

ELEMENTUM II.

*De variis Rectarum Linearum nunquam concurrentium affectionibus.*

PARALLELARUM theoria independenter à triangulis planiore methodo demonstrata, quanti momenti futura sit in universâ Geometria, usu ipsò intelligent Tirones.

DEFINITIONES.

95. *Rectæ lineæ AB, CD, paralleleæ, seu equidistantes sunt, quæ utrinque in infinitum protractæ equalibus semper intervallis inter se distant.*

TAB. I. Fig. 30.

Æqualia autem intervalla desumuntur penes perpendiculares EF, EF.

Generantur paralleleæ, si recta EF ad rectam CD perpendicularis, per CD semper perpendiculariter moveatur. Tunc enim ejus extremum E. describit parallelam AB.

Scholion I.

96. *Ratio verò cur Geometræ intervalla, altitudines, omnia denique metiantur lineâ perpendiculari, ea est, quia mensura alicujus rei debet esse stata, & determinata, & non indefinita; inter cunctas autem lineas rectas, penes quas sumitur omnis mensura, sola linea perpendicularis est certæ, determinatæque longitudinis, aliæ verò omnes indeterminatæ, modò breviores, modò longiores, quæque sexcentis modis variari possunt.*

## Scholion II.

97. Est & aliud instrumenti genus, quo in ducendis juxta varias positiones in charta parallelis interdum utimur, & Parallelismum vocamus, ex duabus regulis A B, CD compositum, quæ ejusdem ubique latitudinis, retinaculis uniformibus ita conjunguntur, ut retinacula intervallis æqualibus EG, FH à se invicem distent; ipsæ autem regulæ variis intervallis diduci queant.

TAB.  
I.  
Fig.  
31.

## Corollarium I.

98. Perpendiculares omnes inter rectas parallelas comprehensæ, sunt inter se æquales.

## Corollarium II.

99. Recta, quæ uni parallelarum perpendicularis est, erit pariter perpendicularis alteri parallelæ.

## Corollarium III.

TAB. 100. Perpendiculares omnes inter I. duas parallelas comprehensæ, sunt pariter inter se parallelæ. Nam, si duæ Fig. 30. rectæ EF, EF perpendiculares eidem rectæ CD non sunt inter se parallelæ, productæ concurrent in aliquo puncto O; itaque ab eodem puncto O duæ perpendiculares duci poterunt ad eandem rectam CD; quod est absurdum (n. 90.)

Corol.



## Corollarium IV.

101. Parallelarum partes  $EE$ ,  $FF$  à perpendicularibus  $EF$ ,  $EF$  interceptæ, sunt inter se æquales. Nam rectæ  $EE$ ,  $FF$  perpendiculares sunt super lineas  $E$ ,  $F$ ,  $EF$ , quæ per Corol. præced. sunt parallelæ; & consequenter  $EE$ ,  $FF$  sunt æquales inter se (n. 98.).

## Corollarium V.

102. A puncto extra rectam lineam dato unica eidem parallela duci potest. Nam alia quæcunque vel ad eandem converget, vel ab eadem diverget.

## PROPOSITIO I.

103. Problema. Dato extra rectam  $C$   $D$  puncto  $E$  parallellam ducere. Euclid. lib. I. prop. 31.

*Constructio.* A puncto  $E$  demittatur  $E$   $F$  perpendicularis rectæ  $CD$ : in qua sumatur quodvis aliud punctum  $G$ , à quo excitetur perpendicularis  $GH$  (n. 70.): fiat  $GH$  æqualis  $EF$ ; & à puncto dato  $E$  per  $H$  ducatur recta  $EH$ . Dico factum.

*Demonstratio.* Constat ex constructione, & n. 95.

*Aliter.* Ex dato puncto  $E$  duc  $E$   $F$  perpendicularem ad  $CD$ : ad  $E$   $F$  deinde ex dato puncto  $E$  excita perpendicularem  $EB$  [n. 70.]. Hæc est parallela quæsitæ [n. 91.] Quod erat &c.

