

existiren, und also als gefärbt und fühlbar angenommen werden. Wir haben also keinen Begriff von Raum oder Ausdehnung, als in so fern er ein Objekt des Gesichts oder des Gefühls ist.

Dieselbige Schlussfolge muß auch beweisen, daß die untheilbaren Augenblicke der Zeit mit irgend einem realen Objekte oder mit etwas Existirendem erfüllt seyn müssen, dessen Folge eben die Dauer formirt und sie wahrzunehmen möglich macht.

Vierter Abschnitt.

Beantwortung der Einwürfe.

Unser System von dem Raume und der Zeit besteht aus zwei Theilen, welche ganz unzertrennlich mit einander verbunden sind. Der erste hängt von folgender Schlussskette ab. Die Vorstellungsfähigkeit ist nicht unendlich; folglich kann kein Begriff der Ausdehnung oder der Dauer aus einer unendlichen Anzahl von Theilen oder kleineren Begriffen bestehen, sondern er muß aus einer endlichen Anzahl, und zwar einfacher, untheilbarer Theile zusammengesetzt seyn: Es ist also möglich, daß Raum und Zeit diesem Begriffe gemäß existiren: und wenn es möglich ist, so ist es gewiß, daß sie auch wirklich so existiren, weil ihre unendliche Theilbarkeit ganz unmöglich und widersprechend ist.

Der

Der andre Theil unfres Systems beruht auf folgendem Râsonnement. Die Theile, in welche sich Raum und Zeit auflösen, sind zuletzt untheilbar; und diese untheilbaren Theile, die an sich nichts sind, können gar nicht wahrgenommen werden, wenn sie nicht mit etwas Realem und Existirendem erfüllt sind. Die Begriffe von Raum und Zeit sind also keine abgefonderten und von allen Dingen verschiedene Begriffe, sondern drücken nur die Art und Weise oder die Ordnung aus, in welcher Gegenstände wirklich sind: oder mit andern Worten: Es ist unmöglich, ein Vakuum und eine Ausdehnung ohne Materie zu denken, oder eine Zeit ohne eine Folge oder Wechsel in etwas realem Existirenden anzunehmen. Die innige Verknüpfung zwischen diesen Theilen unfres Systems ist der Grund, weshalb wir die Einwürfe, welche gegen beide gemacht sind, zusammen prüfen können. Ich fange mit denen an, welche gegen die endliche Theilbarkeit der Ausdehnung gerichtet sind.

I. Der erste dieser Einwürfe, den ich anführen muß, dient mehr, diese Verknüpfung und Abhängigkeit des einen Theils von dem andern zu beweisen, als einen von beiden umzustossen. Man hat in den Schulen öfters behauptet, daß die Ausdehnung, ins Unendliche theilbar seyn müsse, weil das System der mathematischen Punkte ungerimt wäre; und das System der mathematischen Punkte wäre ungerimt, weil ein solcher Punkt ein Unding ist, der also durch seine Verbindung mit andern

ändern nimmermehr eine reale Existenz zu Stande bringen kann. Dieser Schluss würde vollkommen bündig seyn, wenn es nicht zwischen der unendlichen Theilbarkeit der Materie und des Nichtseyns der mathematischen Punkte noch ein Drittes gäbe. Es giebt aber hier offenbar noch eine Zwischenmeinung, nämlich die, daß man diesen Punkten Farbe und Undurchdringlichkeit giebt; wenn man nun das Ungereimte der beiden übrigen darthun kann, so ist die Wahrheit und die Realität dieser dritten mittlern Meinung erwiesen.

Das System der physischen Punkte, welches ein andrer Mittelweg ist, ist zu absurd, als daß es einer Widerlegung verdiente. Eine reale Ausdehnung, wie man bei einem physischen Punkte annimmt, kann niemals ohne Theile, die von einander verschieden sind, existiren, und sobald die Objekte von einander verschieden sind, müssen sie auch theilbar seyn und von der Imagination getrennt werden können *).

II. Der zweite Einwurf ist von der Nothwendigkeit der Durchdringlichkeit hergenommen, welche stattfinden müßte, wenn die Ausdehnung aus mathematischen Punkten bestünde. Ein ein-

*) Wie Hume Punkte, die mit Farbe und Undurchdringlichkeit versehen waren, für etwas anders als für physische Punkte halten konnte, scheint unbegreiflich. Denn die Farbe setzt ja offenbar eine Zusammensetzung voraus, und Un-

einfacher und untheilbarer Atom, der einen andern berührt, muß ihn nothwendig durchdringen; denn er kann ihn unmöglich an seinen äußern Theilen berühren, eben weil seine absolute Einfachheit vorausgesetzt wird, die alle Theile ausschließt. Er muß ihn also innerlich berühren, und in seinem ganzen Wesen, *secundum se, tota et totaliter*; welches der wahre Begriff der Durchdringlichkeit ist. Nun ist aber die Durchdringlichkeit etwas Unmögliches, folglich auch die mathematischen Punkte.

