

# Bericht

über das

## Gymnasium Petrinum zu Brilon

während

seines zweiundzwanzigsten Schuljahres 1879—1880,

erstattet

von dem

Director **C. Noeren.**

---

Voraus geht eine Abhandlung des Herrn Oberlehrers Dr. Killing:  
Grundbegriffe und Grundsätze der Geometrie.

---

1880 Progr.-Nr. 295.

**Brilon 1880.**

Buchdruckerei von M. Friedländer.

BRIL  
1 | 1880 |

1870

Compendium der Arithmetik

von Dr. Johann Friedrich Herbart

Leipzig, 1870

Verlag von C. F. W. Neumann, Neudamm

Druck von C. F. W. Neumann, Neudamm

## Grundbegriffe und Grundsätze der Geometrie.

---

Die Geometrie hat, wie jede Wissenschaft, die beiden Aufgaben, Begriffe zu bilden und Urtheile zu fällen. Obgleich die zweite Aufgabe bei weitem überwiegt, so kann doch die Nothwendigkeit, auch der ersten zu genügen, keineswegs bezweifelt werden. Die Bildung von Begriffen geschieht durch Definitionen, d. h. durch Vereinigung mehrerer Begriffe zu einem neuen; somit müssen gewisse Begriffe allen Definitionen zu Grunde liegen, ohne selbst definiert werden zu können; sie mögen als Grundbegriffe der Geometrie bezeichnet werden. Damit dieser Name gewissen Begriffen beigelegt werden kann, haben sie somit drei Bedingungen zu genügen: erstens müssen sie der Geometrie nothwendig sein, zweitens nicht auf eine geringere Zahl zurückgeführt werden können und drittens zur Gewinnung aller geometrischen Begriffe ausreichen.

Mit der Aufstellung der Grundbegriffe ist aber die Möglichkeit von Definitionen keineswegs gegeben. Bevor man mehrere Begriffe in einer Definition zusammenstellt, muß die Möglichkeit erkannt sein, sie überhaupt zu verbinden; und weil die Verbindung einen neuen Begriff ergeben soll, darf die Verbindung nicht nothwendig sein. In vielen Fällen bedarf es zudem für die allgemeine Gültigkeit der Definition noch des Nachweises, daß ein benutzter Hilfsbegriff von speziellem Charakter der Allgemeinheit keinen Abbruch thut. Schließlich ist die Einführung eines eigenen Namens nur dann gerechtfertigt, wenn die Vereinigung der Begriffe weitere, mehr oder minder wichtige Eigenschaften nach sich zieht. Aber selbst von den beiden letzten Forderungen abgesehen, setzt jede Definition die beiden zuerst genannten Urtheile voraus. Diejenigen Urtheile (Sätze), welche nicht durch Beweise auf andere zurückführbar sind, bilden somit die Grundlage für die Definitionen und die weiteren Urtheile; es möge gestattet sein, sie als Grundsätze der Geometrie zu bezeichnen.

Diese Urtheile müssen im Stande sein, die mit den Grundbegriffen verbundenen Vorstellungen in so weit zu ersetzen, daß die Beweise nicht auf die Vorstellungen zurückzugehen brauchen. Um zu den Grundsätzen zu gelangen, hat man die mit den Grundbegriffen verbundenen Vorstellungen zu untersuchen, bis man zu einer Zahl von Urtheilen gelangt, welche den Aufbau der Wissenschaft möglich machen.

Man könnte vielleicht einen Augenblick versucht sein, aus unsern Vorstellungen so viele Urtheile ziehen zu wollen, daß die Grundsätze und somit alle Lehrsätze nur für diese Vorstellungen gelten. Aber damit würde man etwas unmögliches versuchen; denn alle Sätze der Euklidischen Geometrie bleiben in Geltung, wenn man die Vorstellung der starren Bewegung durch ein gewisses, in sich geschlossenes System projektivischer Verwandlungen ersetzt, bei denen eine beliebige Ebene in Deckung mit ihrer Anfangslage bleibt, und um ein zweites Beispiel anzuführen, erinnere ich daran, daß die Sätze der Euklidischen Ebene für Flächen mit verschwindender Krümmung bestehen bleiben, wenn man die starre Bewegung durch Biegung ersetzt, wo alle Größenbeziehungen ungeändert bleiben. Wollte man aber wenigstens so weit gehen, daß man nur zu einem einzigen System von Sätzen gelangte, so würde man vielleicht mehr aufnehmen müssen, als die erwähnten Vorstellungen uns

bieten. Wenn man z. B. von den Voraussetzungen, welche Euklid theils implicite durch seine Definitionen, theils explicite durch seine Axiomata aufstellt, nur die Unendlichkeit der Geraden und das Parallelaaxiom wegläßt, so bieten sich im Verlauf der Untersuchung vier Möglichkeiten, welche sämmtlich, soweit wir es bis jetzt beurtheilen können, unserer Erfahrung genügen. Es ist also angebracht, als Grundsätze nur solche Wahrheiten aufzustellen, welche einen consequenten Aufbau gestatten und durch die Untersuchung selbst zu den verschiedenen Möglichkeiten führen. Wir betrachten alle Untersuchungen dieser Art als Zweige derselben Wissenschaft und bezeichnen jede einzelne Möglichkeit mit den weiteren Folgerungen als eine Raumform. Mögen manche auch der Erfahrung direkt widerstreiten, andere nur sehr geringe Wahrscheinlichkeit bieten, so beruhen sie doch sämmtlich auf derselben Grundlage und zeigen in dem Beweisverfahren unverkennbare Aehnlichkeit. Zur eindeutigen Bestimmung einer Raumform reichen die Grundsätze nicht aus, dazu bedarf es weiterer Voraussetzungen, welche als Einschränkungssätze bezeichnet werden mögen.

Für eine einzelne Raumform darf man die Einschränkungssätze als einen nothwendigen Theil ihrer Grundlage betrachten; aber desungeachtet sind sie von den Grundsätzen wesentlich verschieden. Letztere liegen allen geometrischen Untersuchungen zu Grunde, so daß die Verwerfung derselben den Aufbau der Geometrie unmöglich macht, während die Ersetzung eines Satzes der ersteren Art durch einen ihm contradictorisch widerstrebenden ebenfalls ein consequentes geometrisches System nach sich zieht. Damit steht eine zweite Thatfache im engsten Zusammenhange. Die Grundsätze müssen in voller Allgemeinheit vorausgesetzt werden, und es ist bei ihnen unmöglich, aus ihrer beschränkten Gültigkeit auf die allgemeine zu schließen; die Einschränkungssätze hingegen ziehen, sobald sie für einen beliebigen Körper oder ein beliebiges Gebiet angenommen sind, die allgemeine Gültigkeit nach sich.

Der vorzüglichste Zweck der folgenden Zeilen besteht in der Darlegung der Grundsätze und in der Entwicklung der ersten Begriffe, der Grenzgebilde und der Zahl der Dimensionen. Daß für die Grenzgebilde das Sein (die Existenz) nicht definirt werden konnte, ist nach den aufgestellten Grundbegriffen und aus philosophischen Gründen selbstverständlich.

Ein systematischer Aufbau der Geometrie liegt durchaus nicht in meiner Absicht. Ich habe es daher nicht versucht, in gleicher Weise, wie sich hier die Eintheilung der Raumformen nach der Zahl ihrer Dimensionen ergab, auch die übrigen Einschränkungssätze systematisch herzuleiten; ebenso habe ich es unterlassen, den Zusammenhang zu entwickeln, in welchem die unsern Grundsätzen genügenden Raumformen und ihre Grenzgebilde zu den analytisch definirten Mannigfaltigkeiten Riemanns stehen.

Dagegen schien es mir angebracht, die für den Erfahrungsraum nothwendigen Einschränkungssätze aufzustellen und aus ihnen die Annahmen Euklids herzuleiten. Um die Beweisführung zu erleichtern, schicke ich die Untersuchung gewisser einfach und zweifach ausgebehnter Raumformen voraus.

## I. Allgemeine Entwicklungen.

§. 1. Grundbegriffe. Als Grundbegriffe der Geometrie stellen wir folgende auf:

**feste Körper, Theile eines Körpers, Raum, Theile eines Raumes, einen Raum einnehmen (decken), Zeit, Ruhe, Bewegung.**

Daß diese Begriffe in der Geometrie nicht entbehrt werden können, bedarf kaum der Erwähnung. Zwar wurde von den Alten vielfach der Versuch gemacht, die Bewegung aus der Geometrie zu verbannen; aber ihre vergeblichen Anstrengungen, welche nur zu einer Einschränkung führten und manche Nachteile für die Beweisart im Gefolge hatten, beweisen, daß der Begriff wenigstens vorläufig nicht entbehrt werden kann. Wenn aber die Geometrie die Bewegung benutzt, so denkt sie dieselbe durch einen festen, nicht durch einen flüssigen oder luftförmigen Körper vermittelt. Mit der Bewegung ist ihr Gegensatz, die Ruhe, gegeben und zugleich die Zeit gefordert. Die Nothwendigkeit der Theilung ist von je her anerkannt.

Es ist aber bis jetzt nicht gelungen, diese Begriffe auf eine geringere Zahl zurückzuführen. Alle Versuche einer Definition tragen entweder offenbare Fehler zur Schau, oder zerlegen den zu definirenden Begriff in mehrere und vergrößern, indem sie für die letzteren keine Definition angeben, die Zahl der Grundbegriffe.

Somit bedarf es nur des Nachweises, daß die aufgestellten Begriffe genügen, und der kann nur durch den wirklichen Aufbau geführt werden.

§. 2. Grundsätze. Die Ausdehnung und Undurchdringlichkeit der Körper müssen auch in der Geometrie an erster Stelle genannt werden; wir fassen sie zu einem Grundsatz zusammen.

I. Jeder Körper nimmt zu jeder Zeit einen Raum ein; den von einem Körper eingenommenen Raum kann nicht gleichzeitig ein zweiter Körper decken.

Die Geometrie bedarf der unbegrenzten Theilung der Körper, und da sie den Theil als dem Ganzen anhaftend denkt, tritt sie durch diese Forderung keineswegs in Widerspruch mit den Naturwissenschaften.

II. Jeder Raum (Körper) kann getheilt werden; jeder Theil eines Raumes (Körpers) ist wiederum ein Raum (Körper); ist A ein Theil von B und B ein Theil von C, so ist auch A ein Theil von C, wo man unter A, B, C sowohl Räume als Körper verstehen kann.

Die Unabhängigkeit des Raumes von dem ihn einnehmenden Körper führt zu folgendem Grundsatz:

III. Jeder Körper kann bewegt werden; wenn ein Körper zu irgend einer Zeit den frühern Raum eines zweiten Körpers deckt, so kann er zur Deckung mit jedem Raume gebracht werden, welchen der zweite zu irgend einer Zeit einnimmt.

Dieser Grundsatz erlaubt die Definition der Congruenz für Räume und für Körper, indem er diesen Begriff von der Zeit, und für Räume von dem benutzten Körper unabhängig macht. Der von einem Körper eingenommene Raum wird mit Rücksicht auf die Beweglichkeit als seine Lage bezeichnet.

IV. Jeder Körper läßt sich so bewegen, daß ein Theil desselben mit einem Theile eines beliebigen Raumes zur Deckung gelangt.

M sei der gegebene Raum, etwa bestimmt durch einen Körper m, welcher ihn einmal eingenommen hat; a sei der Körper, A der Raum, welchen dieser Körper nach der in diesem Grundsatz geforderten Bewegung deckt; dann sind vier Fälle möglich: A und M sind vollständig identisch, oder A ist ein Theil von M, oder M ist ein Theil von A, oder viertens A und M haben einen Theil gemeinschaftlich, während ein Theil von A nicht zu M und ein Theil von M nicht zu A gehört. Wenn einer dieser vier Fälle angenommen wird, ohne daß entschieden werden soll, welcher es ist, so möge von theilweiser Deckung gesprochen werden.

V. Wenn ein Körper vor seiner Bewegung keinen Theil mit einem Raume gemeinschaftlich hat, aber nach derselben diesem Raume ganz angehört, so erlangt er bei seiner Bewegung eine Lage, in welcher nur ein Theil von ihm dem Raume angehört.

VI. Wenn ein (zusammenhängender) Raum A in irgend zwei Theile M und N zerlegt ist, so läßt sich immer ein Körper k bestimmen, welcher so bewegt werden kann, daß während derselben kein Theil des Körpers den Raum A verläßt, und k bei Beginn der Bewegung nur einen Theil von M und am Schluß derselben nur einen Theil von N. deckt.