TAB.  
I.  
Fig.  
38.

Scholion.

In planitie funibus, & hastis obtinebitur, quod in charta circinò, & regulà.

PROPOSITIO II.

TAB. 104. Problema. Datã rectã AB obli-  
I. què incidente inter duas parallelas EF,  
Fig. GH, ducere ab alio quovis puncto C, sum-  
32. pto in linea EF, obliquam alteram æqua-  
liter inter duas parallelas inclinatum.

Constructio. Ab extremitate A, ubi recta AB obliquè incidens secat parallelam EF, demittatur perpendicularis AP super parallelam GH; & similiter à puncto dato C demittatur perpendicularis altera CQ; tum circinò interval- lum BP transferatur à Q in D: à quo ducta recta DC erit æqualiter inclinata.

Demonstratio. Perpendiculares AP, CQ inter duas parallelas sunt æquales (n. 98.): distantie pariter BP, DQ sunt per constructionem æquales. Quare, si intelligamus figuram CDQ figuræ ABP superponi, rectæ CQ, QD perfectè congruent sibi æqualibus rectis AP, PB, sic ut duo puncta C & D cadant supra duo puncta A & B, adeoque (n. 22.) recta CD supra rectam AB; atque hinc CD, AB erunt æqualiter inclinata. Quod erat &c.

Corol.



## Corollarium I.

105. Rectæ AB, CD æqualiter inclinatas inter parallelas, sunt æquales.

## Corollarium II.

106. Partes AC, BD ex iisdem parallelis comprehensæ inter duas æqualiter inclinatas AB, CD, sunt pariter inter se æquales. Nam partes AC, PQ, TAB. I. & perpendicularibus interceptæ, sunt æquales [n. 101.]: distantia BP, DQ Fig. 32. sunt pariter æquales per constructionem. Ergo, si à PQ auferatur DQ, & eidem PQ adjiciatur BP æqualis ipsi DQ, recta BD fiet æqualis rectæ PQ, & consequenter rectæ AC.

## Corollarium III.

107. Rectæ AB, CD æqualiter inclinatas inter duas parallelas MN, OP, sunt inter se parallelæ. Si enim non essent parallelæ, necessariò concurrerent in aliquo puncto, puta, R: à quo demissa perpendiculari RS super parallelam TAB. I. OP, obliqua RB remotior esset ab eadem perpendiculari, quàm obliqua RD; Fig. 33. ergo illa magis esset inclinata, contra suppositionem.

## PROPOSITIO III.

108. Theorema. Si duæ rectæ parallelæ AB, CD in tertiam EF incidant, efficiunt angulos ABF, CDF ad eandem partem constitutos æquales. TAB. I. Fig. 34.

Demon-

*Demonstratio.* Cùm enim anguli quantitas nihil sit aliud, quàm linearum inclinatio, unius in alteram [ n. 41. ], æqualitas harum inclinationum erit æqualitas angulorum. Duæ autem rectæ AB, CD non poterunt esse invicem parallelæ, quin sint æquè pariter inclinatæ super lineam EF. Perspicuum itaque est angulum ABF æquari angulo CDF. Quod erat &c.

## DEFINITIO.

TAB. 109. *Incidente rectâ EF in duas parallelas AB, CD duo anguli BGH, DHG I. dicuntur interni ad easdem partes, sicuti Fig. etiam duo AGH, CHG. Duo anguli 35. AGH, DHG vocantur alterni. Angulus EGB dicitur externus; at verò internus ad easdem partes angulus GHD.*

## PROPOSITIO IV.

110. *Theorema. Si duas rectas AB, CD parallelas secuerit recta EF, erunt æquales alterni anguli AGH & GHD. Euclid. lib. I. prop. 27. pars I-*

*Demonstratio.* Per præced. anguli A GH & CHF ad eandem partem constituti, sunt æquales. Atqui [ n. 86. ] I. angulus CHF æquatur angulo GHD Fig. opposito ad verticem. Itaque anguli 35. alterni AGH & GHD æquales sunt. Quod erat &c.

