Praxis VII.

444. *In triangulo quovis datis tribus lateribus, angulos invenire.*

TAB. X. Fig. 264. Sumptis ex ſcala tribus rectis *b m*, *b c*, *c n* totidem partium, quot in datis lateribus pedes continentur, centris *b* & *c*, intervallis *b m*, *c n* deſcribantur arcus circulorum ſe mutuò interſecantium in *a*; ductíſque *a b*, *a c*, erit triangulum *b a c* dato triangulo æquiangulum ob latera proportionalia, unde & altitudo, & area innoteſcet. Sed de his planiùs in Trigonometria conſtabit.

ELEMENTUM III.

De Polygonis ſimilibus generatim, & de Punctis ſimiliter poſitis.

445. FIGURÆ rectilineæ, ut ſimiles denominentur, utrumque poſtulant, quòd & angulos ſingulos ſingulis æquales habeant, atque etiam latera, quæ circum æquales angulos exiſtunt, proportionalia.

Demonſtravimus quidem n. 410. & 415., triangula, quorum anguli ſunt æquales, habere etiam latera homologa proportionalia, & reciprocè; atque hinc, ut duo triangula ſimilia dici poſſint, ſatis ſupérque eſſe, ſi vel eorum anguli ſint æquales, vel latera proportionalia.

At non eadem eſt ratio de polygonis, quæ plura habent, quàm tria latera, ùt notavimus n. 396. Nam & angulos habere

bere possunt mutuò æquales, quin habeant latera proportionalia, & reciprocè. Utrumque igitur demonstrandum est de polygonis, ut dicantur similia; neque enim in his unum ex altero sequitur; quemadmodum in triangulis.

PROPOSITIO I.

446. Theorema. *Si ab angulis* A & M *mutuò respondentibus duorum similium polygonorum* ABCDEF, MNOPQR *ducantur rectæ ad reliquos angulos, triangula* ABC, ACD *&c. primi polygoni similia erunt triangulis* MNO, MOP *&c. secundi.* Euclid. lib. 6. prop. 20. TAB. X. Fig. 265.

Demonstratio. Quoniam polygona sunt similia, erit (n. 445.) angulus B = N, & AB : MN :: BC : NO; itaque [n. 414.] duo triangula ABC, MNO erunt similia; & consequenter angulus ACB = MON. Sed per hyp. angulus BCD = NOP. Quare subductis duobus primis angulis æqualibus ab hisce secundis, erit angulus ACD = MOP. Præterea habebitur

AC : MO :: BC : NO

At rursum ex hyp. BC : NO :: CD : OP.
Ergò AC : MO :: CD : OP.

Quamobrem duo triangula ACD, MOP habent latera proportionalia circa æquales angulos ACD, MOP, & consequenter similia sunt (n. 414.).

Eâdem ratione demonstrabitur similia esse duo triangula ADE, MPQ; atque ita de reliquis. Quod erat &c.

PROPOSITIO II.

447. Theorema. *Si duo polygona* AB
TAB. CDEF, MNOPQR *eodem numero la-*
X. *terum terminata, dividantur in triangu-*
Fig. *la similia, singula singulis, & similiter*
265. *posita, per rectas ab angulis* A & M *du-*
265. *ctas ad reliquos omnes angulos: duo hæc polygona erunt similia, hoc est, & angulos omnes habebunt æquales, singulos singulis, & latera circa æquales angulos proportionalia.*

Demonstratio. I. Quoniam per hyp. utriusque polygoni triangula sunt inter se similia, & similiter posita, anguli horum polygonorum componuntur ex eodem numero angulorum mutuò æqualium, & consequenter æquales sunt inter se, singuli singulis.

II. Duo triangula ABC, MNO similia esse ponuntur; adeoque AB:MN: : BC:NO; hoc est, latera circa æquales angulos B & N directè sunt proportionalia.

Rursum eadem triangula similia AB C, MNO exhibent BC:NO: : AC: MO.

Atqui per hyp. AC:MO: : CD:OP.
Ergò BC:NO: : CD:OP;
hoc est, latera circa æquales angulos C & O sunt directè proportionalia.

Eodem

Eodem modo demonſtrabitur reliqua latera circa æquales angulos eſſe proportionalia, & conſequenter duo polygona eſſe ſimilia. Quod erat &c.

Corollarium I.

448. Si ab angulo quovis A polygoni ABCDEF ducantur rectæ indefinitæ AC*c*, AD*d*, AE*e* &c. per omnes reliquos angulos: deinde à puncto *b* ſumpto in latere AB, etiam producto, ducatur *b c* parallela lateri BC; & rurſum à puncto *c*, ubi hæc parallela occurrit rectæ AC*c*, ducatur *c d* parallela ipſi CD, & ſimiliter *de*, *ef*: hoc novum polygonum A*bcdef* ſimile erit primo polygono ABCDEF. TAB. X. Fig. 266.

Nam utrumque componitur ex triangulis ſimilibus, & ſimiliter poſitis.

Hinc habes methodum conſtruendi polygonum dato ſimile.

Corollarium II.

449. Si ab angulis mutuò reſpondentibus duorum polygonorum ſimilium ABCDEF, MNOPQR ducantur duæ diagonales AD, MP, duæ partes ABCD, ADEF primi polygoni ſimiles erunt duabus partibus MNOP, MPQR ſecundi polygoni, ſingulæ ſingulis. TAB. X. Fig. 265.

Nam intra eaſdem partes ductis diagonalibus AC, MO, triangula, quæ partem ABCD componunt, ſimilia erunt triangulis, quæ ſecundam partem conſtituunt

ſtituunt MNOP; & præterea utrinque hæc triangula ſunt ſimiliter poſita. Ergò duæ partes ABCD, MNOP erunt ſimiles (n. 446.).