Diesen Einwurf beantworte ich durch die Berichtigung des Begriffs der Durchdringlichkeit. Man stelle sich zwei Körper vor, in denen sich durch und durch nichts Leeres findet, die sich einander nähern, und sich so vereinigen, daß der Körper, welcher aus ihrer Vereinigung entspringt, nicht mehr ausgedehnt ist, als einer von ihnen; so muß dieses das seyn, was wir meinen, wenn wir von Durchdringlichkeit reden. Es ist aber klar, daß diese Durchdringlichkeit nichts anders ist, als die gänzliche Vernichtung des einen von diesen Körpern, und die Erhaltung des andern, ohne daß wir genau unterscheiden können, welcher von beiden

Undurchdringlichkeit ist selbst nichts als eine Relation im Raume. Hume betrachtete aber auf eine seltsame Art bloß die Qualität dieser Eigenschaften, und meinte daraus die extensive Quantität konstruiren zu können. (A. d. U.)

den erhalten und welcher vernichtet ist. Denn vor der Annäherung haben wir den Begriff von zwei Körpern. Nach derselben haben wir nur den Begriff von Einem. Es ist aber der Seele völlig unmöglich, einen Begriff der Verschiedenheit zwischen zwei Körpern von gleicher Natur zu behalten, die zu ein und ebenderfelbigen Zeit, an ein und ebendemselbigen Orte existiren.

Wenn man nun Durchdringlichkeit in diesem Sinne nimmt, daß sie die Vernichtung des einen Körpers bei seiner Annäherung an einen andern bedeute, so frage ich, ob jemand eine Nothwendigkeit darinnen sieht, daß ein farbichter oder fühlbarer Punkt vernichtet werden müsse, wenn sich ihm ein anderer Punkt dieser Art nähert? Im Gegentheile muß er nicht deutlich begreifen, daß aus der Vereinigung dieser Punkte ein Objekt entsteht, welches zusammengesetzt und theilbar ist, das also in Theile zerpalten werden kann, wovon jeder, seiner Aneinandergrenzung ungeachtet, seine verschiedene und besondere Existenz behält. Man kann hier seine Phantasie zu Hülfe nehmen, und sich die Punkte von verschiedenen Farben denken, um ihre Vermengung und Verwirrung desto besser zu verhüten. Ein blauer und ein rother Punkt kann sicher an einander grenzen, ohne daß der eine von dem andern durchdrungen oder vernichtet werde; denn, wenn sie nicht an einander grenzen können, was kann möglicherweise aus ihnen werden? Soll das Rothe oder das Blaue vernichtet

tet

tet werden? oder, wenn diese beiden Farben sich in eine einzige vereinigen, welche neue Farbe wird aus ihrer Vereinigung entstehen?

Was diesen Einwürfen einiges Gewicht giebt, und es zugleich so schwer macht, eine befriedigende Antwort darauf zu geben, ist die natürliche Schwäche, beides unsrer Einbildungskraft und unsrer Sinne, wenn wir sie auf solche kleine Gegenstände anwenden wollen. Man mache ein Tüpfelchen Tinte auf das Papier, und entferne sich so weit, daß das Tüpfelchen ganz unsichtbar wird; so wird man finden, daß das Pünktchen bei allmäliger Annäherung anfangs nur unter kurzen Intervallen sichtbar wird; sodann wird es ganz sichtbar; nähert man sich noch mehr, so stellen sich nur die Farben heller und lebhafter dar, ohne daß der Punkt selbst größer würde; und endlich, wenn die Vorstellung zu einem solchen Grade angewachsen ist, daß sie dem wirklichen Gegenstande ganz angemessen ist, so fällt es der Einbildungskraft doch noch immer schwer, sie in ihre einfachen Bestandtheile aufzulösen, weil sie gar keine Geschicklichkeit besitzt, dergleichen kleine Objekte, als so ein einfacher Punkt ist, nachzubilden. Diese Schwäche hat auf unsre Erörterung über diesen Gegenstand einen sehr großen Einfluß, und macht es ganz unmöglich, einige Fragen, welche hierüber aufgeworfen werden können, auf eine verständliche Art, und in deutlichen und bestimmten Ausdrücken zu beantworten.

III. Noch giebt es einige Einwürfe gegen die Untheilbarkeit der Theile der Ausdehnung, welche aus der Mathematik genommen find, obgleich beim ersten Anblick diese Wissenschaft unsere Theorie mehr zu begünstigen scheint; und wenn sie ihr in ihren *Demonstrationen* widerspricht, so stimmt sie doch gewifs in ihren *Definitionen* vollkommen mit ihr zusammen. Mein gegenwärtiges Geschäft muß also seyn, die Definitionen zu retten und die Demonstrationen zu widerlegen.

Eine Fläche wird definirt durch Länge und Breite ohne Tiefe; eine Linie durch Länge ohne Breite und Tiefe; ein Punkt durch das, was weder Länge, Breite, noch Tiefe hat. Es ist evident, daß alle diese Definitionen ganz unverstänlich sind, wenn man eine andre Voraussetzung annimmt, als die von der Zusammensetzung der Ausdehnung durch untheilbare Punkte oder Atomen. Wie könnte sonst ein Ding ohne Länge, ohne Breite und ohne Tiefe wirklich seyn?

Auf dieses Argument finde ich zwei verschiedene Antworten, von welchen, meiner Meinung nach, keine befriedigend ist. Die erste ist, daß die geometrischen Dinge, als Flächen, Linien und Punkte, deren Verhältnisse und Lagen die Geometrie betrachtet, bloße Begriffe in der Seele wären, die nirgends wirklich existirten, und ihrer Natur nach auch gar nicht existiren könnten. Sie existiren nicht; denn niemand wird es unternehmen, eine Linie zu ziehen, oder eine Fläche zu zeichnen,
die

die der Definition vollkommen entspräche: Sie können nicht existiren; denn man kann aus diesen Begriffen Demonstrationen herausbringen, welche beweisen, daß sie ganz unmöglich sind.