*Corollarium.*

PRAXIS. *Ex hoc theoremate consequitur*



*tur resolutio problematis, quo jubemur per datum punctum G parallelam ducere ad datam rectam CD. Ex G ducatur utcumque GF secans datam CD in puncto H: ad punctum G fiat angulus AGH par angulo alterno DHG: erit AB parallela ad datam rectam CD.*

## PROPOSITIO V,

III. Theorema. *Si recta EF in duas rectas parallelas AB, CD incidit, angulus externus EGB interno EHD ad eandem partem æqualis erit. Euclid. lib.*

i. prop. 27. pars 2.

*Demonstratio patet ex Prop. 3.*

*Aliter.* Angulus EGB æquatur op- TAB. I.  
posito ad verticem AGH [n. 86.]. At- I.  
qui angulus AGH æquatur sibi alterno Fig.  
EHD: ergo angulus externus EGB 35.  
æquatur interno ad easdem partes EHD.

Quod erat &c.

## PROPOSITIO VI.

III. Theorema. *Recta EF incidens in TAB. I.  
duas rectas parallelas AB, CD, angulos I.  
ad easdem partes internos, nimirum, AG Fig.  
H, CHG dnobus rectis æquales efficit. 35.  
Euclid. lib. i. prop. 27. pars 3.*

*Demonstratio.* Angulus AGH plus  
angulo BGH æquatur duobus rectis  
(n. 74.). Atqui per præced. angulus B  
GH æquatur sibi alterno CHG. Ergo  
angulus AGH plus angulo CHG  
æquatur duobus rectis. Eodem modo  
duos

duos angulos BGH, DHG ad easdem partes internos, duobus rectis æquales esse demonstrabis. Quod erat &c.

## PROPOSITIO VII.

113. Theorema. Si duas rectas AB, CD secans recta GO alternos angulos AEO, EOD æquales fecerit, erunt AB, CD parallelae. Euclid. lib. I. prop. 28.

*Demonstratio.* Si negas, sit ergò alia TAB. XEZ per punctum E ad CD parallela.  
1. Ergò [110] angulus XEO par est al-  
Fig. terno EOD; quod fieri non potest,  
36. cum per hypothefin AEO par sit ei-  
dem EOD. Quod erat &c.

## PROPOSITIO VIII.

114. Theorema. Si duas rectas AB, CD secans recta GO fecerit externum angulum GEB æqualem opposito interno GOD, erunt AB, CD parallelae. Euclid. lib. I. prop. 29. pars 1.

*Demonstratio.* Angulus GEB æqua-  
Fig. tur [n. 86.] angulo AEO opposito ad  
36. verticem. Atqui per hypothefin GEB æquatur GOD. Ergò etiam AEO æquatur sibi alterno EOD. Ergò per præced. AB, CD sunt parallelae. Quod erat &c.

## PROPOSITIO IX.

Fig. 115. Theorema. Si duas rectas AB,  
36. CD secans recta GO fecerit duos ad easdem partes internos angulos AEO, EOC pares



pares duobus rectis, erunt  $AB, CD$  parallelae. Euclid. lib. I. prop. 29. pars 2.

*Demonstratio.* Angulus  $COE$  cum  $DOE$  facit duos rectos. Sed per hypothesein idem  $COE$  cum  $AEO$  facit duos rectos. Ergo  $AEO, DOE$  alterni sunt aequales. Ergo (n. 113.) rursus  $AB, CD$  sunt parallelae. Quod erat &c.

## PROPOSITIO X.

116. Theorema. Si duae rectae  $AB, CF$  sint parallelae ad eandem rectam  $DN$ , erunt inter se parallelae. Euclid. libr. I. prop. 30.

