TROISIÈME SECTION,

DANS laquelle on enseigne l'usage des connoissances précédentes, dans la Navigation.

Du flux & reflux de la mer.

198. C'EST sur les mouvemens du Soleil & de la Lune qu'est réglée l'inondation périodique que la mer fait sur les côtes, deux fois le jour. On sait que les eaux de la mer s'élèvent, chaque jour, pendant environ six heures : que parvenues à leur plus grande hauteur, elles restent en cet état, pendant environ un demi-quart d'heure; baissent ensuite pendant un peu plus de six heures, après quoi elles recommencent à s'elever.

199. Le mouvement par lequel les eaux de la mer s'élèvent & se répandent sur les côtes, s'appelle le *Flux*, ou le *Flot*; & l'on appelle *Reflux*, *Ebe* ou *Jusant*, celui par lequel elles baissent ou se retirent. Lorsqu'elles ont atteint le terme de leur plus grande hauteur, on dit alors que la mer est *pleine*, ou qu'elle est *étale*; & le moment où elle cesse de se retirer, s'appelle le moment de la *Basse-Mer*. Tous ces dif-

férens états de la mer font compris fous le nom général de *Marée*.

200. On a reconnu que les marées étoient dépendantes des mouvemens de la Lune, à ce que, 1°. les temps moyens de leurs retours fuivent les mêmes loix que ceux de la Lune à l'égard du Soleil. Nous avons vu (134) que fi les mouvemens de la Lune étoient uniformes, la quantité dont elle s'avanceroit chaque jour vers l'orient, par rapport au Soleil, feroit de 12° 11′ 27″; enforte que fon retour au méridien retarderoit chaque jour, de 48′ 46″ de temps, fur celui du Soleil, & c'eft en effet la quantité moyenne dont la marée retarde chaque jour.

2°. Au bout de 29 jours ½ environ, qui font la durée d'une lunaifon, ou le temps que la Lune met à revenir dans une même pofition à l'égard du Soleil, les marées reviennent à la même heure. Elles reviennent encore à la même heure, tous les 15 jours environ; c'eft-à-dire, que fi 15 jours environ auparavant, il y a eu haute mer à midi, il y aura auffi haute mer, aujourd'hui à midi; mais la haute mer d'aujourd'hui à midi, fera celle qui a eu lieu à minuit il y a 15 jours.

3°. L'époque des nouvelles & des pleines Lunes, eft non-feulement celle du retour des marées à la même heure; c'eft auffi celle de la plus forte marée d'une même lunaifon. On donne le nom de *grandes eaux*, *malines*, ou *reverdies*, à ces plus grandes marées. Plus la mer s'élève lors du flux, plus auffi elle fe retire lors du jufant, c'eft-à-dire, qu'elle laiffe à découvert une plus grande partie de la plage, que dans les autres marées.

201. Quant à la part que le Soleil peut avoir aux marées, elles est fondée, 1°. sur ce que les marées sont réglées, comme nous venons de le dire, non sur le retour de la Lune à un même point du ciel étoilé, mais sur son retour à une même position à l'égard du Soleil. La Lune s'avançant (133) chaque jour vers l'orient, de 13° 10′ 35″ par son moyen mouvement à l'égard des étoiles, retarde chaque jour à leur égard de la quantité moyenne de 52′ 42″ de temps; mais le retard moyen des marées n'est que de 48′ 46″, qui est aussi le retard moyen de la Lune à l'égard du Soleil; donc les marées dépendent aussi du Soleil.

2°. D'ailleurs nous venons de voir que les plus fortes marées ont lieu lors des fizigies, ou des nouvelles & pleines Lunes; c'est-à-dire, lorsque le Soleil & la Lune étant à peu près sur une même ligne, sont dans la position la plus favorable pour réunir leur action. Si la Lune seule agissoit, il n'y auroit aucune raison pour que son action fût plus grande dans la ligne des fizigies, qu'à toute autre distance de cette ligne.

3°. Les grandes marées, celles des nouvelles & des pleines Lunes, sont plus grandes vers l'équinoxe, ou peu de temps après, que dans tout autre temps de l'année; c'est-à-dire lorsque le Soleil étant voisin de l'équateur, répond au milieu de la terre.

202. La raison générale de ces faits est fondée sur ce que les parties de la terre & des eaux

ont vers le Soleil & vers la Lune, une tendance ou pesanteur semblable à celle qu'elles ont vers le centre de la terre, quoique beaucoup moindre que cette dernière pesanteur. Cette force qui porte ou tend à porter les eaux vers chaque astre, agit d'autant plus fortement sur chaque particule, que le quarré de la distance à l'astre est plus petit. Elle diminue donc davantage la pesanteur à l'égard de la terre, pour les parties plus voisines de l'astre, que pour celles qui en sont plus éloignées, l'équilibre des eaux doit donc en être troublé; & par conséquent dans la partie du globe qui est du côté de l'astre, les parties les plus éloignées, doivent par leur excès de pesanteur à l'égard de la terre, soulever celles qui sont plus voisines de l'astre, & les faire élever vers lui. Dans l'hémisphère opposé, la pesanteur vers l'astre ajoute à la pesanteur vers le centre de la terre; mais d'autant moins que les parties sont plus éloignées: celles-ci doivent donc, par une raison semblable, être soulevées par les parties moins éloignées de l'astre; & par conséquent l'hémisphère opposé à l'astre, doit s'alonger aussi dans un sens opposé à ce même astre.

203. On voit par-là, 1°. pourquoi le flux & reflux a lieu deux fois le jour. En effet, puisqu'en même temps que la mer s'élève vers l'astre, elle s'élève aussi, en sens contraire, dans la partie opposée, il doit y avoir haute mer quand l'astre est sur l'horizon, & quand il est au-dessous.

2°. Pourquoi les grandes marées ont lieu aussi bien dans les pleines Lunes que dans les nouvel-

les

les Lunes, quoique dans le premier cas le Soleil & la Lune étant de côtés opposés de la terre, l'effet de l'un sembleroit devoir détruire celui de l'autre. C'est une suite de ce que, par l'action de chaque astre, la mer doit s'élever vers l'astre & vers la partie qui lui est opposée.

3°. Pourquoi, dans ces deux cas, les marées sont les plus fortes que dans toute autre position.

4°. On voit, en même temps, que dans les autres positions, le point le plus élevé de la mer ne répond ni au Soleil, ni à la Lune; mais se trouve placé entre deux, & plus près de celui de ces deux astres qui agit le plus fortement.

204. Or eu égard à ce que la tendance ou pesanteur des eaux, vers chaque astre, diminue ou augmente comme le quarré de la distance à cet astre augmente ou diminue, la force de la Lune pour élever les eaux, est plus grande que celle du Soleil, quoique ce dernier, comme beaucoup plus gros, sembleroit devoir produire un plus grand effet; mais la plus grande proximite de la Lune, fait plus que compenser ce qu'elle a, en masse, de moins que le Soleil.

