpunkt zugleich der Mittelpunkt eines Berührungskreises des Transversalendreiecks ist.

Zugleich möge erwähnt, jedoch nicht weiter hergeleitet werden, daß diese drei Transversalen die Scheiteltangenten zu drei Parabeln sind, deren jede zwei Dreiecksseiten und die darauf senkrechten Höhen berührt und ihren Brennpunkt im Fußpunkte der dritten Höhe hat.[2])

§ 7. Kehren wir nunmehr zu dem veränderlichen Dreieck XYZ zurück und wählen die Lage seiner Ecken so, daß sie im Aehnlichkeitspunkte T zusammenfallen, so ist unter bloßem Hinweise auf die oben entwickelten Eigenschaften der Dreiecksschaar einleuchtend, daß durch den
Fig. 2. Punkt T innerhalb des Dreiecks ABC drei Transversalen von gleicher Länge sich legen lassen, welche durch ihn halbirt werden; oder daß er der Mittelpunkt eines Kreises ist, der je zwei Dreiecksseiten unter dem Durchmesser schneidet. Der Radius t dieses Kreises läßt sich leicht aus Gleichung I berechnen: Die Coordinaten des Schwerpunkts sind $p_a = \frac{1}{3} h_a$, $p_b = \frac{1}{3} h_b$, $p_c = \frac{1}{3} h_c$; daher ist für seinen Winkelgegenpunkt T

$$q_a = h_a \frac{\frac{h_b}{b} \cdot \frac{h_c}{c}}{\frac{h_a}{a} \cdot \frac{h_b}{b} + \frac{h_b}{b} \cdot \frac{h_c}{c} + \frac{h_c}{c} \cdot \frac{h_a}{a}}.$$

$$= 2F \cdot \frac{a}{a^2 + b^2 + c^2}.$$

Der Radius t ist nun $= \frac{q_a}{\sin \alpha} = \frac{4Fr}{a^2 + b^2 + c^2}$ oder $= \frac{abc}{a^2 + b^2 + c^2}$;

---

1) Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, herausgegeben von Hoffmann. Jahrg. 1880, Heft 5, p. 365.

2) Ebenda Jahrg. 1879, Heft 5, p. 350, Aufgabe 84, gestellt von Schlömilch, und Jahrg. 1880, Heft 2, p. 107.

wofür nach einigen Umformungen auch der trigonometrische Ausdruck $t = r \,.\, \frac{\sin\alpha \,.\, \sin\beta \,.\, \sin\gamma}{1 + \cos\alpha \,.\, \cos\beta \,.\, \cos\gamma}$ gesetzt werden kann.

Um die Lage der drei Durchmesser des Kreises t genauer festzustellen, sollen die Abschnitte der Seiten von ABC berechnet werden, welche durch die Endpunkte der Durchmesser begrenzt sind. Bezeichnen wir diese Endpunkte mit X_b, X_c u. s. w., wie es der allgemeinen Bedeutung dieser Buchstaben entspricht, so ist $Y_c Z_b = 2t \,.\, \cos\alpha$; nach dem Sinussatz ist $AY_c = Y_c Z_b \,.\, \frac{\sin\gamma}{\sin\alpha} = 2t \sin\gamma \,.\, \operatorname{ctg}\alpha$; ebenso aus Gründen der Symmetrie $BX_c = 2t \sin\gamma \,.\, \operatorname{ctg}\beta$; endlich im Dreieck $TY_c X_c$ ist $Y_c X_c = 2t \,.\, \cos\gamma = 2t \,.\, \sin\gamma \,.\, \operatorname{ctg}\gamma$, Daher $AY_c : Y_c X_c : X_c B = \operatorname{ctg}\alpha : \operatorname{ctg}\gamma : \operatorname{ctg}\beta$, und allgemein: Die drei in T halbirten Transversalen gleicher Länge theilen die Dreiecksseiten so, daß die drei Abschnitte einer jeden Seite sich verhalten, wie die Cotangenten der anliegenden, bezw. des gegenüberliegenden Dreieckswinkels.

Zieht mon in den sechs Schnittpunkten des Kreises t und der Dreiecksseiten Tangenten an denselben, so bilden diese ein Pascal'sches und zugleich ein Brianchon'sches Sechseck. Drei von dessen Ecken liegen auf den drei Eckradien des um ABC beschriebenen Kreises, und sie sind Mittelpunkte von Kreisen, welche je durch eine Ecke von ABC und durch zwei der sechs Schnittpunkte gehen. Denn z. B. der Mittelpunkt M_a des um $AY_c Z_b$ beschriebenen Kreises liegt auf dem Radius MA, weil die Dreiecke $AY_c Z_b$ und ABC sich in Aehnlichkeitslage befinden; ferner auf der Mittelsenkrechten von $Y_c Z_b$; zieht man $M_a Y_c$, so ist $\angle M_a Y_c A = M_a A Y_c = R - \gamma$; da $Y_a Y_c B = \gamma$, so bleibt für $\angle M_a Y_c T$ ein rechter, d. h. die Tangente des Kreises t in Y_c geht durch den Mittelpunkt des Kreises um $AY_c Z_b$. Die Radien der drei Kreise um M_a, M_b, M_c verhalten sich, wie die Cotangenten der angrenzenden Dreieckswinkel, was aus der Aehnlichkeit von Dreiecken und dem oben angegebenen Verhältniß der Seitenabschnitte zu folgern ist.

Außer den bisher untersuchten sechs Linien, die durch T gehen, giebt es noch ein drittes Tripel von Geraden, die sich ebenfalls in T schneiden. Von dem Vorhandensein derselben erhalten wir Kenntniß durch Verallgemeinerung der Bedingungen, welche die in T halbirten drei Transversalen gleicher Länge erfüllen. Je zwei der letzteren lassen sich auffassen als die Diagonalen eines Rechtecks, dessen Ecken in den Seiten des Dreiecks liegen, und dessen Mittelpunkt T ist. T muß somit dem Orte angehören, welcher durch die Mittelpunkte sämmtlicher eingeschriebener Rechtecke gebildet wird: derselbe ist bekanntlich eine gerade Linie, die durch den Halbirungspunkt einer Dreiecksseite und denjenigen der zugehörigen Höhe führt.[1] Weil sich über jeder Dreiecksseite eine solche Schaar eingeschriebener Rechtecke construiren läßt, es also drei Linien der bezeichneten Art giebt, welche durch T gehen, so läßt sich der Satz aufstellen: Fig. 2.

> Die drei Transversalen, welche durch die Halbirungspunkte je einer Dreiecksseite und der zugehörigen Höhe führen, schneiden sich in einem Punkte. Dieser Punkt ist der Winkelgegenpunkt des Schwerpunktes.

Bemerkenswerth ist die Uebereinstimmung dieses Satzes mit dem bekannten Satze der Planimetrie, daß die Verbindungslinien der Halbirungspunkte der oberen Höhenabschnitte mit dem jedesmal zugehörigen Halbirungspunkte einer Seite sich in einem Punkte, dem Mittelpunkte des Feuerbach'schen Kreises, schneiden.

Im § 5 wurde nachgewiesen, daß eine Parallele zu einer Ecktangente des umgeschriebenen Kreises durch die von der Ecke ausgehende Gegentransversale halbirt wird, wenn man die Parallele von den anstoßenden Dreiecksseiten begrenzt sein läßt. Diese Eigenschaft der Tangente in Verbindung mit dem Kriterium des harmonischen Strahlenbüschels sagt uns, daß die von derselben Ecke ausgehende Gegentransversale und Tangente des umgeschriebenen Kreises zugeordnet harmonisch liegen zu den die Ecke bildenden Dreiecksseiten. Bezeichnen wir die Schnittpunkte der Tangenten mit den gegenüberliegenden Dreiecksseiten durch A_2, B_2, C_2, die Fig. 1.

[1]) Salmon, a. a. O. Art. 48.

auf denselben Seiten befindlichen Fußpunkte der Gegentransversalen durch G_a, G_b, G_c, so sind A und B, G_c und C_2 je zwei zugeordnete harmonische Punkte; G_c liegt daher auf der Polare von C_2 in Bezug auf den umgeschriebenen Kreis M des Dreiecks ABC; ebenso liegt C als Berührungspunkt der Tangente auf der Polare von C_2; also ist CG_c die Polare von C_2. Deshalb ist der zweite Schnittpunkt von CG_c mit Kreis M zugleich der Berührungspunkt der zweiten Tangente von C_2 an Kreis M, und der um C_2 mit C_2C geschlagene Kreis schneidet den Kreis M so, daß die von C ausgehende Gegentransversale gemeinschaftliche Sehne beider Kreise ist. Entsprechendes gilt für die anderen Gegentransversalen. Die drei Kreise um A_2, B_2, C_2 schneiden einander in zwei Punkten, wie aus folgender Betrachtung hervorgeht. Der Kreis um C_2 geht durch die auf AB liegenden Fußpunkte W_c und V_c der Halbirungslinien des Dreieckswinkels ACB und seines Nebenwinkels; denn $\angle C_2 C W_c = \beta + \frac{1}{2}\gamma = C_2 W_c C$, also $C_2W_c =$ dem Radius C_2C des Kreises um C_2; ebenso C_2V_c. Die Entfernungen jedes Punktes des Kreises um C_2 von A und B stehen nach dem Satze des Apollonius im Verhältniß von AC zu BC oder von $h_a : h_b$. In gleicher Weise verhalten sich die Entfernungen jedes Punktes auf dem Kreise A_2 von B und C wie $h_b : h_c$; jeder der beiden Schnittpunkte K und K_1 der Kreise C_2 und A_2 hat also von den Ecken A, B, C Entfernungen, die sich verhalten, wie $h_a : h_b : h_c$; folglich liegt jeder der Schnittpunkte auf dem um B_2 mit B_2B beschriebenen Kreise, d. h. die drei Kreise A_2, B_2, C_2 schneiden sich in zwei Punkten. — Suchen wir nunmehr die Lage dieser Schnittpunkte K und K_1 in Bezug auf T, so ist oben bewiesen, daß jede Gegentransversale die gemeinschaftliche Sehne oder Potenzlinie für den umgeschriebenen Kreis M und je einen der Kreise A_2, B_2, C_2 ist; daher ist der Schnittpunkt T der drei Gegentransversalen das Potenzcentrum von Kreis M und irgend zweien der drei anderen, liegt also auf der Potenzlinie der letzteren; womit bewiesen, daß die Gerade KK_1 durch T geht. Auf derselben Geraden liegt auch der Mittelpunkt M des umgeschriebenen Kreises, weil dieser ein Orthogonalkreis zu denen um A_2, B_2, C_2 ist. Endlich sei noch auf die bekannten Sätze der synthetischen Geometrie hingewiesen, aus welchen hervorgeht, daß die Punkte A_2, B_2, C_2 auf einer geraden Linie liegen, und daß diese die Collineationsachse des ursprünglichen Dreiecks und des durch die Fußpunkte der Gegentransversalen bestimmten Dreiecks ist; die vorhin betrachtete Gerade steht alsdann auf der Collineationsachse senkrecht.