Es scheint mir nothwendig, an dieser Stelle auf diejenige Erfahrung hinzuweisen, welche für jeden aus festen Theilen bestehenden Körper gilt, obwohl ich nicht glaube, es hier mit einem Grundsätze in dem dargelegten Sinne zu thun zu haben. Ich verweise zu dem Zweck auf die praktischen Methoden, mittelst deren man einen solchen Körper befestigt, d. h. seine Ruhe oder Bewegung von der eines andern Körpers abhängig macht. Setzt man letzteren als unbeweglich voraus, so kommt die Benutzung eines Nagels, Stricks und dgl. darauf hinaus, für einen einzelnen Theil die Beweglichkeit zu beschränken; die Erfahrung zeigt, daß die Vereinigung mehrerer solcher Mittel die Beweglichkeit ganz aufhebt.

VI.a) Bei der Ruhe eines festen Körpers mögen Theile desselben  $a_1, a_2, \dots, a_n$  in theilweiser Deckung sein resp. mit Räumen  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ; diese Körperteile und diese Räume lassen sich immer so bestimmen, daß beliebige andere Theile des Körpers nur dann aus der theilweisen Deckung mit ihrer Ruhelage heraustreten, wenn wenigstens einer der Theile  $a_1, \dots$  ganz den entsprechenden Raum  $A_1, \dots$  verläßt.

Schließlich fügen wir folgenden Satz bei:

VII. Wenn ein Theil a eines festen Körpers eine solche Lage annimmt, daß jeder Theil von a in theilweiser Deckung mit seiner Anfangslage ist, so nimmt jeder Theil des Körpers seine Anfangslage wieder an.

Hiernach nimmt der Begriff der Lage eine weit genauere Bedeutung an, indem nicht nur der von dem Körper als einem Ganzen, sondern auch der von jedem einzelnen Theile eingenommene Raum angedeutet wird.

Wir haben jetzt nachzuweisen, daß die aufgestellten Sätze von einander unabhängig sind. Daß keiner der späteren Grundsätze in einem früheren enthalten ist, ergibt sich daraus, daß die früheren Sätze auch für solche Vorstellungen gelten, welche mit den folgenden nicht vereinbar sind. Einen Raum einnehmen ist verbunden mit dem Bestehen aus einem Stoffe; ebenso zerlegt die Theilung eines Körpers auch den Stoff; aber die Möglichkeit, denselben Raum zu decken, erfordert nicht die Gleichartigkeit des Stoffes; daher folgt der Grundsatz III nicht aus den Sätzen I und II. Im zweiten Satze könnte „theilen“ durch „zusammenfügen“ und „einen Theil bilden“ durch „in sich fassen“ ersetzt werden; aber diese Vorstellung fällt bei IV weg. Während aber III und IV nur das Resultat einer Bewegung betrachten, stellt V den Verlauf derselben dar. Alle diese Sätze würden bestehen, wenn man einen Körper durch eine Zusammenstellung mehrerer Körper und einen Raum durch eine Zusammenstellung getrennter Räume ersetzt, eine Vorstellung, welche durch VI ausgeschlossen wird. Ebenso kann man mit den sechs ersten Sätzen die Vorstellung von flüssigen und luftförmigen Körpern verbinden; erst VI.a) läßt den Körper aus festen Theilen bestehen, welche etwa durch Charniere verbunden sind, und VII fügt auch die feste Verbindung der einzelnen Theile hinzu. Umgekehrt sieht man mit der schon erwähnten Ausnahme von VI.a), daß die vorangehenden Sätze nicht durch spätere überflüssig gemacht werden. Ich will den Nachweis nicht im Einzelnen durchführen, sondern nur bemerken, daß die späteren Grundsätze fast immer einen von den früheren bereits voraussetzen, und weil sie nach dem Obigen in diesem nicht enthalten sind, muß volle Unabhängigkeit bestehen.

Den Nachweis, daß diese Sätze in der Geometrie nicht entbehrt werden können, glauben wir nicht ausführen zu sollen.

§. 3. Unabhängigkeit der Untersuchung von dem benutzten Körper. Sind A und M irgend zwei Lagen desselben Körpers a, so kann man von den Lagen, welche a bei der von A nach M führenden Bewegung erlangt, eine solche Reihe betrachten, daß jede derselben mit der vorangehenden und nachfolgenden einen Theil gemeinschaftlich hat; sind diese Lagen A, B, C, D, . . . M, so soll B mit A und C, D mit C und E je einen Theil gemeinschaftlich haben. Demnach genügt es, von irgend einer Lage eines Körpers auszugehen und irgend einen Theil in theilweise Deckung mit dem Raume zu bringen, welchen ein anderer Theil in der Anfangslage annimmt. In der That seien p und r irgend zwei Theile von a, P und R die von ihnen in der Anfangslage gedeckten Räume; man bringe p in theilweise Deckung mit R, so wird a als Ganzes entweder wieder denselben Raum decken oder nicht. Findet das erste bei beliebiger Wahl von p und r statt, so ist es nach dem Obigen unmöglich, daß der Körper den Raum verläßt; ob dieser Fall möglich ist, muß natürlich dahingestellt bleiben. Im zweiten Falle kann bei der obigen Bezeichnung die Lage B aus A dadurch erhalten werden, daß man den Theil p, welcher in der Anfangslage das A und B gemeinschaftliche Gebiet deckt, in theilweise Deckung bringt mit dem Theile r, welcher dieses Gebiet in der Endlage einnimmt. Aus B kann C in entsprechender Weise gewonnen werden u. s. f. Alle Lagen eines Körpers können daher aus einer beliebigen erhalten werden, indem man irgend einen Theil in theilweise Deckung mit der Anfangslage eines jeden andern Theiles bringt, alsdann auf jede so erhaltene Lage denselben Prozeß wiederum anwendet und hiermit unbegrenzt fortfährt.

Als einen einzigen Raum können wir zunächst den von einem einzigen Körper gedeckten Raum ansehen; wir können aber auch alle Lagen zusammenfassen, welche ein Körper während einer Bewegung erlangt. Man darf daher auch die Zusammenfassung aller Lagen, welche ein Körper überhaupt erlangen kann, als Raum bezeichnen. Nach der durchgeführten Entwicklung ist es gleichgültig, von welchem Körper und von welcher Lage desselben man ausgeht; die Forderung, den angegebenen Prozeß unbegrenzt fortzusetzen und die Vereinigung der gedeckten Räume als „den Raum“ im absoluten Sinne zu bezeichnen, macht uns von den genannten Besonderheiten unabhängig. Wenn das Wort Raum in diesem Sinne gebraucht wird, so bezeichnet man den von irgend einem Körper eingenommenen Raum als Raumtheil.

Auch für die Bewegung kann man sich von dem benutzten Körper unabhängig machen. Es seien a und b zwei Theile desselben festen Körpers; lassen wir a irgend eine Bewegung ausführen, so ist dadurch nach VII auch die von b vollständig bestimmt. Denken wir alsdann irgend einen andern Theil des Körpers in die Anfangslage von b gebracht und lassen diesen jetzt dieselbe Bewegung machen, welche vorher von b ausgeführt wurde, so wird jeder andere Theil wiederum auf ganz bestimmte Weise bewegt. Hiermit können wir beliebig fortfahren und ordnen dadurch der Bewegung eines Körpers a für jeden andern eine gewisse Bewegung zu; diese ist aber, wie sich ebenfalls aus V und VII ergibt, unabhängig von der Art, wie die Zwischenglieder eingeschoben sind. Sind also A und M irgend zwei Raumtheile, so wird hiernach jede Bewegung eines den Raum A deckenden Körpers a für einen den Raum M deckenden Körper m eine einzige Bewegung bestimmen, und wenn a und m demselben festen Körper angehören, so werden diese Bewegungen von a und m gleichzeitig ausgeführt.

In diesem Sinne spricht man wohl von der Bewegung des Raumes (im absoluten Sinne), indem man darunter eine Bewegung versteht, welche ein denselben deckender fester Körper, wenn ein solcher möglich wäre, machen müßte; eine solche Forderung enthält nichts widersinniges, da durch die Bewegung eines beliebigen Körpers auch für jeden einen andern Theil deckenden Körper die entsprechende Bewegung vollständig festgesetzt wird.

Demnach ist es für die geometrischen Untersuchungen gleichgültig, von welchem Körper und von welcher Lage desselben ausgegangen wird.

Schließlich braucht nicht besonders erwähnt zu werden, daß der Ausdruck „absoluter Raum“ von uns in einem andern Sinne gebraucht wird als von Voljaj; während der absolute Raum bei uns im Gegensatz zu den Raumtheilen steht, bezeichnet dieser mit der „absoluten Geometrie“ die zuerst von Lobatschewsky, Gauß und ihm selbst untersuchte Raumform im Gegensatz zur Euklidischen.

§. 4. Die Grenzgebilde und die Dimensionen einer Raumform. Wenn ein Körper  $k$  in theilweiser Deckung mit einem Raume ist, so gilt dasselbe bei jeder Theilung von  $k$  mindestens für einen der erhaltenen Theile. Für einen Körper, der mit mehreren Räumen in gleichzeitiger theilweiser Deckung ist, untersuchen wir demnach auch nur die Möglichkeit, daß bei beliebiger Zerlegung ein Theil mit denselben Räumen in theilweiser Deckung verbleibt.

Zerlegen wir einen Raum  $A$  in zwei Theile  $B$  und  $C$ , so läßt sich jeder Körper  $k$  in gleichzeitige theilweise Deckung mit  $B$  und  $C$  bringen, und wenn  $k$  nicht ganz  $A$  angehört, so kann man bewirken, daß derjenige Theil von  $k$ , welcher ganz in  $A$  liegt, zugleich mit  $B$  und  $C$  in theilweiser Deckung ist; sobald dies erreicht ist, wird man, abgesehen von einer ganz besondern Zerlegung, welche sich sofort darbietet, bei jeder Theilung mindestens einen Theil erhalten, welcher mit  $B$  und  $C$  zugleich in theilweiser Deckung ist; wir sagen in diesem Falle,  $k$  liege auf der Grenze von  $B$  und  $C$ . Diese Lage bleibt für  $k$  bestehen, wenn wir von  $B$  solche Theile abtrennen, welche nicht mit  $B$  zusammenhängen. Denkt man sich eine solche Abtrennung beliebig ausgeführt, so wird der übrigbleibende Theil entweder stets einen einzigen Raum bilden oder in mehrere Räume zerfallen; im ersten Falle lassen wir die Grenze aus einem, im letzteren aus mehreren Grenzgebilden bestehen.  $(B\ C)$  stellt demnach ein einziges Grenzgebilde dar, wenn a) die Räume  $B$  und  $C$  einen einzigen Raum bilden und b) nach beliebiger Abtrennung solcher Theile von  $B$ , welche nicht mit  $C$  zusammenhängen, der übrige Theil stets einen einzigen Raum bildet. Besteht die Grenze aus mehreren Gebilden, so kann man eins derselben abtrennen.

Da dieselbe Theilung, welche hier für einen Raum durchgeführt ist, auch bei einem Körper vorgenommen und die Definition der Grenzgebilde hierauf übertragen werden kann, so ergibt sich die Möglichkeit, von der Bewegung eines Grenzgebildes zu sprechen.

Für ein Grenzgebilde  $(B\ C)$  ergeben sich zwei Fälle: entweder wird jede Theilung von  $C$  nur einen einzigen Theil ergeben, welcher mit  $B$  zusammenhängt, oder man kann  $C$  so in zwei Theile zerlegen, daß jeder mit  $B$  einen zusammenhängenden Raum bildet. Im ersten Falle wird jeder Körper, welcher auf dem Grenzgebilde liegt, in theilweiser Deckung sein mit dem Raume, den irgend ein anderer Körper bei einer früheren derartigen Lage eingenommen hat. Durch Bewegung ergibt sich, daß jeder Raum, in welchen ein Körper durch Bewegung gelangen kann, dieselbe Eigenschaft hat. Wir sind hierdurch zu zwei gleichberechtigten Möglichkeiten geführt; gilt eine derselben für einen speziellen Raumtheil, so muß sie für jeden Theil des Raumes bestehen. Die im vorigen § definirte Bedeutung des Wortes Raum im absoluten Sinne läßt also noch mehrere Möglichkeiten zu; wir bezeichnen jede derselben als Raumform und unterscheiden zunächst einfach und mehrfach ausgedehnte Raumformen, Raumformen von einer und von mehreren Dimensionen. Im ersten Falle wird jede Zerlegung des einen von zwei Raumtheilen, welche durch ein einziges Grenzgebilde getrennt sind, nur einen einzigen Theil ergeben, welcher mit dem andern zusammenhängt.