Eodem ratiocinio demonſtrabis, duas reliquas ADEF, MPQR ſimiles eſſe.

Corollarium III.

450. Ergò duæ diagonales AC, M
TAB. O, ductæ per angulos reſpondentes
X. duorum ſimilium parallelogrammorum
Fig. ABCD, MNOP, divident eadem in
267. duo triangula ſimilia, ſingula ſingulis.
268. Quamobrem duo triangula ſimilia ABC, MNO conſiderari poterunt tanquam ſemiſſes duorum parallelogrammorum ſimilium ABCD, MNOP.

De Punctis ſimiliter poſitis.

DEFINITIONES.

451. *Duo puncta* G & S *dicuntur ſimiliter poſita reſpectu duarum rectarum* AB, MN, *ſeu reſpectu punctorum* A, B, & M, N, *quæ eaſdem lineas terminant, quando diſtantiæ* GA, GB *unius puncti* G *ab extremitatibus rectæ* AB, *ad diſtantias* SM, SN *alterius puncti* S *ab extremitatibus rectæ* MN,
TAB. *ſunt in eadem ratione, quam habet* AB
X *ad* MN.
Fig. Hoc eſt, quando GA: GB: AB::
269. SM:SN:MN.

Caſus I. Si puncta G & S ſita ſint in

in ipsis rectis AB, MN: ut demonstrentur esse similiter posita respectu harum linearum, satis erit ostendere, quòd GA:GB::SM:SN,
sive GA:SM::GB:SN.

Ratio est, quia in hoc casu haberetur (n. 394.)
GB:SN::GA+GB:SM+SN;
hoc est GB:SN:: AB : MN.
Collectis itaque in una serie antecedentibus harum rationum æqualium, & in altera serie consequentibus, erit, ut in definitione.

GA:GB:AB::SM:SN:MN.

Rursum in eodem casu, satis erit ostendere, quòd AB:GA::MN:SN,
vel AB:MN::GB:SN.

Ratio est, quia in hoc casu haberetur
AB:MN::AB—GA:MN—SM
(n. 394.), sive AB:MN:: GB : SN.
Collectis itaque, ut prius, in una serie antecedentibus harum rationum æqualium, & consequentibus in altera, fiet:

AB:GA:GB::MN:SM:SN.

Casus II. Si puncta G & S sint extra rectas AB, MN: ut demonstretur hæc puncta esse similiter posita respectu harum linearum, satis erit ostendere, triangula AGB, MSN esse similia. Nam in hoc casu erit. TAB. X. Fig. 269.

GA:GB:AB::SM:SN:MN. TAB. X.

Si duæ rectæ FG, RS, *terminentur à punctis similiter positis respectu duarum* Fig. 270.

recta-

rectarum AB, MN: *eædem rectæ* FG, RS *dicentur lineæ homologæ respectu rectarum* AB, MN.

TAB. X. Fig. 271. *Duo puncta* G *&* S *dicuntur etiam similiter posita respectu duorum polygonorum similium* ABCDE, MNOPQ, *quando sunt similiter posita ad omnia eorum respectivè latera.*

Corollarium.

TAB. X. Fig. 269. 452. Ergò extremitates B & N duarum rectarum AB, MN sunt similiter positæ respectu earundem rectarum. Nam & hæc duo puncta B & N sunt in ipsis rectis AB, MN, & eorum distantiæ ab extremitatibus A & M sunt hisce duabus rectis proportionales, ùt patet.

PROPOSITIO III.

TAB. X. Fig. 269. 453. Theorema. *Duobus punctis* G *&* S *similiter positis respectu duarum rectarum* AB, MN: *si ab iisdem punctis ad hasce lineas ducantur rectæ* GH, ST *hâc lege, ut duo anguli* GHB, STN *sint æquales, & similiter positi, erunt pariter duo puncta incidentiæ* H *&* T *similiter posita respectu earundem rectarum* AB, MN.

Demonstratio. Nam, si à punctis G & S ducantur rectæ GA, GB, & SM, SN ad extremitates rectarum AB, MN, triangula AGB, MSN erunt similia (n. 451.); & consequenter angulus ABG = MNS.

Quia

Quia verò angulus GHB=STN per hyp., duo triangula BGH, NST duos angulos habebunt æquales, unum uni, alterum alteri, & conſequenter erunt ſimilia. (n. 410.)

Atqui in triangulis ſimilibus AGB, MSN eſt

AB:MN::GB:SN;

& in triangulis pariter ſimilibus BGH, NST eſt

GB:SN::HB:TN.

Ergò AB:MN::HB:TN;

adeoque per Def. (n. 451.) puncta H & T erunt ſimiliter poſita in duabus rectis AB, MN. Quod erat &c.

Corollarium.

454. Quoniam demonſtratum eſt n. 446. ſimilia polygona ABCDEF, MNOPQR dividi in ſimilia triangula, hinc ſequitur [n. 451.] vertices quoſcunque A & M duorum angulorum mutuò reſpondentium in iiſdem polygonis, eſſe ſimiliter poſitos reſpectu omnium laterum homologorum, non exceptis lateribus AB, AF, & eorum homologis MN, MR, reſpectu quorum demonſtratum eſt n. 452. A & M eſſe ſimiliter poſita. TAB. X. Fig. 265. 265.

Quare vertices A & M erunt ſimiliter poſiti reſpectu horum polygonorum.

PROPOSITIO IV.

455. Theorema. *Si duo puncta* F, R,

R, & alia duo G, S sint similiter posita respectu duarum rectarum AB, MN: rectæ homologæ FG, RS ab iisdem punctis terminatæ, erunt in eadem ratione, quam habent inter se duæ rectæ AB, MN.

Hoc est, FG: RS : : AB, MN.