Fassen wir die Ergebnisse dieses Paragraphen kurz zusammen, so gehen durch den Punkt T im Ganzen 10 ausgezeichnete Linien:

1) Die drei Gegentransversalen der Mittellinien, welche ersteren zugleich Berührungsstrahlen des dem Ecktangentendreieck eingeschriebenen Kreises sind.
2) Drei Transversalen von gleicher Länge und antiparalleler Richtung zu den Dreiecksseiten.
3) Die drei Verbindungslinien der Halbirungspunkte der Höhen mit denen der zugehörigen Seiten.
4) Die Verbindungslinie derjenigen beiden Punkte, deren Entfernungen von den Ecken des Dreiecks proportional den Höhen sind.

Transversalen gleicher Länge.

§ 8. Die Untersuchungen über den Punkt T führten uns im vorigen Abschnitte auf die Betrachtung von Transversalen, welche zu den Dreiecksseiten antiparallel und unter einander gleich waren. Soweit die durch T gehenden Gegentransversalen als Oerter für die Schnittpunkte gleicher Transversalen in Betracht kamen, hatten diese letzteren in Bezug auf das Dreieck die Lage, daß sie alle drei gleichzeitig entweder zwischen den Schenkeln der Dreieckswinkel selbst, oder zwischen denen ihrer Scheitelwinkel enthalten waren. Im Anschluß hieran ist die Untersuchung über Transversalen gleicher Länge einer doppelten Erweiterung fähig; einmal können Transversalen untersucht werden, welche zu dem Dreieck in der Weise ungleichartig liegen, daß zwei von ihnen innerhalb oder außerhalb der Dreieckswinkel sind, während die dritte außerhalb oder innerhalb sich befindet, auf der andern Seite können wir an die Stelle der bisherigen antiparallelen eine parallele Lage der Transversalen gleicher Länge setzen. Wenden wir uns zunächst zu der ersteren Frage, so ist der Ort für die Schnittpunkte zweier gleicher und gegen eine Dreiecksseite gleich geneigter Transversalen zu suchen, von denen die eine innerhalb der Schenkel des einen anliegenden Dreieckswinkels, die andere zwischen den Schenkeln des Scheitelwinkels des zweiten anliegenden Dreieckswinkels sich befindet. Ein Punkt dieses Ortes ist auch hier ein Eckpunkt des im vorhergehenden Abschnitt behandelten Tangentendreiecks; denn die durch ihn gehenden Tangenten sind zu den gegenüberliegenden Dreiecksseiten antiparallel, ihre zwischen den Schenkeln der Dreieckswinkel gelegenen Strecken haben die gleiche Länge O, und die eine der letzteren kann als innerhalb, die andere als außerhalb des Dreiecks liegend angesehen werden. Um einen zweiten Punkt des Ortes festzustellen, wollen wir seinen Schnittpunkt mit einer Dreiecksseite aufsuchen. Es sei U_a ein solcher Punkt auf der Seite Fig. 1. BC, daß von ihm zwei gleiche Transversalen ausgehen, deren eine, $U_a U_c$, antiparallel zu AC und zwischen den Schenkeln des Winkels ABC, die andere $U_a U_b$ antiparallel zu AB und zwischen den Schenkeln des Scheitelwinkels von ACB liege, so ist $\angle U_b U_a B = \alpha = U_c U_a B$, Linie $U_a U_b = U_a U_c$, folglich wegen der Congruenz der Dreiecke $U_b U_a B$ und $U_c U_a B$ Winkel $U_b B U_a = U_c B U_a = \beta$. Da ferner in dem Sehnenviereck $U_a U_b A B$ die Winkel $U_a B U_b$ und $U_a A U_b$ auf demselben Bogen stehen, so ist auch der letztere $= \beta$; womit bewiesen, daß AU_a Tangente an dem umgeschriebenen Kreise des Dreiecks ABC ist. Der Punkt U_a des gesuchten Ortes ist folglich identisch mit dem früher durch A_2 bezeichneten Punkte, in welchem die von A ausgehende Tangente die Gegenseite BC traf. Somit wissen wir, daß der Ort für die Schnittpunkte zweier ungleichartig gelegener Transversalen von gleicher Länge durch die Punkte A_1 und A_2 geht: es bleibt zu untersuchen, ob derselbe, entsprechend den Schnittpunkten gleichartig gelegener Transversalen, eine gerade Linie ist. Bezeichnen wir wieder, wie früher, einen beliebigen Punkt auf $A_1 A_2$ mit X und ziehen durch ihn die Parallelen $X Y_c Y_a$ zu $U_c U_a$ und $X Z_a Z_b$ zu $U_a U_b$, so ist

$$Y_a Y_c : U_a U_c = B Y_a : B U_a = A_1 X : A_1 U_a = C Z_a : C U_a = Z_a Z_b : U_a U_b.$$

folglich da $U_a U_c = U_a U_b$, auch $Y_a Y_c = Z_a Z_b$. Es ist also die Gerade $A_1 A_2$ der Ort für die Schnittpunkte gleicher Transversalen, von denen die eine innerhalb eines Dreieckswinkels, die andere innerhalb eines Scheitelwinkels liegt. Orte derselben Bedingung sind auch die Geraden $B_1 B_2$ und $C_1 C_2$. Von den Schnittpunkten je zweier unter diesen drei Geraden läßt sich leicht nachweisen, daß sie auf den früher betrachteten Gegentransversalen liegen. Der Schnittpunkt T_1 nämlich von $B_1 B_2$ und $C_1 C_2$ hat die Eigenschaft, daß durch ihn drei Transversalen gleicher Länge bestimmt sind, von welchen die zu den Winkeln α und β gehörenden ungleichartig liegen, ebenso die zu α und γ gehörenden; folglich liegen die beiden zu β und γ gehörenden gleichartig, d. h. ihr Schnittpunkt liegt auf der Gegentransversale $A_1 A$. Wir erhalten somit drei neue Punkte T_1, T_2, T_3, durch welche je drei Transversalen gleicher Länge und antiparalleler Lage bestimmt sind; in Verbindung mit dem Punkte T bilden dieselben ein vollständiges Viereck, dessen Diagonalen die Ecktangenten des dem Dreieck ABC umgeschriebenen Kreises sind.

§ 9. Gehen wir nunmehr zu den Transversalen über, welche bei gleicher Länge eine den Dreiecksseiten parallele Richtung haben, so bietet sich auch hier eine doppelte Reihe solcher Linien dar, je nachdem diese gleichzeitig innerhalb der Winkelräume, oder theils innerhalb, theils außerhalb liegen. Um die Lage der Transversalen erster Art kennen zu lernen, suchen wir den Ort der Schnittpunkte von irgend zweien auf. Zwei Punkte des Ortes lassen sich leicht herausheben: Die beiden Transversalen, welche den Seiten AB und AC parallel sind Fig. 3. und dieselbe Länge O haben, schneiden sich in einer Ecke A_1 des dem Dreieck ABC umgeschriebenen Parallel-Dreiecks; der Schnittpunkt des Ortes mit BC ist dadurch gekennzeichnet, daß die in ihm einander begegnenden Transversalen mit den Seiten AB und AC einen Rhombus bilden, weshalb er auf der Halbirungslinie des Winkels BAC liegt. Daß der gesuchte Ort die durch die beiden eben gefundenen Punkte bestimmte gerade Linie ist, dafür läßt sich der Beweis nach bereits früher benutzten Methoden führen; ebenso dafür, daß diese Gerade die beiden entsprechenden, durch die Ecken B_1 und C_1 des Parallel-Dreiecks gehenden Geraden in einem Punkte, P, schneidet. Eine leicht zu führende Untersuchung zeigt ferner, daß dieser Punkt der Seitengegenpunkt zum Mittelpunkte desjenigen Kreises ist, welcher sich dem Parallel-Dreieck $A_1B_1C_1$ einschreiben läßt. In Folge dessen lassen sich seine Coordinaten, zunächst in Bezug auf das Fundamentaldreieck $A_1B_1C_1$, aus Gleichung II durch bloße Substitution ermitteln. Bezeichnen wir die Höhen des Dreiecks ABC mit h_a, h_b, h_c, den Radius des eingeschriebenen Kreises mit ϱ, so sind die entsprechenden Linien im Dreieck $A_1B_1C_1$ von doppelter Länge; jede der Coordinaten für den Mittelpunkt des ihm eingeschriebenen Kreises ist $= 2\varrho$, daher die Entfernung Q_a seines Seitengegenpunktes von B_1C_1 gemäß Gleichung II:

$$2h_a \cdot \frac{2b \cdot 2\varrho \cdot 2c \cdot 2\varrho}{2a \cdot 2\varrho \cdot 2b \cdot 2\varrho + 2b \cdot 2\varrho \cdot 2c \cdot 2\varrho + 2c \cdot 2\varrho \cdot 2a \cdot 2\varrho}$$

$$= 2h_a \cdot \frac{h_a}{h_a + h_b + h_c};$$

für die Entfernung q_a des in Rede stehenden Punktes von BC besteht nun aber die Relation $q_a + Q_a = h_a$, woraus folgt:

$$q_a = h_a \cdot \frac{-h_a + h_b + h_c}{h_a + h_b + h_c}.$$

Was diejenigen Transversalen gleicher Länge und paralleler Lage anbetrifft, welche theils innerhalb, theils außerhalb der Winkelräume des Dreiecks ABC liegen, so will ich, ohne auf eine mit den früheren Entwickelungen vielfach übereinstimmende Untersuchung näher einzugehen, hier nur die Ergebnisse derselben anführen. Die drei resultirenden Oerter gehen durch die Ecken des Parallel-Dreiecks und bilden auf den diesen Ecken gegenüberliegenden Dreiecksseiten Abschnitte, welche gleich den von den Halbirungslinien der Außenwinkel gebildeten Abschnitten sind; alle sechs Oerter sind die drei Seitenpaare eines vollständigen Vierecks, dessen Diagonalpunkte die Ecken des Parallel-Dreiecks sind.

Werfen wir zum Schluß noch einen vergleichenden Rückblick auf die gemeinsamen Eigenschaften der Transversalen von paralleler und von antiparalleler Lage, so legen die in vielen Punkten einander analogen Ergebnisse die Vermuthung nahe, daß ihnen ein allgemeineres Gesetz zu Grunde liegt; bei der Aufsuchung desselben dürfte der Umstand von Bedeutung sein, daß die von uns betrachteten Transversalen parallel den Ecktangenten zweier dem Dreieck umgeschriebener Kegelschnitte sind, und zwar derselben, welche in § 4 als die Abbildungen der unendlich entfernten Geraden in Betracht kamen.