Läßt sich, indem man unter  $(B\ C)$  ein einziges Grenzgebilde versteht,  $B$  in zwei Theile  $D$  und  $E$  zerlegen, welche beide mit  $C$  zusammenhängen, so wird sowohl  $(C\ D)$  als  $(C\ E)$  ein einziges Grenzgebilde darstellen. Dann läßt sich jeder Körper  $k$  so bewegen, daß derjenige Theil, welcher dem aus  $C$ ,  $D$ ,  $E$  gebildeten Raume  $A$  angehört, zugleich in theilweiser Deckung mit den drei Theilen ist; diese Eigenschaft bleibt bei jeder Theilung von  $k$  mindestens für einen Theil bestehen, abgesehen von einer speziellen Theilung.  $k$  liegt alsdann auf der Grenze der drei Theile, und die Grenze wird wiederum aus mehreren Grenzgebilden bestehen, wenn nach beliebiger Abtrennung solcher Gebiete des einen, welche nicht mit den beiden andern zusammen-

hängen, das übrige Gebiet zerfällt; im andern Falle haben wir ein einziges Grenzgebilde von drei Räumen. Wir nehmen an, dieser Fall sei für den Raum A mit den drei Theilen C, D, E erreicht; wenn sich jetzt C nicht so theilen läßt, daß jeder Theil mit D und E zusammenhängt, so ist die Raumform zweifach ausgedehnt; im andern Falle gelangen wir zu einer Grenze und zu Grenzgebilden von vier Raumtheilen. In derselben Weise können wir fortfahren und stets dieselbe Unterscheidung machen. Ob eine solche Theilung, welche die Zahl der zusammenhängenden Körper stets um eins vermehrt, bei einer Raumform unbegrenzt fortgesetzt werden kann, in welchem Fall wir derselben unendlich viele Dimensionen beilegen müßten, muß dahin gestellt bleiben; wir betrachten jedoch im Folgenden nur den Fall, daß dieser Proceß nach einer endlichen Zahl von Operationen sein Ende erreicht, und können alsdann die Zahl der Dimensionen in folgender Weise bestimmen.

Wir zerlegen irgend einen Raumtheil in zwei Theile und untersuchen, ob durch Abzweigung solcher Gebiete des einen, welche nicht mit dem andern zusammenhängen, das Gebiet zerfällt; tritt dies ein, so betrachten wir nur ein einziges Gebiet, bei welchem dies nicht der Fall ist; den einen der beiden Theile zerlegen wir wieder so, daß jeder der beiden neuen Theile mit dem andern zusammenhängt, und sehen zu, ob eine Abtrennung solcher Gebiete, in denen kein Zusammenhang aller drei Theile statt hat, zu einer Zerlegung führt; in derselben Weise fahren wir fort, bis eine weitere derartige Zerlegung unmöglich ist; wenn dies nach  $n$  Zerlegungen eintritt, so legen wir der Raumform  $n$  Dimensionen bei. Wir können dies kurz in folgender Weise zusammenfassen: Wenn von  $n + 1$  Raumtheilen jeder mit jedem andern zusammenhängt und dieser Zusammenhang bestehen bleibt, nachdem man von jedem Theile solche Gebiete beliebig abgetrennt hat, welche mit einem andern nicht zusammenhängen, so bezeichnet man die größte Zahl  $n$ , welche in dieser Hinsicht möglich ist, als die Zahl der Dimensionen.

§. 5. Definitionen und Sätze über Grenzgebilde. Zwei Grenzgebilde sind identisch, wenn jeder Körper, welcher auf einem von ihnen liegt, auch auf dem andern liegt. Ein Grenzgebilde ist ein Theil eines zweiten, wenn jeder Körper, welcher auf dem ersten liegt, auch auf dem zweiten liegt, aber zudem Körper auf dem zweiten liegen, welche dem ersten fremd sind. Zwei Grenzgebilde  $\alpha$  und  $\beta$  bilden ein drittes  $\gamma$  (sind die Theile von  $\gamma$ ), wenn jeder Körper, welcher  $\gamma$  angehört, entweder in  $\alpha$  oder in  $\beta$  liegt, aber jeder Körper, welcher  $\alpha$  und  $\beta$  angehört, so zerlegt werden kann, daß ein Theil nur in  $\alpha$  und ein anderer nur in  $\beta$  liegt. Wenn ein Grenzgebilde überhaupt getheilt werden kann, so ist jeder Theil ein Grenzgebilde für dieselbe Zahl von Räumen und läßt eine unbegrenzte Theilung zu. Ist  $n$  die Zahl der Dimensionen und  $m \leq n$  die der Zerlegungen, welche das Gebilde liefern, so wird für  $m < n$  immer eine Theilung des Grenzgebildes möglich sein. Wenn ein Grenzgebilde in zwei Theile zerlegt ist, so können wir von ihrer gegenseitigen Grenze sprechen, und dieselbe besteht aus (einem oder mehreren) Grenzgebilden, welche zu ihrer Bestimmung einen Raumtheil mehr bedürfen, als das gegebene. Behalten  $m$  und  $n$  die obigen Bedeutungen, so legen wir dem Grenzgebilde  $n - m$  Dimensionen bei; denn die Reihe der  $n$  Zerlegungen, welche auf die Raumform angewandt werden können, läßt sich ersetzen durch  $m$  Theilungen, welche das Grenzgebilde liefern, und  $n - m$  auf einander folgende Zerlegungen des Grenzgebildes. Jedes Gebilde von zwei Dimensionen heißt Fläche, von einer Dimension Linie, das untheilbare Grenzgebilde Punkt; nur in seltenen Fällen werden wir dafür auch das Wort Element benutzen, obwohl dasselbe mehr bei diskreten Mannigfaltigkeiten gebräuchlich ist.

Wenn ein Grenzgebilde durch  $m + 1$  zusammenhängende Raumtheile bestimmt ist, so wird sich entweder ein neuer Raumtheil finden, welcher mit allen zusammenhängt, ohne mit einem in theilweiser Deckung zu sein, und diesen Zusammenhang nicht verliert, wenn man von jenen nicht zusammenhängende Gebiete abzweigt, oder ein solcher Raumtheil ist unmöglich; im letzten Falle muß jeder Körper, welcher bis zur gleichzeitigen Deckung mit allen Theilen bewegt wird, nothwendig zuvor einige von ihnen durchdringen: im ersten läßt sich ein Körper und seine Bewegung so bestimmen, daß derselbe mit allen zugleich in theilweise Deckung

gelangt. Der zweite Fall, welcher stets beim Punkte eintritt, führt bei theilbaren Gebilden zu geschlossenen. Im ersten Falle ist das Gebilde begrenzt und hat einen oder mehrere Gebilde von  $n-m-1$  Dimensionen zur Grenze. Man kann alsdann zu dem gegebenen Gebilde ein solches von gleicher Dimensionzahl hinzufügen; diese Operation kann man unbegrenzt fortgesetzt denken und zu dem unendlichen Gebilde gelangen; bei ihm sind wiederum zwei Fälle zu entscheiden: a) die Fortsetzung bedarf der fortwährenden Hinzunahme neuer Raumtheile, und b) sie erfolgt durch fortgesetzte Zerlegung eines bestimmten Raumtheils.

Die Hinzufügung neuer Theile kann auch so angeordnet werden, daß das Gebilde einfach oder mehrfach geschlossen ist. Liegt ein Gebilde von  $q$  Dimensionen auf einem von  $q+1$  Dimensionen und setzt man beide zu einem geschlossenen oder unendlichen Gebilde fort, so wird das letztere Gebilde als Ganzes nicht nothwendig durch das erstere zerlegt; man wird also auch nicht immer die Gebilde als Ganze durch die oben dargelegten Zerlegungen erhalten können. Man kann aber immer jeden Körper, welcher auf einem  $p$ -fach ausgedehnten Gebilde liegt, in  $p+1$  zusammenhängende Theile zerlegen, welche sämmtlich dem Gebilde angehören.

Bei der Bewegung eines Körpers sind für ein Grenzgebilde, welches durch Theilung desselben erhalten wird, drei Fälle möglich: a) dasselbe bleibt in Ruhe, d. h. jeder Körperteil, welcher, auf dem Gebilde liegt, bleibt in theilweiser Deckung mit seiner Anfangslage; b) dasselbe wird in sich bewegt, d. h. jeder Körperteil auf dem Grenzgebilde nimmt nur solche Lagen an, welche wieder demselben angehören; c) das Gebilde verläßt seine Anfangslage. Betrachten wir einen Zweig des Gebildes, bei welchem der dritte Fall eintritt und wo keine zwei Lagen des Zweiges einen Punkt gemeinschaftlich haben (fortschreitende Bewegung), was sich stets erreichen läßt, so wird jede während der Bewegung erlangte Lage die früheren gegen die spätern abgrenzen. Ist der Zweig  $p$ -fach ausgedehnt, so gibt es ein Gebilde von  $p+1$  Dimensionen, dessen Punkte sämmtlich durch die des bewegten Gebildes erreicht werden. Die Beifügung der andern Theile des Gebildes kann keinen wesentlichen Unterschied hervorrufen; jedes bewegte Gebilde, welches nicht in sich verschoben wird, beschreibt ein oder mehrere Gebilde, deren Dimensionszahl eins mehr beträgt als die des bewegten Gebildes, und zu denen noch ruhende oder in sich verschobene Theile des bewegten Gebildes treten können. Da zudem die Punkte des beschriebenen Gebildes mehrmals erreicht werden können, so ändert sich das Resultat nicht, wenn die Bewegung im Ganzen oder für einzelne Theile rückschreitend wird.

## II. Herleitung einiger Raumformen.

§ 1. Einfach ausgedehnte Raumformen von möglichst beschränkter Beweglichkeit. Wir untersuchen zunächst diejenigen Raumformen, welche den beiden Einschränkungen genügen: a) sie sollen nur eine Dimension haben, b) bei der Ruhe eines Punktes soll keine Bewegung möglich sein. Aus diesen Voraussetzungen ergeben sich die beiden Sätze: 1) Zu drei gegebenen Punkten A, B, C gibt es immer einen einzigen vierten Punkt D, so daß B in die Anfangslage von D gelangt, sobald A die von C einnimmt, oder für welchen  $CD \cong AB$  ist. 2) Auf jeder (einfachen) Strecke AB gibt es einen einzigen Punkt M, welcher zugleich in die Anfangslage von B gelangt, wenn A die von M deckt, wo also  $AM \cong MB$  ist. Der Beweis des ersten Satzes bedarf keiner Darlegung; für den zweiten ist zunächst die Existenz von mindestens einem solchen Punkte zu beweisen, und diese folgt daraus, daß jeder Punkt von AB einmal in die Anfangslage von B gelangt, wenn A die Strecke beschreibt; wenn aber M ein solcher Punkt ist, so haben die Strecken AM und MB keinen Theil gemeinschaftlich, und so lange A in dem ersten bewegt wird, gehört das bewegte M dem zweiten an; somit gibt es nur einen einzigen solchen Punkt M. Jetzt ergibt sich die

Möglichkeit, jede Strecke durch eine beliebig gewählte zu messen und nach Wahl eines Anfangspunktes  $O$  und Festsetzung einer Einheit  $OE$  die Lage eines jeden Punktes  $P$  durch einen Zahlwerth (eine Coordinate) zu bestimmen. Für die letztere Aufgabe, mit welcher die erstere ebenfalls gelöst ist, soll die Lösung genau vorgeführt werden; sie ist eine Umschreibung der Methode, durch welche die Algebra aus der positiven Einheit durch fortgesetzte Addition, Subtraktion und Halbierung zu allen Zahlwerthen gelangt, und gründet sich auf folgende vier Forderungen: 1) Entsprechen den Punkten  $A$  und  $B$  die Zahlwerthe  $a$  und  $b$  und ist  $AC \cong OB$ , so soll  $C$  der Zahlwerth  $a+b$  zugeordnet werden; 2) ist hingegen bei derselben Bedeutung von  $a$  und  $b$   $AD \cong BO$ , so soll  $D$  die Coordinate  $a-b$  erhalten; 3) ist  $M$  in dem definirten Sinne die Mitte von  $OA$ , so soll  $\frac{1}{2}a$  die Coordinate von  $M$  sein, und 4) ist  $a < b$ , so soll die Coordinate  $X$  eines jeden zwischen  $A$  und  $B$  liegenden Punktes  $< a$  und  $> b$  sein. Die Anwendung der ersten Forderung führt aus  $OE$  zu allen positiven ganzen Zahlen, die zweite liefert die den negativen ganzen Zahlen entsprechenden Punkte; durch die Anwendung der dritten gelangen wir zu den Rationalzahlen, deren Nenner eine Potenz von 2 ist, und die vierte führt zu den übrigen rationalen und irrationalen Zahlen. Einige geometrische Sätze, welche hierbei vorausgesetzt werden müssen, bedürfen bei ihrer Einfachheit kaum der Erwähnung.