Aber kann wohl irgend etwas Ungereimteres und Widersprechenderes gedacht werden, als diese Schlussfolge? — Alles, was durch einen klaren und deutlichen Begriff gedacht werden kann, dessen Existenz muß auch nothwendigerweise möglich seyn, und derjenige, welcher vorgiebt, die Unmöglichkeit einer Existenz durch Gründe zu beweisen, die aus dem deutlichen Begriffe selbst genommen sind, behauptet in der That, daß wir keinen deutlichen Begriff davon haben, weil wir einen deutlichen Begriff davon haben. Umsonst fucht man einen Widerspruch in einem Dinge, welches sich die Seele deutlich vorstellt. Enthielte es einen Widerspruch, so würde sie sich solches nimmermehr vorstellen können.

Es giebt also hier kein Mittelding; man muß entweder wenigstens die Möglichkeit der Untheilbarkeit der Punkte zugeben, oder man muß auch ihren Begriff gänzlich leugnen, und auf diesen letzten Grundsatz gründet sich die andre Antwort auf den vorhergehenden Einwurf. Man hat gesagt *), daß, ob es gleich unmöglich sey, eine Länge ohne Breite zu denken, so könnten wir doch, vermöge der Abstraktion, das eine in Erwägung ziehen, ohne

*) L' Art de penser.

ne das andre zu betrachten, obgleich keine reale Absonderung vorginge; so wie wir etwa an einem Wege zwischen zwei Städten bloß die Länge in Erwägung ziehen, und die Breite gänzlich übersehen, die Länge ist in der Natur und in unsrer Seele von der Breite unzertrennlich; aber diese Unzertrennlichkeit läßt doch noch eine besondere Betrachtung zu, eine Unterscheidung im Verstande (*distinctionem rationis*) nach der oben erklärten Art und Weise.

Bei der Widerlegung dieser Antwort will ich mich nicht auf den Satz stützen, den ich schon oben hinlänglich auseinander gesetzt habe, daß, wenn die Vorstellungskraft unmöglich auf etwas Abolutkleinstes, auf ein Minimum in ihren Begriffen stoßen kann, ihre Fähigkeit unendlich seyn müsse, um die unendliche Anzahl der Theile zu fassen, woraus der Begriff der Ausdehnung zusammengesetzt ist. Ich will mich hier bemühen, noch neue Ungereimtheiten in diesem Râsonnement aufzufinden.

Eine Fläche begrenzt einen Körper; eine Linie begrenzt eine Fläche; ein Punkt begrenzt eine Linie. Nun behaupte ich aber, daß, wenn die Begriffe von Punkt, Linie und Fläche nicht untheilbar wären, so könnten wir diese Grenzen nimmermehr wahrnehmen. Denn setzt einmal, diese Begriffe wären ins Unendliche theilbar; und nun laßt einmal eure Phantasie sich Mühe geben, den Begriff der letzten Fläche, Linie oder Punkts zu errei-

reichen; so wird jeder Begriff unmittelbar wieder in Theile zerfallen; und wenn sie glaubt, die letzten dieser Theile erwischt zu haben, so verliert sie das, was sie hat, augenblicklich wieder durch eine neue Theilung, und so ins Unendliche, ohne irgend eine Möglichkeit, jemals einen Schlufsbegriff zu erreichen. Die Zahl der Brüche bringt sie der letzten Theilung nicht näher, als der allererste Begriff. Jedes Theilchen täuscht den Griff durch einen neuen Bruch, wie Queckfilber, wenn wir uns Mühe geben, es zu ergreifen. Aber da in der Wirklichkeit immer etwas da seyn muß, welches den Begriff jeder endlichen Quantität begrenzt; und da dieser begrenzende Begriff nicht selbst aus Theilen oder kleinern Begriffen bestehen kann, weil dieses sonst nicht der letzte seiner Theile wäre, welcher den Begriff begrenzte und so fort; so ist dieses ein deutlicher Beweis, daß die Begriffe von Flächen, Linien und Punkten keine fernere Theilung zulassen; die Begriffe der Flächen sind bei der Tiefe, die der Linien bei der Breite, und die der Punkte bei jeder Dimension die absolut einfachen.

Die Meister in den Schulen fühlen die Stärke dieses Arguments so sehr, daß einige von ihnen behaupten, es habe die Natur unter jene Theilchen der Materie, die ins Unendliche theilbar sind, eine Anzahl von mathematischen Punkten gemischt, um den Körpern doch irgend eine Grenze zu geben; dahingegen andre die Macht dieser Beweisgründe mit einem Wulste von Sophistereien und Distinctionen

nen zu vernichten bemüht sind. Beide Gegner verfehlen den Sieg. Ein Mann, der sich versteckt, erkennt eben so deutlich die Uebermacht seines Feindes, als ein anderer, der seine Waffen geradezu ausliefert.

So erhellet also, daß die Definitionen der Mathematiker die vorgegebenen Demonstrationen umwerfen; und daß die Möglichkeit der Existenz der einfachen Punkte, Linien und Flächen ganz gewiß erwiesen sey, wenn man anders solche Begriffe davon hat, wie sie die Definitionen erfordern: haben wir aber keine solchen Begriffe, so ist es unmöglich, uns eine Vorstellung von der Begrenzung irgend einer Figur zu machen, und ohne eine solche Vorstellung ist überall keine geometrische Demonstration möglich.

