ELEMENTUM IV.

De Ratione Laterum homologorum, & de Perimetro Figurarum similium.

475. Si duæ rectæ, puta, FG, RS terminentur à punctis similiter positis respectu duarum rectarum AB, MN, quæ possint esse latera homologa duorum similium polygonorum ABCDE, MNOPQ, demonstravimus n. 455. easdem rectas FG, RS in eadem esse ratione, quam habent inter se duæ rectæ, seu latera homologa AB, MN.

Tab. X. Fig. 272.

Quoniam verò polygona similia habent omnia latera homologa proportionalia; hinc omnes rectæ, puta, FG, RS, quæ terminentur à punctis similiter positis respectu duorum laterum homologorum AB, MN, erunt pariter inter se in eadem ratione, quam habent reliqua latera polygonorum. His animadversis sit

PROPOSITIO I.

476. Theorema. *Duorum similium polygonorum perimetri sunt inter se, uti eorum latera homologa.*

Tab. X. Fig. 273. 274.

Demonstratio. Quoniam polygona sunt similia, erit AB : MN :: BC : NO :: CD : OP :: DE : PQ :: EA : QM. Ergò per regulas proportionum, ut summa omnium antecedentium AB + BC + CD

+CD &c., hoc eſt, perimeter primi polygoni, ad ſummam omnium conſequentium MN+NO+OP &c., hoc eſt, perimetrum ſecundi: ita antecedens unum AB, latus primi eſt ad ſuum conſequens MN, latus nempe homologum ſecundi. Quod erat &c.

Corollarium.

477. Hinc duorum ſimilium polygonorum petrimetri ſunt inter ſe, uti lineæ homologæ FG, RS, quæ à punctis ſimiliter poſitis terminantur. Nam per præced. perimetri ſe habent utì latera homologa AB, MN: hæc autem ſunt proportionalia lineis homologis FG, RS (n. 275.).

PROPOSITIO II.

478. Theorema. *Si duo polygona ſimilia* ABCDEF, MNOPQR *vel circulis ſint inſcripta, vel tres dumtaxat angulos habeant reſpectivis circumferentiis reſpondentes, erunt ambitus polygonorum inter ſe, ut diametri.* Tab. X.

Demonſtratio. Quoniam ſimilium polygonorum perimetri ſunt inter ſe, uti eorum latera homologa AB, MN, & præterea circulorum radii in eisdem polygonis terminantur à punctis ſimiliter poſitis: erunt latera homologa AB, MN proportionalia radiis circulorum, & conſequenter diametris. Ergò ambitus polygonorum proportionales erunt diametris ſuorum circulorum. Quod erat &c.

Fig. 275. 276. 277. 278.

PROPOSITIO III.

479. Theorema. *Si duo polygona ſimi-*
lia ABCDEF, a b c d e f *circulis ſint*
TAB. *circumſcripta, vel eorum tria latera ho-*
X. *mologa circulos tangant, erunt polygono-*
Fig. *rum ambitus proportionales radiis.*
280. *Demonſtratio.* Nam ambitus polygo-
381. norum proportionales ſunt lateribus ho-
282. mologis AB, *a b* (n. 476.); & horum
283. circulorum centra (n. 465.) ſunt ſimili-
ter poſita in duobus polygonis. Ergò
latera homologa AB, *a b* ſunt propor-
tionalia radiis KN, *k n*; & conſequenter
ambitus polygonorum &c.

PROPOSITIO IV.

480. Theorema. *Si duorum circulorum arcubus ſine fine biſectis plura ſemper, ac plura in infinitum latera circumſcribi, & inſcribi intelligantur: ambitus polygonorum deſinunt in circuli peripheriam. Et duorum circulorum circumferentiæ, ſunt inter ſe, ut eorum radii, ſeu diametri.*

Demonſtratio. Exceſſus ambitus circumſcripti ſupra ambitum inſcriptum tandem fiet quovis dato minor. Ergò multò magis exceſſus ambitus circumſcripti ſupra peripheriam fiet quocunque dato minor. Similiter perſpicuum eſt defectum ambitus inſcripti ab ambitu circumſcripto fieri quovis dato minorem, multóque magis defectum inſcripti ambitus

bitus à peripheria. Ambitus igitur polygoni tam inſcripti, quàm circumſcripti in peripheriam deſinunt. Eſt enim inſtar axiomatis, quod à Newtono lib. 1. princip. Mathem. lem. 1. proponitur: *Quantitates, ut & quantitatum rationes, quæ ad æqualitatem tempore quovis finito conſtanter tendunt & ante finem temporis illius propiùs ad invicem accedunt, quàm pro data quavis ratione, fieri ultimò æquales.*

Pars altera conſequitur ex Theor. præced.