Die Raumformen zerfallen in unendliche und geschlossene; bei letzteren führt eine fortschreitende Bewegung jeden Punkt in die Anfangslage zurück, und zwar wird dieselbe, wie sich leicht ergibt, gleichzeitig von allen eingenommen.

§ 2. Gewisse Raumformen von zwei Dimensionen. Wir legen jetzt unserer Untersuchung folgende Einschränkungsätze zu Grunde: a) die Raumform habe zwei Dimensionen, b) bei der Ruhe eines Punktes sei Bewegung möglich, c) bei dieser Bewegung können alle Punkte eines gewissen Gebietes nur je in einer einzigen Linie bewegt werden, d) diese Punkte werden dabei in ihre Anfangslage zurückgeführt, und e) dieselbe gleichzeitig wieder erlangen.

Da die Berechtigung dieser Voraussetzungen sich nicht durch systematische Entwicklung ergeben hat, so muß ihre Unabhängigkeit dadurch bewiesen werden, daß man Raumformen darstellt, welche je nur einzelnen dieser Annahmen genügen. Die Mittheilung von solchen möge hier unterbleiben, da sie sich nicht in Kürze abmachen läßt und ich hoffe, an einer anderen Stelle genauer darauf einzugehen. Statt die Beschränkungen c, d, e für ein gewisses Gebiet voranzusetzen, genügt es, sie für ein beliebiges Liniestück anzunehmen, welches bei der Ruhe des bewegten Punktes nicht in sich verschoben wird.

Jetzt sei  $O$  der ruhende Punkt,  $PQ$  das Liniestück, von welchem jeder Punkt die obige Bewegung beschreibt. Dann wird durch fortschreitende Bewegung  $PQ$  und somit jeder Punkt des von ihm beschriebenen Gebietes in seine Anfangslage gelangen; sobald dies erreicht ist, wird jeder Punkt der Raumform seine Anfangslage decken. Unsere Voraussetzungen können also höchstens für diskrete Punkte oder einzelne Linien eine Ausnahme erleiden, und der Punkt  $O$  kann auf einer solchen Linie nicht liegen. Demnach kann man um  $O$  ein Gebiet abgrenzen, in welchem mit  $O$  kein zweiter Punkt in Ruhe bleibt, sondern alle Punkte das Gebiet zerlegende Linien (Kreise) beschreiben und zugleich in ihre Anfangslage zurückkehren. Für jeden Punkt  $A$  dieses Gebietes ist die bei der Ruhe von  $O$  beschriebene Linie, der Kreis  $A(O)$  eine Raumform der im vorigen Paragraph betrachteten Art. Demnach findet sich zu  $A$  ein zweiter Punkt  $B$ , sodaß  $A$  und  $B$  bei der Drehung um  $O$  zugleich ihre Lage vertauschen. Nennen wir zwei solche Punkte Gegenpunkte in Bezug auf  $O$ , und  $O$  ihre Mitte, so gelten die beiden Sätze, daß bei der Drehung um die gemeinschaftliche Mitte alle Gegenpunktpaare gleichzeitig ihre Lage vertauschen, und daß drei solche Punkte  $O, A, B$  bei jeder Bewegung diese Eigenschaft behalten. In Folge dessen können zwei beliebige Punkte als Gegenpunkte betrachtet werden, und das abgegrenzte Gebiet enthält nur eine einzige Mitte derselben.

Diese Sätze führen zu der Hauptlinie der Raumform, der Geraden. Es seien  $M$  und  $N$  zwei Punkte des Gebietes; wir suchen zu  $M$  den Gegenpunkt in Bezug auf  $N$  und fahren hiermit fort, solange wir

in dem festgesetzten Gebiete verbleiben; dann bestimmen wir zu je zwei der erhaltenen Punkte die Mitte und setzen dies unbegrenzt fort. Solange die Zahl der Wiederholungen eine endliche ist, gelangen wir auf diese Weise nur zu diskreten Punkten; wir können aber auch die Lage eines Punktes durch einen unendlichen Proceß festsetzen durch folgende Bestimmung. Zu zwei erhaltenen Punkten  $S$  und  $T$  gibt es einen einzigen Kreis (den um ihre Mitte), auf dem sie als Gegenpunkte liegen; im Innern desselben ziehen wir zwischen zwei Punkten der durch  $S$  und  $T$  begrenzten Halbkreise eine beliebige Linie  $l$ ; construiren wir jetzt die beiden Kreise, deren Peripherien durch die Mitte von  $R$  und  $S$  und je einen dieser Punkte halbiert werden, so muß, wenn nicht  $l$  durch die Mitte hindurchgeht, mindestens einer dieser Kreise ein Stück von  $l$  enthalten; für denjenigen Kreis, welcher dies ist (oder für einen unter ihnen) wiederholen wir dieselbe Operation; mag die Fortsetzung aufhören oder nicht, jedenfalls wird auf  $l$  mindestens ein derartiger Punkt existiren. Da dasselbe für jeden solchen Zug  $l$  gilt, werden wir zu einer Linie geführt. Diese ist in sich verschiebbar und umkehrbar; durch zwei Punkte des Gebiets gibt es eine einzige solche Linie, und alle derartigen Linien sind einander congruent.

Von den hier gewonnenen Resultaten bin ich in einer anderen Arbeit, welche bald erscheinen wird, ausgegangen und habe unter anderem den Nachweis geliefert, daß man nur zu den bekannten vier Raumformen gelangt. Des Folgenden wegen sei nur auf den schon früher bekannten Satz aufmerksam gemacht, daß stets ein oder zwei Punkte einer solchen Raumform in Ruhe verbleiben, wenn die Bewegung auf geschlossenen, in sich verschiebbaren Linien stattfindet.

§ 3. Der Erfahrungsraum. Folgende Einschränkungsätze können vollständig oder doch mit sehr großer Wahrscheinlichkeit als Erfahrungsätze bezeichnet werden: a) die Raumform hat drei Dimensionen, b) bei der Ruhe eines Punktes  $O$  kann ein zweiter  $P$  nur auf einer einzigen Fläche  $P(O)$  bewegt werden; c) lassen wir außer  $O$  noch  $P$  in Ruhe, so ist noch Bewegung möglich, bei welcher d) jeder Punkt eines auf der Fläche  $P(O)$  enthaltenen Linientheiles sich nur auf einer einzigen Linie bewegt und e) auf ihr fortschreitend in seine Anfangslage zurückkehrt, und zwar nehmen f) alle Punkte dieses Flächentheiles gleichzeitig ihre Anfangslage ein; die Voraussetzungen b)-f) gelten für alle Punkte eines den Punkt  $P$  enthaltenden Linienstückes  $l$ , welches nicht der Fläche  $P(O)$  angehört.

Die große Zahl der gemachten Voraussetzungen wird auf den ersten Blick auffallend erscheinen, da man bisher entweder eine Form gewählt, bei welcher die Zahl nicht hervortreten konnte, oder zu den ausgesprochenen Annahmen stillschweigend noch manche andere hinzugefügt hat; in beiden Fällen ist die Zahl der thatächlich gemachten Voraussetzungen noch größer als hier. Ich bemerke nur, daß sich unter Ausschluß des zweiten Einschränkungsatzes die Existenz der Geraden, der Ebene und des Kreises ergibt, daß es aber dann noch möglich ist, die Gerade bei der Ruhe eines ihrer Punkte in sich zu verschieben, sodaß die zweite Voraussetzung keine nothwendige Folge der andern ist.

Legen wir also die obigen Voraussetzungen zu Grunde und nehmen den Punkt  $R$  beliebig auf der Linie  $l$  an, so sind alle Flächen  $R(O)$  bei der Ruhe von  $O$  Raumformen von der im vorigen § untersuchten Art. Bei der Ruhe von  $O$  und  $P$  bewegen sich auch die Punkte dieser Flächen in verschiebbaren Linien, und diese sind geschlossen; daher bleibt mit  $O$  und  $P$  auf jeder solchen Fläche ein Punkt in Ruhe, und zwar in einem gewissen, um  $P$  liegenden Raumtheile nur je ein einziger Punkt. Alle diese Punkte bilden eine einzige Linie, die Gerade. Jeder Punkt von  $P(O)$  bestimmt bei der Ruhe von  $O$  eine einzige Gerade. Da diese Geraden einander congruent sind, so werden dieselben bei der Ruhe einer unter ihnen gleichzeitig in die Anfangslage zurückkehren; diese Bewegung führt also einen gewissen Raumtheil und somit den ganzen Raum gleichzeitig in die Anfangslage zurück. Bei der Ruhe von  $P$  und  $O$  beschreibt daher jeder Punkt, welcher nicht in Ruhe verbleibt, eine einzige geschlossene Linie, den Kreis; dabei vertauscht einmal jeder bewegte Punkt seine

Lage mit der eines andern Punktes und zwar findet die Vertauschung gleichzeitig statt; in Bezug auf eine Gerade hat also jeder Punkt des Raumes seinen Gegenpunkt.

Jede Gerade kann in sich verschoben werden; bei dieser Verschiebung ist durch die Lage eines auf ihr liegenden Punktes die Lage jedes ihrer Punkte bestimmt. In dem Raumtheile, welchen hierbei das so eben definirte, um P liegende Gebiet beschreibt, werden bei der Ruhe von O und P nur Punkte der gewonnenen Geraden in Ruhe bleiben. Man kann also um O ein Gebiet abgrenzen, von dem jeder Punkt sich bei der Ruhe von O nur auf einer Fläche bewegt; diese hat mit jeder durch das Centrum gehenden Geraden zwei Punkte gemeinschaftlich und zerlegt den Raum; sie ist eine Kugelfläche.

Um den Winkel zweier Geraden zu bestimmen, welche in demselben Punkte begrenzt sind, lege man um ihren Scheitel eine Kugel und construire auf ihr die Hauptlinie (den Hauptkreis), welche durch die Schnittpunkte hindurchgeht; das Verhältniß des durch die Schenkel begrenzten Bogens zur Peripherie ist von der gewählten Kugel unabhängig und für die Größe des Winkels bestimmend. Daraus ergibt sich die Existenz des rechten Winkels und die Gleichheit der Scheitelwinkel.

Die sämtlichen Geraden, welche von einem Punkte O nach den Punkten eines Hauptkreises einer Kugel gezogen werden, welche O zum Centrum hat, bilden die Hauptfläche der Raumform, die Ebene. Diese Definition stimmt mit zwei andern überein: man kann die Fläche entstehen lassen durch Drehung eines rechten Winkels um den einen Schenkel, und man kann sie für das vorliegende Gebiet definiren als den geometrischen Ort der Punkte, welche von zwei Punkten gleichen Abstand haben. Es seien A und B die beiden Punkte, O ihre Mitte, so gibt es zu jedem dritten Punkte C des Gebiets einen vierten D, so daß alle Punkte der Fläche von C und D gleichen Abstand haben. Ist nämlich E der Gegenpunkt von C in Bezug auf O A und liegt D auf der Verlängerung von O E in gleichem Abstände mit E von O, so hat jeder Punkt X der Fläche gleiche Entfernung von C und D. Man nenne Y den Gegenpunkt von X in Bezug auf O A und drehe um OA, bis jeder Punkt die Lage mit seinem Gegenpunkte vertauscht; dann folgt:  $COX = EOY$ ; da aber letzterer als Scheitelwinkel gleich  $DOX$  ist, so ergibt sich  $CX = DX$ .