Aber ich gehe noch weiter und behaupte, daß keine dieser Demonstrationen ein hinreichendes Gewicht haben kann, einen solchen Grundsatz festzusetzen, wie der von der unendlichen Theilbarkeit ist; und das deshalb, weil sie, wenn sie auf solche kleine Objekte gehen, eigentlich gar nicht den Namen der Demonstrationen verdienen, indem sie auf Begriffen beruhen, die völlig schwankend sind, und auf Grundsätzen, die keine bestimmte Wahrheit haben. Wenn die Geometrie über die Verhältnisse der Größe in den Dingen entscheidet, so brauchen wir nicht mit der allergrößten Präcision und Genauigkeit zu Werke zu gehen. Keiner ihrer Beweise erstreckt sich so weit. Die Abmessungen

fungen und Proportionen der Figuren werden genau genommen, aber die Zeichnungen werden grob und mit vieler Freiheit entworfen. Sie können nie beträchtliche Irrthümer veranlassen, ja überall gar nicht, wenn nicht diese Wissenschaft von allen Seiten nach der grössten Vollkommenheit strebte.

Zuerst frage ich die Mathematiker, was sie darunter verstehen, wenn sie sagen, eine Linie oder Fläche sey gröfser oder kleiner, als eine andre, oder ihr gleich? Ich fordere alle auf, hierauf eine Antwort zu geben; sie mögen zu einer Sekte gehören, zu welcher sie wollen, und die Zusammensetzung der Ausdehnung aus untheilbaren Punkten, oder aus ins Unendliche theilbaren Gröfsen behaupten. Diese Frage wird sie gewifs beide in Verlegenheit setzen.

Es giebt wenig oder gar keine Mathematiker, welche die Hypothese der untheilbaren Punkte vertheidigen; und doch gewährt ihnen diese gerade die leichteste und richtigste Antwort auf die gegenwärtige Frage. Sie dürfen nur erwiedern, dafs Linien oder Flächen sich gleich find, wenn die Zahl der Punkte in jedem gleich ist, und dafs, so wie sich die Proportion der Zahlen ändert, auch die Proportion der Linien und Flächen verändert werde. Aber obgleich diese Antwort eben so richtig als leicht ist, so scheint doch dieser Maasstab völlig unnütz zu seyn, indem wir niemals eine solche Vergleichung anstellen, wenn wir die Gleichheit oder Ungleichheit der Objekte bestimmen wollen.

Denn

Denn da die Punkte, aus welchen eine Linie oder Fläche zusammengesetzt ist, wir mögen sie nun durchs Gesicht oder durchs Gefühl wahrnehmen, so klein sind, und so in einander fließen, daß es der Seele ganz unmöglich ist, ihre Zahl zusammen zu rechnen, so kann eine solche Berechnung uns niemals einen sichern Maasstab verschaffen, wodurch wir die Proportionen beurtheilen könnten. Kein Mensch ist im Stande, durch eine genaue Zählung zu bestimmen, daß ein Zoll weniger Punkte hat, als ein Fus, und ein Fus weniger, als eine Elle, oder irgend ein größeres Maas, daher betrachten wir selten oder niemals eine solche Zählung als den Maasstab der Gleichheit oder Ungleichheit.

Was diejenigen betrifft, welche sich einbilden, daß die Ausdehnung ins Unendliche theilbar sey, so ist es unmöglich, daß sie Gebrauch von dieser Antwort machen können, oder daß sie die Gleichheit einer Linie oder Fläche durch die Zahl ihrer sie bestimmenden Theile bezeichnen könnten. Denn da nach ihrer Hypothese die kleinsten nicht minder als die größten Figuren eine unendliche Anzahl von Theilen enthalten; und da unendliche Zahlen, eigentlich gesprochen, einander niemals weder gleich noch ungleich seyn können; so kann die Gleichheit oder Ungleichheit einiger Stücke des Raumes niemals von der Proportion in der Zahl ihrer Theile abhängen. Zwar ist es wahr, man kann sagen, daß die Ungleichheit einer Elle und einer Ruthe in den

den verschiedenen Zahlen der Füße bestehe, woraus sie zusammengesetzt sind, und die Ungleichheit eines Fusses und einer Elle in der Zahl der Zolle. Aber da vorausgesetzt wird, daß das, was wir in dem einen Gegenstande einen Zoll nennen, einem Zolle in einem andern Gegenstande gleich sey, und da es unmöglich ist, diese Gleichheit zu finden, wenn man bis ins Unendliche fortgeht, und immer die Verhältnisse zu noch kleinern Größen auffucht; so ist es offenbar, daß wir zuletzt bei einem Maasse der Gleichheit stehen bleiben müssen, das keine Zählung der Theile mehr zuläßt.

Einige behaupten *), daß Gleichheit am besten durch Kongruenz definiert werden könne, und daß zwei Figuren einander gleich wären, wenn bei dem Aufeinanderlegen alle ihre Theile auf einander paßten und sich berührten. Um über diese Definition urtheilen zu können, müssen wir erwägen, daß die Gleichheit, genau zu reden, keine Eigenschaft der Figuren an sich sey, sondern nur ein Verhältniß, das lediglich aus der Vergleichung, welche die Seele unter ihnen anstellt, entspringt. Wenn sie also in diesem eingebildeten Zusammenpaßten und gegenseitigen Berührung der Theile besteht, so müssen wir wenigstens einen deutlichen Begriff von diesen Theilen haben, und wir müssen ihre Berührung wahrnehmen können. Nun ist es klar, daß wir bei dieser Wahrnehmung doch auch
die

*) D. Barrow.

die allerkleinsten Theile mit fassen müßten, die einer Wahrnehmung nur immer fähig sind, weil die Berührung der großen Theile niemals die Figuren gleich machen wird. Nun sind aber die kleinsten Theile, die wir wahrnehmen können, mathematische Punkte, und folglich ist dieser Maasstab mit dem obigen, der von der Zählung der Punkte hergenommen war, einerley; den wir schon vorhin zwar für richtig, aber doch für unbrauchbar erklärt haben. Wir müssen uns also nach etwas anderm umsehen, wenn wir die gegenwärtige Schwierigkeit heben wollen.