205. On voit encore facilement pourquoi les marées sont les plus foibles dans les quadratures; parce qu'alors la Lune étant à 90° du Soleil, l'élévation des eaux que l'un de ces deux astres tend à produire, diminue celle que l'autre tend aussi à produire, & en est aussi diminuée.

Et puisque dans les sizigies voisines du périgée, la Lune eſt plus près de la terre, que dans celles qui ont lieu vers l'apogée, les marées doivent être plus fortes dans ce premier cas que dans le ſecond.

206. Les mêmes principes font voir auſſi pourquoi dans les rivières, & dans les mers de peu d'étendue, il n'y a point ou preſque point de flux & reflux; c'eſt qu'eu égard à la grandeur du globe terreſtre, tous les points dans une étendue médiocre ſont ſenſiblement à la même diſtance de l'aſtre; l'équilibre n'eſt donc pas ſenſiblement troublé par la différence des peſanteurs occaſionnées par la différence des diſtances de chaque point à l'aſtre.

207. Les deux marées qui ſe ſuccèdent dans un même jour ne ſont point également fortes. L'une eſt plus forte que l'autre pendant ſix mois, & plus foible pendant les ſix autres mois. Dans nos ports, les marées du matin ſont les plus fortes en hiver; c'eſt le contraire en été.

208. Si le retard des marées étoit conſtamment le même, chaque jour; comme elles reviennent aux mêmes heures dans les nouvelles & pleines Lunes, il ſuffiroit, pour être en état de connoître l'heure de la pleine mer pour un jour propoſé, dans un port connu, de ſavoir à quelle heure elle a lieu à la nouvelle Lune ou à la pleine Lune; & d'ajouter à cette heure, autant de fois 49′ qu'il s'eſt écoulé de jours depuis la nouvelle ou pleine Lune qui a précédé le jour dont il s'agit. Mais ce retard n'eſt pas toujours le même, tant parce que le mouvement de la Lune n'eſt pas uniforme, que

parce qu'il dépend aussi du Soleil. C'est pourquoi nous allons exposer une méthode plus exacte pour calculer l'heure de la pleine mer.

209. Nous supposerons que l'on connoisse *l'établissement*, c'est à dire, l'heure de la haute mer, le jour de la nouvelle ou de la pleine Lune, dans le port dont il s'agit. Cette heure n'est pas la même pour tous les ports; elle varie selon la position des côtes, &c. mais elle est constamment la même pour un même port. La Table XVII donne l'établissement de quelques ports de France, d'Angleterre, d'Irlande & de Hollande.

Cela posé, on calculera par la méthode donnée (147) le jour, l'heure, & la minute de la phase la plus prochaine du jour proposé : à ce temps on ajoutera ou on retranchera la correction indiquée par la Table XVIII; le résultat sera l'heure de la pleine mer.

Par exemple, on demande l'heure de la haute mer, à Brest, le 17 Octobre 1769.

Je trouve (147) que la phase la plus prochaine du 17 Octobre 1769, est une pleine Lune qui doit arriver le 14 à $22^h\ 28'$ pour Paris, ou à $22^h\ 0'$ pour Brest. Et comme le 17 tombe 2 jours après, je vois par la Table XVIII, que pour 2 jours après la pleine Lune, il faut ajouter $1^h\ 11'$ à l'établissement du port qui (Table XVII) étant $3^h\ 15'$, me donne $4^h\ 26'$ pour l'heure de haute mer à Brest, le 17 Octobre 1769.

210. Si l'on veut avoir ce temps avec plus de précision, on prendra la différence entre $17^j\ 4^h\ 26'$ & $14^j\ 22^h\ 0'$; c'est $2^j\ 6^h\ 26'$ auxquels dans la

même Table XVIII répondent $1^h\ 19'$ qui ajoutés à l'heure de l'établiſſement donnent $4^h\ 34'$ pour l'heure plus exacte de la haute mer.

211. Au reſte, le temps déterminé par cette méthode, pourra ſouvent différer de celui qu'on obſervera, parce que les vents peuvent altérer conſidérablement l'heure & la quantité des marées. Néanmoins la différence n'ira guère, en général, à plus d'un quart-d'heure, ſi ce n'eſt dans des cas fort rares.

212. On peut auſſi employer la Table XVIII à trouver l'établiſſement du Port, en faiſant l'inverſe de l'opération précédente. C'eſt-à-dire, qu'ayant obſervé l'heure de la haute mer, on en retranchera ou on lui ajoutera la quantité que la Table XVIII donneroit au contraire à ajouter ou à retrancher, ſelon le nombre de jours dont la date propoſée eſt éloignée de la phaſe la plus prochaine de la Lune.

Ainſi, dans l'exemple précédent, ſi la haute mer eſt obſervée à Breſt le 17 Octobre 1769 à $4^h\ 34'$: ayant calculé (147) la phaſe la plus prochaine & trouvé qu'elle doit arriver le 14 à $22^h\ 0'$, on en prendra la différence avec l'heure de l'obſervation : c'eſt $2^j\ 6^h\ 34'$; or la Table XVIII fait voir que pour un pareil intervalle après la pleine Lune, on a dû ajouter $1^h\ 19'$ à l'établiſſement pour avoir $4^h\ 34'$, heure de la haute mer; donc il faut au contraire retrancher $1^h\ 19'$ de $4^h\ 34'$, & il reſtera $3^h\ 15'$ pour l'établiſſement de Breſt.

Description de quelques Instrumens pour observer en mer la hauteur des Astres.

213. Comme la plupart des usages que nous allons enseigner sont fondés sur l'observation de la hauteur des astres, nous commencerons par décrire les principaux instrumens & les moyens que l'on emploie en mer pour cette observation. Nous nous bornerons, pour les instrumens, aux deux qui sont le plus en usage aujourd'hui, savoir le *Quartier Anglois* & l'*Octant*.

Description & usage du Quartier Anglois.

214. Le quartier Anglois (*fig.* 41) est composé de deux arcs de cercle de rayons différens, mais qui ont leur centre au même point *C*. L'arc du plus petit rayon est communément de 60°, & l'autre de 30°. Le premier est divisé de degrés en degrés seulement : le second l'est de 10 minutes en 10 minutes, & l'on y rend les minutes sensibles, par des transversales. Au centre *C*, est élevé perpendiculairement au plan de l'instrument, un marteau percé d'une fente à travers laquelle on vise à l'horizon : cette fente répond perpendiculairement au centre.