Demonstratio. Quoniam puncta F & R sunt similiter posita respectu duarum rectarum AB, MN, triangula AFB, MRN erunt similia (n. 451.), & consequenter anguli FAB, RMN æquales.

TAB. X. Fig. 270.

Rursum, quia puncta G & S sunt similiter posita respectu earundem rectarum AB, MN, triangula AGB, MSN sunt similia, atque hinc anguli GAB, SMN æquales.

Ergò ab æqualibus angulis GAB, SMN subducendo utrinque æquales FAB, RMN, erunt reliqui FAG, RMS inter se æquales.

Quia verò triangula AFB, MRN sunt similia, erit AF : MR : : AB : MN. Sed triangula pariter similia AGB, MSN exhibent

AB : MN : : AG : MS.

Ergò AF : MR : : AG : MS.

Quare duo anguli æquales FAG, RMS â lateribus proportionalibus intercipiuntur; & consequenter duo triangula erunt similia (n. 414.); atque hinc

FG : RS : : AF : MR.

Atqui

Atqui demonstratum est AF : MR : : AB : MN.

Ergò FG : RS : : AB : MN.

Quod erat &c.

Corollarium.

456. Hinc, si duæ rectæ FG, RS terminentur à punctis similiter positis respectu duarum aliarum rectarum AB, MN: etiam extremitates harum AB, MN erunt puncta similiter posita respectu duarum rectarum FG, RS. TAB. X. Fig. 270.

Nam, quoniam ostensum est (n. 455.) triangula FAG, RMS esse similia, erunt puncta A & M similiter posita respectu duarum rectarum FG, RS [n. 451.].

Eodem modo propter similitudinem triangulorum BFG, NRS demonstrabis, duo puncta B & N esse similiter posita respectu duarum rectarum FG, RS.

PROPOSITIO V.

457. Theorema. *Si tria puncta* F, G, H *respectu rectæ* AB *sint similiter posita, quemadmodum tria puncta* R, S, T *respectu alterius rectæ* MN, *erit triangulum* FGH *simile triangulo* RST.

Demonstr. Nam (Num. 455.) $\left[\begin{array}{l} FG : RS :: AB : MN \\ GH : ST :: AB : MN \\ FH : RT :: AB : MN; \end{array}\right.$ TAB. X. Fig. 272.

hoc est, tria latera unius trianguli ad tria latera alterius singula singulis, erunt in

eadem

eadem ratione AB ad MN ; & consequenter &c. Quod erat &c.

Corollarium.

458. Factâ eâdem suppositione sequitur etiam propter similitudinem triangulorum FGH, RST, quòd tria puncta F, G, H, & alia tria R, S, T sint etiam inter se similiter posita : hoc est, quodvis H ex tribus primis respectu duorum reliquorum F, G, aut rectæ FG, similiter esse positum, atque aliud respondens punctum T ex tribus ultimis respectu duorum aliorum R, S, aut rectæ RS.

PROPOSITIO VI.

459. Theorema. *Si duo puncta* H, T *sint similiter posita respectu duarum rectarum* FG, RS, *quæ terminatæ sint à punctis similiter positis respectu duarum aliarum* AB, MN : *Dico hæc puncta* H, T *fore etiam similiter posita respectu earundem rectarum* AB, MN.

TAB. X. Fig. 272.

Demonstratio. Quoniam per hyp. extremitates duarum rectarum FG, RS sunt similiter positæ respectu duarum AB, MN, etiam harum extremitates erunt reciprocè similiter positæ respectu duarum FG, RS (n. 456.).

Quia verò per hyp. etiam duo puncta H, T sunt similiter posita respectu duarum FG, RS, sequitur tria puncta A, B, H, & ipsis respondentia M, N, T fore

fore ſimiliter poſita reſpectu duarum F G, R S.

Quare triangula AHB, MTN erunt ſimilia (n. 457.) ; & conſequenter duo puncta H, T erunt ſimiliter poſita reſpectu duarum rectarum AB, MN, Quod erat &c.

Corollarium I.

460. Demonſtravimus (n. 454.) la- TAB.
tera mutuò reſpondentia duorum ſimili- X.
um polygonorum ABCDE, MNO Fig.
PQ eſſe ſimiliter poſita reſpectu omni- 271.
um laterum homologorum, & conſe- 273.
quenter reſpectu eorundem polygono- 274.
rum.

Ergò, ſi duo puncta G, S ſint ſimiliter poſita reſpectu duorum laterum homologorum AB, MN, erunt etiam ſimiliter poſita reſpectu omnium laterum homologorum, & conſequenter reſpectu ipſorum polygonorum.

Corollarium II.

461. Si duæ rectæ FG, RS terminentur à punctis ſimiliter poſitis reſpectu
polygonorum ſimilium ABCDE, M TAB.
NOPQ, vel etiam duorum laterum X.
homologorum AB, MN: puncta H, T, Fig.
quæ erunt ſimiliter poſita reſpectu dua- 273.
rum rectarum FG, RS, erunt etiam 274.
ſimiliter poſita reſpectu horum laterum homologorum AB, MN (n. 459.), & conſequenter (n. 460.) reſpectu eorundem polygonorum.

Sequitur etiam puncta G, S, quæ sint similiter posita respectu duarum diagonalium homologarum CE, OQ, fore etiam similiter posita respectu polygonorum ABCDE, MNOPQ.

PROPOSITIO VII.

