

## Algebraische Aufgaben zu Klassenarbeiten in der Prima des Gymnasiums.

- 1)  $x^2 - xy = -35$   
 $y^2 - xy = 60.$   
 $x = \pm 7, y = \pm 12.$
- 2)  $x + y = 20$   
 $x^3 + y^3 = 2240.$   
 $x = 12, 8; y = 8, 12.$
- 3)  $xy^2 + y = 22$   
 $x^3y^6 + y^3 = 8008.$   
 $x = 5, 0.005; y = 2, 20.$
- 4)  $x^2y + y^2 = 6$   
 $x^6y^3 + y^6 = 72.$   
 $x = \pm 1, \pm \sqrt{-1}; y = \pm 2, \pm \sqrt{2}.$
- 5)  $x^2 + y^2 = 41$   
 $x^4 + y^4 = 881.$   
 $x = \pm 5, \pm 4; y = \pm 4, \pm 5.$
- 6)  $x^2 - y^2 = 16$   
 $x^4 + y^4 = 706.$   
 $x = \pm 5, \pm 3\sqrt{-1}; y = \pm 3, \pm 5\sqrt{-1}.$
- 7)  $x + y = 8$   
 $x^4 + y^4 = 706.$   
 $x = 5, 3, 4 \pm \sqrt{-97};$   
 $y = 3, 5, 4 \mp \sqrt{-97}.$
- 8)  $x - y = 7$   
 $x^5 - y^5 = 160027.$   
 $x = 11, -4, \frac{1}{2}(7 \pm \sqrt{-323});$   
 $y = 4, -11, \frac{1}{2}(-7 \pm \sqrt{-323}).$
- 9)  $x + y = 13$   
 $\frac{13x}{x+y} - \frac{65(10-y)}{x^2-y^2} = 3.$   
 $x = 9, 3; y = 4, 10.$
- 10)  $x + y = 11$   
 $\frac{\sqrt{9x^2 - 12xy + 4y^2} - \frac{15}{y}}{y} = 13.$   
 $x = 8, 10; y = 3, 1.$
- 11)  $yz^2 = 36$   
 $x + y = 9$   
 $x^2 - y^2 = z^2.$   
 $x = 5, 8\frac{1}{2}; y = 4, \frac{1}{2}; z = \pm 3, \pm 6\sqrt{2}.$
- 12)  $xz = y^2$   
 $x + y - z = 11$   
 $x^2 - y^2 + z^2 = 61.$   
 $x = 9, -4, 3 \pm \sqrt{34}; y = 6, 5;$   
 $z = 4, -9, -3 \pm \sqrt{34}.$
- 13)  $x - y = -7$   
 $x^2 + y - \sqrt{x^2 + y} = 56.$   
 $x = 6, -7, \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{229});$   
 $y = 13, 0, \frac{1}{2}(13 \pm \sqrt{229}).$
- 14)  $y - x = 8$   
 $x^2 + y - \sqrt{x^2 + y} = 56.$   
 $x = 7, -8, -\frac{1}{2} \pm \sqrt{165};$   
 $y = 15, 0, 7\frac{1}{2} \pm \sqrt{165}.$
- 15)  $xy = 12$   
 $x^2 + y^2 - \sqrt{x^2 + y^2} = 20.$   
 $x = \pm 4, \pm 3, \pm \sqrt{10} \pm \sqrt{2};$   
 $y = \pm 3, \pm 4, \pm \sqrt{10} \mp \sqrt{2}.$
- 16)  $x - y - \sqrt{x-y} = 20$   
 $x^3 - y^3 = 26875.$   
 $x = 30, -5, \frac{1}{4}(32 \pm \sqrt{8617});$   
 $y = 5, -30, \frac{1}{4}(-32 \pm \sqrt{8617}).$

- 17)  $x^2 - y + \sqrt{x^2 - y} = 20$   
 $x^4 + y = 634.$   
 $x = \pm 5, \pm \sqrt{-26},$   
 $\pm \sqrt{\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{2637})};$   
 $y = 9, -42, \frac{1}{2}(-51 \pm \sqrt{2637}).$
- 18)  $\sqrt{x^3 + y} + x^3 + y = 12$   
 $x^6 - y = 63.$   
 $x = 2, -\sqrt[3]{9}, \sqrt[3]{\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{317})};$   
 $y = 1, 18, \frac{1}{2}(31 \mp \sqrt{317}).$
- 19)  $x^2 + y + \sqrt{x^2 + y} = 12$   
 $x^6 + y^3 = 189.$   
 $x = \pm 2, \pm \sqrt{5}, \pm \sqrt{8 \pm \frac{1}{24}\sqrt{-5010}};$   
 $y = 5, 4, 8 - \frac{1}{24}\sqrt{-5010}.$
- 20)  $\frac{x^3 + y^3}{x - y} = \frac{1343}{3}$   
 $x^2 - xy + y^2 = 79.$   
 $x = \pm 10, y = \pm 7.$
- 21)  $x^2y^2 + x^2 = 125$   
 $x^2y^2 - y^2 = 96.$   
 $x = \pm 5, \pm \sqrt{5}; y = \pm 2, \pm 2\sqrt{6}.$
- 22)  $(x + y)(x^2 + 3y^2) = 259$   
 $(x - y)(x^2 + 3y^2) = 111.$   
 $x = 5, 2\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{-3});$   
 $y = 2, -1 \pm \sqrt{-3}.$
- 23)  $(x + y)^2(x - y) = 32$   
 $(x + y)(x - y)^2 = 16.$   
 $x = 3, 1\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{-3});$   
 $y = 1, \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{-3}).$
- 24)  $\frac{x^4 - 28x^2 + 82x^2 + 416x - 72}{x^2 - 4x - 18} = 0.$   
 $x = 23.832 \dots, 0.167 \dots$
- 25)  $\sqrt{x + 2} + \sqrt{11 - x} = 5.$   
 $x = 7, 2.$
- 26)  $\sqrt{x + 8} - \sqrt{9 - x} = 3.$   
 $x = 8, -7.$
- 27)  $\sqrt{10x + 1} + \sqrt{4x - 7} = 14.$   
 $x = 8, 141\frac{2}{9}.$
- 28)  $\sqrt[3]{8x^3 + 36x^2 + 54x + 27} = \sqrt{34x - 1}.$   
 $x = 5, 0, 5.$
- 29)  $\sqrt[4]{9x^2 - 48x + 64} + \sqrt{2x + 3} = 10.$   
 $x = 11, 1011.$
- 30)  $\sqrt{9x + 1} - 2\sqrt{x + 2} = \sqrt{2(x - 5)}.$   
 $x = 7, -2\frac{1}{23}.$
- 31)  $\sqrt{7x + 1} - 3\sqrt{x - 4} = \sqrt{2x - 1}.$   
 $x = 5, -4\frac{9}{14}.$
- 32)  $\sqrt{3x - 5} - \sqrt{x + 2} = \sqrt{x - 6}.$   
 $x = 7, -2\frac{1}{3}.$
- 33)  $\sqrt{3x + 1} + \sqrt{x + 1} = \sqrt{7x + 8}.$   
 $x = 8, -1\frac{1}{3}.$
- 34)  $\sqrt{3x - 5} + \sqrt{x - 1} = \sqrt{7x - 6}.$   
 $x = 10, \frac{2}{3}.$
- 35)  $3\sqrt{3x - 5} - 2\sqrt{x - 1} = \sqrt{8x + 1}.$   
 $x = 10, \frac{173}{97}.$
- 36)  $\sqrt{3x + 4} - \sqrt{x - 3} = \sqrt{x + 2}.$   
 $x = 7, -2\frac{1}{3}.$
- 37)  $\sqrt{3x + 1} - \sqrt{2x - 9} = \sqrt{x + 4}.$   
 $x = 5, -4\frac{1}{2}.$
- 38)  $\sqrt{8x - 7} = \sqrt{3x + 4} + \sqrt{x - 3}.$   
 $x = 7, 4.$
- 39)  $\sqrt{3x + 10} = \sqrt{9x + 4} - \sqrt{x + 3}.$   
 $x = 13, -\frac{3}{13}.$
- 40)  $\sqrt{86 - x} = \sqrt{x + 31} + \sqrt{x + 4}.$   
 $x = 5, 84\frac{1}{5}.$