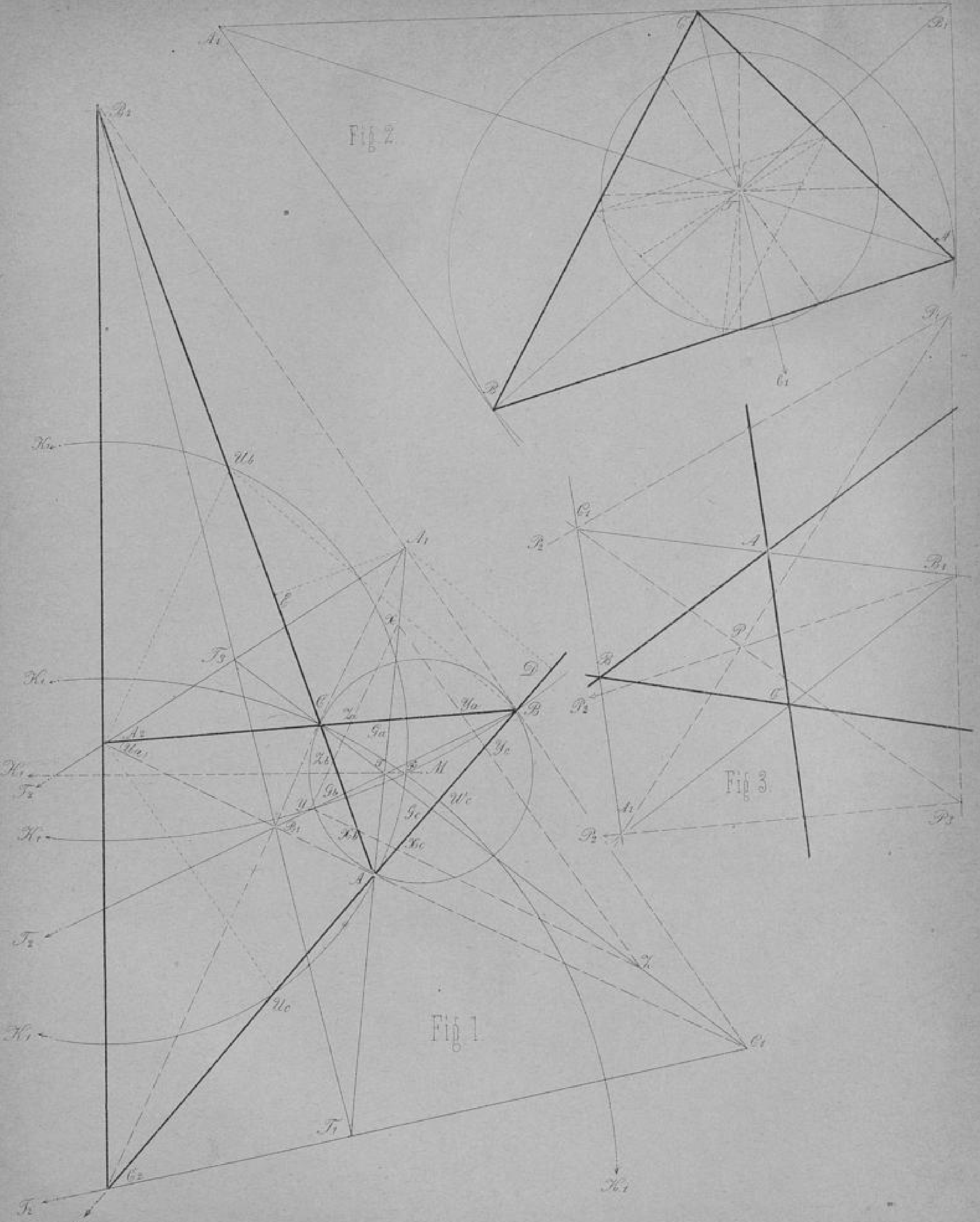

Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Schul-Nachrichten

von Ostern 1880 bis Ostern 1881.

A. Lehr-Verfassung.

I. Vorschule.

Dritte Klasse.

Ordinarius: Lehrer Wache.

Religion. Biblische Geschichten aus dem alten und dem neuen Testamente. Die zehn Gebote und einzelne Liederverse und Bibelsprüche wurden auswendig gelernt. 3 Std. w. Wache.

Deutsch. Lesen in der Lese-Fibel von A. Böhme. Einzelne Lesestücke wurden besprochen und kleine Gedichte auswendig gelernt. Sprechübungen nach den Bildertafeln von Winkelmann. Täglich eine Abschrift, seit Neujahr wöchentlich zwei Dictate. 8 Std. w. Wache.

Rechnen. Die vier Grundrechnungsarten im Zahlenraum von 1 bis 100. 6 Std. w. Wache.

Schreiben. Einübung der deutschen Schrift nach Vorschriften an der Wandtafel. 5 Std. w. Wache.

Geographie. Entwickelung allgemeiner geographischer Begriffe im Anschluß an die Heimatskunde. 2 Std. w. Wache.

Gesang. Einübung der Tonleiter und einstimmiger Lieder nach dem Gehör. 2 Std. w. Wache.

Zweite Klasse.

Ordinarius: Lehrer Rohnke.

Religion. Biblische Erzählungen aus dem alten und dem neuen Testamente. Lernen von Bibelsprüchen und Liederversen. Die zehn Gebote und das apostolische Glaubensbekenntniß. 3 Std. w. Rohnke.

Deutsch. Lesen im Lesebuch für Vorschulen von Paulsiek, erste Abtheilung. Memoriren kleiner Gedichte. Kenntniß des Haupt-, Eigenschafts- und Zeitworts. Täglich eine Abschrift, wöchentlich zwei orthographische Uebungen. 8 Std. w. Rohnke.

Rechnen. Die vier Species mit unbenannten Zahlen, im Kopfe und schriftlich. 6 Std. w. Rohnke.

Geographie. Veranschaulichung und Erklärung leichter geographischer Begriffe. Kenntniß des Globus. 2 Std. w. Rohnke.

Schreiben. Uebung der deutschen und der lateinischen Schrift mit Benutzung der Gräbke'schen Hefte. 5 Std. w. Rohnke.

Gesang. Einübung einstimmiger Volkslieder und einiger Choräle nach dem Gehör. Kenntniß der Noten. Leichte Uebungen in der Tonart C-dur. 2 Std. w. Rohnke.

Erste Klasse.

Ordinarius: Lehrer Pfefferkorn.

Religion. Biblische Geschichten aus dem alten und neuen Testamente. Die ersten drei Hauptstücke. Sprüche und Liederverse. 3 Std. w. Pfefferkorn.

Deutsch. Lesen im Lesebuche von Paulsiek für Septima. Besprechung und Wiedererzählen des Gelesenen. Memoriren von Gedichten und Uebungen im Decliniren und Conjugiren. Kenntniß des Haupt-, Für-, Zahl-, Zeit-, Eigenschafts- und Verhältnißwortes. Die Bestandtheile des einfachen Satzes. Wöchentlich ein Dictat, täglich eine Abschrift, theils in deutscher, theils in lateinischer Schrift. 8 Std. w. Pfefferkorn.

Rechnen. Die vier Species mit benannten Zahlen. Das Resolviren und Reduciren. Die Verbindung der Addition und Subtraction, sowie Multiplication und Division mit steter Berücksichtigung des Kopfrechnens. 6 Std. w. Pfefferkorn.

Geographie. Gestalt und Bewegung der Erde. Die Grad-Eintheilung. Die Zonen. Uebersicht über Länder und Meere. Verständniß der Karte. 3 Std. w. Pfefferkorn.

Schreiben. Einübung der deutschen und lateinischen Schrift mit Benutzung der Gräbke'schen Hefte. 4 Std. w. Pfefferkorn.

Gesang. Einüben einstimmiger Lieder nach dem Gehör. Kenntniß des Notensystems und der Tonleiter C-dur. Treffübungen an den Singetafeln 1 und 2 von B. Kothe. 2 Std. w. Pfefferkorn.

II. Realschule.

Sexta.

Ordinarius: Coet. a. Realschullehrer Bundschu, Coet. b. Hilfslehrer Kothe.

Religion. Biblische Geschichte des alten Testaments. Das erste Hauptstück. Auswendiglernen von Sprüchen und Liedern. 3 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Hertel.

Rechnen. Wiederholung der vier Species mit benannten Zahlen, mit besonderer Rücksicht auf das Zerlegen der Zahlen. Die Bruchrechnungen. Vorübungen für die Regeldetri. 5 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Hertel.

Geographie. Asien, Afrika, Amerika und Australien nach den Grundzügen der Geographie von Seydlitz. 3 Std. w. Coet. a. Schiller, Coet. b. Kothe.

Deutsch. Wortklassen und Satztheile nach dem Lesebuch von Hopf und Paulsiek, Sexta pag. 236—240. Einiges aus der Wortbildung. Dictate. Lesen und Wiedererzählen des Gelesenen. Anfertigung kleiner Aufsätze. Declamationsübungen. 5 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Kothe.

Lateinisch. Die fünf Declinationen, die Adjectiva, Pronomina, Numeralia, die vier regelmäßigen Conjugationen nach F. Schultz, kleine lateinische Sprachlehre § 1—94. Mündliche und schriftliche Uebersetzungen aus F. Schultz, Uebungsbuch § 1—68. Exercitien und Extemporalien. 8 Std. w. Coet. a. Dr. Reeck, Coet. b. Kothe.

Schreiben. Die deutsche und lateinische Schrift in geordneter Folge nach Vorschriften an der Wandtafel und mit Benutzung der Gräbke'schen Vorschrifthefte. 2 Std. w. Coet. a. im Sommer Bundschu, im Winter Hertel; Coet. b. Hertel.

Gesang. Kenntniß der Noten und Treffübungen mit Benutzung der Singtafeln 1—7 von B. Kothe. Ein- und zweistimmige Lieder. 2 Std. w. Coet. a. und b. Bundschu.

Quinta.

Ordinarius: Coet. a. Realschullehrer Kippenberg, Coet. b. Realschullehrer Schiller.

Religion. Biblische Geschichte des neuen Testaments. Das zweite Hauptstück. Bibelsprüche und Kirchenlieder. 3 Std. w. Coet. a. Dr. Reeck, Coet. b. Schiller.

Rechnen. Wiederholung der Bruchrechnungen und Anwendung derselben auf die Regeldetri und die damit zusammenhängenden Rechnungsarten. Die Decimalbrüche. 4 Std. w. Coet. a. Bundschu, Coet. b. Hertel.

Geographie. Europa im Anschluß an die Grundzüge der Geographie von Seydlitz, verbunden mit der Anfertigung einfacher Kartenskizzen. 3 Std. w. Coet. a. und b. Schiller.

Naturgeschichte. Die Wirbelthiere nach Schilling. 2 Std. w. Coet. a. und b. Hertel.

Deutsch. Der einfache und erweiterte Satz. Die Redetheile mit Ausschluß der Conjunctionen. Lectüre aus dem Lesebuch von Hopf und Paulsiek. Dictate und Aufsätze. 4 Std. w. Coet. a. Kippenberg, Coet. b. Schiller.

Lateinisch. Das Deponens, die periphrastische Conjugation, die unregelmäßigen Verba, Adverbia, Präpositionen (F. Schultz, kl. lat. Sprachlehre § 95—164). Mündliche und schriftliche Uebersetzungen aus F. Schultz, Uebungsbuch § 68—110. Exercitien und Extemporalien. 6 Std. w. Coet. a. Kippenberg, Coet. b. Schiller.