Es giebt einige Philosophen, welche kein Maas der Gleichheit angeben wollen, und welche behaupten, daß es schon hinlänglich wäre, zwei gleiche Objekte darzustellen, um uns einen richtigen Begriff von dieser Proportion zu geben. Alle Definitionen, sagen sie, sind ohne die Vorstellung solcher Objekte fruchtlos; und wenn wir dergleichen Objekte vor uns haben, so brauchen wir weiter keine Definition. Diesem Râsonnement gebe ich meinen vollkommenen Beifall; und räume ein, daß der einzige nützliche Begriff der Gleichheit und Ungleichheit von der ganzen vereinigten Erscheinung und der Vergleichung einzelner Objekte herrühre. Denn man weiß, daß das Auge, oder vielmehr die Seele, oft im Stande ist, bei einem einzigen Blicke die Verhältnisse der Körper zu bestimmen und zu sagen, ob sie einander gleich, oder ob der eine größer oder kleiner sey, als der andere,

dere, ohne dafs wir erst nöthig haben, die Zahl ihrer kleinern Theile zu prüfen oder zu vergleichen. Dergleichen Urtheile find nicht nur ganz gemein, sondern auch oft gewifs und untrüglich. Wenn das Maas einer Ruthe und eines Fufses gegeben ist, fo kann die Seele fo wenig zweifeln, dafs das erstere länger ist, als das letztere, als sie bei den klärften und von selbst einleuchtendsten Sätzen sich bedenkt.

Drei Proportionen find es, welche die Seele gewöhnlich bei der Erscheinung ihrer Objekte unterscheidet. Die Namen derselben find: gröfser, kleiner und gleich. Aber obgleich ihre Entscheidungen in Betreff dieser Proportionen bisweilen untrüglich find, so find sie es doch nicht immer; und unfre Urtheile dieser Art find nicht weniger von Zweifeln und Irrthümern ausgenommen, als die Urtheile über alle andre Gegenstände. Oft verbessern wir unfre Meinung durch eine nochmalige Uebersicht und ferneres Ueberlegen, und erklären diejenigen Objekte für gleich, die wir anfänglich für ungleich hielten, oder halten ein Objekt für kleiner, ob es uns gleich vorher gröfser zu seyn schien, als ein anderes. Aber dies ist nicht die einzige Verbesserung, der diese Urtheile über sinnliche Gegenstände unterworfen sind; oft entdecken wir unsern Irrthum erst dadurch, dafs wir die Objekte neben einander stellen; oder, wo dies nicht angeht, durch den Gebrauch eines gemeinschaftlichen und unveränderlichen Maafses, welches
ung

uns von ihren verschiedenen Proportionen unterrichtet. Und selbst diese Verbesserung ist wieder einer neuen Berichtigung fähig, die verschiedene Grade der Genauigkeit haben kann, je nachdem das Instrument beschaffen ist, womit man die Körper misst, und je nachdem die Sorgfalt ist, die man bei der Vergleichung anwendet.

Wenn also die Seele an diese Urtheile und ihre Berichtigungen gewöhnt ist, und wenn sie findet, daß dieselbige Proportion, welche macht, daß zwei Figuren dem Auge im Verhältniß der Gleichheit erscheinen, auch bewirkt, daß sie auf einander passen, und gegen ein gemeinschaftliches Maas, mit dem sie verglichen werden, ein gleiches Verhältniß behalten, so bilden wir uns einen gemischten Begriff von Gleichheit, der durch alle verschiedenen Arten der Vergleichung entstanden ist. Aber wir sind damit noch nicht zufrieden. Denn da uns die gesunde Vernunft überzeugt, daß es viel kleinere Körper giebt, als die, welche unsern Sinnen erscheinen; und da eine falsche Vernunft uns überreden kann, daß es unendlich kleinere Körper giebt; so sehen wir hieraus deutlich, daß uns kein Instrument und keine Kunst verliehen ist, so zu messen, daß wir dadurch gegen allen Irrthum und gegen alle Ungewißheit gesichert würden. Wenn man eins dieser kleinen Theilchen hinzuthut oder wegnimmt, so kann dies weder durch das Auge noch durch das Messen bemerkt werden; dennoch müssen wir in der Einbildung annehmen, daß zwei Figuren,

guren,

guren, die vorher einander gleich waren, nach einer solchen Verminderung oder Vermehrung einander nicht mehr gleich seyn können; wir setzen also hier einen gewissen eingebildeten Maasstab der Gleichheit voraus, wornach die Erscheinung und das Messen genau berichtigt wird, und der die Figuren auf ihre richtige Proportion zurück bringt. Dieser Maasstab ist jedoch bloß eingebildet, denn da der wahre Begriff der Gleichheit durch eine individuelle Erscheinung entstanden ist, welche vermittelt der Nebeneinanderstellung oder des gemeinschaftlichen Maafses berichtigt ist, so ist der Begriff von irgend einer Verbesserung, die weit mehr erfordert, als alle Instrumente und Künste leisten können, eine bloße Erdichtung und eben so unbrauchbar, als unbegreiflich. Aber wenn auch gleich dieser Maasstab nur eingebildet ist, so ist doch die Erdichtung desselben sehr natürlich, ja es ist selbst alsdann für die Seele außerordentlich nützlich, mit ihren Handlungen nach dieser Ordnung zu verfahren, wenn der Grund, welcher sie zuerst bestimmte, also anzufangen, weggefallen ist. Dies erhellet am deutlichsten in Absicht auf die Zeit: denn ob es hier gleich einleuchtend ist, daß wir keine so genaue Methode haben, die Proportion ihrer Theile zu bestimmen, nicht einmal so genau wie bei der Ausdehnung, so haben doch die verschiedenen Berichtigungen unsrer Maafse, und ihre verschiedenen Grade von Genauigkeit, uns einen dunkeln und verworrenen Begriff von einer vollkommenen und
gänz-