462. Theorema. *Si in duobus polygonis similibus* ABCDEF, MNOPQR *circumducatur circulus per vertices* A, C, E *trium quorumlibet angulorum primi polygoni, & alter per vertices* M, O, Q *trium mutuò respondentium angulorum secundi: Dico centra* G & S *horum circulorum esse puncta similiter posita respectu eorundem polygonorum.*

TAB. X. Fig. 275. 276. *Demonstratio.* Quoniam (n. 454.) in duobus polygonis similibus vertices angulorum respondentium sunt similiter positi respectu omnium laterum homologorum: erunt tria puncta A, C, E, & alia tria M, O, Q similiter posita respectu laterum homologorum AB, MN; & consequenter (n. 457.) duo triangula erunt similia, & anguli CAE, OMQ, quorum vertices ad circumferentiam existunt, æquales, & arcus CE, OQ, quibus insistunt, similes, seu ejusdem numeri graduum. Ergò, si à centris duorum circulorum ducantur radii ad extremitates arcuum CE, OQ, duo anguli ad centra G & S æquales erunt; adeóque duo triangula isoscelia CGE, OSQ erunt similia (n. 411.).

Itaque

Itaque (n. 450.) centra G & S erunt similiter posita respectu duarum diagonalium homologarum CE, OQ, atque etiam (n. 461.) respectu duorum polygonorum similium. Quod erat &c.

Corollarium.

463. Ergò, si polygona similia ABCDEF, MNOPQR sint circulis inscripta, centra G & S circulorum erunt similiter posita respectu eorundem polygonorum. TAB. IX. Fig. 277. 278.

LEMMA.

464. *Si angulus* BAD *à duabus ejusdem circuli tangentibus comprehendatur, recta* AC *ab ejus vertice per centrum* C *ducta, eundem angulum bifariam secabit.* TAB. X. Fig. 279.

Demonstratio. A centro ad duo puncta contactuum ducantur radii CB, CD, qui perpendiculares erunt tangentibus AB, AD (139). Ergò obliqua CA ab hisce duabus perpendicularibus æqualiter recedet; quod dabit AB = AD. Itaque duo triangula ABC, ADC mutuò æquilatera, erunt etiam mutuò æquiangula; & angulus BAC = DAC. Quod erat &c.

PROPOSITIO VIII.

465. Theorema. *In duobus polygonis similibus* ABCDEFGHI, abcdefghi *si describantur duo circuli, quos respectivè tangant tria latera homologa quæcunque* AB, DE, FG, *&* ab, de, fg: TAB. X. Fig. 280. 281.

Dico centra K, k *duorum circulorum fore puncta similiter posita in hisce duobus polygonis.*

Demonstratio. Producantur in primo polygono latera tangentia AB, DE, FG, donec concurrant in L & M; ducantúrque diagonales AG, BD, & à centro K rectæ KL, KM, quæ per Lemma divident bifariam angulos MLF, LME. Eadem constructio fiat in secundo polygono: utì vides in adjecto schemate.

His positis, quoniam duæ diagonales AG, *ag* transeunt per angulos respondentes duorum similium polygonorum, erunt partes pariter respondentes ABCDEFG, *abcdefg* inter se similes (n. 449.), & anguli BAG, FGA æquales angulis *bag*, *fga*, uterque utrique. Ergò illorum complementa LAG, LGA æqualia erunt horum complementis *lag*, *lga*; atque adeo (n. 411.) duo triangula ALG, *alg* erunt similia, & puncta L & *l* similiter posita respectu duarum homologarum diagonalium AG, *ag* (n. 451.), atque etiam respectu polygonorum similium ABCDEFGHI, *abcdefghi* (n. 461.).

Eodem modo demonstrabitur triangula BMD, *bmd* fore similia, & puncta M & *m* pariter similiter posita in polygonis similibus.

Jam verò triangula ALG, BMD cum sint similia triangulis respondentibus *alg*, *bmd*

bmd, anguli L & M, quos tangentes efficiunt, æquales erunt angulis *l* & *m*, quos aliæ tangentes intercipiunt, & illorum ſemiſſes M L K, L M K æquales erunt horum ſemiſſibus *m l k*, *l m k*.

Quare triangulum LKM ſimile erit triangulo *l k m*; & conſequenter centra K, *k* erunt ſimiliter poſita reſpectu duarum rectarum L M, *l m*.

Quia verò duæ rectæ LM, *lm* terminantur à punctis ſimiliter poſitis reſpectu duorum polygonorum ABCDEFG HI, *abcdefghi*, erunt centra K, *k* (n. 461.) ſimiliter poſita reſpectu horum ſimilium polygonorum. Quod erat &c.

Corollarium.

466. Hinc, ſi duo polygona ſimilia ABCDEF, *a b c d e f* ſint circulis circumſcripta, centra K, *k* horum circulorum erunt puncta ſimiliter poſita in hiſce duobus polygonis. TAB. X. Fig. 282, 283.

Quia verò duo circuli conſiderari poſſunt inſtar duorum ſimilium polygonorum, quorum latera numero augentur, & magnitudine minuuntur in infinitum: hinc perſpicuum eſt centra duorum circulorum eſſe puncta ſimiliter poſita in eiſdem circulis.

PRAXIS GEOMETRICA
DE RE ICHNOGRAPHICA.

In ſuperioribus Theorematis præclarè jacta ſunt fundamenta totius Ichnographiæ, cujus rude quoddam ſpecimen dabo Tironibus, quantum ſatis eſt, ut hiſce principiis inſtructi, ad eos Scriptores conferre ſe poſſint, qui hanc facultatem ſingulari ſtudio excoluerunt; hortórque imprimis eos, qui rei ichnographicæ daturi ſunt operam, ut legant, terántque manibus egregium ſanè opus Joannis Jacobi de Marinonis celeberrimi Profeſſoris Matheſeos, & præſertim Aſtronomiæ in Aula Viennenſi, ac Cæſarei Regii Conſiliari, qui & Tabulæ Prætorianæ uſum, atque præſtantiam mirificè explicavit, & totius rei ichnographicæ ſcientiam novis animadverſionibus; inventíſque ita amplificavit, ut in hàc illuſtrandâ paucos ſanè noſtra hâc ætate habuerit pares, ſuperiorem fortaſſe neminem.