*Demonstratio.* Patet per se, & ex praecedentibus. Nam, si omnes secantur recta  $GO$ , erit [ n. 111. ] angulus externus  $GEB$  par interno  $EHN$ . Est vero  $EHN$  externus respectu  $HOE$ , ac proinde aequales. Ergo etiam  $GEB$  par est  $EOF$ ; ac proinde [ n. 114 ]  $AB, CF$  sunt inter se parallelae, Quod erat &c.

TAB.  
II.  
Fig.  
37.

## PRAXIS GEOMETRICA

## LIBELLATIONIS.

PARALLELARUM, seu aequidistantium linearum theoria artificium aperit, quod ars librandi instituitur, seu ars libellandi, ut alii vocant: cujus scopus est inquirere, an duo, vel plura puncta, lineae in terrae superficie existentis sint aequae

D

alta

alta, & quantus sit excessus unius altitudinis supra alteram. Hoc artificiò inæquales altitudines ad æqualitatem reducimus; & potissimum ex altiore loco aquas in depresso rem deducimus tantâ velocitate, quantâ opus est. Quare, ut in hiscè nostris Elementis Tirones discant theoriam praxi conjungere, pauca quædam de libellatione hoc locò attingam.

## DEFINITIONES.

117. Duo puncta, quæ à centro terræ æquidistant, vocantur libellæ puncta.

Linea, cujus omnia puncta æquidistant à centro terræ, appellatur linea veræ libellæ, quæ idcirco curva esse debet.

## Scholion.

Cùm partes omnes fluidorum quiescentium eandem à centro telluris distantiam habeant, alioqui remotiores vigravitatis ruerent versus locum depresso rem: hinc stagnantes superficies lacuum sunt ad veram libellam constitutæ.

118. Linea libellæ apparentis est recta BD, tangens terræ circumulum; Et consequenter perpendicularis semidiametro AB.

Hæc linea dicitur libellæ apparentis, quia puncta extrema B & D non æquidistant à centro terræ. Omnis itaque linea horizonti parallela, quæ producta à superficie terræ divergit, quemadmodum

TAB.  
IV.  
Fig.  
45.



dum tangens producta recedit à circumferentia circuli, vocatur linea libellæ apparentis.

*Recta CD intercepta à tangente, & circulo, est differentia libellæ apparentis à vera.*

*Scholion.*

*Quando linea libellæ apparentis protenditur ad 100, vel 150 hexapedas, hæc differentia contemni potest. Quòd si hanc longitudinem excedat, habenda erit hujus differentie ratio, ut alibi in Trigonometria demonstrabitur.*

*Corollarium.*

119. Hinc pavimenta plano horizontali exæquari solita à cæmentariis libellatione compositâ, componuntur quoque ex pluribus superficiebus planis polygonam superficiem constituentibus. Nam hoc ipso quòd libellatio composita fit ex pluribus applicationibus regulæ, cui superponitur libella cum perpendicularo tendente ad centrum terræ, necesse est pavimenti superficiem constare ex tot planis superficiebus, quot sunt regulæ collocationes diversæ. Nam perpendiculara extra eandem rectam lineam posita non sunt in rigore geometrico parallela, sed convergunt in centrum terræ; & consequenter planæ illæ superficies rectos angulos cum suis quæque perpendicularis

efficientes, inclinantur ad invicem, neque constituunt unicam planam superficiem, sed compositam ex pluribus.

120. Libella est instrumentum, quod invenitur linea horizontalis, & ad datum quodcumque intervallum continuatur. Quamvis autem plura libellarum genera à Viris celeberrimis Philippo de la Hire, Roemero, Hugenio, Picardo, aliisque excogitata sint: tamen omnium commodissimum in praxi videtur illud, quod propriâ experientiâ fretus commendat P. Ricciolius Geograph. reform. lib. 6. cap. 16., & passim nostrâ hâc ætate à Recentioribus usurpatur.