gänzlichen Gleichheit verschafft. Derselbige Fall findet sich auch in vielen andern Subjekten. Ein Musiker, der sein Ohr durch beständige Reflexion und Aufmerksamkeit von Tage zu Tage berichtigt und eben dadurch verfeinert hat, urtheilt nachher immer nach diesem genauen Maasstabe, selbst wenn der Gegenstand desselben gar nicht wirklich gegenwärtig ist; er hat doch stets eine Idee von einer vollkommenen Tertie oder Oktave, ohne das er im Stande ist, zu sagen, woher er seinen Maasstab hat. Ein Maler gebraucht die Farben zu derselbigen Erdichtung, ein Mechanikus die Bewegung, dem einen scheinen Licht und Schatten, dem andern Geschwindigkeit und Langsamkeit in seiner Einbildungskraft einer Vergleichung und einer Gleichheit fähig zu seyn, deren Genauigkeit sich weit über das Urtheil der Sinne erstreckt.

Dasselbige können wir auch auf die krummen und geraden Linien anwenden. Nichts ist den Sinnen einleuchtender, als der Unterschied zwischen einer krummen und geraden Linie, und wir formiren von keinen Objekten die Begriffe so leicht, als von diesen. Aber so leicht dieses Geschäft auch ist, so unmöglich ist es doch, eine Definition von denselben anzugeben, welche die Grenzen zwischen ihnen genau bestimmte. Ziehen wir Linien auf dem Papier oder auf einer fortgesetzten Fläche, so ist eine gewisse Ordnung da, nach welcher die Linien von einem Punkte zum andern laufen,

fen, und wodurch sie den vollständigen Eindruck einer geraden oder krummen Linie bewirken; aber diese Ordnung selbst ist uns nicht weiter bekannt, wir können nichts mehr wahrnehmen, als die so oder so geordneten sinnlichen Gegenstände. So ist es auch mit dem System der untheilbaren Punkte; wir können uns ebenfalls nur einen entfernten Begriff von einem gewissen unbekanntem Maasstabe zu diesen Objekten machen. Das System der unendlichen Theilbarkeit aber führt uns nicht einmal so weit, sondern wir werden hier bloß auf die allgemeine sinnliche Darstellung gewiesen, als eine Regel, welche bestimmt, ob es gerade oder krumme Linien sind. Ob wir aber gleich keine vollkommne Definition von diesen Linien geben oder eine ganz genaue Methode erfinden können, die eine von der andern zu unterscheiden; so hindert uns dieses doch nicht, den ersten Schein durch eine genauere Prüfung zu berichtigen und nach einer gewissen Regel, von dessen Richtigkeit uns mehrere Versuche überzeugt haben, zu verbessern. Denn eben vermittelt dieser Berichtigungen und öfters verbessernden Wiederholungen derselbigen Handlungen der Seele, selbst wenn wir den Grund davon nicht ganz inne haben, bringen wir es so weit, daß wir uns einen unbestimmten Begriff von einem genauen Maasstabe für diese Figuren bilden, ohne daß wir selbst im Stande sind, ihn zu erklären oder zu begreifen.

Es ist wahr, die Mathematiker glauben eine ganz genaue Definition von einer geraden Linie zu geben,

geben, wenn sie sagen: sie ist der kürzeste Weg zwischen zwei Punkten. Aber zuerst merke ich an, daß dieses mehr die Entdeckung einer Eigenschaft von der geraden Linie ist, als eine genaue Definition derselben. Denn ich frage einen jeden, ob er bei einer geraden Linie nicht unmittelbar an eine solche besondere Erscheinung, als eine gerade Linie ist, denkt, und ob es nicht bloß zufällig ist, daß er diese Eigenschaft noch erwägt? Eine gerade Linie kann man an und für sich ganz allein denken; aber diese Definition kann kein Mensch verstehen, ohne eine Vergleichung mit andern Linien vorzunehmen, die man sich mehr ausgedehnt vorstellt. Im gemeinen Leben ist es ein Grundsatz, daß der gerade Weg immer der kürzeste sey, welches ungereimt seyn würde zu sagen, wenn es nichts weiter hiesse, als der kürzeste Weg ist allemal der kürzeste, welches seyn würde, wenn unser Begriff der geraden Linie von dem Begriffe der kürzesten Linie zwischen zwei Punkten gar nicht verschieden wäre.

Sodann wiederhole ich das, was ich schon oben festgesetzt habe, daß wir nämlich keinen bestimmtern Begriff von Gleichheit und Ungleichheit, Länge oder Kürze haben, als von einer geraden und krummen Linie, und daß folglich der eine niemals für den andern einen richtigen Maasstab abgeben kann. Ein genauer Begriff kann niemals auf solche gebauet werden, die selbst schwankend und unbestimmt sind.