$$41) \sqrt{2x^2 - 12x + 19} + x^2 + 2 = 6x.$$

$$x = 5, 1, 3 \pm 2\sqrt{3}.$$

$$43) \sqrt{x^2 - 6x + 2} + (x - 3)^2 = 19.$$

$$x = 7, -1, 3 \pm \sqrt{23}.$$

$$45) \sqrt[3]{5x - 11} - \sqrt[3]{5x - 67} = 2.$$

$$x = 15, \frac{3}{5}.$$

$$47) \sqrt[3]{x + 6} - \sqrt[3]{x - 20} = 2.$$

$$x = 21, -7.$$

$$49) \sqrt[3]{515 - x} - \sqrt[3]{128 - x} = 3.$$

$$x = 3, 640.$$

$$51) \sqrt[3]{5x + 12} - \sqrt[6]{25x^2 - 70x + 49} = 1.$$

$$x = 3, -4.$$

$$53) 8 \sqrt{5x - 1} = 2x + 1.$$

$$x = 10, \frac{1}{4}.$$

$$55) 9 \cdot 3 \sqrt{x + 1} = 19.$$

$$x = 8, 11\frac{1}{4}.$$

$$57) 3 \sqrt[3]{5x + 90} = 9 \cdot 3 \sqrt[3]{5x - 8}.$$

$$x = 7, -23\frac{2}{5}.$$

$$59) 5 \sqrt[3]{x + 5} = 25 \cdot 5 \sqrt[3]{x - 2}.$$

$$x = 3, -6.$$

$$61) 5 + \log(x - 5.98) = 3 - \log(x - 5.5).$$

$$x = 6, 5.48.$$

$$63) \sqrt{\frac{x+3}{x-4}} - \sqrt{\frac{x-4}{x+3}} = 1\frac{1}{2}.$$

$$x = 5, -2\frac{2}{9}.$$

$$42) \sqrt{3x^2 - 36x + 106} + x^2 + 22 = 12x.$$

$$x = 9, 3, 6 \pm \sqrt{22}.$$

$$44) \sqrt[3]{38 - x} + \sqrt[3]{x - 3} = 5.$$

$$x = 30, 11.$$

$$46) \sqrt[3]{x + 12} - \sqrt[3]{x - 14} = 2.$$

$$x = 15, -13.$$

$$48) \sqrt[3]{x + 20} - \sqrt[3]{x + 1} = 1.$$

$$x = 7, -28.$$

$$50) \sqrt[3]{x + 328} - \sqrt[3]{x - 6007} = 5.$$

$$x = 11839, -6160.$$

$$52) 25 \sqrt{3x + 4} = 3x - 1.$$

$$x = 7, -1.$$

$$54) 8 \cdot 2 \sqrt{x - 1} = 7.$$

$$x = 2, 2\frac{7}{9}.$$

$$56) 2 \sqrt{3x + 4} = 8 \cdot 2 \sqrt{x - 3}.$$

$$x = 7, 4.$$

$$58) 5 \sqrt[3]{7x + 48} = 18 \cdot 5 \sqrt[3]{7x - 50} + 7 \cdot 5 \sqrt[3]{7x - 50}.$$

$$x = 11, -10\frac{5}{7}.$$

$$60) \sqrt[3]{11x + 4} \log 7 = \log 49 + \sqrt[3]{11x - 94} \log 7.$$

$$x = 11, -2\frac{9}{11}.$$

$$62) 64 \frac{1}{10 - x} - 25 \frac{1}{x - 7} = 0.25.$$

$$x = 12 \pm \sqrt{13}.$$

$$64) \sqrt[3]{\frac{59 - x}{4 + x}} + \sqrt[3]{\frac{4 + x}{59 - x}} = 2\frac{1}{2}.$$

$$x = 52, 3.$$

$$65) \sqrt[3]{\frac{52+x}{4-x}} - \sqrt[3]{\frac{4-x}{52+x}} = 2^{2/3}.$$

$$x = 2, -\frac{704}{3}.$$

$$67) \begin{aligned} (2x-y)(x+y+z) &= 46 \\ (2y-z)(x+y+z) &= 138 \\ (2z-x)(x+y+z) &= 345. \end{aligned}$$

$$x = +5, y = +8, z = +10.$$

$$69) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ x-u &= 1 \\ y-z &= -5 \\ x^3+y^3-z^3-u^3 &= -196. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 3:1 = 6:2.$$

$$71) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ x+u &= 9 \\ y+z &= 6 \\ x^3+y^3+z^3+u^3 &= 585. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 8:4 = 2:1.$$

$$73) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ xu = yz &= 6 \\ x+y+z+u &= 12 \\ x^3+y^3+z^3+u^3 &= 252. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 3:1 = 6:2.$$

$$75) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ x+y+z+u &= 12 \\ x^2+y^2+z^2+u^2 &= 50 \\ x^3+y^3+z^3+u^3 &= 252. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 3:1 = 6:2.$$

$$77) \begin{aligned} \sqrt{x} + \sqrt{y} &= 9 \\ \sqrt{xy}(x+y) &= 820. \end{aligned}$$

$$x = 25, 16, \frac{1}{2}(40 \pm 9\sqrt{-1});$$

$$y = 16, 25, \frac{1}{2}(40 \mp 9\sqrt{-1}).$$

$$66) \begin{aligned} (x+y)(x+z) &= 15 \\ (x+y)(y+z) &= 18 \\ (x+z)(y+z) &= 30. \end{aligned}$$