Des deux pinnules ou marteaux *A* & *B*, mobiles chacune sur l'un des arcs, celle que porte l'arc du plus petit rayon est garnie au milieu de son épaisseur, d'un verre convexe destiné à porter sur le milieu de la fente *C*, l'image du Soleil. Quant au marteau *A*, il est percé d'un trou auquel on applique l'œil pour voir l'horizon à travers la fente *C*.

Lorſqu'on veut faire uſage de cet inſtrument, on fixe le marteau *B* ſur l'une des diviſions de l'arc *FG*; puis tournant le dos au Soleil, on fait tomber l'ombre du marteau *B*, ſur le marteau *C*, & l'image du Soleil formée par le verre convexe, ſur un petit cercle tracé ſur le marteau *C*. Alors on fait gliſſer la pinnule *A* juſqu'à ce que, regardant à travers cette pinnule & la fente du marteau *C*, on apperçoive la ligne de ſéparation de la mer & du ciel.

La ſomme des degrés de *FB* & de *EA* donne l'angle *SCA* de la hauteur apparente du Soleil au-deſſus de l'horizon : il faut enſuite 1°. ajouter à cet angle, la correction (175) due à l'inclinaiſon de l'horizon, relativement à la hauteur de l'œil (on la trouve *Table X*); 2°. retrancher la réfraction que l'on trouve *Table XI*.

La hauteur que l'on meſure avec cet inſtrument, eſt celle du centre du Soleil, puiſqu'on fait tomber l'image de cet aſtre ſur le petit cercle qui a ſon centre au milieu de la fente. Ainſi il n'y a point de correction à faire pour le diamètre du Soleil.

*Deſcription & Uſage de l'*Octant.

215. La conſtruction & l'uſage de cet inſtrument, qui eſt le plus parfait qu'on ait imaginé juſqu'ici pour obſerver à la mer, ſont fondés ſur une propriété des miroirs plans qu'il eſt à propos de faire connoître avant que d'aller plus loin.

Soient *DE* & *CB* (*fig.* 42) deux miroirs plans ; si un rayon de lumière venu suivant la ligne *OK* rencontre la surface du miroir *DE*, il rejaillit ou se réfléchit lorsqu'il est en *K*, de maniere que sa nouvelle route *KA* fait, avec le miroir *DE*, un angle *AKD* égal à celui *OKE* qu'elle faisoit avec le même miroir du côté opposé. C'est une propriété constatée par l'expérience, & que l'on énonce en disant que l'angle de reflexion *AKD* est égal à l'angle d'incidence *OKE*.

Donc si le rayon réfléchi *KA* rencontre sur sa route le miroir plan *BC*, il se réfléchira de nouveau, en faisant l'angle de réflexion *SAB* égal à l'angle d'incidence *KAC*. Concevons maintenant que l'on fasse tourner le miroir *BC* autour du point *A*, de la quantité angulaire quelconque *BAF*, ensorte qu'il vienne dans la position *FG*. Il est clair que l'angle d'incidence du rayon *KA* étant plus petit, l'angle de réflexion doit être aussi plus petit, & que par conséquent le rayon refléchi ne peut plus être *AS*, mais une autre ligne *AS'* qui fasse un angle moindre avec *GF*, & qui par conséquent fera un angle avec *AS*. Or cet angle *SAS'* est précisément le double de celui *BAF* que fait la position actuelle *FG* du miroir, avec sa première position *BC*.

En effet, l'angle *KAS* compris entre l'incident *KA* & son réfléchi *AS*, vaut toujours 180° moins la somme de l'angle d'incidence & de l'angle de réflexion, c'est-à-dire, moins le double de l'angle d'incidence ; donc si par le mouvement du miroir l'angle d'incidence diminue ou augmente d'une certaine quantité; l'angle compris entre l'incident & le réfléchi augmentera au contraire ou diminuera du double de cette quantité. C'eſt-à-dire, que l'augmentation SAS' ſurvenue à l'angle KAS, en vertu du mouvement du miroir, ſera double de la diminution GAC que reçoit par la même cauſe, l'angle d'incidence KAC, ou double du mouvement angulaire du miroir.

Donc réciproquement ſi l'on ſuppoſe qu'un œil placé en O ſur la droite KO voie l'objet S à l'aide des deux miroirs BC, ED en vertu des deux reflexions que le rayon SA éprouve ſucceſſivement en A & en K, il ne pourra voir le même objet placé en S' qu'autant que le miroir DE reſtant à la même place, on fera mouvoir le miroir BC, d'une quantité BAF qui ſoit moitié de l'angle SAS' compris entre les deux poſitions de l'objet. D'après ces principes, voici la conſtruction de l'octant.

216. BAC (*fig.* 43) eſt un demi-quart de cercle, ou une huitieme partie du cercle, dont l'arc BC eſt diviſé en 90 parties. Au centre A, & perpendiculairement au plan de l'inſtrument, eſt placé un miroir plan fixé à l'alidade AD, & mobile avec elle autour du centre A. A quelque diſtance de A, eſt placé perpendiculairement au plan de l'inſtrument, & fixé au côté AB, un petit miroir plan, de glace, dont il n'y a qu'une partie qui ſoit étamée, ſavoir celle qui eſt la plus voiſine du côté AB, ou du plan de l'inſtrument; l'autre partie eſt ſans étain, & ſert à voir directement l'horizon auquel on viſe à l'aide d'une pinnule ou d'une

petite lunette que l'on place ſur le côté AC, de manière que ſon axe réponde ſur le petit miroir, au milieu de la ligne qui ſépare la partie étamée de la partie non étamée. Quelquefois le petit miroir eſt entièrement étamé, à la réſerve d'un petit eſpace vers le milieu que l'on laiſſe tranſparent pour voir directement l'horizon.

La poſition du miroir K, & celle du miroir A doivent être telles que lorſque l'alidade AD tombera ſur le rayon AC qui va au point zéro de la graduation de l'arc BC, A ſoit parallèle à K.

On obſervera de plus, pour faciliter les obſervations qui ſe feroient près du zénith, d'incliner un peu le miroir A à l'égard de la ligne de foi de l'alidade ; c'eſt-à-dire, de tourner la partie inférieure de ce miroir un peu plus vers B que vers C.

217. L'inſtrument étant tenu dans un plan vertical, & l'alidade étant ſur zéro, ſi à l'aide de la lunette on regarde le terme de l'horizon à travers la partie tranſparente, on doit voir en même temps ſon image dans la partie étamée, placée à côté, ſur une même ligne droite perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Car, à cauſe de la médiocrité de l'intervalle AK, les rayons HA qui venant de l'extrémité de l'horizon, tombent ſur le miroir A, ſont ſenſiblement parallèles à ceux HKO qui viennent du même terme ſur la partie tranſparente du miroir K. Mais les deux miroirs étant parallèles, il eſt aiſé de voir qu'après les deux réflexions, le dernier réfléchi KO, ſera parallèle à HA; il

ſera donc auſſi parallèle à *HK*, & placé à côté de lui.