Französisch. Grammatik nach Plötz, Elementargrammatik, Lection 1—60. Einübung von avoir und être, sowie der einfachen Formen des regelmäßigen Verbs der ersten Conjugation. Exercitien und Extemporalien. 5 Std. w. Coet. a. Kippenberg, Coet. b. Kothe.

Zeichnen. Uebung der geraden und krummen Linien an einfachen symmetrischen Figuren, welche vor den Schülern an der Wandtafel entworfen und besprochen wurden. 2 Std. w. Coet. a. und b. im Sommer Wolff, im Winter Müller.

Schreiben. Deutsche und lateinische Schrift in Sätzen nach Gräbke's Vorschriftheften. Uebungen im Taktschreiben. 2 Std. w. Coet. a. im Sommer Hertel, im Winter Müller; Coet. b. Hertel.

Gesang. Rhythmische und melodische Uebungen. Einübung zwei- und dreistimmiger Gesänge aus Erk's Sängerhain, 1. Heft. Coet. a. und b. combinirt, im Sommer 2, im Winter 1 Std. w. Dr. Riemann.

Quarta.

Ordinarius: Coet. a. Realschullehrer Dr. v. Osiecki, Coet. b. Realschullehrer Dr. Reeck.

Religion. Erklärung des dritten, Wiederholung des ersten und zweiten Hauptstückes. Lectüre und Erklärung der Apostelgeschichte. Memoriren von Kirchenliedern und Bibelsprüchen. 2 Std. w. Coet. a. Pütter, Coet. b. Dr. Reeck.

Mathematik. a) Arithmetik: Wiederholung der Decimalbrüche mit Erweiterungen. Zusammengesetzte Regeldetri, Procent-, Gesellschafts- und Mischungsrechnung. 2 Std. w. b) Geometrie: Die Planimetrie nach Kambly's Leitfaden bis zur Kreislehre § 1—81, dazu § 111—117. 4 Std. w. Coet. a. Radicke, Coet. b. Schaube.

Naturgeschichte. Im Sommer: Beschreibung der äußeren Organe der Pflanzen, erläutert an Repräsentanten der verbreitetsten Familien. Im Winter: Die wirbellosen Thiere nach Schilling. 2 Std. w. Coet. a. und b. Schaube.

Geschichte. Im Sommer: Griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders des Großen. Im Winter: Römische Geschichte bis Titus. 2 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Kothe.

Geographie. Politische Geographie der außereuropäischen Länder nebst Wiederholung der physischen nach Seydlitz, kl. Schul-Geographie. 2 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Dr. Osiecki.

Deutsch. Lehre von der Satzverbindung und vom Satzgefüge. Hauptregeln der Interpunktion. Lecture aus dem Lesebuch von Hopf und Paulsiek. Aufsätze und Declamationen. 3 Std. w. Coet. a. Dr. Osiecki, Coet. b. Dr. Reeck.

Lateinisch. Wiederholung des grammatischen Pensums von Sexta und Quinta. Die unregelmäßigen Verba composita; Adverbien und Conjunctionen; verbundene und absolute Participialconstructionen, accusativus cum infinitivo; Construction der Städtenamen. Anmerkungen zur ersten, zweiten und dritten Declination; substantiva defectiva und abundantia. Numeralia distributiva, multiplicativa, pronomina indefinita. Uebersetzen aus dem Uebungsbuche von F. Schultz. Exercitien und Extemporalien. 6 Std. w. Coet. a. Dr. Osiecki, Coet. b. Dr. Reeck.

Französisch. Wiederholung des Pensums von Quinta nach Plötz's Elementargrammatik. Einübung des in den Lectionen 61—112 enthaltenen grammatischen Stoffes. Uebungen im mündlichen und schriftlichen Uebersetzen nach denselben Lectionen. Exercitien und Extemporalien. 5 Std. w. Coet. a. und Coet. b. Dr. Osiecki.

Zeichnen. Weitere Uebung der geraden und krummen Linien an Vorlegeblättern. Copiren leichter Köpfe, Ornamente, Arabesken und Landschaften mit besonderer Berücksichtigung der Contour. 2 Std. w. Coet. a. und b. im Sommer Wolff, im Winter Müller.

Gesang. Vide Prima.

Unter-Tertia.

Ordinarius: Coet. a. Realschullehrer Krüger, Coet. b. Oberlehrer Pütter.

Religion. Biblische Geschichte des A. T. Wiederholung des lutherischen Katechismus und Erklärung der Sonntagsevangelien. Lernen von Kirchenliedern und Sprüchen. 2 Std. w. Coet. a. und b. combinirt Pütter.

Mathematik. a) Arithmetik: Die vier ersten Operationen der Buchstabenrechnung. Quadrat- und Kubikwurzeln. Gleichungen des ersten Grades mit einer Unbekannten, Anwendung derselben zur Lösung von Aufgaben. 3 Std. w. b) Geometrie: Kreislehre. Vergleichung des Flächeninhalts, Verwandlung, Theilung und Ausmessung geradliniger Figuren, nach Kambly's Leitfaden § 82—127. Lösung von Aufgaben. Repetition des Cursus von Quarta. 3 Std. w. Coet. a. Radicke, Coet. b. Schaube.

Naturgeschichte. Im Sommer: Botanik. Repetition und Erweiterung der Morphologie. Beschreibung von häufiger vorkommenden Pflanzen aus hier verbreiteten Familien. Grundzüge des Linné'schen Systems. Im Winter: Uebersicht des Thierreichs. 2 Std. w. Coet. a. und b. Dr. Kleinert.

Geschichte. Geschichte der Völkerwanderung und des Mittelalters mit besonderer Berücksichtigung der deutschen Kaiser. 2 Std. w. Coet. a. Gutzeit, Coet. b. Engelhardt.

Geographie. Europa mit Ausschluß von Deutschland und Oesterreich. 2 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Engelhardt.

Deutsch. a) Lectüre und Erläuterung von poetischen und prosaischen Stücken aus dem Lesebuch von Hopf und Paulsiek. Aufsätze und Declamationen. b) Satzlehre: Erweiterung und Ergänzung der früheren Curse, besonders der zusammengesetzte Satz. 3 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Pütter.

Lateinisch. Wiederholung der Formenlehre. Aus der Syntax die Congruenz der Satztheile und die Casuslehre nach der Grammatik von F. Schultz, eingeübt an den entsprechenden Paragraphen des Uebungsbuches. Exercitien und Extemporalien. Lectüre aus Nepos und Phädrus. 5 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Pütter.

Französisch. Grammatik nach Plötz II, Lection 1—23. Wiederholung der Elementargrammatik. Exercitien und Extemporalien. Lectüre aus Rollin: Hommes illustres. 4 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Pütter.

Englisch. Grammatik und Lectüre nach dem Elementarbuch von Schmitz. Im Winter einige schriftliche Uebungen. 3 Std. w. Coet. a. Gutzeit, Coet. b. Kippenberg.

Zeichnen. Weitere Uebungen im Copiren leichter Köpfe, Ornamente und Landschaften mit besonderer Berücksichtigung des Schattens. 2 Std. w. Coet. a. und b. im Sommer Wolff, im Winter Müller.

Gesang. Vide Prima.

Ober-Tertia.

Ordinarius: Coet. a. Oberlehrer Engelhardt, Coet. b. Oberlehrer Gutzeit.

Religion. Bibelkunde. Memoriren von Kirchenliedern und Psalmen. Erklärung von verschiedenen Abschnitten der heil. Schrift. 2 Std. w. Coet. a. und b. combinirt Pütter.

Mathematik. a) Arithmetik: Lineäre Gleichungen mit mehreren und quadratische Gleichungen mit einer Unbekannten; Anwendung derselben zur Lösung von Aufgaben. b) Geometrie: Aehnlichkeit der Figuren, Berechnung der regulären Polygone und des Kreises, nach Kambly § 128—165. Constructions-Aufgaben. 6 Std. w. Coet. a. Radicke, Coet. b. Schaube.

Naturgeschichte. Im Sommer: Uebersicht des Pflanzenreichs; im Winter: Einleitung in die Physik und Chemie durch Darlegung der allgemeinen Eigenschaften der Körper, sowie ihres Verhaltens an der Luft, zum Wasser, zur Wärme und zum Licht. 2 Std. w. Coet. a. und b. Dr. Kleinert.

Geschichte. Neuere deutsche und brandenburgisch-preußische Geschichte. 2 Std. w. Coet. a. Engelhardt, Coet. b. Gutzeit.

Geographie. Deutschland und Oesterreich in physischer und politischer Beziehung mit besonderer Berücksichtigung Preußens. Das Wesentliche aus der Geschichte der Geographie. 2 Std. w. Coet. a. Engelhardt, Coet. b. Gutzeit.

Deutsch. Wiederholung früherer grammatischer Pensa im Anschluß an die Lectüre von Hopf und Paulsiek; insbesondere der zusammengesetzte Satz und die Periode. Lectüre des Homer nach Voß und Uebungen in Vorträgen daraus. Erklärung Schiller'scher und Uhland'scher Balladen. Aufsätze und Declamationen. 3 Std. w. Coet. a. Engelhardt, Coet. b. Gutzeit.

Lateinisch. Gebrauch der Tempora und Modi, der Infinitivi und Participia nach Schultz. Wiederholung der Casuslehre und der Abschnitte über das Verbum aus der Formenlehre. Exercitia und Extemporalia. Lectüre aus Caes. bell. Gall.: Coet. a. lib. II und IV, 1—20; Coet. b. lib. IV, 1—19; V, 26—52. Phaedri fabulae. Coet. a. Engelhardt, Coet. b. Gutzeit.

Französisch. Grammatik nach Plötz' Schulgrammatik bis zum Abschnitt über die Wortstellung. Exercitien und Extemporalien. Lectüre aus Herrig's La France Littéraire: Voltaire, Le Sage, Thierry, Michaud, Buffon, Barante, Béranger. 4 Std. w. Coet. a. Krüger, Coet. b. Gutzeit.

Englisch. Grammatik nach Schmitz II bis zur Satzlehre. Exercitien und Extemporalien. Uebersetzung der Uebungsstücke in Schmitz's Elementarbuch. Lectüre aus Herrig's British Classical Authors: Defoe, Swift, Fielding, Burns, Byron. 4 Std. w. Coet. a. Dr. Riehl, Coet. b. Kippenberg.

Zeichnen. a) Im praktischen Zeichnen: Anfänge des Bau- und Planzeichnens. Copiren schwererer Landschaften, Köpfe, Arabesken und Ornamente mit Estampe, Feder und Tusche. Im Wintersemester daneben b) im theoretischen Zeichnen: die Projectionslehre. 2 Std. w. Coet. a. und b. im Sommer Wolff, im Winter Müller.

Gesang. Vide Prima.

Unter-Secunda.

Ordinarius: Oberlehrer Dr. Görres.

Religion. Die Anfänge der christlichen Kirche nach der Apostelgeschichte; Lectüre mehrerer Briefe des neuen Testaments. Combinirt mit Ober-Secunda. 2 Std. w. Pütter.

Mathematik. Von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen. Quadratische Gleichungen mit mehreren Unbekannten. Stereometrie. Repetition der Planimetrie an Constructionsaufgaben. 5 Std. w. Radicke.