$$x = +1, y = +2, z = +3.$$

$$68) \begin{aligned} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} &= \frac{25}{xyz} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} &= \frac{21}{xyz} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} &= \frac{16}{xyz}. \end{aligned}$$

$$x = +2, y = +3, z = +4.$$

$$70) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ x+u &= 7 \\ y+z &= 13 \\ x^3-y^3-z^3+u^3 &= -1638. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 4:12 = 1:3.$$

$$72) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ xu = yz &= 12 \\ x-y-z+u &= -6 \\ x^3-y^3-z^3+u^3 &= -1638. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 4:12 = 1:3.$$

$$74) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ x-y-z+u &= 2 \\ x^2-y^2-z^2+u^2 &= 24 \\ x^3-y^3-z^3+u^3 &= 252. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 6:3 = 2:1.$$

$$76) \begin{aligned} x:y &= z:u \\ x-y-z+u &= 3 \\ x^2-y^2-z^2+u^2 &= 45 \\ x^4-y^4-z^4+u^4 &= 3825. \end{aligned}$$

$$\text{Āġj. } 8:4 = 2:1.$$

$$78) \begin{aligned} x-y &= 4 \\ (x^3-y^3)(x^2+y^2) &= 18328. \end{aligned}$$

$$x = 7, -3, 2 \pm \frac{1}{3}\sqrt{-273};$$

$$y = 3, -7, -2 \pm \frac{1}{3}\sqrt{-273}.$$

- 79)  $(x-y)(x^2+y^2) = \frac{13}{3}xy$   
 $(x+y)(x^2-y^2) = \frac{25}{3}xy$   
 $x = 6, -4; y = 4, -6$ .
- 80)  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)(x^3-y^3) = 10.5$   
 $(x-y)\left(\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}\right) = 4.5$   
 $x = +2, +\sqrt{-1}; y = \pm 1, \pm 2\sqrt{-1}$ .
- 81)  $xy = 10$   
 $(x+y)(x^3+y^3) = 931$   
 $x = +5, +2, \frac{1}{2}(\pm\sqrt{-29} + \sqrt{-59});$   
 $y = +2, \pm 5, \frac{1}{2}(\pm\sqrt{-29} \mp \sqrt{-59})$ .
- 82)  $xy = 30$   
 $(x-y)(x^3-y^3) = 91$   
 $x = \pm 6, \pm 5, \frac{1}{2}(\pm\sqrt{29} \pm \sqrt{-91});$   
 $y = \pm 5, \pm 6, \frac{1}{2}(\pm\sqrt{29} \mp \sqrt{-91})$ .
- 83)  $x-y + \sqrt{xy} = 5$   
 $x^2+y^2 = 17$   
 $x = 4, -1, \frac{1}{6}(11 + \sqrt{185});$   
 $y = 1, -4, \frac{1}{6}(-11 \pm \sqrt{185})$ .
- 84)  $\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{y} = 4$   
 $(x-y)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2}) = 18324$   
 $x = 343, -27, \frac{1}{8}(4 \pm \sqrt{-121.333...})^3;$   
 $y = 27, -343, \frac{1}{8}(\pm 4 - \sqrt{-121.333...})^3$ .
- 85)  $x+y = 9$   
 $(x^2+y^2)(x^3+y^3) = 7749$   
 $x = 5, 4, \frac{1}{2}(9 \pm \sqrt{-109});$   
 $y = 4, 5, \frac{1}{2}(9 \mp \sqrt{-109})$ .
- 86)  $x^6 - 3x^3 = 40$   
 $x = 2, -1 \pm \sqrt{-3}, -\sqrt[3]{5}, \frac{1}{2}\sqrt[3]{5}(1 \pm \sqrt{-3})$ .
- 87)  $x^6 - 19x^3 = 216$   
 $x = 3, 1\frac{1}{2}(\sqrt{-3} \pm 1), -2, 1 \pm \sqrt{-3}$ .
- 88)  $x^6 - x^3 = 56$   
 $x = 2, -\sqrt[3]{7}, -1 \pm \sqrt{-3}, \frac{1}{2}\sqrt[3]{7}(1 \pm \sqrt{-3})$ .
- 89)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$   
 $x = 2, 1, -1 \pm \sqrt{-3}, \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{-3})$ .
- 90)  $x^6 - 4x^3 = 621$   
 $x = 3, -\sqrt[3]{23}, 1\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{-3}),$   
 $\frac{1}{2}\sqrt[3]{23}(1 \pm \sqrt{-3})$ .
- 91)  $x^6 - 35x^3 + 216 = 0$   
 $x = 3, 2, 1\frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{-3}), -1 \pm \sqrt{-3}$ .
- 92)  $x^6 - 37x^3 = 1728$   
 $x = 4, -3, 2(-1 \pm \sqrt{-3}), 1\frac{1}{2}(1 \pm \sqrt{-3})$ .
- 93)  $3x^6 - 30x^3 + 48 = 0$   
 $x = 2, \sqrt[3]{2}, -1 \pm \sqrt{-3}, \frac{1}{2}\sqrt[3]{2}(-1 \pm \sqrt{-3})$ .
- 94)  $(x+3)^2(x-2)(x+8) = 2496$   
 $x = 5, -11, -3 \pm \sqrt{-39}$ .
- 95)  $(x-5)^2(x+2)(x-12) + 48 = 0$   
 $x = 6, 4, 5 \pm 4\sqrt{3}$ .
- 96)  $(x+6)^2(x-3)(x+15) + 1088 = 0$   
 $x = 2, -14, -6 \pm \sqrt{17}$ .
- 97)  $(x+6)(x+3)(x+2)(x-1) = 1260$   
 $x = 4, -9, \frac{1}{2}(-5 \pm \sqrt{-119})$ .
- 98)  $(x-2)(x+3)(x+5)(x+10) = 624$   
 $x = 3, -11, 2(-2 \pm \sqrt{-3})$ .
- 99)  $(x+9)(x+7)(x-5)(x-3) = 585$   
 $x = 6, -10, -2 \pm \sqrt{10}$ .
- 100)  $(x+2)(x+4)(x-4)(x-6) = 105$   
 $x = 3, -1, 1 \pm \sqrt{30}$ .