218. Suppoſons préſentement que l'alidade *AD* étant toujours ſur le premier point de la graduation, on veuille obſerver un aſtre *S*, & déterminer ſa hauteur *SAH* au-deſſus de l'horizon.

Tenant l'inſtrument verticalement & dans le plan que l'on conçoit paſſer par le centre *A* & par l'aſtre, on viſera, à l'aide de la lunette, au terme de l'horizon, à travers de la partie non étamée ; puis on fera deſcendre l'alidade vers *B* juſqu'à ce qu'on voie arriver l'image de l'aſtre ſur la partie étamée du petit miroir, & qu'on l'y voie placée ſur une même ligne avec l'horizon vu par la partie non étamée. Alors, l'angle *CAD* parcouru par l'alidade, & par conſéquent par le miroir *A*, ſera préciſément la moitié (215) de l'angle *HAS*. Mais comme l'arc *BC* de 45°, eſt diviſé en 90 parties qui ſont par conſequent d'un demi-degré chacune, il s'enſuit que pour avoir tout de ſuite le nombre de degrés de la hauteur *HAS*, il n'y a qu'à compter les demi-degrés de *CD* pour des degrés entiers.

219. Il faut, autant qu'il eſt poſſible, faire convenir l'image de l'aſtre, ou du point qu'on en obſerve, avec le point d'interſection de l'horizon & de la ligne qui ſépare la partie étamée, de celle qui ne l'eſt pas. Néanmoins quand le point qu'on obſerve ſeroit à quelque diſtance de cette derniere ligne, l'erreur qui peut en réſulter eſt fort petite & peut être négligée. Mais ce qui importe le plus, c'eſt de bien dé-

terminer le contact de l'astre avec l'horizon. Pour mieux s'en assurer, on fait balancer légèrement l'octant à droite & à gauche, alors si le contact est exact & que l'astre ne change pas sensiblement de hauteur pendant cette manœuvre, il doit, au moindre mouvement, paroître se détacher de l'horizon, en s'élevant. Tel est l'usage de l'octant, lorsqu'on prend hauteur par devant; mais il faut ajouter à tout ceci quelques observations.

220. Avant que de faire usage de cet instrument, il faut le vérifier : cette vérification doit avoir deux objets; le premier de s'assurer si le petit miroir *K* est perpendiculaire au plan de l'instrument. S'il ne l'étoit pas, on s'en appercevroit à ce qu'en regardant l'horizon à travers la partie non étamée, & son image dans la partie étamée, celle-ci ne se trouveroit point dans un même alignement avec la première, mais feroit un angle avec elle. Pour y remédier, on a placé sur le pied de la monture du petit miroir, une petite vis qui sert à le redresser.

On peut faire encore cette vérification le soir, pendant le crépuscule, en regardant, à travers la partie étamée, quelque astre brillant; alors si l'on fait mouvoir un peu l'alidade, de part & d'autre du point zéro de la graduation, on pourra faire suivre à l'astre, la ligne qui sépare la partie étamée de la partie non étamée, ou une parallèle à cette ligne, si le petit miroir est perpendiculaire au plan de l'instrument. Si au contraire il ne l'est pas, l'astre, pendant ce mouvement de l'alidade, paroîtra décrire une ligne oblique à cette ligne de séparation.

Le ſecond objet de vérification, eſt le parallélifme des miroirs. Lorſqu'on ſe ſera aſſuré que le petit miroir *K* eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument, on reconnoîtra que les deux miroirs ſont bien diſpoſés, ſi en regardant le terme de l'horizon, ou un autre objet quelconque fort éloigné, on peut, en mettant l'alidade ſur le point zéro de la graduation, faire arriver l'image de cet objet, avec cet objet même, vu à travers la partie non étamée, les faire arriver, dis-je, dans un même point, ou dans une même ligne perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Si, lors de ce concours, l'alidade ne répondoit pas à zéro, ce feroit une preuve que les deux miroirs ne ſont pas diſpoſés comme il le faut, & les hauteurs que l'on obſerveroit feroient trop grandes ou trop petites, ſelon que le point où l'alidade doit être arrêtée pour ce concours, feroit en dedans ou en dehors de l'arc *AB*. Il faudroit donc ou corriger la poſition des miroirs, en touchant à leurs ſupports, ou bien retrancher, dans le premier cas, & ajouter, dans le ſecond, à chaque hauteur obſervée, la quantité dont l'alidade ſe trouve éloignée du point 0°, lors de la vérification.

221. Quant aux miroirs eux-mêmes, il eſt eſſentiel qu'ils ſoient parfaitement plans, & que les deux faces ſoient exactement parallèles, s'ils ſont de glace; ſans quoi l'image, qui en général ſe répete autant de fois qu'il y a de ſurfaces différemment poſées, feroit irré-

gulière, & ne feroit pas vue dans fes véritables dimenfions. Lorfqu'on obferve le Soleil, on tempère la force de fa lumière, à l'aide de quelques verres colorés placés entre les deux miroirs, & qui tiennent à l'inftrument par un petit bras qui a un jeu de charnière.

222. Le point du Soleil, que l'on obferve, n'eft pas le centre, que rien ne détermine à la vue, d'une manière affez précife; c'eft un de fes bords, & communément c'eft le bord inférieur. Il y a donc alors trois corrections à faire, pour avoir la hauteur du centre; favoir celle qui eft due à l'inclinaifon de l'horizon (175), & qui eft à fouftraire; celle qui eft due à la réfraction (176), elle doit être retranchée; enfin le demi-diamètre du Soleil, qui doit être ajouté.

Quant aux étoiles, il n'y a que les deux premières de ces corrections qui aient lieu.

223. Pour pouvoir employer l'octant à d'autres obfervations que celles du Soleil, il eft indifpenfable d'employer une lunette, au lieu de pinnule. Nous rapporterons ici, d'après M. l'Abbé de la Caille, les dimenfions qu'il convient de lui donner. Le verre objectif doit être de 10 pouces de foyer, & de 25 ou 30 lignes de diamètre. L'oculaire que l'on peut prendre concave, ou plan concave, doit avoir trois pouces & demi ou quatre pouces de foyer, & deux ou trois lignes d'ouverture. La lunette doit être tellement placée que fon axe foit parallèle au plan de l'inftrument, & paffe par le milieu de la ligne qui, fur le petit miroir, fépare la partie étamée, de la partie non étamée.