Physik. Im Sommer: Mechanik; im Winter: Wärmelehre nach Koppe. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Chemie. Die Lehre von den nichtmetallischen Elementen und deren Verbindungen namentlich mit Wasserstoff, Chlor, Sauerstoff, Schwefel nach Schreiber. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Naturgeschichte. Das Wichtigste aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen im Sommer, des Menschen im Winter, nach Schilling ausführlicher behandelt. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Geschichte. Orientalische und griechisch-macedonische Geschichte. Repetitionen aus der Geographie in Anknüpfung an den geschichtlichen Unterricht. 3 Std. w. Dr. Görres.

Deutsch. Lectüre: Ausgewählte Stücke aus Hopf und Paulsiek. Gedichte von Klopstock und Göthe; Schiller's culturhistorische Gedichte. Dispositionslehre. Metrik. Satzlehre. Aufsätze. 3 Std. w. Dr. Görres.

Lateinisch. Gelesen wurde Caes. lib. V. bell. Ambior. und VI. 9—29; ferner ausgewählte Stücke aus Ovid's Metamorphosen. In der Grammatik wurde neu durchgenommen Cap. 38, 45, 46, 47. Wiederholung und Einübung der Formenlehre durch Extemporalien, der Syntax durch Exercitia. 4 Std. w. Engelhardt.

Französisch. Lectüre aus Herrig mit französischen Sprechübungen: Guizot, Lacretelle, Barante, Thiers, Mignet, Nodier-Chénier, De Vigny, Béranger. Grammatik nach Plötz II vom Pronom bis zu Ende. Exercitien und Extemporalien. 4 Std. w. Dr. Görres.

Englisch. Lectüre aus Herrig, British Classical Authors: Hume, Gibbon, Robertson, Macaulay, Prescott. — Byron, Moore, Burns. — Grammatik nach Schmitz: Nomen, Partikeln. Exercitien und Extemporalien. 3 Std. w. Dr. Görres.

Zeichnen. a) Praktisches Zeichnen wie in Obertertia. b) Theoretisches Zeichnen: Die Perspective. 2 Std. w. Im Sommer Wolff, im Winter Müller.

Gesang. Vide Prima.

Ober-Secunda.

Ordinarius: Professor Dr. Weigand.

Religion. Combinirt mit Unter-Sekunda.

Mathematik. Arithmetische und geometrische Reihen, Kettenbrüche, schwierigere quadratische Gleichungen. Trigonometrie. Fortsetzung der Stereometrie. Repetition der Planimetrie an Constructionsaufgaben. Algebraische Geometrie. 5 Std. w. Dr. Kiehl.

Physik, experimentale. Magnetismus, Electricität, Akustik, Optik, nach Koppe. 2 Std. w. Dr. Kiehl.

Chemie. Die wichtigeren Leicht- und Schwermetalle, ihre Verbindungen mit Sauerstoff, Chlor und Schwefel, so wie die bekannteren Oxysalze nebst den Hauptreactionen derselben. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Naturgeschichte. Das Wichtigste aus der Lehre von den Krystallgestalten; die wichtigeren Mineralien wurden specieller behandelt. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Geschichte. Wiederholung der griechischen und macedonischen Geschichte. Römische Geschichte. Repetitionen aus der Geographie in Anknüpfung an den geschichtlichen Unterricht. 3 Std. w. Dr. Görres.

Deutsch. Dispositionslehre. Metrik. Das Wesen der Poesie. Schiller's und Lessing's Leben. Lectüre: Maria Stuart von Schiller, Emilia Galotti von Lessing; einzelnes aus Hopf und Paulsiek. — Vorträge. Aufsätze. 3 Std. w. Dr. Weigand.

Lateinisch. Gelesen wurde: Sallust, Catilina; Virgil, Aen. II, 1—267; Tibull, Eleg. 120 Verse. — Wiederholung der Grammatik an Exercitien und Extemporalien. 4 Std. w. Der Director.

Französisch. Schullectüre aus Herrig's Chrestomathie: Molière, La Rochefoucauld, Fénelon, Fontenelle, Vauvenargues, Mirabeau. Privatlectüre, in französischer Sprache besprochen: Charles XII par Voltaire aus Göbel's Bibliothek. Plötz II. vom Pronom bis zu Ende. Repetition der Grammatik. Exercitien. Extemporalien. 4 Std. w. Dr. Weigand.

Englisch. Schullectüre aus Herrig's Chrestomathie: Sheridan, Dickens. Privatlectüre aus derselben, in englischer Sprache besprochen: Radcliffe, Scott, Macaulay, Lamb. Schmitz, Grammatik vom Nomen bis zu Ende. Repetition der Grammatik. Exercitien, Extemporalien. 3 Std. w. Dr. Weigand.

Zeichnen. a) Praktisches Zeichnen wie in Unter-Secunda. Daneben im Wintersemester b) im theoretischen Zeichnen: Fortsetzung der Perspective. 2 Std. w. Im Sommer Wolff, im Winter Müller.

Gesang. Vide Prima.

Prima.

Ordinarius: Der Director.

Religion. Im Sommerhalbjahr: Christliche Kirchengeschichte bis zur Reformation; im Winterhalbjahr: Kirchengeschichte nach der Reformation. 2 Std. w. Serno.

Mathematik. Analytische Geometrie; Kegelschnitte; sphärische Trigonometrie. Repetition der ebenen Trigonometrie, Stereometrie, Planimetrie und Algebra an zahlreichen Aufgaben. 5 Std. w. Dr. Kiehl.

Physik, mathematische. Statik und Mechanik der festen, flüssigen und luftförmigen Körper, Wärmelehre, nach Koppe. 3 Std. w. Dr. Kiehl.

Chemie. Im Sommer: Anleitung zur Analyse einfacher, im Wasser löslicher Verbindungen. — Im Winter: Theile der technischen Chemie, namentlich Kali-, Natron-, Ammon- und Thonerdesalze, sowie Verbindungen des Eisens, des Bleies und des Kupfers, welche für die Technik wichtig sind. 2 Std. w. Dr. Kleinert.

Naturkunde. Grundlehren der physischen Geographie. 1 Std. w. Dr. Kleinert.

Geschichte. Geschichte der neueren Zeit. Wiederholung der alten und mittleren Geschichte. Repetitionen aus der Geographie in Anknüpfung an den geschichtlichen Unterricht. 3 Std. w. Dr. Görres.

Deutsch. Uebersicht über die geschichtliche Entwickelung der deutschen Sprache; mittelhochdeutsche Formenlehre; die wichtigsten Epochen der Literaturgeschichte. Erörterung und Correctur der Aufsätze. 3 Std. w. Der Director.

Lateinisch. Gelesen wurde: Cicero, eine Auswahl von dreißig Briefen; Horat. Sat. I, 1 und eine Auswahl von Oden. — Im Anschluß an Wiederholungen aus früher Gelesenem wurden einzelne Abschnitte aus der Formenlehre, Synonymik und Syntax eingehend behandelt. 3 Std. w. Der Director.

Französisch. Schullectüre aus Herrig: Corneille, Balzac, Voiture. Privatlectüre, in französischer Sprache besprochen: aus Göbel's Bibliothek Tableaux historiques, aus Herrig's Chrestomathie Guizot, Lacretelle, Thierry, Thiers. Uebersicht der französischen Literaturgeschichte in französischer Sprache. Wiederholung der Grammatik. Mündliche Uebersetzungen aus Schiller. Exercitien. Aufsätze. 4 Std. w. Dr. Weigand.

Englisch. Schullectüre: Macbeth von Shakespeare. Aus Herrig's Chrestomathie: The Elizabethan Era (prose writers). Privatlectüre, in englischer Sprache controlirt: Schütz, Hist. ser. I, 3. Uebersicht der englischen Literaturgeschichte in englischer Sprache. Wiederholung der Grammatik. Mündliche Uebersetzungen aus Schiller. Exercitien. Aufsätze. 3 Std. w. Dr. Weigand.

Zeichnen. a) Im praktischen Zeichnen: Zeichnen nach Gypsmodellen. Praktische Anwendung der perspectivischen Regeln durch Aufnahmen geeigneter Baulichkeiten der Stadt. b) Im theoretischen Zeichnen: Die perspectivische Schattenconstruction. Die Lehre von den Spiegelungen. Geometrisches Zeichnen, namentlich Lösung solcher Aufgaben aus der zeichnenden Geometrie, welche bei den verschiedenen Bauhandwerken am häufigsten zur Anwendung kommen. Fortsetzung der geometrischen Projection, die geometrische Schattenconstruction. 3 Std. w. Im Sommer Wolff, im Winter Müller.

Gesang. Einübung drei- und vierstimmiger Gesänge für gemischten Chor, Männerchor und Knabenchor. (Die Männerstimmen 1 Std., die Knabenstimmen 1 Stunde wöchentlich allein, eine dritte Stunde combinirt.) Dr. Riemann.

Katholischer Religions-Unterricht.

a. Vorschule.

Klasse 1, 2 und 3 combinirt.

Memoriren einfacher, kurzer Sprüche und Gebete. Auswahl leichter Erzählungen aus der Geschichte des Alten und Neuen Testaments. Kurze Erklärung des Gebets des Herrn und des englischen Grußes. Leichtfaßliche Erklärung des Wesens Gottes und seiner Eigenschaften. 2 Std. w.

b. Realschule.

Zweite Abtheilung: Sexta, Quinta, Quarta und Unter-Tertia combinirt.

Biblische Geschichte: Das Alte Testament nach Dr. Schuster: Von der Zeit der Richter (Nr. 47) bis zur Ankunft des Erlösers (Nr. 88). 1 Std. w.
Katechismuslehre: Das Hauptgebot der Liebe; ausführliche Erklärung des Dekalogs und der Kirchengebote mit Zugrundelegung des Deharbe'schen Katechismus Nr. 2. Zeitweise Wiederholung des früher durchgenommenen Pensums. 1 Std. w.

Erste Abtheilung: Ober-Tertia, Unter-Secunda, Ober-Secunda und Prima combinirt.

Kirchengeschichte: Die sechste und letzte Periode: Die neueren Zeiten. Ergänzung einzelner Abschnitte aus der vierten und fünften Periode. 1 Std. w.
Dogmatik: Das Werk unserer Heiligung: Von der Gnade, der Rechtfertigung, den heiligen Sacramenten bis zu dem Abschnitt von der Buße; allvierteljährlich eine Klassenarbeit. 1 Std. w. — Erdner, Präbendar.

Jüdischer Religions-Unterricht.

Vierte Abtheilung: Sexta und Quinta combinirt.

Biblische Geschichte: Vom Tode Josephs bis zum Tode Moses. Die zehn Gebote. 2 Std. w.

Dritte Abtheilung: Quarta und Unter-Tertia combinirt.

Religion: Die Religionsquellen. Die Fest- und Gedenk-Tage. 1 Std. w.
Biblische Geschichte: Von Saul bis zum Untergange des israelitischen Reiches unter Hosea. Wiederholung der früheren Pensa. 1 Std. w.

Zweite Abtheilung: Ober-Tertia und Unter-Secunda combinirt.