PRAXIS GEOMETRICA

Figurarum ſimilium perimetrum addere, ſubtrahere, multiplicare, ac dividere, hâc lege, ut figuræ ſubnaſcentes ſint datis ſimiles.

Problema I.

481. *Figuram* Z *conſtruere, cujus perimeter æquetur ſummæ ex perimetris duarum figurarum* X, Y, *quæ eidem ſimiles ſint, & quarum* AB, CD *ſint latera homologa.* TAB. XII. Fig. 294.

Reſolutio. Accipiatur recta EF æqualis ſummæ AB+CD; tum ſuper rectâ EF, conſideratâ inſtar lateris homologi ipſi AB & CD, conſtruatur (n. 448.) polygonum Z duobus datis X & Y ſimile. Dico hujus ambitum æqualem fore ſummæ ambitus duorum datorum X & Y.

Demonstratio. Nam ambitus polygonorum similium Z, X, Y proportionales sunt eorum lateribus homologis. Atqui per Constructionem E F = A B + CD. Ergò ambitus polygoni Z æquatur summæ ex perimetris duorum reliquorum X, Y. Quod erat. &c.

Problema II.

482. *Invenire polygonum* X, *cujus perimeter æquetur differentiæ inter perimetros duorum polygonorum* Z, Y, *quæ eidem sint similia, & quorum duo latera* EF, CD *sint homologa.*

TAB. XII. Fig. 294. *Resolutio.* Accipiatur recta AB æqualis differentiæ EF — CD laterum homologorum. Super rectà AB, considerata instar lateris homologi ipsi E F, aut CD, construatur polygonum X simile dato Z, aut Y. Dico factum.

Demonstratio. Nam, quia AB = EF — CD, si utrinque adjiciatur + CD, erit AB + CD = EF — CD + CD; hoc est, AB + CD = EF. Ergò summa ex perimetris duorum polygonorum X, Y æquabitur perimetro polygoni Z. Ergò ab utroque hujus æqualitatis membro, subducendo eundem perimetrum polygoni Y, remanet perimeter polygoni X æqualis perimetro polygoni Z minùs perimetro polygoni Y, hoc est, æqualis differentiæ inter perimetros duorum dapolygonorum Z & Y. Quod erat &c.

Pro-

Problema III.

483. *Invenire polygonum Z, cujus perimeter ſit multiplex perimetri polygoni ſimilis Y.*

Reſolutio. Accipiatur recta E F, quæ ſit æquè multiplex lateris C D polygoni Y; tum ſuper rectà E F, conſiderata inſtar lateris homologi ipſi C D, conſtruatur polygonum Z ſimile dato Y. Dico perimetrum hujus novi polygoni Z fore tantundem multiplum perimetri polygoni dati Y, ac recta E F fuerit multiplex rectæ C D. Fig. 294.

Demonſtratio. Nam perimeter ad perimetrum erit, ut E F ad C D. Quod erat &c.

Problema IV.

484. *Perimetrum dati polygoni Z dividere in ratione data, ſuiſque partibus perimetrum conſtruere polygonorum X & Y dato ſimilium.* Fig. 294.

Reſolutio. Dividatur recta E F dati polygoni Z in ratione data; tum partibus ipſius E F æquales ſume A B, C D; ſuper quibus, conſideratis inſtar laterum homologorum ipſi E F, conſtrue polygona X & Y ſimilia dato Z. Dico novorum polygonorum perimetros fore partes quæſitas perimetri polygoni Z.

Demonſtratio. Nam I. perimetri polygonorum X & Y ſimul ſumpti æquantur perimetro polygoni Z.

II. Duo

II. Duo Polygona X & Y perimetros habent proportionales eorum lateribus homologis A B, C D, quæ æquales ſunt partibus, in quas per Conſtr. diviſa eſt recta E F in ratione data. Ergò perimeter polygoni Z diviſa eſt in data ratione &c. Quod erat &c.

Monitum.

485. *Si figuræ, circa quas operari oporteat, ſint ex ſimplicioribus polygonis, eorum latera homologa erunt rectæ homologæ, quæ commodiùs aſſumi poſſint. Quod ſi figuræ ſimiles ſint inſcriptæ, vel circumſcriptæ circulis, vel cum eiſdem immediatè connectantur, vel denique figuræ ipſæ ſint circuli, commodiſſimùm erit radios circulorum aſſumere pro lineis homologis.*