DEFINITIO.

467. *Ichnographia Regni, Toparchiæ, Urbis, Oppidi, vel eorum partis cujuſpiam, eſt delineatio baſis, veſtigii, ſituúmque horizontalium, in quibus apparerent omnia ex ſublimi quodam verticali puncto, ſi ſingula diſtinctè conſpici poſſent.*

Hujuſ-

Hujuſmodi delineatio Mappa vocari ſolet, in qua multò diſtinctiùs, quàm in pictura proſpectuum, apparet partium poſitio, diſtantia, earúmque proportio; & ope Scalæ geometricæ quantitas areæ elici poteſt ex delineata ejus extenſione, utpote ad ſimilem figuram reducta.

Problema I.

468. *Areæ cujusdam campeſtris recti-lineæ liberè permeabilis Ichnographiam perficere; hoc eſt, figuram areæ campeſtri ſimilem deſcribere.* TAB. X. Fig. 284.

Reſolutio. I. Seligantur in ea planitie puncta quædam ſpectabilia A, B, C, D, E, F, G, H, I &c. nimirum, domus, arbores &c, quorum poſitio determinanda eſt, eáque in Mappam traducenda.

II. In aliqua ejusdem areæ parte, quæ latè pateat, & permeabilis ſit, menſuretur exactè, & juxta quamlibet directionem recta M N, à cujus extremitatibus plura ſpectari poſſint puncta, quorum poſitionem determinare velis.

III. Sumptô ad capiendos angulos idoneô inſtrumentô, in utraque extremitate rectæ M N metire angulos, quos hæc linea efficit cum lineis directis versùs puncta A, C, D, E, quæ à duobus punctis M & N ſpectari poterunt; hoc eſt, in prima ſtatione M capiendi erunt anguli NMA, NMB, NMC, NMD, NME; & in ſecunda ſtatione N ſimiliter anguli MNA', MNB, MNC, MND, MNE.

IV. Puncta A, B, C, D, E obſervata à duabus extremitatibus rectæ MN, erunt vertices totidem triangulorum MAN, MBN, MCN, MDN, MEN, quorum baſis communis jam nota in aliqua menſura, erit MN, notis pariter ſingulorum angulis ad baſim. Ex hiſce datis reliqua elicientur in eiſdem triangulis; atque hinc derivabitur conſtructio aliorum ſimilium triangulorum, quorum communis baſis referatur ad eandem MN.

TAB. X. Fig. 285. V. Itaque, ut in Mappa repræſentetur poſitio punctorum A, B, C, D, E, quæ obſervata fuerint à duabus extremitatibus rectæ MN, ducenda erit recta *mn*, quæ totidem partes æquales cujuſcunque magnitudinis continebit ope Scalæ geometricæ, quot pedes, vel hexapedæ, vel decempedæ &c. inventæ fuerint in recta MN.

VI. A puncto *m* ducantur rectæ *ma*, *mb*, *mc*, *md*, *me*, quæ cum recta *mn*, efficiant angulos *nma*, *nmb*, *nmc*, *nmd*, *nme* æquales angulis NMA, NMB, NMC, NMD, NME, quorum quantitas jam explorata eſt. Similiter fiat ab altera extremitate *n*. Hâc methodô ſuper rectâ *mn* conſtruentur triangula *man*, *mbn*, *mcn*, *mdn*, *men*, quæ ſimilia erunt, ſingula ſingulis, triangu-

his

lis MAN, MBN, MCN, MDN, MEN, quæ conſtituta ſunt ſuper recta MN; ac propterea vertices *a*, *b*, *c*, *d*, *e* triangulorum in charta, repræſentant vertices A, B, C, D, E triangulorum in campo.

VII. Siverò aliorum etiam punctorum poſitio in campo determinanda ſit, ut notetur in charta: concipiatur recta AB inter puncta A & B, quorum poſitio inventa jam ſit; capiantúrque anguli, quos radii viſuales efficiunt ab extremitatibus A & B versùs nova puncta F & G, quæ erunt vertices totidem triangulorum AFB, AGB ſuper eâdem baſi AB; quorum duo ad baſim anguli noti fient per inſtrumentum. Quamobrem in Mappa conſtrui poterunt ſimilia triangula *afb*, *agb* ſuper recta *a b* terminata à duobus punctis *a* & *b*, quæ jam repræſentant puncta A & B in campo; & horum triangulorum *afb*, *agb* vertices *f* & *g* repræſentant duo puncta F & G.

VIII. Simili methodo in eadem Mappa per nova puncta *b* & *i* deſignabitur poſitio aliorum punctorum H & I, quæ conſpici poterunt à duobus punctis B, D; atque ita de reliquis.

Demonſtratio. Ut planum faciam ſingula puncta in Mappa repræſentare exactè poſitionem punctorum notabilium in campo, ſatis eſt oſtendere diſtantias omnes inter puncta A, B, C, D, E, F, G

Tab. X. Fig. 284. 285.

G &c. proportionales eſſe diſtantiis reſpectivis inter puncta *a*, *b*, *c*, *d* &c. in Mappa.

Itaque puncta A, B, C, D, E, quæ obſervata ſunt ab extremitatibus baſis M N, & eorum relativa *a*, *b*, *c*, *d*, *e* in Mappa, cum ſint vertices triangulorum ſimilium, ſingulorum ad ſingula, & ſimiliter poſitorum reſpectu eorum baſis M N, *m n*, erunt pariter ſimiliter poſita reſpectu earundem baſium M N, *m n* (n. 451.)