$$101) (x+7)(x+6)(x-1)(x-2) = 660.$$

$$x = 4, -9, \frac{1}{2}(-5 \pm \sqrt{-39}).$$

$$102) \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-6} + \frac{1}{x-7} = 0.$$

$$x = 5 \pm 1.644\dots, 5 \pm 0.543\dots$$

$$103) \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+6}$$

$$+ \frac{1}{x+7} + \frac{1}{x+8} = 0.$$

$$x = -5, -5 \pm \sqrt{7}, -5 \pm \frac{1}{3}\sqrt{21}.$$

$$104) x^2 - y^2 = 16$$

$$(x+y)(x^2 - y^3) = 784.$$

$$x = \pm 5, \pm 4\frac{1}{3}\sqrt{3}; y = \pm 3, \pm 3\frac{1}{3}\sqrt{3}.$$

$$105) (x+y-z)(x-y+z) = 45$$

$$(y+z-x)(x+y-z) = -27$$

$$(x+z-y)(y+z-x) = -15.$$

$$x = \pm 7, y = \pm 3, z = \pm 1.$$

$$106) (x-y+z)(x+y-z)(x+y+z) = 675(y+z-x)$$

$$(y+z-x)(x+y-z)(x+y+z) = 27(x+z-y)$$

$$(x+z-y)(y+z-x)(x+y+z) = 8\frac{1}{3}(x+y-z).$$

$$x = \pm 7, \pm 7\sqrt{-1}; y = \pm 5, \pm 5\sqrt{-1}; z = \pm 3, \pm 3\sqrt{-1}.$$

$$107) x^2 - (y-z)^2 = 70$$

$$y^2 - (x-z)^2 = -40$$

$$z^2 - (x-y)^2 = -24.$$

$$x = \pm 8, y = \pm 3, z = \pm 1.$$

$$108) 11x(y+z) = 28(x+y+z)$$

$$11y(x+z) = 24(x+y+z)$$

$$11z(x+y) = 10(x+y+z).$$

$$x = \pm 7, y = \pm 3, z = \pm 1.$$

$$109) 47x = \frac{180}{x} + \frac{180}{y} + \frac{180}{z}$$

$$47y = \frac{240}{x} + \frac{240}{y} + \frac{240}{z}$$

$$47z = \frac{300}{x} + \frac{300}{y} + \frac{300}{z}.$$

$$x = \pm 3, y = \pm 4, z = \pm 5.$$

$$110) \frac{yz}{y+z} = \frac{31xyz}{240} - x$$

$$\frac{xz}{x+z} = \frac{31xyz}{210} - y$$

$$\frac{xy}{x+y} = \frac{31xyz}{150} - z.$$

$$x = \pm 2, y = \pm 3, z = \pm 5.$$

$$111) 36(y^2+z^2) = 13x^2y^2z^2$$

$$18(x^2+z^2) = 5x^2y^2z^2$$

$$36(x^2+y^2) = 5x^2y^2z^2.$$

$$x = \pm 1, y = \pm 2, z = \pm 3.$$

$$112) x(x+y+z) = 70 - yz$$

$$y(x+y+z) = 77 - xz$$

$$z(x+y+z) = 110 - xy.$$

$$x = \pm 3, y = \pm 4, z = \pm 7.$$

$$113) x(x+y+z) = 35 - yz$$

$$y(x+y+z) = 40 - xz$$

$$z(x+y+z) = 56 - xy.$$

$$x = \pm 2, y = \pm 3, z = \pm 5.$$

$$114) x+y+z = 10$$

$$x^2+y^2-z^2 = 30$$

$$x^3+y^3+z^3 = 160.$$

$$x = 5, 3; y = 3, 5; z = 2.$$

$$115) x-y+z = 3$$

$$x^2-y^2+z^2 = 17$$

$$x^3-y^3+z^3 = 99.$$

$$x = 5, 1; y = 3; z = 1, 5.$$

$$116) x-y+z = 4$$

$$x^2-y^2+z^2 = 12$$

$$x^3-y^3+z^3 = 34.$$

$$x = 3, 2; y = 1; z = 2, 3.$$

- 117)  $3x^2 + 4xy + 5y^2 = 25$   
 $5x^2 + 4xy + 3y^2 = 31.$   
 $x = \pm 2, \pm 1\frac{2}{3}\sqrt{3};$   
 $y = \pm 1, \pm 1\frac{1}{3}\sqrt{3}.$
- 118)  $4x^2 + 3xy + 2y^2 = 163$   
 $2x^2 + 3xy + 4y^2 = 131.$   
 $x = \pm 5, \pm 4\frac{1}{3}\sqrt{3};$   
 $y = \pm 3, \pm 3\frac{2}{3}\sqrt{3}.$
- 119)  $(x+y)(x^2-y^2) = 507$   
 $(x^2+y^2)(x-y) = 267.$   
 $x = 8, -5; y = 5, -8.$
- 120)  $(x-y)(\sqrt{x} + \sqrt{y}) = 25$   
 $(x+y)(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = 13.$   
 $x = 9, 4; y = 4, 9.$
- 121)  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x-y) = 5$   
 $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x+y) = 65.$   
 $x = 9, 4; y = 4, 9.$
- 122)  $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x-y) = 4,851$   
 $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y) = 3,091.$   
 $x = 2,56, 0,25; y = 0,25, 2,56.$
- 123)  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})(x+y) = 51$   
 $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(x-y) = 75.$   
 $x = 16, 1; y = 1, 16.$
- 124)  $x - y = 2$   
 $(x^2 + y^2)(x^3 - y^3) = 260.$   
 $x = 3, -1, 1 \pm 1\frac{1}{3}\sqrt{-3};$   
 $y = 1, -3, -1 \pm 1\frac{1}{3}\sqrt{-3}.$
- 125)  $x - y = 3$   
 $(x^2 + y^2)(x^3 - y^3) = 8505.$   
 $x = 6, -3, \frac{1}{2}(3 \pm \sqrt{-93});$   
 $y = 3, -6, -\frac{1}{2}(3 \mp \sqrt{-93}).$
- 126)  $\log(x-y) - \log 2 = 1 - \log(x^2 + y^2)$   
 $\log(x-y) = 5 \log 2 - 2 \log(x+y).$   
 $x = 3, -1; y = 1, -3.$
- 127)  $\log 2 + \log(x^2 + y^2) = \log 130 - \log(x+y)$   
 $\log 2 + \log(x+y) = 1 - 2 \log(x-y).$   
 $x = 3, 2; y = 2, 3.$
- 128)  $\log\left(\sqrt{\frac{x}{y}} - \sqrt{\frac{y}{x}}\right)$   
 $+ \log(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = \log 1,5$   
 $\log\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x}\right) + \log(x-y) = \log 11,25.$   
 $x = 4, 1; y = 1, 4.$
- 129)  $\log(x+y) - 5 = \log 233,6 - \log(\sqrt{x} + \sqrt{y}) - 7$   
 $\log(x-y) - 1 = \log 576 - \log(\sqrt{x} - \sqrt{y}) - 4.$   
 $x = 1,21, 0,25; y = 0,25, 1,21.$
- 130)  $\log(x+y) + \log 3 - \frac{1}{2} \log x = \log 40 + \frac{1}{2} \log y - \log(\sqrt{x} + \sqrt{y})$   
 $\log(x^2 - y^2) + \log 9 - \log x = \log 640 + \log y - \log(x-y).$   
 $x = 9, 1; y = 1, 9.$
- 131)  $\log(x^2 + 5) = 2 \log 3 - 2 \log \frac{x}{2}$   
 $x = \pm 2, \pm 3\sqrt{-1}.$
- 132)  $x + y = 9$   
 $xu + yz = 22$   
 $xu^2 + yz^2 = 56$   
 $xu^3 + yz^3 = 148.$   
 $x = 4, 5; y = 5, 4; u = 3, 2; z = 2, 3.$