Wie man hiernach zu den weiteren Eigenschaften der Ebene mit Ausschluß der Parallelentheorie gelangt, bedarf keiner Erwähnung. Auch die Beziehungen zwischen Gerade und Ebene, sowie zwischen mehreren Ebenen ergeben sich mit der größten Einfachheit. Wir können aber auch, wie ich an einer andern Stelle zeige, mit Hilfe der gewonnenen Resultate das Krümmungsmaß rein geometrisch definiren. Ist dasselbe negativ, so haben wir die Lobatschewskysche Raumform, in welcher die Gerade unendlich ist und durch jeden Punkt zwei Parallele zu einer gegebenen Geraden hindurchgehen; ist das Krümmungsmaß Null, so ergibt sich die Euklidische Raumform; ein positives Krümmungsmaß endlich führt zu zwei Raumformen mit geschlossener Geraden: in der einen, der Riemannschen, zerlegt die Ebene den Raum und je zwei Gerade einer Ebene schneiden einander in zwei Punkten; die andere, die Polarform des Riemannschen Raumes, wird durch die Ebene nicht zerlegt und zwei verschiedene Gerade haben höchstens einen Punkt gemeinschaftlich.

# Schulnachrichten.

## I. Unterrichts-Übersicht.

### 1. Prima.

Ordinarius: Der Director.

1. Religionslehre. a. fath. Geschichte der Kirche bis auf Bonifacius. Sittenlehre; ausgewählte Capitel der Glaubenslehre. Wiederholungen. Wöchentlich zwei Stunden.  
Im Sommer: Ordentlicher Lehrer Dr. Mette.  
Im Winter: Der Ordinarius.
- b. evang. (Prima und Secunda combinirt): Evangelium S. Marci nach dem Urtext. Kirchengeschichte neuerer Zeit, nach Hollenberg. Glaubenslehre, vom h. Geist, nach Kurz. Wöchentlich 2 Stunden.  
Pfarrer Bruns, evang. Religionslehrer.
2. Deutsch. Erklärung ausgewählter poetischer und prosaischer Musterstücke; Übung im Vortrage. — Litteratur-Geschichte bis auf Opitz mit Lectüre, vorzüglich des Nibelungenliedes. — Elemente der empirischen Psychologie, besonders vom Erkenntniß-Vermögen. — Leitung und Censur des deutschen Aufsatzes (s. u.) Wöchentlich 3 Stunden.  
Der Ordinarius.
3. Latein. Cic. pro Ligario; Disp. Tusc. L. I. Tac. Annal. L. I Liv. extemporirt. — Hor. Carm. L. I. und ausgewählte Oden aus andern Büchern. Epist. L. I. 6, 8, 9, 10, 11, 13. Memoriren einer größeren Zahl von Oden. — Grammatische Wiederholungen und Ergänzungen nach F. Schulz. Leitung und Censur des Aufsatzes (s. u.); wöchentliche Extemporalien und einzelne Exercitien; Übungen im Lateinsprechen. Wöchentlich 8 Stunden.  
Der Ordinarius.
4. Griechisch. a. Grammatik: Repetitionen aus der Formenlehre und Vervollständigung der Syntax, nach Schnorbusch und Scherer. — b. Wöchentlich ein Extemporale (im Anschluß an die Privatlectüre). — c. Prosaische Lectüre: Plat. Laches. Abschnitte aus Thucyd. lib. I. II. — Ausgewählte Partien aus Xenoph. Cyrop. wurden extemporirt. — Wöchentlich 4 Stunden.  
Dr. Mette.
- d. Poetische Lectüre: Hom. Jl. L. I, II. (theilweise), III, V, VI. — Memoriren von Versen. — Soph. Electra. — Wöchentlich 2 Stunden.  
Oberlehrer Franke.
5. Hebräisch. Wiederholung und Vervollständigung der Formenlehre; die wichtigsten Partien der Syntax. Nach Bosen. — Gelesen wurden Abschnitte aus den historischen Büchern des A. T. und einige leichtere Psalmen. — Schriftliche Arbeiten. — Wöchentlich 2 Stunden.  
Gymnasiallehrer Dreisbusch.

6. Französisch. Lectüre: Montesquieu *Considérations* etc. und *Athalie* par Racine. — Vervollständigung des grammatischen Unterrichts im Anschluß an die Schulgrammatik von Plöy. — Wöchentlich 1 schriftliche Arbeit. Wöchentlich 2 Stunden. Franke.
7. Geschichte und Geographie. Deutsche Geschichte mit Berücksichtigung der allgemeinen Geschichte bis zu Karl dem Fünften. Nach Plöy. — Preussische Geschichte. — Allgemeine Repetitionen. — Geographie von Deutschland. Wöchentlich 3 Stunden. Franke.
8. Mathematik. Combinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, der allgemeine binomische Satz und die Exponentialreihe. — Stereometrie. — Ebene und sphärische Trigonometrie. Nach Feaur; Wiederholungen. Alle 14 Tage eine häusliche Arbeit. — Wöchentlich 4 Stunden. Oberlehrer Dr. Killing.
9. Physik. Wärmelehre, Mechanik, mathematische Geographie. Nach Münch. — Wöchentlich 2 Stunden. Dr. Killing.
10. Gesang. Uebung des ausgewählten Männer- und gemischten Chors. — Einübung von Kirchenliedern. — Wöchentlich 1 Stunde. Gesang- und Turnlehrer Peters.
11. Turnen. S. u.

## 2. Sekunda.

Ordinarius: Im Sommer der Director, im Winter Oberlehrer Nieberg.

1. Religionslehre. Die Lehre von Gott; die Erschaffung, Erhaltung und Regierung der Welt; die Erlösung. Erklärung einiger Hymnen. Wöchentlich 2 Stunden. Gymnasiallehrer Parnsen.
2. Deutsch. Lectüre und Erklärung ausgewählter Musterstücke; Memoriren und Vortrag einer Auswahl aus denselben, besonders Klopstock'scher Oden. Grundzüge der Lehre vom Aufsatz und Leitung desselben (s. u.). Wöchentlich 2 Stunden. Der Ordinarius.
3. Latein. a. Syntax des Nomens, Syntax des Verbums bis zur Lehre vom Infinitiv nach Schulz größerer Grammatik. — Mündliches Uebersetzen aus dem Deutschen in's Latein, theils einzelner Sätze zur Einübung der Regeln, theils zusammenhängender Stücke. — Correctur der Exercitien und Extemporalien. — In IIa kleine historische Aufsätze. Wöchentlich 5 Stunden. Der Ordinarius.  
b. Lectüre: Liv. L. VII. — Cic. de senectute. — Virg. Aen. L. I. und II.  
Im Sommer Gymnasiallehrer Herte, im Winter der Ordinarius.
4. Griechisch. a. Grammatik: Wiederholungen aus der Formenlehre, Syntax des Nomens. Nach Schnorbusch und Scherer. b. Prof. Lectüre: Xenoph. Anab. L. V., ausgewählte Abschnitte aus Xen. Cyrop.  
c. Wöchentlich eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 4 Stunden.  
Im Sommer Herte, im Winter der Ordinarius.
- d. Poetische Lectüre: Hom. Odyss. L. I, VI. 3. Theil, VII., VIII., 3. Theil. Wöchentlich 2 Stunden. —  
Im Sommer Franke, im Winter der Ordinarius.
5. Hebräisch. Die Formenlehre bis an die Segolatformen mit Ausschluß der Verba Ajin-Ajin und Ajin-Vav. Nach der Grammatik von Bosen. Uebersetzt und analysirt wurden einige von den der Grammatik beigelegten Uebungsstücken. Schriftliche Arbeiten. — Wöchentlich 1 Stunde. Dreissbusch.

6. Französisch. Lectüre: Michaud *Miême croisade*. — Grammatik nach Plöy Schulgrammatik (Sect. 67—79). — Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 2 Stunden. Franke.
7. Geschichte und Geographie. Geschichte a) der altorientalischen Völker, b) der Griechen, c) der Römer bis zur Einnahme Roms durch die Gallier, nach Püg. — Geographie von Asien und Amerika. — Wöchentlich 3 Stunden. Franke.
8. Mathematik. Die Lehre von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen, die Gleichungen zweiten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten. — Ausmessung der geradlinigen Figuren, Ähnlichkeitslehre, Kreismessung. Constructionsaufgaben. — Nach Féaux. — Wöchentlich eine häusliche Arbeit oder ein Extemporale. — Wöchentlich 4 Stunden. Dr. Killing.
9. Physik. Die Grundlehren der Chemie. Ausgewählte Theile der Optik. Nach Münch. — Wöchentlich 1 Stunde. Dr. Killing.
10. Gesang. Combinirt mit Prima.
11. Turnen. S. u.

### 3. Tertia.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Dr. Mette.

1. Religionslehre. a. katholische: Das zweite und dritte Hauptstück des Diöcesan-Katechismus (Lehre von den Geboten und Gnadenmitteln). — Denkwürdigkeiten aus der Kirchengeschichte. — Wöchentlich 2 Stunden. Der Ordinarius.
- b. evangelische (Tertia bis Sexta combinirt): Vom Wesen und den Eigenschaften Gottes, nach Krummacher. Altes Testament, biblische Geschichte und Geographie, nach Zahn. Einige Psalmen und Kirchenlieder, nach dem Gesangbuche. — Wöchentlich 2 Stunden. Bruns, Pfarrer.
2. Deutsch. Wiederholungen aus der Grammatik, Vervollständigung der Satzlehre. Lectüre und Erklärung prosaischer und poetischer Lesestücke aus dem Lesebuche von B. Schulz; Deklamirübungen. Alle 14 Tage ein Aufsatz, außerdem mannigfache schriftliche Uebungen und Geschäftsaufsätze. — Wöchentlich 2 Stunden. Dr. Killing.
3. Latein. a. Grammatik: Nach Wiederholung der Casuslehre die Syntax des Verbums in Verbindung mit mündlichen und schriftlichen Uebungen. — Repetitionen aus der Formenlehre; nach der kleinen lat. Sprachlehre von J. Schulz. — b. Wöchentlich zwei schriftliche Arbeiten — Penja und Extemporalien — aus der Aufgabensammlung von J. Schulz. — c. Prosaische Lectüre: Caes. de bell. Gall. II. III. IV. Memoriren von Wörtern und Phrasen im Anschlusse an die Lectüre. — Wöchentlich 8 Stunden. Der Ordinarius.
- d. Poetische Lectüre: Ausgewählte Abschnitte aus Ovid. *Metam.* lib. II. III. — 150 Verse wurden memorirt. — Wöchentlich 2 Stunden.  
Im Sommer: Candidat Münster.  
Im Winter: Der Ordinarius.
4. Griechisch. a. Ober-Tertia: Repetitionen aus dem vorigjährigen Cursus; sodann die Verba in *mi*, die unregelmäßigen Verba und die Präpositionen mit mündlichen und schriftlichen Uebungen aus dem Uebungsbuche von Schnorbusch und Scherer. Syntaktisches nach Bedürfnis — nach derselben Grammatik. — Lectüre aus Xenoph. *Anab.* lib. I. — Wöchentlich ein Pensum und ein Extemporale. — Wöchentlich 6 Stunden. Der Ordinarius.

- b. Unter-Tertia: Nach Wiederholung des vorigjährigen Pensums Fortsetzung der Formenlehre bis zu den Verbis auf mi nach der Grammatik von Schnorbusch und Scherer. — Mündliche Uebersetzungen und wöchentlich 1 schriftliche Arbeit aus dem Übungsbuche von Schnorbusch und Scherer. Ex-temporalien. — Wöchentlich 6 Stunden. Dreisbusch.
5. Französisch. Schulgrammatik von Plög (Lectio 1—60.) — Lectüre: Rollin: Hommes illustres. — Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. Wöchentlich 2 Stunden. Franke.
6. Geschichte und Geographie: Geschichte der Römer von den Gracchen bis zu Ende. — Geschichte der Deutschen bis zum Ausgange des Mittelalters nach Welser. — Geographie von Europa mit Ausnahme von Deutschland. — Wöchentlich 3 Stunden. Franke.
7. Mathemat. In zwei wöchentlichen Stunden die Planimetrie bis zur Kreislehre (incl.); die vier Grundrechnungen und die Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten. Nach Féaux. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit.
- IIIa. In einer besondern Stunde Constructionsaufgaben und die Lehre von der Flächengleichheit; die linearen Gleichungen mit mehreren Unbekannten.
- IIIb. In der besondern Stunde wurde das beiden Klassen gemeinsame Pensum genauer besprochen. Dr. Killing.
8. Naturbeschreibung. Im Sommer Botanik, im Winter Zoologie, speziell Insectenfunde. — Wöchentlich 2 Stunden. Dr. Killing.
9. Gesang, Einübung der Kirchenlieder. Uebungen im ein-, zwei- und mehrstimmigen Knabengesange. Wöchentlich 2 Stunden. Peters.
10. Turnen. S. u.