Idem dicendum de punctis F, G, & eorum reſpectivis *f*, *g* reſpectu ſuarum baſium A B, *a b*. Cum autem duæ iſtiuſmodi baſes AB, *a b* terminentur à punctis ſimiliter poſitis reſpectu duarum rectarum MN, *m n*: etiam puncta F, G, & eorum reſpectiva *f*, *g* erunt pariter ſimiliter poſita reſpectu earundem rectarum MN, *m n* (n. 459.).

Eodem ratiocinio utendum circa puncta H, I, & eorum reſpectiva *h*, *i*.

Ergo diſtantiæ inter puncta A, B, C, D &c. in campo, proportionales erunt diſtantiis inter puncta *a*, *b*, *c*, *d* &c. reſpectiva in Mappa, & conſequenter erunt utrobique eodem modo diſpoſita. Quod erat &c.

Recta autem *m n* uſui erit inſtar Scalæ geometricæ ad metiendas diſtantias inter diverſa puncta ejuſdem Mappæ.

Scho-

Scholion.

Quamvis methodus, quam attulimus, accommodari etiam possit ad determinandum cursum fluminum, riparum, ac sinuositatem viarum, ut in Mappam traducantur: tamen, quia, ut exactè repræsententur, opus est sæpius percurrere, & metiri singulas camporum partes, quarum positio, & figura determinanda est: idcirco in hisce casibus commodiorem methodum dabo.

Problema II.

469. *Sinuosam fluminis ripam ope Pixidis magneticæ pinnulis instructæ ichnographicè in Mappa describere.*

Resolutio. Inter puncta A & E determinare oporteat in Mappa vel cursum fluminis, vel sinuosum iter ABCDE. TAB. X. Fig. 286. 287.

I. Notissima res est versorium acus magneticæ constanter dirigi ad eandem mundi plagam, borealem, & australem, cum aliqua levi declinatione pro varietate regionum, eidémque lineæ meridianæ semper respondere. Quare, si acus magnetica successivè collocetur in diversis ripæ punctis A, B, C, D, omnes versorii directiones AN, BN, CN, DN considerari poterunt tanquam invicem parallelæ.

II. Figantur pali in extremitatibus A, E, & in singulis ripæ flexibus B, C, D; tum explorentur anguli NAB, NBC,

N

NCD, NDE, quos directio acûs magneticæ efficit cum radio visivo ad proximiorem palum; mensurenturque omnes distantiæ AB, BC, CD, DE.

III. Antequam transferentur in Mappam quantitates horum angulorum, notæque distantiæ, separatim in charta ducatur recta *a n*, quæ repræsentet directionem A N magnetis; & punctum *a* designet primum punctum A ripæ flexuosæ. Fiat deinde angulus *n a b* æqualis angulo N A B; sumatúrque *a b* totidem partium Scalæ, quot pedes, vel hexapedæ inventæ fuerint in AB.

IV. Ducatur à puncto *b* recta *b n* parallela ipsi *a n*, ut repræsentetur directio BN magnetis in secunda statione B; & reliqua peragantur, ut prius, in punctis *b*, *c*, *d*. Dico factum.

Demonstratio. Nam rectæ AB, BC, CD, DE sunt per Constructionem proportionales totidem respectivè rectis *a b*, *b c*, *c d*, *d e*, angulíque æquales, singuli singulis. Ergò puncta omnia A, B, C, D, E, & eorum relativa *a*, *b*, *c*, *d*, *e* sunt similiter posita. Ductis enim rectis AC, BD, CE, & *a c*, *b d*, *c e*, triangula ABC, BCD, CDE similia erunt triangulis *a b c*, *b c d*, *c d e*. Ergò figura *a b c d e*, quam construximus, sinuosam fluminis ripam exactè repræsentat. Quod erat &c.

Pro-

Problema III.

470. *Aream campestrem ichnographicè delineare per Dioptram, seu normam Mensorum, quam Itali vocant* Squadra, *Galli* l'Equerre d'Arpenteur. TAB. XI. Fig. 288.

Inter instrumenta in campo usitata, simplicissimum illud est, ac sæpè, & utiliter adhibetur, inquit laudatus de Marinonis, in areis perviis, & plerúmque in planitie jacentibus, ut dirimantur in triangula rectangula, quadrata, & oblonga, vel in trapezia duorum laterum æquidistantium, & ad communem basim normalium; narrátque citatus Auctor Geometris Insubriæ tantâ in æstimatione fuisse, ut diu potuerit de palma contendere cum ipsâ Tabula Prætoriana, cujus usum, atque præstantiam ex eodem eximio Scriptore mox exponam. Hæc norma mensoria quatuor pinnulis instructa sit, quarum dioptræ sint in duobus planis invicem perpendicularibus.

Esto planities ABCDEF ichnographicè delineanda.

I. Designetur bacillis recta F D, quæ transeat per duo quævis puncta, quæ Mensori videantur magis idonea; dein subsidio hujus normæ in eadem recta F D quærantur puncta G, H, I, K, quæ perpendiculariter respondent vertici angulorum A, B, C, E propositæ figuræ.

II. Mensurentur perpendiculares A G, BH, BH, CI, EK, & præterea partes à perpendicularibus interceptæ FG, GH, HI, IK, KD.

III. Omnes iſtiuſmodi menſuræ ope Scalæ geometricæ transferantur in chartam, erectis perpendicularibus, junctíſque punctis *f*, *a*, *b*, *c*, *d*, *e*. Dico hujus perimetrum repræſentare exactè areæ campeſtris perimetrum ABCDEF.