Der Begriff einer ebenen Fläche ist eben so wenig einer genauen und allgemeinen Definition fähig, als der Begriff einer geraden Linie; wir haben kein andres Mittel, eine solche Fläche zu unterscheiden, als ihre allgemeine sinnliche Darstellung. Umsonst stellen die Mathematiker eine ebene Fläche als erzeugt durch die Bewegung einer geraden Linie vor. Denn man wird sogleich einwenden, daß unser Begriff von einer Fläche eben so unabhängig von dieser Entstehungsart ist, als unser Begriff von einer Ellipse von dem Begriffe eines Kegels; daß der Begriff einer geraden Linie nicht bestimmter ist, als der einer ebenen Fläche; daß sich eine gerade Linie auch so unregelmäßig bewegen kann, daß daraus eine ganz andre Figur, als eine Ebene entsteht; und daß wir also voraussetzen müssen, daß sie sich zwischen zwei Parallellinien auf derselbigen Ebene bewegt; welches denn eine Beschreibung wird, die ein Ding durch sich selbst erklärt, und die in einem beständigen Cirkel herumläuft.

Hieraus erhellet also deutlich, daß die allerwesentlichsten Begriffe der Geometrie, nämlich die der Gleichheit und Ungleichheit, der geraden Linie und der ebenen Fläche nach unsrer gewöhnlichen Methode sie sich vorzustellen, weit von einer genauen und deutlichen Bestimmung entfernt sind. Wir sind nicht nur unfähig, zu sagen, ob es einigermaßen zweifelhaft sey, in welchem Falle der gleichen individuelle Figuren einander gleich seyen;

wenn

wenn eine solche Linie eine gerade, eine Fläche eine ebene Fläche sey; sondern wir können überall keinen Begriff von jener Proportion oder diesen Figuren erlangen, der fest und unveränderlich wäre. Wir müssen stets an das schwache und trügliche Urtheil appelliren, welches sich auf die sinnliche Vorstellung der Objekte stützt, und welches wir nach einem Kompassse oder gemeinen Maasse berichtigt haben; und nehmen wir noch eine vollkommnere Verbesserung an, so ist eine solche entweder unnütz oder nur eingebildet. Umsonst würden wir unfre Zuflucht zu dem Gemeinorte nehmen, und eine Gottheit ins Spiel bringen, deren Allmacht sie fähig machte, eine vollkommene geometrische Figur zu zeichnen, und eine gerade Linie ohne Krümmung oder Biegung zu beschreiben. Denn da das letzte Richtmaas für diese Figuren immer nur in den Sinnen und der Einbildungskraft gesucht werden muß, so ist es ungereimt, von einer Vollkommenheit zu sprechen, die so hoch ist, daß diese Fähigkeiten gar nicht darüber entscheiden können; da die wahre Vollkommenheit eines Dings doch eben in der Uebereinstimmung mit seinem höchsten Muster besteht.

Wenn nun aber diese Begriffe so schwankend und ungewiß sind, so werde ich einen Mathematiker umsonst fragen, worauf sich denn seine untrügliche Gewisheit nicht nur der verwickeltsten und dunkelsten Sätze seiner Wissenschaft stütze, sondern selbst die Gewisheit seiner allgemeinsten und alltäg-

alltäglichen Principien? Wie kann er mir z. E. beweisen, daß zwei gerade Linien kein gemeinschaftliches Segment haben können? oder daß es unmöglich ist, mehr als eine gerade Linie zwischen zwei Punkten zu ziehen? Wollte er mir sagen, daß diese Meinungen offenbar ungereimt und gegen unsere klärtesten Begriffe seyn würden; so antworte ich, daß ich zwar zugebe: wenn zwei gerade Linien sich mit einem merkbaren Winkel gegen einander neigen, so ist es freilich ungereimt, sich einbilden zu wollen, daß sie ein gemeinschaftliches Segment haben. Aber man setze, diese Linien nähern sich etwa in zwanzig Meilen einen Zoll, so sehe ich nichts Abfurdes darinnen, wenn ich behaupte, daß sie bei ihrer Berührung in Eine zusammenlaufen. Denn, ich bitte euch, nach welchem Gesetze, nach welchem Richtmaasse urtheilt ihr, wenn ihr behauptet, daß die Linie, mit welcher ich sie habe zusammenlaufen lassen, unmöglich mit der, mit welcher sie einen so schmalen Winkel macht, Eine gerade Linie ausmachen könne? Ihr müßet doch irgend einen Begriff von einer geraden Linie haben, mit welcher jene Linie nicht zusammenfällt. Glaubt ihr, daß die Punkte nicht in derselbigen Ordnung und nach derselbigen Regel auf einander folgen, als es die Natur einer geraden Linie erfordert? So muß ich euch sagen, außer, daß ihr hierdurch einräumt, daß die Ausdehnung aus untheilbaren Punkten zusammengesetzt sey, welches vielleicht mehr ist, als ihr zugeben wollet, außer-