Religion: Das Wichtigste aus der Glaubenslehre und den Pflichten gegen Gott. 1 Std. w.
Geschichte: Von der Zerstörung des ersten Tempels bis zu den Maccabäern. Wiederholung der früheren Pensa. 1 Std. w.

Erste Abtheilung: Ober-Secunda und Prima combinirt.

Im Sommer: Wiederholung und Vervollständigung der Glaubenslehre. 1 Std. w.
Im Winter: Geschichte der Diaspora in Asien. Wiederholung der biblischen Geschichte. 1 Std. w. Rabbiner Dr. Gebhardt.

Vertheilung der Lectionen im Winter-Semester 18⁸⁰⁄₈₁

Lehrer.	Prima Ord. Der Director.	Ober-Secunda Dr. Weigand.	Unter-Secunda Dr. Görres.	Ober-Tertia Coet. a. Engelhardt.	Ober-Tertia Coet. b. Gutzeit.	Unt.-Tertia Coet. a. Krüger.	Unt.-Tertia Coet. b. Pütter.	Quarta Coet. a. Dr. Osiecki.	Quarta Coet. b. Dr. Reeck.	Quinta Coet. a. Kippenberg.	Quinta Coet. b. Schiller.	Sexta Coet. a. Bundschu.	Sexta Coet. b. Kothe.	Vorschule Klasse I. Pfefferkorn.	Vorschule Klasse II. Rohnke.	Vorschule Klasse III. Wache.	Summa.
1. Der Director	3 Deutsch. 5 Latein.	4 Latein.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	10
2. Professor Dr. Weigand	3 Englisch. 4 Französisch.	3 Deutsch. 3 Englisch. 4 Französisch.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	17
3. Oberlehrer Dr. Kleinert*)	2 Chemie. 1 Naturkunde.	2 Chemie. 2 Naturgesch.	2 Chemie. 2 Physik. 2 Naturgesch.	2 Naturgesch.	2 Naturgesch.	2 Naturgesch.	2 Naturgesch.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21
4. Oberlehrer Dr. Görres	3 Geschichte.	3 Geschichte.	3 Deutsch. 3 Englisch. 4 Französisch. 3 Geschichte.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19
5. Oberlehrer Engelhardt	—	—	4 Latein.	3 Deutsch. 5 Latein. 2 Geschichte. 2 Geographie.	—	—	2 Geschichte. 2 Geographie.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	20
6. Oberlehrer Dr. Riehl	5 Mathematik. 3 Physik.	5 Mathematik. 2 Physik.	—	4 Englisch.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	19
7. Oberlehrer Pütter	—	2 Religion comb. mit Unter-Secunda.	—	2 Religion comb. mit b.	—	2 Religion comb. mit b.	3 Deutsch. 6 Latein. 4 Französisch.	2 Religion.	—	—	—	—	—	—	—	—	20
8. Oberlehrer Gutzeit	—	—	—	—	3 Deutsch. 5 Latein. 4 Französisch. 2 Geschichte. 2 Geographie.	3 Englisch. 2 Geschichte.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	21
9. Realschullehrer Krüger	—	—	—	4 Französisch.	—	3 Deutsch. 5 Latein. 4 Französisch. 2 Geographie.	—	2 Geschichte. 2 Geographie.	—	—	—	—	—	—	—	—	22
10. Realschullehrer Radicke	—	—	5 Mathematik.	6 Mathematik.	—	6 Mathematik.	—	5 Mathematik.	—	—	—	—	—	—	—	—	23
11. Realschullehrer Dr. v. Osiecki	—	—	—	—	—	—	—	3 Deutsch. 6 Latein. 5 Französisch.	5 Französisch. 2 Geographie.	—	—	—	—	—	—	—	21
12. Realschullehrer Dr. Reeck	—	—	—	—	—	—	—	—	2 Religion. 3 Deutsch. 6 Latein.	2 Religion.	—	8 Latein.	—	—	—	—	22
13. Realschullehrer Schaude	—	—	—	—	6 Mathematik.	—	6 Mathematik.	2 Naturgesch.	6 Mathematik. 2 Naturgesch.	—	—	—	—	—	—	—	22
14. Realschullehrer Kippenberg	—	—	—	—	4 Englisch.	—	3 Englisch.	—	—	3 Deutsch. 6 Latein. 5 Französisch.	—	—	—	—	—	—	22
15. Realschullehrer Schiller	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2 Geographie.	2 Religion. 4 Deutsch. 6 Latein. 2 Geographie.	2 Geographie.	—	—	—	—	22
16. Realschullehrer Bundschu	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4 Rechnen.	—	3 Religion. 4 Deutsch. 5 Rechnen. 2 Gesang.	2 Gesang.	—	—	—	21
17. Lehrer Hertel	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2 Naturgesch.	4 Rechnen. 2 Naturgesch. 2 Schreiben.	2 Schreiben.	3 Religion. 5 Rechnen. 2 Schreiben.	—	—	—	22
18. Zeichenlehrer Müller	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen.	2 Zeichnen. 2 Schreiben.	2 Zeichnen.	—	—	—	—	—	25
19. Hilfslehrer Kothe	—	—	—	—	—	—	—	—	2 Geschichte.	—	5 Französisch.	—	3 Deutsch. 8 Latein. 2 Geographie.	—	—	—	23
20. Lehrer Pfefferkorn	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3 Religion. 8 Deutsch. 4 Rechnen. 2 Geographie. 4 Schreiben. 2 Gesang.	—	—*)	26
21. Lehrer Rohnke	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3 Religion. 8 Deutsch. 5 Rechnen. 2 Geographie. 4 Schreiben. 2 Gesang.	—	26
22. Lehrer Wache	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	3 Religion. 8 Deutsch. 5 Rechnen. 2 Geographie. 4 Schreiben. 2 Gesang.	26
23. Musikdir. Dr. Riemann	3 Gesangstunden mit den Secunden, den Tertien u. Quarten Coet. a. u. b. comb.									1 Gesang comb. mit b.		—	—	—	—	—	4
24. Prediger Senne	2 Religion.	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2
25. Präbendar Ordner	2 Religion (kath.) in Prima, Secunda und Ober-Tertia comb.						2 Religion (kath.) in Unter-Tertia, Quarta, Quinta und Sexta comb.							2 Religion (kath.) in Klasse I., II., III. comb.			6
26. Rabbiner Dr. Gebhardt	1 Religion (mos.) in Prima und Ober-Secunda comb.		2 Religion (mos.) in Unter-Secunda und Ober-Tertia comb.			2 Religion (mos.) in Unter-Tertia und Quarta comb.				2 Religion (mos.) in Quinta und Sexta comb.				—	—	—	7
*) Oberlehrer Dr. Kleinert außerdem	1 Turnen, (I comb. I. und II.)		1 Turnen.	1 Turnen.		1 Turnen.		1 Turnen.		1 Turnen.		1 Turnen.		—	—	—	8

Turn-Unterricht.

Der Turnunterricht wurde den Realschülern in sieben Abtheilungen ertheilt. Eine achte Abtheilung, welche sich aus Schülern der Prima, der Secunden und Ober-Tertien zusammensetzte, wurde zu Vorturnern ausgebildet. 8 Std. w. Dr. Kleinert.

Themata der Aufsätze in den oberen Klassen von Ostern 1880 bis Ostern 1881.

Ober-Tertia Coet. b.

1. Welchen Nutzen zog Cäsar aus den gallischen Kriegen? 2. Die Sueven nach Cäsar. 3. Die Rückkehr des Menelaos nach der Zerstörung Trojas. 4. Der Zustand Deutschlands nach dem dreißigjährigen Kriege. (Klassenarbeit.) 5. Die Vergleichung in Chamisso's Parabel „Die Kreuzschau". 6. Pflugschar und Schwert. 7. Charakter des Diomedes. 8. Titurius Sabinus und L. Aurunculejus Cotta, eine Parallele nach Cäsars bell. g. V, 28—37. (Klassenarbeit.) 9. Schiller's Balladen „der Taucher" und „der Handschuh", eine Vergleichung. 10. Priamus bittet Achilleus um den Leichnam Hectors.

Ober-Tertia Coet. a.

1. Welche Eigenschaften machen uns den Ritter in Schiller's „Kampf mit dem Drachen" lieb? 2. Die Vorstellung der Griechen, daß die Götter neidisch seien, verglichen mit dem Sprichworte: „Wen Gott liebt, den züchtigt er". 3. Die Theilnahme der Götter am Kampfe vor Troja. 4. Klassenarbeit: a) Die griechischen Nationalfeste, ihre Feier und ihre Bedeutung. b) Die vier Jahreszeiten — ein Bild des menschlichen Lebens. 5. Die Bromberger Gewerbe-Ausstellung. 6. Die Schule verglichen mit einem Garten. 7. Was ist nützlicher, Eisen oder Gold? 8. Feuersbrunst und Wassersnoth. 9. Klassenarbeit: Cäsars Verfahren gegen die Usipeter und Tenkterer. 10. Die Festfeier zu Eleusis.

Unter-Secunda.

1. Inwiefern sind Bücher gute Gesellschafter? 2. Charakter der Königin Elisabeth. (Uebersetzung aus dem Englischen des Hume.) 3. Im Glück halt' ein, im Leid halt' aus. (Klassenaufsatz.) 4. Vorgethan und nachbedacht hat Manchen in großes Leid gebracht. 5. Ludwig der Elfte. (Charakteristik nach Lacretelle.) 6. Erklärung des Göthe'schen Gedichtes: „Seefahrt". 7. Der Unterschied der Synonymen: Holz, Holzung, Gehölz, Wald, Waldung, Forst, Hain, Haide. 8. Uebersetzung des Gedichtes: „The destruction of Senna-Cherib" von Byron in iambischen Quinaren. 9. Gedankengang des Schiller'schen Gedichtes: „Die Ideale". 10. Erst wäge, dann wage. (Klassenaufsatz.)

Ober-Secunda.

1. Soll man sich jedes Unrecht stillschweigend gefallen lassen? 2. Wer allzuviel bedenkt, wird wenig leisten. 3. Unterschied der Synonymen: überführen, überreden, überweisen, überzeugen. 4. Bericht über die Privatlectüre. 5. Kann auch der Schüler zu dem guten Ruf der Anstalt, welche er besucht, etwas beitragen? (Klassenaufsatz.) 6. Die Ausflüchte des Undankbaren. 7. Uebersetzung von 52 Versen aus Corneille's „Cid" in Blankversen. 8. Metrische Uebersetzung eines Bruchstücks aus Longfellow's „Evangeline". 9. Die Räthe der Elisabeth in Schiller's „Maria Stuart". 10. Lerne schweigen, o Freund; dem Silber wohl gleichet die Rede, Aber zur rechten Zeit schweigen ist lauteres Gold. (Klassenaufsatz.)

Prima.

Deutsch.