TAB. XI. Fig. 288. 289. *Demonſtratio.* Triangula rectangula FGA, AGD, FHB, BHD, FIC, CID, FKE, EKD, & eorum relativa *fga*, *agd*, *fhb* &c. ſunt ſimilia, ſingula ſingulis, quippe quæ per Conſtr. habent latera circa angulum rectum proportionalia. Quare triangula FAD, FBD, FCD, FED, & eorum reſpectiva *fad*, *fbd*, *fcd*, *fed* compoſita erunt ex triangulis ſimilibus; & conſequenter (n. 447.) ſimilia erunt, ſingula ſingulis. Hinc (n. 451.) puncta A, B, C, E, & eorum reſpectiva *a*, *b*, *c*, *e* erunt ſimiliter poſita reſpectu duarum rectarum FD, *fd*, & omnia puncta A, B, C, D, E, F, & eorum reſpectiva *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* erunt pariter inter ſe ſimiliter poſita. Quod erat &c.

Problema IV.

471. *Tabulæ Prætorianæ deſcriptio ex Joanne Jacobo de Marinonis.*

Inſtrumentis omnibus, quæ ad angulorum, diſtantiarúmque menſuras ritè capien-

capiendas excogitata ſint à Geometris, præferri meretur hodierna Tabula, quam Prætorianam vocant, celebris Inventoris ſui Joannis Prætorii adſcito nomine anno 1576., quámque novis animadverſionibus, inventiſque ad meliorem formam, uſúmque revocavit Joannes Jacobus de Marinonis, qui eo ipſo tempore, quo hæc Geometriæ Elementa typis edere parabam, ad me Viennâ transmiſit egregium opus ſuum de re ichnographica; cui, & me plurimùm debere fateor in hac Geometriæ practicæ parte, atque, prout ordo Elementorum feret; ſic ejus inventa breviter perſtringam, ut Tironibus meis acuam ſitim, quò fiat, ut relictis rivulis, ad fontes, ac totius rei ichnographicæ ſcientiam, quam in hoc opere complexus eſt, quantocius ſe conferant. Deſcriptionem Tabulæ referam Auctoris verbis.

Primùm oſtenditur oblonga lignea tabula AB, *& quidem in poſtica, vel infima ejus parte, ut appareat quomodo ſuſtineatur à fulcro in tripodem deſinente.* Tab. XI. Fig. 290.

Deinde conſpicitur fulcri epiſtylium CD *cylindricum, baſim ſupremam habens pedalis diametri, & craſſitiem pollice majorem, ut tripodis genua contineat, ipſi epiſtylio adglutinata, cuneiſque firmata.*

Genibus inſeruntur tripodis crura EF, *trajectis clavis* GH, *qui motui axem ſuppeditant, additis matricibus* IK, *quæ genibus*

nibus crura in unam compagem adſtringunt, & motum liberiorem impediunt.

Ad epiſtylii ſtructuram parati erant tres lignei ſemicylindri L, *quorum in ſingulis pars media integram ſuam retinuit craſſitiem: duo autem reliqui trientes non niſi mediam; ut ſex hi ſectores exciſi, ſimúlque conjuncti, & adglutinati unicum cylindrum componerent, ligni alterationibus minùs obnoxium.*

Quadrum Q R (*hoc nomine uti liceat*) *aptatur Tabulæ in poſtica ejus parte; inſéritur nempe ſubſcudibus ibi affixis, pérque cochleas* Y, X *Tabulæ adſtringitur. In medio hujus quadri firmatus eſt axis orichalcicus, aut ligneus* S T, *qui centrum epiſtylii pervadens, cum quadro, ac Tabula volvitur, à matrice ſua* M *adſtringendus, interjectâ laminâ octogonâ* O, *quæ priſmati* P *congruit.*

Axis centralis N *in quadro firmatus oſtenditur. Non raró tamen ſolet idem axis Tabulæ affigi, vel adglutinari; ſed conſultiùs eſt quadro ipſum apponi, ut Tabula queat à fulcro ſejungi, aliáque ſubſtitui; ſicque idem axis duabus, aut pluribus Tabulis inſerviat.*

Menſura Tabulæ arbitraria relinquitur. Olim erat unius pedis quadrati, ideóque modici uſûs. Nunc ejus longitudo excrevit ad tres pedes, latitudo ad duos cum dimidio, ut nimirum excedat folium chartæ majoris, quam imperialem appellant.

Charta

Charta Tabulæ apponenda, resectis extremis marginibus, ut fiat rectangula, tota madefit ope humidæ spongiæ, vel humidi penicilli majoris, sicque convoluta relinquitur ad horæ spatium.

Deinde margines tenaci glutine farinaceo in adversa parte obducti, Tabulæ adglutinantur; postque levem extensionem charta rursum madefit intra margines, ut hi exsiccentur, folio adhuc humido manente.

Nocet autem hujusmodi folio paulo ante extenso proximitas fenestræ, vel januæ patentis; quia ob liberum aëris ingressum nimis citò exsiccatur; ideóque à glutine non detinetur. Nocet quoque vicinia calefactæ fornacis, vel, si æstivo tempore soli exponitur; quoniam, si fuerit exsiccatum, & à glutine detineatur, vi caloris contrahitur, & laceratur.

Addit prætereà accuratè, more suo, complures alias observationes in constructione hujus Tabulæ, ac præsertim, ut ubivis situm horizontalem exactè obtineat, aliáque ejuscemodi in praxi obeunda; quæ singula Lector, cum occasio feret, poterit ex ipsius opere facilè cognoscere. Venio jam ad alteram hujus Instrumenti partem, quæ praxim spectat, ex eodem Scriptore luculenter descriptam.

Problema V.

472. *Tabulæ Prætorianæ usus, atque præstantia. Quoniam fulcrum per motum*

tripodis ad horizontem adducitur, charta ſupra tabulam fulcro parallelam extenſa, planum horizontale præſefert.