$$133) \frac{y+z}{y^2z^2} = \frac{5}{36}x$$

$$\frac{x+z}{x^2z^2} = \frac{2}{9}y$$

$$\frac{x+y}{x^2y^2} = \frac{1}{4}z.$$

$$x = \pm 1, y = \pm 2, z = \pm 3.$$

$$135) x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = \frac{1225}{x+y}$$

$$x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 = \frac{25}{x-y}.$$

$$x = \pm 4, \pm 3; y = \pm 3, \pm 4.$$

$$134) 40x \left( \frac{y}{z} + \frac{z}{y} \right) = 267$$

$$24y \left( \frac{x}{z} + \frac{z}{x} \right) = 365$$

$$15z \left( \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \right) = 272.$$

$$x = 3, y = 5, z = 8.$$

$$136) x^3 + x^2y + xy^2 + y^3 = 15(x-y)$$

$$x^3 - x^2y + xy^2 - y^3 = \frac{2}{3}(x+y).$$

$$x = \pm 2, \pm \sqrt{-1}; y = \pm 1, \pm 2\sqrt{-1}.$$

137) A kommt mit einer bestimmten Summe 10 Tage länger aus als B. Zusammen geben sie das Geld in 12 Tagen aus. Wie lange würde jeder allein damit auskommen? A 30 Tage, B 20 Tage.

138) Jemand kauft 522 junge Bäume, welche er in zwei regelmäßige Vierecke so setzen lassen will, daß in dem einen in jeder Seite 4 Bäume mehr stehen, als in dem andern. Auf diese Weise konnten alle Bäume bis auf 2 eingesetzt werden. Wie viele Bäume wurden in jedes Viereck gesetzt? In das eine 324, in das andere 196.

139) Ein Kaufmann läßt seidenes Band kommen und bezahlt für das Stück 35 Mk. Als er das Stück nachmisst, findet er, daß es 2 Meter länger ist, als er bestellt hat, daß es aber von so schlechter Beschaffenheit ist, daß er, um zu seinem Gelde zu kommen, den Meter 2 M. billiger verkaufen muß, als er selber gegeben. Wie viel Meter hatte er bestellt? 5 Meter.

140) Ein Reisender braucht eine Anzahl Tage, um 126 Kilometer zurückzulegen. Hätte er täglich 3 Kilometer mehr zurückgelegt, so hätte er einen Tag weniger gebraucht. Wie viel Tage hat er gebraucht? 7 Tage.

141) Ein Kaufmann wurde nach einem beendeten Geschäft nach seinem Gewinn gefragt und antwortete, wie folgt: Wenn ich den Gewinn um 5 M. vermehre oder um 112 M. vermindere und aus den Zahlen, welche ich dadurch erhalte, die Kubikwurzeln ziehe, so unterscheiden sich diese Kubikwurzeln um 3 von einander. Wie groß war der Gewinn? Der Kaufmann hatte 120 M. Gewinn oder 13 M. Verlust.

142) Ein Koch kauft auf dem Markt für 0.96 M. Eier. Als er nach Hause kommt, sind 8 zerbrochen. Weil er aber gut rechnen kann, entgeht er dem Vorwurf der Ungeheuerlichkeit dadurch, daß er den Preis um 0.01 M. höher angiebt. Wie viel Eier hat er gekauft? 32.

143) Zwei Spaziergänger A und B, von welchen B 2 Minuten früher ausgegangen, haben, als sie sich begegnen, zusammen 1500 Meter zurückgelegt. A spricht zu B: Wäre ich mit meiner Geschwindigkeit so lange gegangen als Du, so hätte ich 720 Meter zurückgelegt. Darauf erwidert B: Wäre ich mit meiner Geschwindigkeit so lange gegangen als Du, so hätte ich ebenfalls 720 Meter zurückgelegt. Wie viel Minuten war jeder unterwegs und wie viel Meter hat jeder zurückgelegt? A war 6 Minuten unterwegs und hat 540 Meter zurückgelegt, B war 8 Minuten unterwegs und hat 960 Meter zurückgelegt.

144) Zwei Kuriere A und B reisen einander entgegen und haben, als sie in C zusammentreffen, gleiche Wege zurückgelegt. Beide zusammen haben, um nach C zu kommen, 14 Stunden gebraucht und A spricht zu B: Wäre ich mit Deiner Geschwindigkeit gereist, so hätte ich bereits 128 Kilometer zurückgelegt. Darauf erwidert B: Wäre ich mit Deiner Geschwindigkeit gereist, so hätte ich erst 72 Kilometer zurückgelegt. Wie viel Stunden ist jeder unterwegs und wie viel Kilometer hat jeder in der Stunde zurückgelegt? A ist 8, B 6 St. unterwegs; A hat 12 und B 16 Kilom. in der St. zurückgelegt.

145) Zwei Freunde A und B, welche 2325 Kilom. von einander entfernt wohnen, reisen einander entgegen. A legt täglich 30 Kilom. zurück; B am ersten Tage nur 15, aber an jedem folgenden Tage 4 Kilom. mehr als am vorhergehenden. Wie viel Kilom. hat jeder beim Zusammentreffen zurückgelegt, wenn sie gleichzeitig abgereist sind? A 750, B 1575.



146) Zwei Eisenbahnzüge C und D gehen gleichzeitig von zwei Stationen A und B einander entgegen, C von A nach B und D von B nach A. Als sie auf der Kreuzungsstation E zusammentreffen, findet sich, daß C bereits 20 Meilen mehr zurückgelegt hat als D, und daß, wenn jeder mit derselben Geschwindigkeit fortgeht, C in 2 Stunden nach B, dagegen D erst in 8 St. nach A kommen wird. Wie weit ist A von B und wie viel Meilen legt jeder Zug in der Stunde zurück? A ist 60 M. von B entfernt. C legt in der St. 10, D 5 M. zurück.

147) Zwei gleich große elastische Kugeln A und B bewegen sich mit verschiedenen Geschwindigkeiten in geradem Stoß gegen einander, A von C nach D und B von D nach C. Die Bewegungen beginnen gleichzeitig und als die Kugeln in E zusammentreffen, hat A 11 Centim. mehr zurückgelegt als B. Nach dem Zusammenstoß gehen sie mit verwechselten Geschwindigkeiten nach den Ausgangspunkten zurück und A braucht 25 Sek., um nach C, B 16 Sek., um nach D zurückzukommen. Wie weit ist C von D entfernt? 99 Centim.

148) Setzt man in Nr. 147 statt 11 Centim., 25 und 16 Sek. der Reihe nach die Zahlen 0.9, 0.75 und 0.12, so beträgt die Entfernung 2.1.