1. Lerne entbehren! 2. Der brave Mann denkt an sich selbst zuletzt. (Sch. W. T.) 3. Be check'd for silence, but never tax'd for speech. (Shakesp. All's well ect.) 4. Freiheit! ruft die Vernunft, Freiheit! die wilde Begierde. (Sch. Sp.) 5. Uebersetzung von Plin. ep. VIII, 8. 6. Gaudia principium nostri sunt saepe doloris. (Ov. Met.) 7. Erst lerne achten, ehe du verachtest. 8. Die wîsen manegez irret, daz tôren lützel wirret. (Frid. Besch.) 9. Die Schicksale Siciliens im Verlauf der Geschichte bis zur Zeit der Hohenstaufen. (Klassenarbeit) 10. Wahre Bildung macht bescheiden. (Abiturienten-Aufsatz.)

Französisch.

1. L'exécution de Marie Stuart. 2. Guerres de Charlemagne contre les Lombards et contre les Saxons. 3. Vie privée de Charlemagne. 4. La destruction de l'Armada. 5. La mort d'Elisabeth. 6. Horace par Corneille. 7. La conspiration des poudres. 8. Cromwell.

Englisch.

1. The seven years' war. 2. King Lear. 3. Richard II. 4. Conquests of the Danes in England. 5. Sweyn and Elfeg. 6. Canute the Great. 7. Macbeth. 8. Lewis XI.

Themata bei der Abiturienten-Prüfung zu Ostern 1881.

Deutsch. Wahre Bildung macht bescheiden.

Mathematik. 1. Die Zahl 36 soll in drei solche Theile zerlegt werden, daß der erste Theil vermehrt um das Doppelte des zweiten und das Dreifache des dritten = 58, und daß die Summe der Quadrate aller Theile ein Minimum sei. 2. Ein Dreieck zu zeichnen, wenn von demselben gegeben sind: ein Winkel, das Verhältniß der von ihm ausgehenden Höhe und Mittellinie, sowie die Summe aus dieser Mittellinie und der von ihr halbirten Dreiecksseite. 3. An der Außenseite des Kölner Domes befinden sich senkrecht übereinander zwei horizontale Galerieen; die untere ist $1\frac{1}{2}$ m hoch und 30 m über dem Erdboden, während die obere 50 m von der Erde entfernt ist. Wie hoch mußte die obere Galerie gebaut werden, wenn beide einem 64 m vom Dome entfernt stehenden Beobachter gleich hoch erscheinen sollten? 4. Ein reguläres Sechseck rotirt um eine seiner Seiten. Volumen und Oberfläche des Rotationskörpers sollen berechnet werden.

Englisch. The Northern War.

Physik. 1. Aus einer horizontalen Oeffnung eines Gefäßes, deren Schwerpunkt 5 m unter dem Wasserspiegel liegt, fließt ein Strahl. Mit welcher Geschwindigkeit verläßt ein Wassertheilchen die Oeffnung, und welche Geschwindigkeit hat es eine Secunde später? 2. In einer auf der brechenden Kante eines Flintglasprismas senkrechten Ebene fällt ein weißer Lichtstrahl so auf, daß der in ihm enthaltene rothe Strahl die kleinste Ablenkung erleidet. Wie groß ist der Einfallswinkel des weißen Strahles? und wie groß ist die Divergenz des entstehenden Spectrums? Der brechende Winkel ist = 40°, der Brechungsexponent des rothen Lichtes = 1,628, der des violetten = 1,671.

Französisch. Ein Exercitium.

Chemie. 1. Darstellung, Eigenschaften und Verwendung der Soda. 2. Wie viel Kryolith braucht man zur Darstellung von 2 Ctr. Alaun; und wie viel beträgt die als Nebenprodukt gewonnene Sodamenge?

B. Verordnungen der Behörden von allgemeinerem Interesse.

Vom 6. April 1880. Infolge der auf Grund des Ministerial-Erlasses vom 9. August 1879 eingetretenen veränderten Behandlung der staatlichen Bedürfnißzuschüsse für die höheren Lehranstalten staatlichen wie privaten Patronats werden veränderte Bestimmungen über das Verfahren bei künftig etwa nöthig werdenden, über die etatsmäßigen Fonds hinaus entstehenden, Mehrausgaben getroffen.

Vom 9. April 1880. Der Stunden-Vertheilungs-Plan für das Schuljahr 1880/81 wird genehmigt.

Vom 23. April 1880. Es ist von den Programmen der Realschule ein Exemplar der Bibliothek des Königlichen Staatsarchivs in Posen zu übermitteln.

Vom 29. April 1880. Bis zum Erlaß einer ausdrücklichen anderweitigen Anordnung ist im amtlichen Verkehr auch künftig die alte Orthographie anzuwenden.

Vom 29. Mai 1880. Ministerial-Erlaß, betreffend das Unwesen der Schülerverbindungen an höheren Lehranstalten.

Vom 25. Juni 1880. Die Vorschriften des Ministerial-Erlasses vom 14. Januar 1878 über die Beschäftigung der Probekandidaten sollen möglichst pünktlich eingehalten werden.

Vom 14. Juli 1880. Auf die Elementarlehrer-Wittwen- und Waisenkasse sind nur die Lehrer an den Vorschulen der nicht staatlichen höheren Lehranstalten anzuweisen, nicht aber die an den betreffenden Anstalten selbst angestellten Elementar- und technischen Lehrer.

Vom 21. Juli 1880. Es hat kein Bedenken, die Bestimmungen, welche für den evangelischen Katechumenen- und Konfirmanden-Unterricht gelten (Wiese, V. u. G. Band 1, S. 63) in analoger Weise auch auf den katholischen Beicht- und Kommunion-Unterricht für die betreffenden Schüler der unteren und mittleren Klassen in Anwendung zu bringen.

Vom 16. August 1880. Mittheilung, die Wirksamkeit der Kaiser-Wilhelms-Spende als einer allgemeinen Deutschen Stiftung für Alters-Renten- und Kapital-Versicherung betreffend.

Vom 18. August 1880. Da neuerdings wieder Klagen wegen Ueberbürdung der Schüler durch häusliche Arbeiten erhoben worden sind, sollen den Lehrern die zur Verhütung der betreffenden Mißstände getroffenen Bestimmungen in Erinnerung gebracht und ihnen nöthigenfalls eine Aenderung ihrer Unterrichtsweise zur Pflicht gemacht werden.

Vom 1. October 1880. Behufs Feststellung der Themata, welche bei der sechsten Directoren-Conferenz der Provinz Posen zur Berathung kommen sollen, sind Vorschläge einzureichen.

Vom 13. October 1880. Am 1. December d. J., als am Tage der allgemeinen Volkszählung, fällt der Unterricht in sämmtlichen Schulen aus. Es wird gewünscht, daß die Lehrer sich mithelfend in der einen oder anderen Weise an dem Zählgeschäft betheiligen. Schüler dazu heranzuziehen, ist nicht statthaft.

Vom 26. October 1880. Die Dirigenten der höheren Unterrichts-Anstalten haben Sorge zu tragen, daß bei der nächsten Etatsaufstellung die Etatsbeläge genügend vervollständigt werden, um eine eingehende Prüfung der Etats nach der Richtung hin zu ermöglichen, ob und in welchem Umfange die staatlichen Bedürfnißzuschüsse fortzubewilligen sind.

Vom 10. Januar 1881. Mittheilung der zur Besprechung für die im nächsten Jahre in Posen abzuhaltende Directoren-Conferenz ausgewählten Themata. Es sind diese in den Lehrer-Conferenzen eingehend zu erörtern und die desfallsigen Verhandlungen bis zum 1. Juni c. einzureichen.

Vom 11. Januar 1881. In Folge der durch den Herrn Geheimen Ober-Regierungs-Rath Dr. Stauder im Auftrage des Herrn Ministers an einigen höheren Lehranstalten der hiesigen Provinz abgehaltenen Revisionen wird auf mehrere Punkte des Unterrichtsbetriebes aufmerksam gemacht.

Vom 20. Januar 1881. Die Ferien bei den höheren Lehranstalten der Provinz Posen sind für das laufende Jahr in folgender Art bestimmt:

	a. der Schulschluß	b. der Schulanfang
1.	zu Ostern am 9. April,	am 25. April,
2.	zu Pfingsten am 3. Juni, Nachmittags 4 Uhr,	am 9. Juni,
3.	die Sommerferien am 2. Juli,	am 1. August,
4.	zu Michaelis am 24. September,	am 10. October,
5.	zu Weihnachten am 21. December,	am 5. Januar k. J.

Von der Centralstelle für den Programmentausch. Von dem im Jahre 1881 erscheinenden Programm der Realschule sind nach den eingegangenen Bestellungen 695 Exemplare erforderlich.

Vom 26. Januar 1881. Zur Ertheilung von Privatstunden Seitens der Schüler ist die Erlaubniß des Directors einzuholen; dieselbe ist nur dann zu ertheilen, wenn der Nachweis geführt wird, daß deren Eltern resp. deren Stellvertreter hiermit einverstanden sind. In Bezug auf das Honorar für die von Schülern ertheilten Privatstunden werden die Directoren es sich angelegen sein lassen, etwaige Ausschreitungen der Schüler zu verhüten.

Vom 9. Februar 1881. Der in der Wehrordnung § 90, 2. a und b vorgeschriebene einjährige Besuch der zweiten Klasse kann sich auf zwei Anstalten gleicher Kategorie vertheilen, wenn der Wechsel der Anstalt nicht durch disciplinare Anlässe z. B. Verweisung, Vermeidung einer Schulstrafe, erfolgt ist.

C. Chronik.

Zu Ostern 1880 verließ uns Herr Dr. Franz Borgius, um eine Stelle am Gymnasium in Thorn zu übernehmen; an seine Stelle trat der Candidat des höheren Schulamts, Herr Georg Schiller.

Den Gesangunterricht, welchen Herr Realschullehrer Bundschu bisher seit dem Bestehen der Anstalt geleitet hatte, übernahm für das Jahr von Ostern 1880 bis Ostern 1881 Herr Dr. Hugo Riemann.

Am 14. Juni 1880 schied Herr Zeichenlehrer Carl Wolff, der seit Michaelis 1853 mit rühmlichem Eifer und Erfolge den Zeichenunterricht an der Realschule ertheilt hatte, in Folge eines Gemüthsleidens durch einen plötzlichen Tod aus unserer Mitte; an seine Stelle ist Herr Leo Müller, bisher Zeichenlehrer an der Realschule zu Bautzen, berufen worden.

Den ordentlichen Lehrern Pütter und Gutzeit ist durch Ministerial-Erlaß vom 15. Januar 1881 das Prädikat „Oberlehrer“ beigelegt worden.

Das Stiftungsfest der Anstalt wurde von den einzelnen Klassen am 10., 11., 14. Juni durch Spaziergänge oder weitere Ausflüge in die Umgegend gefeiert.

Am 2. September fand die Feier zum Andenken an den Sieg von Sedan statt. Die Festrede hielt Herr Oberlehrer Dr. Kiehl.

Am 31. August, 1., 2. und 3. September revidirte Herr Provinzial-Schulrath Polte sämmtliche Klassen der Anstalt und hielt am Schluß der Revision eine Conferenz mit dem Lehrercollegium ab.