224. Lorſque l'horizon eſt embrumé au-deſſous de l'aſtre, ou qu'il eſt embarraſſé par quelque terre peu éloignée ; alors on eſt obligé de prendre hauteur par derrière, c'eſt-à-dire, de tourner le dos à l'aſtre. Pour rendre l'octant propre à cette ſorte d'obſervation, on place ſur une avance ajoutée au rayon *AB* (*fig.* 44) une petite glace *K*, en partie étamée, & en partie tranſparente, comme ci-devant ; mais dont la poſition eſt telle que lorſque l'alidade eſt ſur le point 0° de la graduation, ce petit miroir *K* eſt dans une direction perpendiculaire au grand *A*. Une pinnule placée ſur cette même avance, à quelque diſtance du petit miroir *K* ſert à voir, tout à la fois, l'horizon à travers la partie tranſparente, & l'image de l'aſtre ſur la partie étamée. On fait arriver cette image ſur le miroir *K*, en tirant à ſoi l'alidade *AD* ; & le rayon *SA* parti de l'aſtre, arrive à l'œil *O*, ſuivant *KO*, après deux réflexions ſucceſſives en *A* & en *K*. Mais l'image eſt vue renverſée ; parce que, pour peu de hauteur que l'aſtre ait ſur l'horizon, les deux miroirs ſont un angle obtus ; or il eſt aiſé de voir, par l'inſpection de la *fig.* 45, & en faiſant attention au principe que l'angle de réflexion eſt égal à l'angle d'incidence, il eſt aiſé, dis-je, de voir que le point *A* de la droite de l'objet *AB*, eſt vu par l'œil *O*, ſur le miroir *FE*, après les deux réflexions en *C* & en *F*, ſuivant *Oa* ; & que le point *B* de la gauche eſt vu ſuivant *Ob*, enſorte que l'objet *AB* eſt vu, comme le ſeroit un objet tel que *ab* vu directement du point *O*.

225. Pour vérifier cet inſtrument, on viſe à l'horizon, à travers la partie tranſparente du miroir K, & on fait mouvoir l'alidade de B vers C, juſqu'à ce que la partie oppoſée de l'horizon, vienne ſe joindre ſur la partie étamée, à côté de l'horizon vu par la tranſparente. Alors l'alidade qui devoit marquer zéro, ſi les deux tangentes imaginées de l'œil aux extrémités oppoſées de l'horizon, étoient en ligne droite, doit marquer au-delà de la première diviſion, le double de l'inclinaiſon de l'horizon dû à la hauteur de l'œil. Si elle marquoit plus ou moins, on ajouteroit ou on retrancheroit la différence aux hauteurs obſervées.

226. Lorſqu'après avoir vérifié l'inſtrument, on en fait uſage pour prendre hauteur par derrière, il y a, comme on l'a vu, trois corrections à appliquer à cette hauteur, pour le Soleil & la Lune, & deux ſeulement pour les étoiles ; la correction pour le demi-diamètre doit être appliquée en ſens contraire de ce qui a été dit (221) ; c'eſt une ſuite de ce que les objets paroiſſent renverſés, dans cette obſervation.

Différentes méthodes pour trouver en mer, la latitude ou la hauteur du pôle.

227. On peut propoſer un grand nombre de méthodes pour trouver la latitude ; mais la plus ſimple de toutes, & la plus sûre, conſiſte à obſerver la hauteur méridienne des aſtres, ou leur diſtance méridienne au zénith ; c'eſt-à-dire, la diſtance à laquelle ils ſont du zénith,

lorſqu'ils paſſent au méridien. On ne doit recourir aux autres méthodes, que lorſqu'on ne peut pratiquer celle-ci.

On eſt aſſez dans l'uſage d'employer, dans le calcul, la diſtance méridienne au zénith, au lieu de la hauteur même dont elle eſt le complément; nous nous conformerons à cet uſage. Il faut ſeulement obſerver que les corrections qu'on auroit faites à la hauteur, en vertu de ce qui a été dit (166, 175 & 176) doivent être appliquées en ſens contraire, lorſqu'il s'agit de la diſtance au zénith.

228. Pour pouvoir conclure la latitude, de l'obſervation de la diſtance méridienne d'un aſtre au zénith, il faut connoître la déclinaiſon de cet aſtre. Nous en avons donné les moyens (156 & 161).

229. Dans l'énoncé de la règle ſuivante; lorſque nous diſons que la diſtance du zénith à l'aſtre eſt de même dénomination que la déclinaiſon, nous entendons que ſi la déclinaiſon eſt nord, par exemple, l'aſtre eſt au nord du zénith; & qu'il eſt au ſud du zénith, ſi la déclinaiſon eſt ſud. Si au contraire, la déclinaiſon étant nord ou ſud, l'aſtre étoit au ſud, ou au nord du zénith, alors nous entendons que la diſtance du zénith à l'aſtre, eſt de dénomination différente de la déclinaiſon.

Or pour un Obſervateur placé ſur l'hémiſphère boréal, un astre est au ſud du zénith, ſi en ſe tournant vers l'astre, il le voit ſe mouvoir de gauche à droite; & l'astre est au nord, s'il paroît ſe mouvoir de droite à gauche. C'est le contraire lorſqu'on est dans l'hémiſphère austral.

Il

Il faut cependant observer que pour les étoiles de perpétuelle apparition, comme elles passent deux fois au méridien, la règle est tout le contraire lorsqu'elles décrivent la partie inférieure de leur parallèle.

Cela posé, voici la règle qu'on doit suivre pour conclure la latitude, de l'observation de la distance méridienne au zénith.

230. *Si la distance du zénith à l'astre, est de même dénomination que la déclinaison, prenez la différence entre cette distance au zénith, & la déclinaison; & vous aurez la latitude si l'astre n'est pas au-dessous du pôle élevé. S'il y est, au contraire, ajoutez la déclinaison, & la distance au zénith; & le supplément de cette somme sera la latitude.*

Si, au contraire, la distance du zénith à l'astre, est de dénomination différente de la déclinaison, ajoutez la distance au zénith, avec la déclinaison; & vous aurez la latitude.

Pour appercevoir la raison de cette règle, il suffit de jeter les yeux sur la *fig.* 46, où *PZOT* représente le méridien, *HQO* l'horizon, *EQT* l'équateur, *Z* le zénith, & *P* le pôle: & de supposer que l'astre est successivement entre *O* & *E*, ou entre *E* & *Z*, ou entre *Z* & *P*, ou enfin entre *P* & *H*.

231. Pour donner quelques exemples de cette règle, supposons que le 27 Juin 1769, étant au nord de la ligne ou de l'équateur, par 28° 32′ de longitude orientale comptée depuis Paris, on ait observé le bord inferieur du Soleil à midi, & trouvé qu'il étoit au nord du zénith, de 10° 42′.