149) Auf den Schenkeln eines rechten Winkels bewegen sich von der Spitze aus zwei Punkte mit gleichförmigen Geschwindigkeiten. Der eine, welcher 3 Sek. später abgeht, legt in jeder Sekunde 6, der andre in jeder Sek. 1 Met. zurück. Nach wie viel Sek. werden beide Punkte 13 Met. von einander entfernt sein? Nach 5 oder nach  $3\frac{1}{3}$  Sek.

150) Auf den Schenkeln eines rechten Winkels bewegen sich von der Spitze aus zwei Punkte mit gleichförmigen Geschwindigkeiten. Der erste beginnt seine Bewegung eine Sek. früher als der zweite. Eine Sek. nach Abgang des zweiten stehen die Punkte 5 Met. von einander ab und 3 Sek. nach Abgang des zweiten ist ihr Abstand gleich dem periodischen Kettenbruch  $12 + \frac{1}{24 + \frac{1}{24 + \dots}}$  Wie viel Met. legt

jeder Punkt in einer Sek. zurück? Der eine 2, der andere 3.

151) Zwei Punkte, welche anfänglich 153 Met. von einander entfernt sind, bewegen sich hinter einander. Der erste legt in der ersten Sek. 2 Met. und in jeder folgenden 3 Met. mehr zurück als in der vorhergehenden; der zweite dagegen in der ersten Sek. 3 Met. und in jeder folgenden 4 Met. mehr als in der vorhergehenden. Nach wie viel Sek. wird der zweite Punkt den ersten einholen, wenn beide gleichzeitig ihre Bewegung beginnen? Nach 17.

152) Ein Dieb entflieht und legt täglich 10 Meil. zurück. Nach 5 Tagen jagt ihm jemand nach und legt den ersten Tag  $9\frac{1}{4}$  Meil. und jeden folgenden 2 Meil. mehr zurück. Wie viel Tage sind nötig, um den Dieb einzuholen? 8.

153) Zwei Kreise, der eine mit dem Radius 3 Centim., der andere mit dem Radius 2 Centim., bewegen sich mit ihren Mittelpunkten auf den Schenkeln eines rechten Winkels nach dem Scheitelpunkt hin. Die Kreisflächen fallen in die Ebene des rechten Winkels. Der Mittelpunkt des ersten Kreises ist 11 Centim. vom Scheitelpunkt des rechten Winkels entfernt und legt in jeder Sekunde 2 Centim. zurück. Der Mittelpunkt des andern Kreises, dessen Radius 2 Centim. mißt, steht vom Scheitelpunkt des rechten Winkels um 20 Centim. ab und legt in jeder Sek. 4 Centim. zurück. Nach wie viel Sek. werden sich die Kreise von außen und nach wie viel Sek. von innen berühren, wenn die Bewegungen gleichzeitig beginnen? Nach 4 Sek. findet die erste äußere, nach 5 Sek. die erste innere, nach 5.2 Sek. die zweite innere und nach 6.2 Sek. die zweite äußere Berührung statt.

154) Der Radius eines festen Kreises, dessen Ebene vertikal steht, mißt ein Decim. In derselben Ebene, vertikal grade über dem Mittelpunkt in einer Entfernung von 7 Centim. befindet sich der Mittelpunkt eines zweiten aber beweglichen Kreises, welcher einen Radius von 3 Centim. hat und der sich vertikal abwärts in jeder Sek. um ein Centim. und horizontal in der Ebene beider Kreise in jeder Sek. 6 Centim. bewegt. Nach wie viel Sek. werden beide Kreise einander von außen und nach wie viel Sek. von innen berühren? Die erste äußere Berührung hat vor  $1\frac{23}{27}$  Sek. stattgefunden und die zweite findet nach 2 Sek. statt; innere Berührung findet nur eine und zwar nach  $\frac{14}{9}$  Sek. statt.

155) Ein Meteorolog fand, daß das Thermometer durch eine Reihe von Tagen morgens um 7 Uhr um dieselbe Zahl von Graden höher stand als am vorhergehenden Tage, daß die Summe sämtlicher beobachteter Thermometerstände 129 Grad betrug, daß das Thermometer am letzten Tage auf  $+ 13.5$  Grad stand und daß das arithmetische Mittel zwischen der letzten und vorletzten Beobachtung  $+ 13.25$  Grad betrug. Wie viel Tage fand diese Regelmäßigkeit statt und wie hoch stand das Thermometer am ersten Tage? Entweder stand das Thermometer am ersten Tage auf  $- 7.5$  Grad und die Regelmäßigkeit fand 43 Tage statt, oder das Thermometer stand am ersten Tage auf  $+ 8$  Grad und die Regelmäßigkeit fand 12 Tage statt.

156) Zwei Geschäftsleute legen zu einer Bernsteingräberei 9000 M. zusammen. Der eine läßt sein Geld 8 Monate stehen und erhält an Einlage und Gewinn 7200 M. zurück. Der andere läßt sein Geld 10 Monate stehen und erhält an Einlage und Gewinn 10000 M. zurück. Wie viel hat jeder eingelegt? Der eine 4000, der andere 5000 M.

157) Zwei Geschäftsfreunde A und B bauen ein Haus auf Spekulation und legen zu diesem Zweck 15 000 M. zusammen. Nach 10 Monaten erhält A von dem Käufer des Hauses an Einlage und Gewinn 10 500 M. und B 2 Monate später 7200 M., ebenfalls an Einlage und Gewinn. Wie viel hat jeder eingelegt? A 9000 M., B 6000 M.

158) Zwei Geschäftsleute A und B bauen ein Haus auf Spekulation und legen zu diesem Zweck 20 000 M. zusammen. Nachdem das Haus fertig, verkaufen sie dasselbe, und A erhält vom Käufer 6 Monate nach Beginn des Baues 8400 M., B 3 Monate später 13080 M. Wie viel hat jeder gegeben und wie viel Prozent gewonnen, wenn B 2 Prozent mehr erhält als A? A hat 8000 M. eingelegt, B 12 000 M.: A gewinnt 10, B 12 Prozent.

159) Zwei Landfrauen A und B haben Butter verkauft, B 3 Stück mehr als A, und haben zusammen 14 M. gelöst. A spricht zu B: Hätte ich Deine Butter zu meinem Preise verkauft, so hätte ich 9.80 M. eingenommen. Darauf erwidert B: Hätte ich Deine Butter zu meinem Preise verkauft, so hätte ich nur 4.80 M. eingenommen. Wie viel Butter hat jede verkauft und wie teuer das Stück? A 4 St. zu 1.40 M. und B 7 St. zu 1.20 M., oder A 18 St. zu 0.4666... und B 21 St. zu 0.2666... M.