#### 4. Quarta.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Dreisbusch.

1. Religionslehre. a. Erstes Hauptstück des Diöcesan-Katechismus (Glaubenslehre). b. Die Apostel-Geschichte. Nach Schumacher. — Wöchentlich 2 Stunden. Der Ordinarius.
2. Deutsch. Die Lehre vom einfachen, zusammengezogenen und zusammengesetzten Satze im Anschlusse an B. Schulz' Lesebuch. Lesen und Erklären ausgewählter Stücke. — Deklamation. — Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 2 Stunden. Paresen.
3. Latein. a. Grammatik. Repetition der verba anomala; die Lehre über den Gebrauch der casus; die Hauptregeln aus den übrigen Theilen der Syntax. Nach der kleinen lateinischen Sprachlehre von J. Schulz. — b. Lectüre: Cornel. Nep. 8 vitae; ausgewählte Fabeln von Phädrus. — c. Mündliche Uebersetzungen und wöchentlich 3 Pensä aus dem Übungsbuche und der Aufgabensammlung von J. Schulz. Extemporalien. — Wöchentlich 10 Stunden. Der Ordinarius.
4. Griechisch. Die Formenlehre bis zum Verbum (excl.). Nach der Sprachlehre von Schnorbusch und Scherer. — Mündliches Uebersetzen aus dem Übungsbuche von Scherer und Schnorbusch. Memoriren von Vokabeln. Alle 8 Tage eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 4 Stunden. Im Sommer Münster, im Winter Herte.
5. Französisch. Plög' Elementarbuch von Lectio 41 bis zu Ende. Wöchentlich 1 schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 2 Stunden. Franke.
6. Geschichte und Geographie. Geschichte des Alterthums: a. In kurzer Uebersicht die Hauptereignisse aus der Geschichte der orientalischen Kulturvölker. b. Geschichte der Griechen und des mazedoni-

schen Weltreichs bis zur Theilung desselben nach der Schlacht bei Jpsus. c. Römische Geschichte bis zum 2. punischen Kriege. Nach Welter. — Geographie von Deutschland. — Wöchentlich 3 Stunden.

Im Sommer Münster, im Winter Herte.

7. Mathematik. Bervollständigung des Rechnens mit Dezimalzahlen; das abgekürzte Rechnen. Wiederholung des vorigjährigen Pensums. Die bürgerlichen Rechnungsarten. Einführung in die Geometrie. Nach Föaur. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 3 Stunden.

Dr. Killing.

8. Naturwissenschaft. Im Sommer Botanik; im Winter Amphibien, Fische, Insecten, Spinnen, Krustenthiere und Würmer. — Wöchentlich 2 Stunden.

Parenzen.

9. Zeichnen. Freihandzeichnen; Zeichnen nach Holzmodellen; Perspective. — Wöchentlich 2 Stunden.

Zeichenlehrer Trautmann.

10. Gesang. Combinirt mit Tertia.

11. Turnen. S. u.

### 5. Quinta.

Ordinarius: Wissenschaftlicher Hilfslehrer Herte.

1. Religionslehre. Combinirt mit Quarta. Außerdem wöchentlich in einer besondern Stunde Jugendgeschichte und Gleichnißreden Jesu.

Dreisbusch.

2. Deutsch. Die Lehre vom einfachen und zusammengesetzten Satze, verbunden mit schriftlichen Uebungen. Lesen und Erklären ausgewählter Stücke aus dem Lesebuche von B. Schulz. Deklamation. Orthographische Uebungen und wöchentlich eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 2 Stunden.

Der Ordinarius.

3. Latein. Wiederholung und Bervollständigung der regelmäßigen Formenlehre; verba anomala, defectiva und impersonalia; Adverbien, Präpositionen und Conjunctionen nach der kleinen lateinischen Sprachlehre von F. Schulz. Mündliches Uebersetzen aus dem Uebungsbuche von F. Schulz und im Anschlusse daran einige der wichtigsten Regeln der Syntax. Memoriren von Vokabeln und kleineren Stücken (Fabeln, Anekdoten). — Wöchentlich 3 Hausarbeiten und 1 Klassenarbeit. — Wöchentlich 10 Stunden.

Der Ordinarius.

4. Französisch. Elementargrammatik von Plöy, Section 1 bis 46. Memoriren von Vokabeln. Alle 8 Tage eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 3 Stunden.

Der Ordinarius.

5. Geographie. Geographie von Europa nach Nieberding. — Wöchentlich 2 Stunden.

Parenzen.

6. Rechnen. Die Brüche, Regel de Tri, Regel Quinque, Dezimalbrüche. Wöchentlich eine schriftliche Arbeit. — Wöchentlich 3 Stunden.

Parenzen.

7. Naturgeschichte. Combinirt mit Quarta.

8. Schreiben. Wöchentlich 3 Stunden.

Trautmann.

9. Zeichnen. Wöchentlich 2 Stunden.

Trautmann.

10. Gesang. Combinirt mit Quarta.

11. Turnen. S. u.

### 6. Sexta

Ordinarius: Gymnasiallehrer Parenzen.

1. Religionslehre. Das Wichtigste aus der Glaubens- und Sittenlehre im Anschlusse an die Grund-

- formeln und täglichen Gebete. Biblische Geschichte des alten Testaments, nach Schumacher. Wöchentlich 3 Stunden. Der Ordinarius.
2. Deutsche Sprache. Lesübungen nebst Erklärung einzelner Lesestücke aus dem Lesebuche von B. Schulz. Daran wurde geknüpft die Unterscheidung der Wortarten, der Gebrauch der Präpositionen und die Lehre vom einfachen Satze. Orthographische Uebungen. Deklamation. Alle 8 Tage eine schriftliche Arbeit. Wöchentlich 2 Stunden. Münster.
3. Latein. Regelmäßige Formenlehre nach der kleinen Sprachlehre von J. Schulz. Mündliches und zum Theil schriftliches Uebersetzen der betreffenden Uebungsstücke aus dem Uebungsbuche von Schulz. Auswendiglernen der darin vorkommenden Vokabeln. Wöchentlich 4 schriftliche Arbeiten. Wöchentlich 10 Stunden. Münster.
4. Geographie. Allgemeine geographische Vorbegriffe, Oceanbeschreibung. Nach Nieberding. Wöchentlich 2 Stunden. Der Ordinarius.
5. Rechnen. Das Einmaleins, Einübung der 4 Species in benannten und unbenannten Zahlen, die gemeinen Brüche nach dem Uebungsbuche von Feauz. Wöchentlich eine schriftliche Arbeit. Wöchentlich 4 Stunden. Der Ordinarius.
6. Naturbeschreibung. Im Sommer Botanik, im Winter Säugethiere. Wöchentlich 2 Stunden. Der Ordinarius.
7. Schreiben. Combinirt mit Quinta.
8. Zeichnen. Combinirt mit Quinta.
9. Gesang. Combinirt mit Quinta; außerdem wöchentlich 1 Stunde Vorkenntnisse, Treffübungen, einstimmige Lieder. Peters.
10. Turnen. S. u.

Die Turnübungen wurden im Sommer unter Leitung des Gesangs- und Turnlehrers Herrn Peters Dinstags und Freitags in zwei Abtheilungen von 5—6 und 6—7 Uhr Abends gehalten.

## Themata der Aufsätze in den oberen Klassen

### I. der deutschen:

#### 1. Prima.

1. Ackerbau — eine vorzügliche Schule der Religiosität. — 2a. Thoas in Görhe's Iphigenie. — b. Heinrich der Finkler. Charakteristik. — 3. Bewahren ist oft schwerer als Erringen. — 4. Der Mensch bedarf des Menschen. (Klassenarbeit). — 5. Welche Umstände erklären uns das außerordentliche Wachstum der römischen Macht? — 6. Wer hielte ohne Freund im Himmel. — Wer hielte da auf Erden aus? Novalis. — 7. Des Menschen schlimmster Feind ist der Mensch. (Klassenarbeit). — 8. Das menschliche Leben — ein Schiff. — 9. Wichtigkeit des Studiums der klassischen Sprachen. — 10. „Man lebt nur einmal in der Welt,“ sagt der Thor, sagt der Weise. (Klassenarbeit.)

#### 2. Secunda.

1. Heldenwort nach Platen's Harmoson. — 2. Pietät des L. Manlius nach Liv. VII. 4. — 3. Das Hölsterloch bei Brilon — Beschreibung. — 4. Warum sind wir dem Alter Ehrfurcht schuldig? — 5. Wie kann die Jugend das Alter ehren? (Klassenarbeit). — 6. a. Die Vorboten des Winters. — b. Beschreibung

eines Gemäldes, das eine Scene aus Uhland's „des Sängers Fluch“ darstellt. — 7. a. Charakter des Grafen Eberhard nach den Balladen Uhland's. — b. Die Schlacht bei Reutlingen. — 8. a. Blinder Eifer schadet nur. Chrie. — b. Das Wasser im Dienste des Menschen. — c. Das Ritterthum gegen Ende des Mittelalters. — 9. Eintracht macht stark. Chrie. — b. Cimon's Verdienste um sein Vaterland. — 10. Weshalb erscheint der Verrath des Pausanias so auffallend? — 11. Die Elemente hassen das Gebild der Menschhand. — 12. a. Untand der Athener. — b. Die Einnahme Troja's nach Virgil.

## II. der lateinischen:

### 1. Prima.

1. Quid praecipue discamus ex morte C. Julii Caesaris. — 2. Qua maxime causa factum sit, ut Caesari Pompeius succumberet. — 3. De singulari Romanorum constantia — 4. Recte se habere, quod est apud Nepotem de Alcibiade, nihil eo fuisse excellentius vel in virtutibus vel in vitiis. Klassenarbeit. — 5. Quibus causis factum sit, ut res Atheniensium, quum bellis Persicis mirum in modum effloruisset, haud ita multo post bello Peloponnesio corrueret. — 6. Num sperare licuerit Hannibali, se Romanos in Italia ipsa devicturum esse. — 7. Bella Samnitica inter gravissima habenda esse, quae gesta sint a Romanis. Klassenarbeit. — 8. De Q. Fabii Maximi praeclaris in patriam meritis. — 9. De Atheniensium in cives optime meritos impietate. Klassenarbeit.

### 2 Ober-Secunda.

1. De Cimonis in patriam meritis. — 2. P. Decius Mus tribunus militum populo Romano egregium exercitum servat. Klassenarbeit. — 3. Ut Aristides aequitate et justitia, ita Themistocles fortitudine et prudentia Atheniensium auxit res. — 4. Hannibal Romanis bellum infert. — 5. Capti (sunt) dolis lacrimisque coactis, Quos neque Tydides, neque Larissaeus Achilles, Non anni domuere decem, non mille carinae. Klassenarbeit.



## II. Vertheilung des Unterrichts nach den Lehrkräften.

Die mit ( ) versehenen Angaben beziehen sich nur auf das erste, die mit [ ] nur auf das zweite Semester, die übrigen auf das ganze Jahr.