Je corrige d'abord cette obſervation (222), en ôtant 15′ 45″ (Table XII) pour le demi-diamètre du Soleil, ajoutant 4′ 15″ (Table X) pour l'inclinaiſon de l'horizon due à la hauteur de l'œil que je ſuppoſe de 15 pieds, & ajoutant 0′ 12″ pour la réfraction; j'ai donc 10° 30′ 42″ pour la distance vraie au zénith.

Je calcule (161) la déclinaiſon pour midi du 27 Juin 1769, temps vrai, ſous un méridien à l'est de Paris, de 28° 32′, ou de 1h 54′ 8″; c'est-à-dire, pour Paris le 26 Juin à 22h 5′ 52″; je trouve 23° 18′ 39″ de déclinaiſon boréale. Et puiſque la distance du zénith à l'astre, est de 10° 30′ 42″ boréale, je prends la différence de ces deux quantités, & j'ai 12° 48′ pour la latitude.

232. Suppoſons, pour ſecond exemple, qu'en Mai 1770, on obſerve la distance méridienne de *Régulus*, au ſud du zénith, & qu'on la trouve de 23° 52′.

J'ajoute 4′ 15″ pour l'inclinaiſon de l'horizon, & 0′ 32″ pour la réfraction; j'ai 23° 56′ 47″ pour la distance vraie au zénith.

Par la Table XIII, je trouve que la déclinaiſon de Régulus, en Mai 1770, ſera de 13° 5′ 10″ nord, & puiſque ces deux quantités ſont de dénomination contraire, je les ajoute, ce qui me donne 37° 2′ pour la latitude.

233. On peut remarquer, en paſſant, qu'il n'est pas néceſſaire pour les étoiles, de connoître la longitude du lieu, ni la date préciſe de l'obſervation; parce que leur déclinaiſon apparente, qui varie peu dans une année, ne varie dans quelques jours que d'une quantité inſenſible.

234. Lorſqu'on n'a pu obſerver la hauteur méridienne du Soleil, & que cependant on a beſoin de connoître la latitude avant que la nuit permette d'y employer les étoiles; alors il faut faire uſage des hauteurs du Soleil priſes hors du méridien.

On peut, par exemple, obſerver deux hauteurs du Soleil, à deux inſtans différens, & qui ſoient éloignés d'une heure & demie au moins. Alors ſi à l'aide d'une montre, on compte le temps écoulé dans l'intervalle des deux obſervations; connoiſſant d'ailleurs la déclinaiſon du Soleil, on pourra trouver la latitude de la manière ſuivante, qui est également applicable aux étoiles.

Soit *HOR* (*fig.* 47) l'horizon; *HZR* le méridien; *Z* le zénith; *P* le pôle; *ZNO*, *ZMQ* les deux verticaux dans leſquels on a obſervé l'aſtre; *PN*, *PM* deux cercles de déclinaiſon.

Après avoir corrigé les hauteurs obſervées, de la quantité due à l'inclinaiſon de l'horizon, à la réfraction, & au demi-diamètre, on connoîtra donc les arcs *NZ* & *MZ* complémens des hauteurs meſurées & réduites; les arcs *PN* & *PM* complémens de la déclinaiſon de l'aſtre, que l'on trouve comme il a été dit (161), ou par la Table XIII s'il s'agiſſoit d'une étoile. De plus, l'angle *NPM* qui répond à l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations, ſera connu, en réduiſant ce temps en degrés, à raiſon de 15° par heure, pour le Soleil, & à raiſon de 15° 2′ 28″ par heure, pour les étoiles.

Cela poſé, imaginant l'arc de grand cercle *MN*, on aura un triangle ſphérique *MPN* dont on connoîtra les deux côtés *MP*, *PN* & l'angle compris *MPN*; on pourra donc (*Géom.* 361. Quest. IV & V) calculer l'angle *PMN*, & le côté *MN*. Alors dans le triangle ſphérique *MZN* où l'on connoît les trois côtés, il ſera facile (192) de calculer l'angle *ZMN*. Retranchant donc l'angle calculé *PMN*, de l'angle calculé *ZMN*, on aura l'angle *ZMP*. Or dans le triangle *ZMP* où l'on connoît actuellement les côtés *ZM* & *PM*, & l'angle compris *ZMP*, il ſera facile (*Géom.* 361. Question IV) de calculer le côté *ZP* qui est le complément de la hauteur *PH* du pôle, & par conſéquent de la latitude.

235. Quoique cette même méthode puiſſe, ainſi que nous venons de l'inſinuer, être appliquée aux étoiles, on ne peut cependant que très-rarement ſe trouver dans la néceſſité de le faire, puiſqu'il est bien rare que pendant la nuit il n'y ait quelque étoile dont on ne puiſſe prendre la hauteur méridienne, obſervation que l'on doit toujours préférer. Car nous ne devons pas négliger de faire remarquer qu'outre que cette méthode exige la meſure de deux hauteurs, dont chacune est toujours ſuſceptible de quelque erreur, il y a encore une autre erreur à craindre dans la meſure du temps; erreur d'autant plus à craindre que chaque ſeconde de temps répond à 15″ de degré ſur la valeur de l'angle *MPN*.

236. Si, pour éviter cet inconvénient, on prenoit le parti de meſurer, dans un même instant, les hauteurs *QM*, *ON*, (*fig.* 47) de deux étoiles connues, alors il est bien vrai que

par la différence connue par la Table XIII, de l'ascension droite de ces étoiles, on auroit l'angle *MPN* avec la plus grande précision; & l'on pourroit par le même calcul que dans le cas précédent, conclure le complément *ZP* de la latitude. Mais cette observation exigeroit le concours de deux observateurs; & d'ailleurs, comment s'assurer qu'avec deux observateurs, les deux observations seront parfaitement simultanées? Il est bien vrai qu'on pourroit encore faire les deux observations l'une après l'autre, en observant de les faire suivre le plus immédiatement qu'il seroit possible; & il y auroit moyen, comme nous le verrons en parlant des longitudes, de réduire l'une des hauteurs observées, à ce qu'elle auroit été à l'instant de l'observation de l'autre; mais on retomberoit dans la nécessité de mesurer le temps.

237. En général, les méthodes de trouver la latitude, qui exigent des hauteurs prises hors du méridien, quoique bonnes dans la spéculation, ont toutes plusieurs inconvéniens dans la pratique, sur-tout à la mer. Elles supposent ou la mesure du temps, ou la simultanéité de quelques observations, ou plusieurs mesures; ou encore la mesure de l'azimuth ou de l'amplitude. Ces dernières sont sans contredit les plus vicieuses dans la pratique; car l'azimuth ou l'amplitude doit alors être mesuré avec le compas de variation, qui est bien éloigné de pouvoir donner une précision suffisante. Nous ne ferions pas même mention de ce dernier moyen, si nous ne croyions nécessaire de prévenir les Commençans qui trouveroient ces

méthodes dans quelques Livres, qu'elles n'y ont été sans doute proposées que pour servir d'exemples de calcul des triangles sphériques.