160) Ein Spekulant kauft einen Wald für eine gewisse Summe und zahlt noch 20 Prozent vom Kaufpreise für das Urbarmachen des Landes. Er verkauft das urbargemachte Land und das Holz für 23400 M. und gewinnt so viele Prozente, als der 500. Teil des Kaufpreises beträgt. Wie groß war der letztere? 15 000 M.

161) Ein Beamter kauft ein Haus und gibt noch 20 Prozent des Kaufpreises für die innere Einrichtung. Kaum ist er eingerichtet, so wird er veretzt, verkauft das Haus für 9600 M. und verliert so viele Prozente, als der 500. Teil des Kaufpreises beträgt. Wie groß war der letztere? 40 000 M. oder 10 000 M.

162) Jemand kauft ein Gärtchen und muß noch 2 Prozent des Kaufpreises als Unkosten bezahlen. Darauf verkauft er das Gärtchen für 280.50 M. und gewinnt so viele Prozente, als der 25. Teil des Kaufpreises beträgt. Wie groß war der letztere? 250 M.

163) Ein Buchhändler nimmt ein Buch in Verlag und zahlt für die Herstellung, also für Papier, Druck, Einband u. s. w. eine gewisse Summe. Dann zahlt er dem Verfasser als Honorar 20 Prozent der Herstellungskosten und die Nebenkosten während des Verkaufs betragen 10 Prozent der Herstellungskosten. Er hat 2000 Exemplare drucken lassen, wovon jedoch 50 während des Verkaufs unbrauchbar geworden sind. Wenn nun jedes Exemplar für eine Mark verkauft wird und für den Buchhändler ein Gewinn von so viel Prozent erwächst, als der 20. Teil der Herstellungskosten beträgt, wie groß waren die letzteren? 1000 M.

164) Eine gedachte dreistellige Zahl hat folgende Eigenschaften. Die zweite Stelle ist das arithmetische Mittel zwischen der ersten und dritten. Subtrahiert man den Kubus der dritten Stelle von dem Kubus der ersten, so ist die Differenz 208. Subtrahiert man die Zahl, welche mit denselben Ziffern aber in umgekehrter Reihenfolge geschrieben wird, von der gedachten Zahl, so ist die Differenz 396. Wie heißt die gedachte Zahl? 642.

165) Die Summe der ersten und dritten Stelle einer dreiziffrigen Zahl ist gleich der mittleren. Subtrahiert man den Kubus der dritten Stelle von dem Kubus der ersten, so ist die Differenz 98.

Subtrahiert man die Zahl, welche mit denselben Ziffern aber in umgekehrter Reihenfolge geschrieben wird, von der gesuchten Zahl, so ist die Differenz 198. Wie heißt die Zahl? 583.

166) Eine gedachte vierstellige Zahl hat folgende Eigenschaften. Vertauscht man die erste Stelle mit der dritten und die zweite mit der vierten und multipliziert die neue Zahl mit der gedachten, so erhält man 3 600 151. Subtrahiert man dagegen die neue Zahl von der gedachten, so ist die Differenz 1386. Wie heißt die gedachte Zahl? 2713.

167) Setzt man in Nr. 166 das Produkt gleich 3 194 812 und die Differenz gleich 1089, so ist die gedachte Zahl 1324.

168) Die Hundert, Zehner und Einer einer dreiziffrigen Zahl bilden eine geometrische Reihe. Vertauscht man die beiden äußeren Ziffern, so erhält man eine zweite Zahl, welche, durch die erste dividiert, 3 zum Quotienten und 98 zum Rest giebt. Subtrahiert man dagegen die erste Zahl von der zweiten, so ist die Differenz 594. Wie heißt die Zahl? 248.

169) Zwischen den Schnittpunkten, in welchen  $n$  gerade Linien, die sämtlich in einer Ebene liegen und von denen keine zwei parallel sind, sich schneiden, sind 990 Verbindungslinien möglich. Wie groß ist  $n$ ?  $n = 10, -9, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{331})$ .

170) Wird in Nr. 169 statt 990 die Zahl 378 gesetzt, so ist  $n = 8, -7, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{215})$ .

171) Wird in Nr. 169 statt 990 die Zahl 210 gesetzt, so ist  $n = 7, -6, \frac{1}{2}(1 + \sqrt{159})$ .

172) 20 gerade Linien, welche in einer Ebene liegen, bilden 169 Schnittpunkte. Wie viele sind parallel? 7.

173) Setzt man in 172 die Zahlen 17 und 115 statt 20 und 169, so sind ebenfalls 7 Linien parallel.

174)  $n$  gerade Linien, von welchen 7 parallel sind, liegen sämtlich in einer Ebene und bilden 132 Schnittpunkte. Wie groß ist  $n$ ?  $n = 18, -17$ .

175)  $n$  Kreise, welche in einer Ebene liegen, bilden, wenn 6 konzentrisch sind, 350 Schnittpunkte. Wie groß ist  $n$ ?  $n = 20, -19$ .

176) 18 Kreise bilden 264 Schnittpunkte und, die sich nicht schneiden, sind konzentrisch. Wie viele sind konzentrisch? 7.

177)  $n$  Radien eines Kreises bilden 1640 Centriwinkel, wenn die Winkel von 0 und von 360 Grad mitgezählt werden, aber keine größeren. Wie groß ist  $n$ ?  $n = 40, -41$ .

178) In welchem  $n$ -Eck sind 77 Diagonalen möglich? Im 14-Eck.

179) 290 Parallelogramme entstehen dadurch, daß  $n$  parallele gerade Linien von 12 parallelen geraden Linien geschnitten werden. Wie groß ist  $n$ ?  $n = 10, -9$ .

180) Von wie viel parallelen Linien müssen 5 parallele Linien geschnitten werden, damit 210 Parallelogramme entstehen? Von 5.

181) Die Summe der Glieder einer geometrischen Reihe ist gleich 1, die Summe ihrer Quadrate gleich  $\frac{1}{5}$ , die Summe ihrer Biquadrate gleich  $\frac{5}{125}$ . Wie groß ist das erste Glied  $a$  und der Exponent  $e$  der Reihe?  $a = 0.1, 0.28; e = 1.25, 0.8$ .

182) Ein Krämer kauft für 120 M. Kaffee und für eine gleiche Summe Zucker und erhält von letzterem 120 Pfund mehr als von ersterem. Darauf verkauft er 60 Pfund Kaffee und 140 Pfund Zucker und löst bei 25 Prozent Gewinn 217.50 M. Wie viel Kaffee und wie viel Zucker hat er gekauft? 80 Pfd. Kaffee und 200 Pfd. Zucker.

183) Ein Gefäß kann durch zwei Röhren A und B geleert werden. Beim ersten Versuch ist die Röhre A während Zweidrittel der Zeit geöffnet, in welcher das Gefäß durch die Röhre B geleert werden kann. Dann wird die Röhre A geschlossen und der Rest des Gefäßes läuft durch die Röhre B aus. Beim zweiten Versuch werden beide Röhren zugleich geöffnet und dann wird das Gefäß um 2 Stunden früher leer als beim ersten. Durch die Röhre A fließt alsdann aber nur halb so viel als beim ersten Versuch durch die Röhre B. In welcher Zeit kann das Gefäß durch jede Röhre allein geleert werden? Durch A in 6, durch B in 3 Stunden.