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	Insgesammt.
<b>Noeren,</b> Director, Ordinarius der I.	8 Latein 3 Deutsch [2 Religion]	(2 Deutsch) (6 Latein)					(19) [13]
<b>Nieberg,</b> 1. Oberlehrer, Ordinarius der II. (s. u. Herbst.)		[2 Deutsch] [10 Latein] [6 Griechisch]					[18]
<b>Franke,</b> 2. Oberlehrer.	2 Griechisch 2 Französisch 3 Geschichte	(2 Griechisch) 2 Französisch 3 Geschichte	2 Französisch 3 Geschichte	2 Französisch			(21) [19]
<b>Dr. Kisting,</b> 3. Oberlehrer.	4 Mathematik 2 Physik	4 Mathematik 2 Physik	2 Deutsch 2 Mathem. 1 IIIa Math. 1 IIIb Math. 2 Naturgesch.	3 Rechnen			22
<b>Dr. Mette,</b> 1. ordentlich u. Lehrer, Ordinarius der III.	(2 Religion) 4 Griechisch		2 Religion 8 Latein [2 Latein] 6 Griech. IIIa				22*
<b>Dreisbusch,</b> 2. ordentlich Lehrer, Ordinarius der IV.	2 Hebräisch	1 Hebräisch	6 Griech. IIIb	2 Religion 10 Latein	1 Religion		22
<b>Varenfen,</b> Gymnasia'-Lehrer, Ordinarius der VI.		2 Religion		2 Naturgesch. d. G. 2 Deutsch	3 Religion 4 Rechnen 2 Geographie 2 Naturgesch.		22
<b>Brund,</b> Pfarrer, ev. Relig.-Lehrer		2 Religion		2 Religion			4
<b>Herte,</b> Wissenschaftl. Hilfslehrer		(4 Latein) (4 Griechisch)		[4 Griechisch] [3 Geschichte u. Geographie]	2 Deutsch 10 Latein 3 Französisch		(23) [22]
<b>Münster,</b> Cant. d. hsh Schulamts			(2 Latein)	(4 Griechisch) (3 Geschichte u. Geographie)		2 Deutsch 10 Latein	(21) [12]
<b>Peters,</b> Gesangs- und Turnlehrer			1 Gesang	1 Gesang		1 Gesang	3**)
<b>Trautmann,</b> Schrift- u. Zeichenlehrer.				2 Zeichnen		2 Zeichnen 3 Schreiben	7

\*) Außerdem ertheilte derselbe im Sommer den Neucommunicanten den besonderen Vorbereitungs-Unterricht.

\*\*) Außerdem übte derselbe, so weit nöthig, in besonderen Stunden den vierstimmigen Kirchengesang ein.

### III. Vertheilung der Lehrgegenstände nach den Classen.

Lehrgegenstände:	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.
Deutsch	3	2	2	2	2	2
Latein	8	10	10	10	10	10
Griechisch	6	6	6	4		
Hebräisch	2	1				
Französisch	2	2	2	2	3	
Religionslehre	2	2	2	2	3	3
Mathematik	4	4	<sup>2</sup> IIIa 1 IIIb 1	3	3	4
Naturwissenschaften	2	1	2	2	2	2
Geschichte und Geographie	3	3	3	3	2	2
Schreiben					3	3
Zeichnen				2	2	2
Gefang	1	1	1	2	2	3
Turnen (im Sommer)	2	2	2	2	2	2



### IV. Abiturienten-Prüfung.

Zur Abiturienten-Prüfung meldeten sich zwei Ober-Primaner für den Herbst, die übrigen 6 für den Ofter-Termin. Nach Anfertigung der schriftlichen Arbeiten wurde die mündliche Prüfung unter dem Vorsitze des Herrn Geheimen Regierungs- und Provinzial-Schul-Rathes Dr. Schulz von Münster resp. am 15. Juli v. und 6. und 7. Febr. d. J. gehalten. Sämmtlichen Examinanden wurde das Zeugniß der Reife zuerkannt. Im ersten Termine wurde Joseph Wedemann aus Brilon, im zweiten Heinrich Münstermann aus Oberense auf Grund vorzüglichen Betragens und Fleißes und hervorragend befriedigender Leistungen im Laufe des Jahres, wie in den schriftlichen Prüfungs-Arbeiten von der schriftlichen Prüfung dispensirt.

In der schriftlichen Prüfung waren, abgesehen von dem lateinischen, griechischen und französischen Scriptum, folgende Aufgaben zu bearbeiten:

1. Religionslehre. a. im Herbst:  $\alpha$ . kath.: Lehre der Kirche über die Person Christi und die wichtigsten Irrlehren über dieselbe. — Ueber das menschliche Gesetz. —  $\beta$  evang. fiel aus. b. zu Ostern:  $\alpha$ . kath.: Ueber das Kreuzesopfer Christi. — Ueber die Fehler gegen die Hoffnung.  $\beta$  evang. „Selig, die eines reinen Herzens sind, denn sie werden Gott schauen.“ 2. Deutscher Aufsatz: a. im Herbst: Heinrich's des Finkler's Regierung eine der segensreichsten für Deutschland. — b. zu Ostern: Was rettete Rom in den großen Gefahren, von denen es wiederholt bedroht war? — 3. Lateinischer Aufsatz: a. im Herbst: Quam sit difficile, res secundas ferre, et singulorum hominum et populorum exemplis cognoscitur. — b. zu Ostern: Num iure Cicero videatur Epaminondam virum principem Graeciae iudicare. — 4. Hebräische Arbeit: a. im Herbst; fiel aus. b. zu Ostern: 1. Sam. 3, 1—5. — 5. Mathematische Arbeit: a. im Herbst: 1. Ein Dreieck zu construiren, von welchem die Summe zweier Seiten, die Summe der zugehörigen Höhen und die 3. Seite gegeben sind. 2) Jemand will 21 Jahre hindurch zu Anfang eines jeden Jahres eine bestimmte Summe bezahlen, um nach Verlauf derselben 8 Jahre hindurch eine jährliche Rente von 600 Mark genießen zu können: wie groß ist die Summe, wenn  $4\frac{1}{2}\%$  Zinsezinsen gerechnet werden? 3. Von einem Dreieck kennt man den Ueberschuß der Summe zweier Seiten über die dritte,  $a+b-c = 36,5\text{Cm.}$ , und zwei Winkel,  $\alpha = 60^\circ 46,2'$ ,  $\beta = 51^\circ 18,5'$ : man soll die Seiten und den Flächeninhalt berechnen. 4. Ueber derselben kreisförmigen Grundfläche, deren Radius  $r = 2,78\text{m}$  ist, erheben sich nach verschiedenen Seiten zwei gerade Kegel; die Seitenkante des einen ist gegen die Grundfläche unter dem Winkel  $\alpha = 78^\circ 47,83$  die andere unter dem Winkel  $\beta = 19^\circ 33,17$  geneigt: wie groß ist das Volumen des Doppelkegels? — b. zu Ostern: 1. Ein Dreieck zu construiren, von welchem der Radius des umschriebenen Kreises, eine Höhe und die Halbierungslinie des zugehörigen Winkels gegeben sind. 2. Die gemeinschaftlichen Wurzeln der beiden Gleichungen zu suchen:  $16(x^5+y^5) = 61(x+y)^5$  und  $xy=3$ . 3. Die Seiten und die Winkel eines Dreiecks zu berechnen, von welchem der Radius des eingeschriebenen Kreises  $\rho=2,7853\text{m}$ , der Ueberschuß zweier Seiten über die Dritte,  $a+b-c = 12,5948\text{m}$  und die zur dritten Seite gehörige Höhe  $h_3=7,3258\text{m}$  gegeben sind. 5. Ein Rechteck zu bestimmen, welches mit einem gegebenen gleichen Umfang hat und welches bei der Drehung um die eine Seite einen ebensogroßen Cylinder beschreibt, als das gegebene bei der Drehung um die größere Seite. Für die numerische Berechnung sollen die Seiten des gegebenen Rechtecks,  $a=4\text{m}$ ,  $b=3\text{m}$  sein.

Die Abiturienten sind:

Nro.	N a m e.	Geburtsort	Con- fession.	Alter	Berufsfach.	Universität.
1	Krupp, Hubert.	Ponn.	katholisch	22	Jura.	Bonn.
2	Wedemann, Joseph	Brilon.	"	19	Postfach.	—
1	Carthaus, Emil.	Aueröchte.	katholisch	18	Verasach.	Freiberg.
2	Götte, Franz.	Brilon.	"	21	Postfach.	—
3	Rauße, Karl.	Hallenberg.	"	22	Theologie.	Würzburg.
4	Münstermann, Heinrich.	Oberense bei Berl.	"	18 $\frac{1}{2}$	Theologie.	Würzburg.
5	Schlösser, Wilhelm	Dlpe.	"	18 $\frac{1}{2}$	?	—
6	Schumacher, Heinrich.	Korbach.	evangelisch	19	Postfach.	—



## V. Verordnungen der vorgelegten Behörden

von allgemeinerem Interesse

1. Münster, den 15. Mai 1879. Königlich-provinzial-Schulcollegium übersieht die unter dem 19. April erlassene neue Disciplinar-Ordnung für die höheren Lehranstalten der Provinz Westfalen und ordnet deren sofortige Publication und Beobachtung an.
2. Münster, den 24. Mai 1879. Mittheilung eines hohen Ministerial-Erlasses vom 20. Mai, durch den die feierliche Begehung der bevorstehenden goldenen Hochzeit Ihrer Majestäten des Kaisers und der Kaiserin seitens der Schulen genehmigt, die nähere Anordnung derselben aber den einzelnen Anstalten überlassen wird.
3. Münster, den 24. Juli 1879. Königlich-provinzial-Schulcollegium macht es den Directoren der höheren Lehranstalten zur Pflicht, in jedem Falle, wo ein noch im schulpflichtigen Alter stehender Knabe die Anstalt verläßt, der Orts-Schulbehörde davon Anzeige zu machen, damit eine Umgehung des Gesetzes über die Schulpflichtigkeit bis zum vollendeten 14. Lebensjahre verhütet werde.
4. Münster, den 17. Januar 1880. Mittheilung eines hohen Ministerial-Erlasses vom 12. Januar, der die Verordnungen über Einführung neuer Schulbücher zusammenfaßt und ergänzt und deren genaue Beobachtung in Erinnerung bringt.
5. Münster, den 28. Januar 1880. Mittheilung eines hohen Ministerial-Erlasses vom 21. Januar, durch welchen allen Schulen des Staates zur Pflicht gemacht wird, die auf Grund der vorausgegangenen Erörterungen festgesetzte, in dem Buche „Regeln und Wörterverzeichnis für die deutsche Rechtschreibung. Berlin, Weidmannsche Buchhandlung, Preis 15 Pfg.“ dargelegte Orthographie vom Beginne des nächsten Schuljahres ab zu lehren und zur Geltung zu bringen.
6. Münster, den 2. Februar 1880. Königlich-provinzial-Schulcollegium ordnet an, daß verheirathete Lehrer, die einer Wittwenkasse nicht schon beigetreten sein, bei einer etwaigen Berufung zum Beitritte veranlaßt werden.

## VI. Chronik.

**A.** Das Schuljahr wurde Montag, den 21. April v. J., nachdem die Prüfungen bereits am 18. und 19. April abgehalten waren, mit feierlichem Gottesdienste eröffnet.

Mittwoch, den 11. Juni, beging die Anstalt das hocherfreuliche Fest der goldenen Hochzeit Ihrer Majestäten des Kaisers und der Kaiserin nach vorausgegangenem feierlichem Hochamte mit Te Deum durch festlichen Schulact mit Gesang und Declamation der Schüler und Festrede des Oberlehrers Dr. Killing.

Sonntag, den 6. Juli, empfingen 17 Schüler, nachdem sie Herr Dr. Mette durch mehrmonatlichen außerordentlichen Unterricht auf's sorgfältigste zu diesem Tage vorbereitet hatte, unter herzlichster Theilnahme der ganzen Anstalt die erste h. Communion.

Samstag, den 20. Sept., gleich nach Beginn des Wintersemesters, fand zur Nachfeier des Tages von Sedan ein festlicher Schulact statt.

Im Laufe des November und December wurden sämmtliche Klassen einer eingehenden Prüfung unterzogen.

Freitag, den 19. März, beging die Anstalt, nachdem zuvor feierliches Hochamt stattgefunden hatte, durch festlichen Schulact unter lebhafter Theilnahme des Publikums das Geburtsfest Sr. Majestät des Kaisers. In Verbindung mit dieser Feier wurden die Abiturienten entlassen, in deren Namen sich Emil Carthaus mit einer Rede über das Thema: „Liegt dir Gestern klar und offen, — Wirkst du heute muthig, frei, — Darfst Du auf ein Morgen hoffen, — Das nicht minder glücklich sei“ von der Anstalt verabschiedete.

Am 15. März hielt die Anstalt das feierliche Jahresgedächtniß für ihren Wohltäter, den Landdechanten zu Hüsten und Ehrendomherrn Johannes Schlüter, am folgenden Tage für dessen Schwester, die Wohltäterin der Gymnasialkirche, Catharina Elisabeth Siebert, geb. Schlüter.

**H.** Der commissarische Oberlehrer Dr. Wilhelm Killing wurde mit Genehmigung des Hohen Ministeriums definitiv zum dritten Oberlehrer ernannt und am 1. Juli v. J. als solcher installiert.