238. On a proposé aussi de déterminer la latitude sans le secours de la déclinaison, par l'observation de trois hauteurs d'un même astre, prise hors du méridien, & par les intervalles de temps écoulés entre les observations. Ce moyen est sujet aux mêmes difficultés que nous venons d'exposer ; ainsi nous ne nous y arrêterons pas ici : on trouvera néanmoins dans la quatrième Section, quelques recherches sur ce cas.

Usage des observations de latitude, pour la correction des Routes.

239. La mesure du sillage étant sujette à autant d'incertitudes que nous l'avons vu (47) ; & celle du rhumb de vent étant aussi fort incertaine, tant par la petitesse de la rose des vents, que par la variation qui change presque sans cesse, & par la dérive qui varie selon la direction & la force du vent, la position de la voilure, & la direction de la route ; il est donc de la plus grande importance, de chercher à rectifier ces élémens, aussi souvent que l'occasion peut s'en présenter.

Les observations de latitude sont presque le seul guide que l'on puisse consulter. Mais elles ne suffisent pas pour reconnoître toutes les erreurs qu'on a pu commettre dans l'estime. En effet, l'erreur en latitude peut résulter de deux causes ; de l'erreur commise sur la mesure du chemin, & de celle que l'on auroit commiſe ſur le rhumb de vent. Enſorte que ſi en comparant la latitude obſervée, avec la latitude eſtimée ou conclue de la meſure du chemin & de celle du rhumb de vent, on trouve de la différence, on peut bien en conclure que la meſure du chemin, ou le rhumb de vent, ou tous les deux ſont fautifs; mais on ne peut pas en conclure immédiatement pour combien chacun a contribué à cette erreur. Il faut s'aider encore des conjectures les plus probables que l'on pourra faire ſur la prépondérance de l'une de ces cauſes, ſur l'autre. D'après ces conjectures on attribuera, à l'une des deux, une partie de l'erreur en latitude, proportionnée à l'effet dont on la juge capable; cette ſuppoſition déterminera l'erreur qu'on a faite ſur la meſure de cette première cauſe; & la partie reſtante de l'erreur en latitude, ſervira à déterminer l'erreur qu'on a commiſe dans la meſure de la ſeconde. Examinons d'abord les deux cas les plus ſimples.

240. Si la route que l'on ſuit approche beaucoup de la ligne nord & ſud; c'eſt-à-dire, ſi elle tombe entre le *N-N-O* & le *N-N-E*, ou entre le *S-S-O* & le *S-S-E*, l'erreur en latitude ne doit être attribuée qu'à l'erreur commiſe ſur la meſure du chemin; parce que celle qu'on auroit commiſe ſur le rhumb de vent, à moins qu'elle ne ſoit conſidérable, ne peut produire qu'un très-petit effet ſur la latitude, ainſi qu'il eſt facile de le voir.

Alors, pour corriger la diſtance, on fera cette proportion que l'on peut d'ailleurs exécuter facilement ſur le quartier de réduction. *Le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud* (que l'on trouvera par les règles de la première Section) *eſt au nombre des lieues de diſtance*, *comme le nombre des minutes de l'erreur en latitude*, *eſt à un quatrième terme* dont le tiers ſera le nombre de lieues qu'on doit ajouter au chemin, ou en retrancher, ſelon que la latitude obſervée ſera plus grande ou plus petite que la latitude eſtimée.

Par exemple étant parti de 36° 42′ de latitude nord, on a couru, ſelon l'eſtime, 100 lieues au *N*$\frac{1}{4}$*N E*; & ayant obſervé la latitude, on l'a trouvée de 42° 0′.

On trouvera par les règles de la première Section, que le nombre des lieues nord & ſud, eſt 98; & que par conſéquent la latitude d'arrivée, *eſtimée* ou conclue de l'eſtime, eſt de 41° 36′; la différence ou l'erreur eſt donc de 0° 24′. On fera donc cette proportion 98 : 100 : : 24′ ſont à un quatrième terme 24′$\frac{1}{2}$ qui eſt le nombre de minutes de grand cercle que vaut l'erreur faite ſur la route. Prenant donc le tiers, puiſque chaque minute vaut un tiers de lieue, on aura huit lieues & $\frac{1}{6}$ pour l'augmentation qu'on doit faire à la route qui par conſéquent doit être cenſée avoir été de 108 lieues & $\frac{1}{6}$.

Pour appercevoir la raiſon de cette règle; il ſuffit de jeter les yeux ſur la *figure* 48 où *CB* repréſente la route eſtimée, *CA* le chemin eſtimé en latitude; *CE* la vraie route, & *CD* le vrai chemin fait en latitude. A cauſe des parallèles *AB* & *DE*, on a *CA* : *CB* : : *AD* : *BE*; or *AD* : *BE* comme le nombre des minutes de *AD*, eſt au nombre des minutes de *BE*.

241. Si la route eſt fort voiſine de la ligne eſt & oueſt, c'eſt-à-dire, ſi elle tombe entre l'*O-S-O* & l'*O-N-O*, ou entre l'*E-S-E* & l'*E-N-E*; alors l'erreur en latitude ne doit être attribuée qu'à l'erreur commiſe ſur le rhumb de vent. Car les erreurs commiſes ſur la route, influent d'autant moins ſur la latitude, que le rhumb de vent approche plus de 90°, puiſque alors on avance fort peu en latitude.

Dans ce cas, pour avoir le rhumb corrigé, on fera cette proportion..... *La différence des latitudes de départ & d'arrivée, réſultante de l'eſtime, eſt à la différence des mêmes latitudes, réſultante de l'obſervation, comme le coſinus du rhumb eſtimé, eſt au coſinus du rhumb corrigé.*

Par exemple, on eſt parti de 22° 43′ de latitude nord; on a couru ſelon l'eſtime 134 lieues à l'*O*$\frac{1}{4}$*S-O*; & ayant obſervé la latitude, on l'a trouvée de 20° 52′.

Par les règles de la première Section, on trouvera que la latitude d'arrivée réſultante de l'eſtime, ſeroit 21° 24′; l'erreur eſt donc de 0° 28′. On fera donc cette proportion 1° 19′ : 1° 51′ : : *coſ.* 78° 45′ eſt à un quatrième terme qui ſera le coſinus du rhumb corrigé. On trouvera donc que le rhumb corrigé eſt de 74° 5′; c'eſt-à-dire, qu'on a couru l'*O*$\frac{1}{4}$*S-O* 4° 40′ *S*.