Zu den vorstehenden Aufgaben dürften die folgenden Bemerkungen wesentlich sein. Damit die Sammlung für den üblichen Raum einer Programmabhandlung nicht zu groß würde, haben nur quadratische und solche höheren Gleichungen Aufnahme gefunden, welche sich auf quadratische zurückführen lassen. Die Aufgaben sind sämtlich zu Klassenarbeiten in der Prima des hiesigen Gymnasiums benutzt, und dies ist der Zweck ihrer Aufstellung gewesen. Die Arbeitszeit war stets eine Stunde. Gewährt man den Schülern viel Zeit, so brauchen sie immer noch mehr; und in der gedankenlosen Schreibarbeit liegt nicht selten der Grund, daß mathematische Klassenarbeiten nicht gelingen. Es ist nicht leicht, die Schüler daran zu gewöhnen, daß sie nicht sofort nach dem Diktieren der Aufgaben mit der Feder anfangen zu arbeiten. Ist bei einer algebraischen Aufgabe der Punkt erkannt, von welchem die Lösung abhängt, so genügen zur Lösung in der Regel wenige Minuten.

Um das Abschreiben so viel als möglich zu verhindern, werden für die Schüler auf den ungeraden und für die Schüler auf den geraden Plätzen jeder Bank verschiedene Aufgaben gestellt; und zwar in der Regel zwei Aufgaben für die Schüler auf den ungeraden Plätzen und zwei Aufgaben für die Schüler auf den geraden Plätzen; dann eine fünfte Aufgabe für alle Schüler, welche sich eine Mehrleistung zutrauen. Diese fünfte Aufgabe ist so gewählt, daß sie wenigstens im Sinn der Schüler schwieriger ist.

Es ist sehr leicht, mathematische Aufgaben zu stellen, welche die Schüler nicht lösen. Das hängt nicht einmal davon ab, ob die Aufgaben Schwierigkeiten bieten oder nicht; sondern sie dürfen nur ohne Rücksicht auf die Schüler gewählt sein. Die Wahl passender Aufgaben erfordert viel Ueberlegung und macht recht viel Arbeit. Die Korrektur mathematischer Klassenarbeiten ist Spielerei. Dagegen muß der Lehrer mit aller Sorgfalt bei der Wahl der Aufgaben zu Werke gehen, wenn er nicht in Verlegenheit kommen will, sich sagen zu müssen, daß die Schuld an ihm liegt, wenn die Arbeiten schlecht ausgefallen sind. Es dürfen keine eigentlich neuen, den Schülern ganz fremde Aufgaben sein, sondern sie müssen einerseits an Aufgaben anklängen, welche in der Klasse durchgesprochen sind, und andererseits den Schülern Gelegenheit bieten, ihre Selbstthätigkeit zu beweisen. Passende Aufgaben zu stellen, erfordert so viel Umsicht und Ueberlegung, daß sich auch der sorgfältigste Lehrer ab und zu verrechnen wird. Sind die Arbeiten schlecht ausgefallen oder ist keine der gestellten Aufgaben gelöst, so liegt die Schuld am Lehrer. Die Aufgaben sind dann falsch gewählt gewesen und die Wahl derselben ist Sache des Lehrers. Wenn es aber in einer Klasse zur Regel wird, daß die mathematischen Klassenarbeiten ungenügend ausfallen, dann versteht der Lehrer seine Sache überhaupt nicht oder er thut nicht seine Pflicht.

Nur aus dem, was die Schüler wirklich leisten, lassen sich Fleiß, Fähigkeiten und Leistungen beurteilen. Die gestellten Aufgaben müssen also gelöst werden, wenn der Lehrer ein Urteil über seine Schüler gewinnen will. Bei dem Unterzeichneten gilt es daher als Regel, die erste Aufgabe für die geraden und ungeraden Plätze so zu wählen, daß sie wo möglich jeder Primaner zu lösen im Stande ist, der überhaupt etwas kann. Die zweite Aufgabe für jede Abtheilung wird so berechnet, daß jeder Schüler, welcher dieselbe löst, das Prädikat befriedigend erhält. Da die Schüler jeder Klasse in der Mathematik wie in jedem andern Lehrgegenstande nach Fleiß und Fähigkeiten sehr verschieden sind, so wird die fünfte Aufgabe so gewählt, daß jeder Schüler, welcher die drei für ihn gestellten Aufgaben löst, auf das Prädikat gut Anspruch hat.

Der erfahrene Lehrer wird mit seinem Urteil, ob eine mathematische Aufgabe leicht oder schwer ist, stets zurückhalten. Wie verschieden ist nicht ein Primaner vom andern oder auch eine Prima vor fünf Jahren von einer Prima vor zehn Jahren? Oder liegen die Einflüsse, welche sich auf die Leistungen in der Mathematik geltend machen, nicht zuweilen außerhalb des mathematischen Unterrichts? Es ist aber Pflicht des gewissenhaften Lehrers, den Verhältnissen Rechnung zu tragen. Ist das Gewünschte nicht zu erreichen, dann muß man sich mit dem Nothwendigen begnügen und die Forderungen lieber etwas herabspannen, als sich strenge an das durchzuarbeitende Penjum halten und die Schüler entmutigen. Die Jugend ist auf keine Weise sicherer zu gewinnen, als wenn man sie erkennen läßt, daß sie etwas kann. Der Lehrer der Mathematik ist in dieser Beziehung in den oberen Klassen der Gymnasien nicht selten besser daran als die Lehrer anderer Unterrichtszweige, weil er weiß, daß er die Schüler durch mehrere Klassen in der Hand behält und nach und nach vorhandene Lücken ausfüllen kann. Aus diesen Andeutungen dürfte hervorgehen,

daß ein Urtheil über die Schwierigkeiten mathematischer Klassenarbeiten nur derjenige abzugeben im Stande ist, der die Schüler kennt, für welche die Aufgaben gestellt sind. Der Fehler aber, zu schwere Aufgaben gestellt zu haben, ist größer als der Fehler, die Aufgaben zu leicht gewählt zu haben; denn sind die Aufgaben zu schwer und werden deshalb nicht gelöst, so fehlt einerseits dem Lehrer das Mittel, die Schüler zu beurteilen, und andererseits verlieren, was noch schlimmer ist, auch die besseren Schüler sehr bald den Mut; während bei zu leichten Aufgaben der Lehrer immer noch im Stande sein wird, den Fleiß, die Fähigkeiten und die Kenntnisse der Schüler zu beurteilen und damit den beabsichtigten Zweck zu erreichen.

Braunsberg, im Februar 1883.

Tich.