**TAB.** I. Super regula AB pedum 12, aut ad  
**IV.** summum 20 canaliculò excavatò inferatur  
**Fig.** tubus metallicus CD ex bracteis fer-  
**46.** reis, stannò contra rubiginem oblitis, conflatus, cruribus CA, BD ad angulos rectos reclinatis.

II. In C & D afferrumentur cochleæ orichalceæ, quibus inferi possint aliæ duæ cochleæ E & F, & tubus claudi quàm artissimè.

III. Cochleis autem E & F inferantur, & peculiari quòdam glutine vitrariis notò conferrumentur crystallini duo tubi G & H pellucidi, & ad AB normales; orificia verò tuborum E & F obturentur, ne aqua effluere possit.

IV, Medium autem regulæ K superpositum sit suo fulcro sic, ut liberè huc illuc-



illucque libella moveri possit, & in situ eodem, si necesse sit, immota servari.

V. His peractis, si tubus aqua impleatur, & oculus O per utriusque aquae superficiem in scopum P collimet, erit OLIP linea parallela horizonti; quia aquarum summitates I & L consistentes distant aequaliter a centro terrae. Si aqua fuerit colorata, distinctius internoscuntur ejus summitates. At, qui nondum fuerit assuetus collineationi per summitates aquae, inquit Ricciolius, poterit uti setis equinis horizonti parallelis, & altitudini aquae utriusque tubi congruentibus, attollendo eas, aut deprimendo, prout opus fuerit, donec congruant aquae superficiei.

VI. Jam verò, ut evidentius discernatur scopus, pericis praectis inseruntur bracteae H & K, ut in sequenti figura, candido colore in sui centro notatae intra campum caeruleum, aut nigrum, vel lucernulae, si libellatio de nocte fiat: quae bracteae, vel lucernae possint attolli, deprimique, & fisti ubilibet.

Fig.  
47.

*Exemplum I.*

121. Esto solum ACB. Oporteat metiri, an A sit altius, quam B, & quantum.

I. Praeparentur duo hastilia AF, BG, plurium pedum, puta, 8, aut 10, & amplius: pedes dividantur in uncias duodenas, & unciae in duodena puncta, juxta usitatum in nostris regionibus di-

TAB.  
IV.  
Fig.  
47.

visionem : hastilibus inferantur bracteæ H & K jam descriptæ.

II. His paratis , & libellâ inter duos terminos A & B collocatâ , librator admoveat oculum ad E superficiem aquæ , jubeatque gestatorem hastilis AF perpendiculariter defixi in A , attollere , aut deprimere bracteam H , donec radius visivus per summitates , seu extrema aquæ E & D transmissus incidat opticè in meditullium scopi candidi H : quò factò numerentur pedes , uncia , & puncta intercepta inter terminum A , & centrum scopi H.

III. Transferat deinde librator oculum in D , & eòdem modò collineet in scopum K.

IV. Subtrahatur altitudo AH ab altitudine BK : differentia BL dabit declivitatem termini A supra terminum B.

*Scholion.*

*Intervalla inter libellam , & scopos , quantò breviora sumuntur , minoris erroris periculum erit. P. Ricciolius putat justum intervallum inter libellam , & hastile esse passuum inter 50 , & 100.*

*Exemplum II.*

122. Sit invenienda altitudo puncti A supra punctum R. Factâ autem primâ libellæ collocatione in E , observatisque  
 TAB. IV. scopis B & C , notentur in Scheda , cui  
 Fig. titulus sit sinistra columna , partes inter-  
 48. valli AB , quæ sint , puta , pedes 2 , un-  
 cia 3 , puncta 5 ; & sub altera dextera colum-



columna notentur partes intervalli C D, quæ sint pedes 4, uncia 2, puncta 3.