Am 10. September revidirte Herr General-Superintendent D. Geß sämmtliche evangelische Religionsklassen der Realschule und der Vorschule, richtete darauf an die in der Aula versammelten evangelischen Schüler der Anstalt eine Ansprache und hielt am Schluß der Revision eine Conferenz mit den evangelischen Religionslehrern ab.

Der Betrag der Zinsen aus der „v. Foller-Stiftung“ wurde nach Bestimmung des Herrn v. Foller auf Antrag des Lehrercollegiums im Jahre 1880 nicht verliehen, so daß im Jahre 1881 eine doppelte Ueberweisung aus dieser Stiftung erfolgen wird; der Betrag der Zinsen aus der „Gerber-Stiftung“ wurde nach Bestimmung des Directors der Realschule dem Abiturienten Hermann Schild überwiesen.

Der Geburtstag des Kaisers und Königs wurde am 22. März 1881 mit Gesangvorträgen und mit der feierlichen Entlassung der Abiturienten durch den Director festlich begangen.

D. Statistische Nachrichten.

Das Lehrer-Collegium der Realschule zählte im Winter-Semester 1880/81 folgende Mitglieder: 1) Director Dr. Gerber; 2) Herr Oberlehrer, Professor Dr. Weigand; 3) Herr Oberlehrer Dr. Kleinert; 4) Herr Oberlehrer Dr. Görres; 5) Herr Oberlehrer Engelhardt; 6) Herr Oberlehrer Dr. Kiehl; 7) Herr Oberlehrer Pütter; 8) Herr Oberlehrer Gutzeit; 9) Herr Realschullehrer Krüger; 10) Herr Realschullehrer Radicke; 11) Herr Realschullehrer Dr. v. Osiecki; 12) Herr Realschullehrer Dr. Reeck; 13) Herr Realschullehrer Schaube; 14) Herr Realschullehrer Kippenberg; 15) Herr Realschullehrer Schiller; 16) Herr Realschullehrer Bundschu; 17) Herr Hilfslehrer Hertel; 18) Herr Zeichenlehrer Müller; 19) Herr Hilfslehrer Kothe; 20) Herr Pfarrer Serno; 21) Herr Präbendar Erdner; 22) Herr Rabbiner Dr. Gebhardt; 23) Herr Musiklehrer Dr. Riemann. An der Vorschule unterrichteten: 24) Herr Lehrer Pfefferkorn; 25) Herr Lehrer Rohnke; 26) Herr Lehrer Wache.

Die Zahl der Schüler betrug im Wintersemester 1879/80: 625, von denen sich 492 in der Realschule, 133 in der Vorschule befanden; im Sommersemester 1880 belief sie sich auf 620, von denen 507 die Realschule, 113 die Vorschule besuchten. Im Laufe des Sommers sind abgegangen 62, neu aufgenommen wurden im Wintersemester 29, so daß die Gesammtzahl der Schüler, welche im Wintersemester 1880/81 die Anstalt besuchten, 587 betrug, von denen sich 484 in der Realschule, 103 in der Vorschule befanden.

Die Anstalt verlor durch Tod den Schüler der Unter-Secunda Georg Westfeld am 6. Mai, den Ober-Tertianer Friedrich Pansegrau am 28. März 1880.

Im Winter-Semester 1880/81 waren die Schüler in folgender Weise vertheilt:

a. Realschule.

Klasse.	Gesammtzahl.	Evangelische.	Katholische.	Jüdischer Religion.	Deutscher Abkunft.	Polnischer Abkunft.	Einheimische.	Auswärtige.
Prima	21	16	1	4	21	—	13	8
Ober-Secunda . .	15	12	—	3	15	—	12	3
Unter-Secunda .	46	36	2	8	45	1	32	14
Ober-Tertia a. .	26	22	—	4	26	—	22	4
Ober-Tertia b. .	23	16	3	4	22	1	12	11
Unter-Tertia a. .	35	23	7	5	32	3	24	11
Unter-Tertia b. .	35	25	2	8	33	2	24	11
Quarta a. . . .	56	46	5	5	55	1	40	16
Quarta b. . . .	55	44	2	9	55	—	37	18
Quinta a. . . .	45	37	1	7	45	—	36	9
Quinta b. . . .	46	33	4	9	43	3	26	20
Sexta a.	40	33	1	6	40	—	34	6
Sexta b.	41	26	4	11	38	3	30	11
Insgesammt . . .	484	369	32	83	470	14	342	142

b. Vorschule.

Klasse.	Gesammtzahl.	Evangelische.	Katholische.	Jüdischer Religion.	Deutscher Abkunft.	Polnischer Abkunft.	Einheimische.	Auswärtige.
Klasse I	39	32	1	6	39	—	32	7
Klasse II	41	34	1	6	41	—	39	2
Klasse III . . .	23	18	1	4	22	1	23	—
Insgesammt . . .	103	84	3	16	102	1	94	9
Gesammtzahl . . .	587	453	35	99	572	15	436	151

Bei der am 12. März 1881 unter Vorsitz des städtischen Commissarius, Herrn Consistorial-Rath Taube, an Stelle des durch Unwohlsein verhinderten Herrn Provinzial-Schulrath Polte abgehaltenen Prüfung erhielten das Zeugniß der Reife:

1. Hermann Schild, aus Bromberg gebürtig, 20 Jahre alt, evangelischer Confession, 10 Jahre auf der Realschule, zum Studium der Mathematik und der Naturwissenschaften.
2. Albert Perlick, aus Romanitza bei Laskowitz gebürtig, 21 Jahre alt, evangelischer Confession, 10 Jahre auf der Realschule, zum Forstfach.
3. Konrad Haack, aus Graudenz gebürtig, 20 Jahre alt, evangelischer Confession, 8½ Jahre auf der Realschule, zum Studium der Mathematik und der Naturwissenschaften.
4. Emil Höhnel, aus Bromberg gebürtig, 18 Jahre alt, evangelischer Confession, 9 Jahre auf der Realschule, zum Studium der neueren Sprachen.
5. Jacob Müller, aus Schubin gebürtig, 19½ Jahre alt, mosaischer Religion, 7 Jahre auf der Realschule, zum Postfach.
6. Wilhelm Miehle, aus Otterau gebürtig, 18 Jahre alt, evangelischer Confession, 9 Jahre auf der Realschule, zum Studium der neueren Sprachen.
7. Max Cohn, aus Bromberg gebürtig, 20 Jahre alt, mosaischer Religion, 11 Jahre auf der Realschule, zum Kaufmannsstande
8. Oskar Thiel, aus Bromberg gebürtig, 19 Jahre alt, evangelischer Confession, 9 Jahre auf der Realschule, zum Kaufmannsstande.
9. Oskar Zech, aus Milinnitz bei Thorn gebürtig, 19 Jahre alt, evangelischer Confession, 10 Jahre auf der Realschule, zur Marine-Intendantur.

10. Robert Zech, aus Leibitsch bei Thorn gebürtig, 18 Jahre alt, evangelischer Confession, 9 Jahre auf der Realschule, zum Kaufmannsstande.

11. Bernhard Kuhse, aus Cöln gebürtig, 25 Jahre alt, evangelischer Confession, 1/2 Jahr auf der Realschule, zum Studium der Mathematik und Astronomie.

Es erhielten unter Dispensation von der mündlichen Prüfung das Prädikat „gut bestanden“: Schild, Haack, Miehle, Kuhse; die übrigen: „genügend bestanden“. — Ein Abiturient hat die Prüfung nicht bestanden.

E. Lehr-Apparate.

Für die Lehrer-Bibliothek wurden u. A. angeschafft: Danzel, G. E. Lessing, sein Leben und seine Werke; Taine, de l'intelligence; Cybulski, Geschichte der polnischen Dichtkunst; H. Taine, Geschichte der englischen Literatur; Storm, englische Philologie; Taine, les origines de la France contemporaine; Kreusler, Lehrbuch der Chemie; O. Müller, Mythologie der griechischen Stämme; Freytag, Bilder aus der deutschen Vergangenheit; Wundt, Grundzüge der physiologischen Psychologie; Taube, praktische Auslegung der Psalmen; Schleiermacher, Schriften zur Theologie und Philosophie; Haim, Herder; v. Hartmann, Phänomenologie des sittlichen Bewußtseins; Pott, Wilhelm von Humboldt und die Sprachwissenschaft; Briefwechsel zwischen Gauß und Bessel; u. A. m. Außerdem die Fortsetzungen zu Ersch und Gruber, allgemeine Encyclopädie der Wissenschaften und Künste; der Geschichtsschreiber der deutschen Vorzeit; von Mätzner's altenglischen Sprachproben; der Encyclopädie der Naturwissenschaften; der Poggendorff'schen Annalen und Beiblätter; der Zeitschrift für Mathematik und Physik von Schlömilch, Cantor und Kahl; Herrig's Archiv für die neueren Sprachen; Centralblatt für die gesammte Unterrichtsverwaltung; Steinthal und Lazarus, Zeitschrift für Völkerpsychologie und Sprachwissenschaft; Pädagogisches Archiv von Langbein; Literarisches Centralblatt von Zarncke u. A. m.

Die Lehrmittel für den Unterricht im Zeichnen, im Gesang, in den Naturwissenschaften, in der Geographie sind zum Theil vermehrt, zum Theil ergänzt worden.

Oeffentliche Prüfung.

Freitag, den 8. April 1881,

Vormittags 8 Uhr.

Prima.	Chemie: Oberlehrer Dr. Kleinert.
Ober-Secunda.	Englisch: Professor Dr. Weigand.
Unter-Secunda.	Geschichte: Oberlehrer Dr. Görres.
Ober-Tertia b.	Lateinisch: Oberlehrer Gutzeit.
Unter-Tertia a.	Arithmetik: Radicke.
Quarta b.	Geometrie: Schaube.
Quinta a.	Französisch: Kippenberg.
Sexta b.	Lateinisch: Kothe.
Vorschulklasse I.	Religion: Pfefferkorn.
Vorschulklasse II.	Deutsch: Rohnke.
Vorschulklasse III.	Rechnen: Wache.

Das Wintersemester wird am Sonnabend, den 9. April, geschlossen. Die Censuren müssen nach den Ferien den Herren Klassen-Ordinarien mit der Unterschrift der Eltern oder Vormünder vorgelegt werden. Nachversetzungen finden nicht statt.

Der Unterricht im Sommersemester beginnt Montag, den 25. April, früh 9 Uhr.

Zur Prüfung und Inscription der Realschüler wird der Director am 23. April, Vormittags von 9—12 Uhr, im Schullocale zu sprechen sein; die Prüfung für die Vorschule findet an demselben Tage Nachmittags von 2—4 Uhr statt. Die Wahl einer Pension für auswärtige Schüler bedarf der vorher einzuholenden Zustimmung des Directors.

H. Gerber.

Das Winter April, geschlossen. Die Censuren
müssen nach den t der Unterschrift der Eltern oder
Vormünder vorgele t statt.

Der Unterric den 25. April, früh 9 Uhr.

Zur Prüfung der Director am 23. April, Vor-
mittags von 9—12 ie Prüfung für die Vorschule findet
an demselben Tage Wahl einer Pension für auswärtige
Schüler bedarf der s Directors.

G. Gerber.