dem muß euch noch lehren, daß dieses erstlich nicht das Richtmaas ist, nach welchem wir den Begriff einer geraden Linie bilden; und zweitens, gesetzt, es wäre es auch, so haben wir doch nicht eine solche Festigkeit in unsern Sinnen und in unserer Einbildung, daß wir dadurch ganz genau bestimmen könnten, wo diese Ordnung verletzt oder beobachtet wäre. Das ursprüngliche Richtmaas einer geraden Linie ist im Grunde nichts, als eine allgemeine sinnliche Vorstellung; und da können gerade Linien immer so gemacht seyn, daß sie zusammenlaufen, und doch mit diesem Richtmaasse zusammenstimmen, wenn es auch nach allen nur thunlichen und erdenklichen Mitteln geschärft und berichtet wäre. Auf welche Seite sich nun die Mathematiker schlagen mögen, so kommen sie immer in dieses Dilemma. Wollen sie über Gleichheit oder andre Proportionen nach dem genauen und akkuraten Maasstabe, nämlich durch Aufzählung der kleinen untheilbaren Theile, urtheilen, so gebrauchen sie erstlich einen Maasstab, der in der Anwendung unnütz ist, und zweitens bestätigen sie die Untheilbarkeit der Ausdehnung, welche sie doch bestreiten wollten. Oder wenden sie, wie gewöhnlich, den weniger genauen Maasstab an, der von der Vergleichung der Objekte bei ihrer allgemeinen Erscheinung hergenommen und durch empirische Messungen und Nebeneinanderstellungen verbessert ist; so sind ihre Grundprincipien, wenn sie gleich gewiß und untrüglich sind,

doch

doch zu grob, um den Grund von dergleichen subtilen Folgerungen auszumachen, wie man gewöhnlich daraus zieht. Die ersten Principien sind auf Sinne und Einbildungskraft gegründet. Die Schlüsse daraus können also nie über diese Vermögen hinausgehen, und dürfen ihnen noch weit weniger widersprechen.

Dies mag uns die Augen ein wenig öffnen und uns beweisen, daß keine geometrischen Demonstrationen für die unendliche Theilbarkeit der Ausdehnung so viel Kraft haben könne, als man geneigt ist, jedem Beweise einzuräumen, der mit dergleichen prächtigen Titeln pranget. Zugleich können wir hieraus den Grund lernen, warum der Geometrie in diesem einzigen Punkte die Evidenz fehlt, da alle ihre übrigen Schlüsse unsern vollsten Beifall erzwingen. Und in der That, es scheint mehr erforderlich zu seyn, einen Grund von dieser Ausnahme anzugeben, als zu zeigen, daß wir wirklich eine solche Ausnahme machen und alle mathematischen Beweise für die unendliche Theilbarkeit als gänzlich sophistisch betrachten müssen. Denn es ist offenbar, daß, da kein Begriff von Quantität ins Unendliche theilbar ist, keine einleuchtendere Ungereimtheit gedacht werden kann, als das Bemühen, zu beweisen, daß die Quantität selbst eine unendliche Theilung zulasse, und dies noch dazu durch Begriffe zu beweisen, welche in diesem Stücke gerade einander entgegengesetzt sind. Und so wie diese Ungereimtheit von

selbst erhellet, so giebt es keinen auf sie gegründeten Beweis, der nicht eine neue Ungereimtheit bei sich führte, und der nicht einen offenbaren Widerspruch in sich enthielte.

Zu Beispielen dienen solche Beweise für die unendliche Theilbarkeit, welche von dem Punkte der Berührung hergenommen sind. Ich weiß gewiß, es wird sich kein Mathematiker nach den Figuren wollen beurtheilen lassen, die er auf dem Papiere entwirft, denn diese sind nur nachlässige Zeichen von dem, was er vortragen will, die nur dazu dienen sollen, gewisse Begriffe, welche der Grund aller unsrer Schlüsse sind, desto leichter herbeizuführen. Diese Begriffe sind es also einzig und allein, auf welche ich meine Streitfrage einschränke. Ich verlange also von unserm Mathematiker, sich die Begriffe von Cirkel und gerader Linie so genau als möglich auszubilden; und sodann frage ich ihn, ob er bei dem Begriffe ihrer Berührung sie so denkt, daß sie sich in einem mathematischen Punkte berühren, oder ob er sie sich in der Einbildung nothwendig so vorstellen muß, daß sie einen gewissen Raum hindurch zusammen fortlaufen.

Zu welcher Partei er sich nun auch schlagen mag, so verwickelt er sich immer in gleiche Schwierigkeiten. Behauptet er, er könne sich einbilden, daß diese Figuren bei der Zeichnung, in seiner Einbildung, sich blos in einem Punkte berühren, so giebt er die Möglichkeit des Begriffs, und folglich auch der Sache selbst zu. Sagt er, daß er sich diese

Linien

Linien in seinem Begriffe von der Berührung als zusammenlaufend gedenken müsse, so erkennt er die Trüglichkeit der geometrischen Demonstrationen an, wenn sie über einen gewissen Grad der Kleinheit getrieben werden; denn es müssen ihm gewiss dergleichen Demonstrationen gegen das Zusammenlaufen einer geraden Linie und eines Cirkels bekannt seyn; d. h. mit andern Worten, er kann beweisen, daß ein Begriff, nämlich der der Konkurrenz, mit zwei andern Begriffen, nämlich denen des Cirkels und der geraden Linie, sich nicht vertragen; ob er gleich zu gleicher Zeit anerkennt, daß diese Begriffe vollkommen mit einander zusammenstimmen.

Fünfter Abschnitt.

Fortsetzung derselben Materie.

Wenn der zweite Theil meines Systems wahr ist, daß der Begriff des Raums oder der Ausdehnung nichts, als der Begriff sichtbarer oder fühlbarer Punkte sey, die nach einer gewissen Ordnung gestellt sind; so folgt, daß wir keinen Begriff von einem leeren Raume bilden können, oder von einem Raume, wo nichts Sichtbares oder Fühlbares wäre. Hiergegen entspringen drei Einwürfe, welche ich zusammen prüfen will, weil die Antwort,