In die durch den Tod des Oberlehrers Ferrari erledigte 1. Oberlehrerstelle wurde vom Curatorium mit Genehmigung des Hohen Ministeriums der bisherige Rector des Progymnasiums zu Nietberg Herr Heinrich Nieberg schon im Mai v. J. berufen: durch die Verpflichtungen seines bisherigen Amtes einweisen zurückgehalten, trat jedoch Herr Nieberg erst mit Beginn des Wintersemesters in seine Stellung am hiesigen Gymnasium ein. Zur Aushilfe wurde der Candidat des höheren Schulamts Herr Johann Münster aus Weiberg Anfangs Juni vom königlichen Provinzial-Schulcollegium dem hiesigen Gymnasium überwiesen, an welchem er zugleich sein Probejahr fortsetzte.

**C.** Das Gymnasium zählte im Laufe des Schuljahres 133 Schüler, unter denen 113 katholisch, 15 evang., 5 mosaischer Confession, 50 Einheimische, 83 Auswärtige waren. Auf die Klassen vertheilten sie sich, wie folgt: Ia 9, Ib 18, Ha 18, Hb 27, IIIa 10, IIIb 11, IV 13, V 13, VI 14.

## VII. Verzeichniß der Schüler

während des Schuljahres 1879—1880.

### Ia.

1. Carthaus Emil aus Anröchte.
2. Goethe, Franz aus Brilon.
3. Krupp, Hubert aus Bonn.
4. Maufe, Karl aus Hallenberg.
5. Münstermann, Heinrich aus Oberense.
6. Nies, Anton aus Rehringhausen.
7. Schloesser, Wilhelm a. Olpe.
8. Schumacher, Heinrich aus Korbach.
9. Wedemann, Joseph a. Brilon.

### Ib.

1. Baarbrock, Bernard aus Anreppen.
2. Boese, Heinrich aus Berge.
3. Engels, Otto aus Mülheim.
4. Falke, Wilhelm aus Brilon.
5. Fischer, Joseph a. Siersdorf.
6. Harling, Gerhard aus Alffhausen.
7. Hillebrand, Anton a. Brilon.
8. Hoeynk, Wilhelm a. Letmathe.
9. Kleinberg, Benno aus Dortmund.
10. Kleinsorge, Franz aus Fredeburg.
11. Köstler, Arnold aus Brilon.
12. Martini, August aus Brilon.

13. Mostert, Theodor a. Koblenz.
14. Neyses, Domin. a. Zeltingen.
15. Roetscher, Peter aus Wiedenbrück.
16. Schlüter, Egon aus Brilon.
17. Standtke, Ludwig aus Bonn.
18. Wittich, Richard aus Vendorf.

### IIIa

1. Ahmer, Joseph a. Wulfringhausen.
2. Amede, Franz aus Büderich.
3. Boedesfeld, Heinrich a. Veringhausen.
4. Boese, Wilhelm aus Berge.
5. Dorfsmüller, August aus Schaafensleben.
6. Düesberg, Otto aus Bochum.
7. Faulenbach, Alfred aus Köln.
8. Jacobs, Hubert aus Trier.
9. Kreuzmann, Fritz a. Berlar.
10. Lehmkühler, Friedr. a. Hagen.
11. Planz, Joseph aus Sed.
12. Porten, Wilh. a. Berncastel.
13. Quinde, Joseph aus Kirchhunden.
14. Roettgers, Wilhelm aus Stenglingfen.
15. Schrage, Joseph aus Remblinghausen.
16. Soff, Philipp, aus Treysa.

17. Stein, Eduard aus Wilsdorf.
18. Wiese, Joseph aus Meschede.

### IIIb.

1. Boket, Peter aus Lieser.
2. Blamm, Franz aus Meschede.
3. Felten, Fritz aus Lövenich.
4. Goedeler, Heinr. aus Brilon.
5. Hahn, Karl aus Schaufeberg.
6. Harnischmacher, Eduard aus Wenden.
7. Hartmann, Franz a. Magdeburg.
8. Heinemann, Wilhelm aus Altenbüren.
9. Helmig, Ludwig a. Büsdorf.
10. Kleffner, Theod. aus Brilon.
11. Kofman, Heinrich a. Rütthen.
12. Kramer, Franz aus Winterberg.
13. Menze, Theodor aus Niederbauer.
14. Pfeifer, Justus a. Römersberg.
15. Pötting, Bernh. a. Scharmede.
16. Reiter, Hermann aus Bodenrode.
17. Reusch, Bern. a. Salztotten.
18. Riedel, Egon a. Stadtberge.
19. Riden, Wilh. aus Medebach.
20. Sauerwald, Heinrich aus Altenbüren.

21. Saurland, Joseph a. Buchholz.
22. Schmeltzer, Theod. aus Trier.
23. Schmittmann, Franz aus Hilstrup.
24. Seemer, Herm. aus Wallen.
25. Vonderreck, Adw. aus Brilon.
26. Wachendorf, Joseph aus Köln.
27. Wiegelmann, Franz aus Altenrülhen.

**IIIa.**

1. Fischer, Johann aus Brilon.
2. Frings, Otto aus Buschdorf.
3. Goldschmidt, Siegmund aus Brilon.
4. Helmig, Heinr. a. Banican.
5. Kraushaar, Albert aus Marsberg.
6. Krehel, Edmund aus Zell.
7. Pfeiffer, Johann aus Kinderbeuern.
8. Roos, Max a. Münstermaifeld.
9. Wahle, Joseph aus Brilon.
10. Wedbecker, Max aus Honnef.

**IIIb.**

1. Becker, Bernhard a. Brilon.
2. Cornelius, Caesar, a. Nachen.
3. Haupt, Anton aus Brilon.
4. Herms, Anton aus Landenbed.

5. Hoffmann, Paul aus Altenfeelbad.
6. Moeller, Frits aus Brilon.
7. Neß, Leonhard aus Brilon.
8. Preuß, Eduard a. Stadtberge.
9. Roettgers, Frits aus Stenglingen.
10. Thiele, Johann aus Brilon.
11. von Zuydtwyck, Engelbert aus Herjelle.

**IV.**

1. Becker, Ant. a. Aßinghausen.
2. Conradi, Joseph aus Altenbüren.
3. Fobbe, Heinrich aus Drenke.
4. Hahne, Bernhard a. Brilon.
5. Hafenberg, Ferdinand aus Brilon.
6. Lohmann, Wilhelm a. Brilon.
7. Meierhoff, Emil a. Medebach.
8. Quinke, Otto a. Kirchhundem.
9. Roeren, Herm. aas Castrop.
10. Unf. aut, Oberh. aus Brilon.
11. Bollmer, Aug. a. Bruchhausen.
12. Weishaupt, Bernhard aus Brilon.
13. von Zuydtwyck, Gisbert aus Kemperfeld.

**V.**

1. Braun, Christ. aus Brilon.

2. Donath, Otto aus Westig.
3. Goldschmidt, Emil a. Brilon.
4. Goldschmidt, Israel a. "
5. Heißig, Frits
6. Himmelreich, Kaver a. Gelsenkirchen.
7. Hovejstadt, Bernh. a. Brilon.
8. Koch, Hermann
9. Böllmann, Aug. a. Heddingen.
10. Keermann, Franz a. Brilon.
11. Koeren, Frits aus Castrop.
12. Schulte, August aus Brilon.
13. Weste, Adolph a. Halberstadt.

**VI.**

1. Brisgen, Ernst, aus Berlin.
2. Kleemann, Paul a. Arnsberg.
3. Köppel, Werner aus Brilon.
4. Löwenstein, Nic. " "
5. Niemann, Clem. " "
6. Potthoff, Anton " "
7. Preuß, Wilh. a. Stadtberge.
8. Quick, Heinrich aus Brilon.
9. Richter, Herm.
10. Schlothane, Joseph a. Beckelsheim.
11. Schumacher, Rob. a. Korbach.
12. Tüllmann, August aus Altenbüren.
13. Unkraut, Richard aus Brilon.
14. Weddige, Ernst aus Bigge.

## Zur Nachricht.

Dinstag, den 23. März, wird das Schuljahr mit feierlichem, um ½6 Uhr beginnendem Gottesdienste und unmittelbar darauf folgender Mittheilung der Censuren geschlossen.

Das neue Schuljahr beginnt Mittwoch, den 14. April.

Neu aufzunehmende Schüler müssen spätestens Montag, den 12. April, Vormittags angemeldet werden; die Prüfungen dieser, sowie der etwa nachzuprüfenden früheren Schüler werden am 12. und 13. April abgehalten werden.

Zu den bei der Anmeldung einzureichenden Zeugnissen gehört namentlich auch für diejenigen, welche das 12. Lebensjahr überschritten haben, ein Wiederimpfungs-Attest und für diejenigen, welche nicht durch ihre Eltern selbst angemeldet werden, die beglaubigte Bescheinigung derselben über die ihren Söhnen erteilte Genehmigung zum Besuche der Anstalt.

Wohnungen für Schüler dürfen nur mit Genehmigung des Directors gewählt oder geändert werden.

**C. Roeren,**  
Director.

- 21. Saurland, Joseph a. Buchholz,
- 22. Schmeltzer, Theod. aus Trier
- 23. Schmittmann, Franz aus Hiltrup,
- 24. Seemer, Herm. aus Waller
- 25. Sondereck, Ludw. aus Brilon
- 26. Wachendorf, Joseph aus Kölr
- 27. Wiegelmann, Franz aus Altvriithen.

**IIIa.**

- 1. Fischer, Johann aus Brilon
- 2. Frings, Otto aus Buschdor
- 3. Goldschmidt, Siegmund aus Brilon.
- 4. Helmig, Heint. a. Banien
- 5. Kraushaar, Albert aus Marsberg.
- 6. Krehel, Edmund aus Zell.
- 7. Pfeiffer, Johann aus Kinderbeuern.
- 8. Roos, Max a. Münstermaifeld
- 9. Wahle, Joseph aus Brilon.
- 10. Wedbecker, Max aus Honnef

**IIIb.**

- 1. Becker, Bernhard a. Brilon
- 2. Cornelius, Caesar, a. Aachen
- 3. Haupt, Anton aus Brilon.
- 4. Hermes, Anton aus Landenbeck.

Dinstag, den 2. ...  
 nemdem Gottesdienste und un...  
 Das nei...  
 Neu aufzunehmende S...  
 angemeldet werden; die Prüfi...  
 am 12. und 13. April abge...  
 Zu den bei der Ann...  
 gen, welche das 12. Lebensj...  
 welche nicht durch ihre Eltern...  
 die ihren Söhnen erteilte G...  
 Wohnungen für Sch...  
 ändert werden.

- 5. Hoffmann, Paul aus Altvriithen

- 2. Donath, Otto aus Westig.
- 3. Goldschmidt, Emil a. Brilon.
- 4. Goldschmidt, Israel a. "
- 5. Heilig, Fritz
- 6. Himmelreich, Kaver a. Gelsenkirchen.
- 7. Hovestadt, Bernh. a. Brilon.
- 8. Koch, Hermann
- 9. Böllmann, Aug. a. Hedingen.
- 10. Keermann, Franz a. Brilon.
- 11. Koeren, Fritz aus Caistroy.
- 12. Schulte, August aus Brilon.
- 13. Weste, Adolph a. Halberstadt.

**VI.**

- 1. Brisgen, Ernst, aus Berlin.
- 2. Kleemann, Paul a. Arnberg.
- 3. Köppel, Werner aus Brilon.
- 4. Löwenstein, Nic. " "
- 5. Niemann, Clem. " "
- 6. Potthoff, Anton " "
- 7. Preuß, Wilh. a. Stadtberge.
- 8. Quick, Heinrich aus Brilon.
- 9. Richter, Herm.
- 10. Schlothane, Joseph a. Beckelsheim.
- 11. Schumacher, Rob. a. Korbach.
- 12. Tüllmann, August aus Altvriithen.
- 13. Untraut, Richard aus Brilon.
- 14. Weddige, Ernst aus Bigge.

feierlichem, um 1/2 6 Uhr beginn...  
 g der Censuren geschlossen.

14. April.  
 en 12. April, Vormittags...  
 ifenden früheren Schüler werden

ört namentlich auch für diejeni...  
 ofungs-Attest und für diejenigen,  
 digte Bescheinigung derselben über

des Director's gewählt oder ge-

**C. Koeren,**  
 Director.