Fiat deinde statio secunda in F, manente interim hastâ in D; & ita ferente situ observentur puncta G & H; notenturque in sinistra partes intervalli G D, quæ sint pedes 2, uncia 10, puncta 6, & in dextera partes H I, quæ sint pedes 9, uncia 2, puncta 7.

Manente verò hastâ supra I, fiat tertia statio libellæ in K; observatisque punctis L & M, notentur sub sinistra partes I L, nimirum, pedes 4, uncia 3, puncta 8, & sub dextera partes M N, nempe, pedes 10, uncia 3, puncta 2.

Tandem manente hastâ supra N, fiat quarta statio in O; & observatis punctis P & Q, notentur sub sinistra partes P N, & sub dextera partes Q R, ut in appositâ tabella. Quare, summâ partium sinistrarum subtractâ à summa dextrarum, exhibebit totam altitudinem AS pedum 24, unciarum 3, punctorum 1, quâ punctum A altius est puncto R, ut vides.

Stationes	Sinistra.			Dextra.		
	Pedes.	Uncia.	Puncta.	Pedes.	Uncia.	Puncta.
1.	2.	3.	5.	4.	2.	3.
2.	2.	10.	6.	9.	2.	7.
3.	4.	3.	8.	10.	3.	2.
4.	4.	5.	9.	14.	6.	5.
Summa	13.	11.	4.	38.	2.	5.
	Subtrahe			13.	11.	4.
	Altitudo			24.	3.	1.

*Exemplum III.*

123. Sit punctum A; quæratúrque, an sit altius punctô B. Prima statio sit in C; in qua observatis scopi utriusque centris D & E, notentur sub sinistra partes AD, quas fingamus esse pedum 4, unciarum 3, punctorum 2, & sub dextera partes EF, quæ sint pedes 7, uncia 1, puncta 4.

Secunda statio sit in G; notentúrque partes sinistrae HF, & dextrae KI.

Similiter tertia statio sit in M, & quarta in P; & eadem methodô notentur partes sinistrae, & dextrae, ut in adjuncta tabella.

His peractis, redigantur in unam summam numeri partis sinistrae seorsim, & seorsim numeri partis dextrae. Nam, si summæ fuerint utrinque æquales, puncta A & B erunt æquè alta; sin autem fuerint inæquales, summa minor punctum altius, & major punctum depressius ostendet; & subtrahendo minorem, differentia erit quantitas pedum, unciarum &c., quibus unum alterô altius est. Nam quotcunque fuerint diversitates ascendendi, & descendendi, computatio altitudinis quæsita obtinetur, si summa numerorum sinistrae comparetur cum summa numerorum dextrae, & minor à majore subtrahatur.

Sinistra

TAB.  
IV.  
Fig.  
49.



	Sinistra.			Dextra.		
Stationes	Pedes. Unciæ. Puncta.			Pedes. Unciæ. Puncta.		
1.	4.	3.	2.	7.	1.	4.
2.	10.	3.	5.	3.	3.	7.
3.	2.	9.	4.	12.	1.	6.
4.	3.	10.	9.	11.	9.	10.
Summa	21.	2.	8.	34.	4.	3.
	Subtrahe			21.	2.	8.
	Altitudo			13.	1.	7.

*Scholion.*

*In libellationibus præsertim longioribus alii dioptras adhibent, ut certius colliment, alii dioptrarum locò telescopia.*

## ELEMENTUM III.

*De Lineis Circularibus, earumque mutuò inter se, & cum Lineis Rectis occurſu.*

SUPERIORIBUS Elementis, postquam reftarum linearum invicem concurrentium, & earum etiam, quæ nunquam concurrunt, symptomata persecuti fuimus, ordo rerum postulat, ut hæc eadem consideratio ad lineas circulares traducatur.

## DEFINITIONES.

124. Planam superficiem comprehensam circuitu unius lineæ *ABGDE*, IV. Fig. cujus omnia puncta æqualiter distant ab *D* 5. eodem 50.