In hoc itaque plano punctum eligitur primæ ſtationi datæ, vel ad libitum ſumptæ reſpondens, & acu verticaliter infixa ſignatur. Tabula verò ita dirigitur ſecundùm viſam, vel relatam extenſionem areæ, ut complura ſequentium ſtationum, aliáque ichnographica puncta in Tabulæ charta ſignari queant; cúmque prima baſis pervia, & apta electa fuerit, ad ejus terminum viſum recta linea in tabula ducitur, & ſtationis adeundæ linea vocatur.

Hæc porro, quatenus ab aliis, quæ ductæ, vel ducendæ ſunt, diſtingui poſſit, acu altera, in eadem directione, prout ſpatium patitur, antrorſum, vel retrorſum fixa, & non parum diſtante notatur.

Signo ibi poſito, niſi quodpiam ſtabile fuerit, tranſitur ad ſequentem ſtationem; & in ipſo tranſitu ſumitur menſura diſtantiæ, quæ baſim conſtituit.

Ejus longitudo reducta, ſive à Scala deſumpta, transfertur in ejus lineam, ut habeatur terminus baſis aſſumptæ, nempe ichnographicum punctum ſecundæ ſtationis, acu pariter infixa ſignandum. Ex hoc novo centro licebit alias rectas quotcunque ducere lineas, poſtquam tabula in debito ante omnia ſitu conſtituta, & punctum præcedentis ſtationis directum fuerit ad ſignum in ipſa relictum.

Ita

Ita porrò per Tabulæ motum circularem, & rectum linea stationis redit ad verticale planum, in quo signata fuit; & reliquæ lineæ omnes prius ductæ evadunt parallelæ verticalibus planis, in quibus eæ ducebantur. Proinde collineando ad objecta prius visa, & intersecando lineas in præcedenti statione ad eadem ductas, puncta intersectionum fiunt puncta ichnographica objectorum distantium.

Verùm hæc exemplis, & praxi multò evidentiùs intelligent Tirones.

Problema VI.

473. *Aream rectilineam perviam ex unica statione ichnographicè describere.* TAB. XI. Fig. 291.

Resolutio. I. Positâ Tabulâ Prætorianâ in situ horizontali, ut semper esse debet, ac præterea, si lubeat, in uno figuræ angulo, ita ut punctum *a* vertici ejus immineat: per dioptras regulæ affixas collineatio fiat in baculos in singulis angulis B, C, D, E defixos; ducantúrque lineæ indefinitæ *a b*, *a c*, *a d*, *a e*.

II. Investigetur longitudo rectarum *a* B, *a* C, *a* D, *a* E.

III. Deinde juxta scalam modicam determinentur in Tabula rectæ *a b*, *a c*, *a d*, *a e*.

IV. Ducantur *b c*, *c d*, *d e*.

Dico *a b c d e* esse similem figuræ A B C D E.

Demonstratio. Nam triangula *a b c*,

a B C per Conſtr. ſimilia ſunt, cum habeant latera *ab*, *ac*, *a*B, *a*C circa communem angulum *a* proportionalia. Atque ita porro de reliquis triangulis. Quod erat &c.

Aliter.

TAB. XI. Fig. 292. I. Tabulâ intra figuram poſitâ, eligatur punctum *g*, ex quo per dioptras regulæ affixas, ut ante, collineatio fiat in bacillos defixos in A, B, C, D, E, F; ducantúrque rectæ indefinitæ *ga*, *gb*, *gc* &c.

II. Inveſtigetur longitudo rectarum *g* A, *g* B, *g* C &c.

III. Inde determinetur longitudo rectarum *ga*, *gb*, *gc* &c. juxta ſcalam modicam.

IV. Tandem ducantur *ab*, *bc*, *cd*. &c.

Dico *abcdef* eſſe ſimilem figuræ AB CDEF.

Demonſtratio eſt eadem.

Problema VII.

TAB. XII. Fig. 293. 474. *Ichnographiam areæ* A B C D E *non ubique perviæ, cujus anguli videri poſſint, ex duabus ſtationibus* A *&* B *perficere.*

Reſolutio. I. Poſitâ tabulâ in A, collineatio fiat in ſingulos areæ angulos B, C, D, E; ducantúrque in menſula verſùs eorundem vertices rectæ ex puncto *a*.

II. Quæratur diſtantia ſtationum A, B, & in menſulam ex Scala geometrica transferatur in *a b*.

III.

III. Mensula ex A deferatur in B, hac lege, ut punctum cognomine *b* in eâ designatum, ipsi B respondeat, & regulâ ad lineam *b a* applicatâ, per dioptras collineanti baculus in A defixus occurrat.

IV. Ex puncto *b* secundæ stationis in singulos rursus figuræ angulos collineatio fiat, & versùs eosdem rectæ ducantur, quæ priores in *e*, *d*, *c* intersecant.

V. Denique jungantur intersectionum puncta *a* & *e*, *e* & *d*, *d* & *c*, rectis *a e*, *e d*, *d c*.

Dico Ichnographiam esse absolutam.

Demonstratio. Nam per Constructionem in utraque statione A & B, eadem linea *a b* & *b a* congruit eidem directioni; angulíque E *a* D, D *a* C, C *a* B primæ stationis, æquantur angulis *e a d*, *d a c*, *c a b* secundæ stationis, singuli singulis; adeóque lineæ *a* E, *a* D, *a* C parallelæ sunt lineis *a e*, *a d*, *a c*. Hinc facilè demonstrabis triangula E *a* D, D *a* C, C *a* B similia respectivè triangulis *e a d*, *d a c*, *c a d*; adeóque &c. Quod erat &c.

Scholion.

Hæc cursim indicare libuit, quantùm satis esset, ut Tirones intelligerent abstracta hæc, ut vocant, Theoremata exercendæ praxi viam ipsis amplissimam aperire, & quod caput est, ideoneos reddi legendis Scriptoribus majoris notæ, qui hanc materiam accuratiùs tractârint.