Voici la démonſtration de cette règle. Soient *CA* & *CD* (*fig.* 49) la différence de latitude eſtimée, & la différence de latitude obſervée; *CB* la route eſtimée, & *CE* la vraie route. Si du centre *C* & du rayon *CB* ou *CE*, on conçoit l'arc *BER*, il eſt évident (*Géom.* 269) qu'en considérant CB comme rayon, CA & CD sont les cosinus du rhumb estimé BCA, & du rhumb corrigé ECD; donc $CA : CD :: cos. BCA : cos. ECD$.

242. Par cette même figure, on voit aussi que pour exécuter cette correction par le quartier de réduction, il n'y a autre chose à faire qu'à porter sur la ligne nord & sud, le chemin CD qui convient à la différence des latitudes d'arrivée & de départ, déduite de l'observation; & faire convenir le nombre CE des lieues de distance, avec la parallèle à la ligne est & ouest, qui passeroit par D.

243. Quoique dans les routes voisines de la ligne est & ouest, l'erreur en latitude ne provienne point, ou participe peu de l'erreur sur le chemin, il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait d'autres corrections à faire à l'estime, que celles qui dépendent du rhumb de vent. En effet, l'erreur sur la route, produit, au contraire, alors, le plus grand effet sur la longitude. Il est donc dans ce cas, plus important que dans tout autre, de se rendre attentif à la mesure du sillage, puisque l'observation de la latitude n'est pas propre dans ce cas à faire connoître l'erreur faite sur le chemin.

Si l'on a lieu de soupçonner de l'erreur sur la longueur de la route, on n'a pour la déterminer, que les conjectures les plus probables que l'on pourra former d'après l'examen des circonstances de la navigation. Mais en général, il y a moins d'inconvénient à supposer la route trop grande, qu'à la supposer trop petite.

244. Dans les autres routes, l'erreur en lati-

tude, provenant du rhumb & de la distance, tout-à la-fois; il faut partager cette erreur en deux parties, dont on attribuera l'une à la distance, & l'autre au rhumb de vent. On regardera chacune de ces deux parties, comme s'il n'y avoit qu'une seule cause d'erreur en latitude, & que cette cause fût celle à laquelle on attribue cette partie de l'erreur totale. Alors on déterminera la distance corrigée, comme il a été dit (240); & le rhumb corrigé, comme il a été dit (241). La difficulté ne consiste donc que dans la manière de partager l'erreur totale, entre les deux causes qui peuvent la produire: voici les observations générales qui doivent guider.

245. 1°. Si l'on a lieu de croire que le rhumb de vent & la distance pèchent tous deux par défaut, c'est-à-dire, ont été estimés trop petits; on attribuera, à la distance, plus que l'erreur en latitude; si cette dernière erreur est aussi par défaut; & l'on attribuera au rhumb de vent, l'excédent de celle-là sur l'erreur en latitude. Si au contraire l'erreur en latitude est par excès, c'est au rhumb de vent qu'il faudra attribuer plus que l'erreur en latitude, & l'on attribuera à la distance, l'excédent sur l'erreur en latitude.

Par exemple, si la latitude estimée étoit plus petite que la latitude observée, de 18'; & qu'en même temps, on eût lieu de croire que le rhumb de vent & la distance ont été estimés trop petits; on attribueroit plus de 18' à la distance, & l'excédent au-delà de 18', au rhumb. Si au contraire la latitude estimée étoit plus grande que la latitude obſervée, de 18′; l'on attribueroit plus de 18′ au rhumb de vent, & l'excédent, au-delà de 18′, à la diſtance.

La raiſon de cette règle ſera évidente ſi l'on fait attention que la diſtance reſtant la même, on ne peut augmenter le rhumb de vent, ſans diminuer la différence en latitude; puis donc qu'on ſuppoſe, dans le premier cas, qu'il faut en effet l'augmenter, il faudra que l'erreur attribuée à la diſtance ſoit capable de produire non-ſeulement l'erreur obſervée en latitude, mais encore la quantité dont cette erreur eſt diminuée par la fauſſe eſtime du rhumb de vent. C'eſt-à-dire, que dans cette occaſion l'erreur en latitude n'eſt telle qu'on l'obſerve, que parce que le rhumb de vent ayant été eſtimé trop petit, cette fauſſe eſtime a compenſé une partie de l'erreur que la diſtance ſeule a produite; donc l'erreur ſur la diſtance doit, à elle ſeule, avoir produit plus que l'erreur obſervée.

246. 2°. Si au contraire on a lieu de ſoupçonner, que le rhumb de vent, & la diſtance pèchent par excès; on fera préciſément le contraire de ce qui vient d'être dit dans l'obſervation précédente, pour chacun des deux cas qu'elle comprend.

247. 3°. Si l'on a lieu de juger que la diſtance pèche par défaut, & le rhumb de vent par excès, ou au contraire; alors on attribuera, à l'un, une partie ſeulement de l'erreur en latitude, & l'autre partie à l'autre; car alors l'erreur faite ſur chacun, contribue dans le même ſens à altérer la latitude.

248. Quant à la quantité préciſe qu'on doit

attribuer à chacun ; ce n'eſt qu'en faiſant les conjectures les plus plauſibles ſur les circonſtances de la route du vaiſſeau, qu'on peut la déterminer. On doit cependant obſerver que comme on eſt en général moins sûr de la diſtance que du rhumb, on doit, ſi aucune conjecture ne détermine à faire autrement, attribuer plus à la diſtance qu'au rhumb.

EXEMPLE I^er.

On eſt parti de $247^\circ\ 12'\ 12''$ de longitude ; & $23^\circ\ 10'$ de latitude nord : on a couru, ſelon l'eſtime 100 lieues, dans le $N\text{-}O\frac{1}{4}O$; & ayant obſervé la latitude, on l'a trouvée de $26^\circ\ 5'$. Mais, examen fait des circonſtances de la route, on a lieu de croire qu'on s'eſt plus approché vers l'oueſt, & que l'on a fait plus de chemin. On demande comment on doit corriger le rhumb & la diſtance pour faire convenir l'un & l'autre avec la latitude obſervée. Ici le rhumb & la diſtance pèchent donc par défaut ; ainſi nous tombons dans un des cas de la première obſervation (245) ; & pour ſavoir dans lequel, je cherche par les règles de la première Section, le chemin fait en latitude ; je le trouve de 55, 6 lieues ; par conſéquent la latitude d'arrivée, eſtimée, eſt de $25^\circ\ 57'$, plus petite que la latitude obſervée, de $8'$. L'erreur en latitude eſt donc auſſi par défaut. Ainſi (245) je dois attribuer à la diſtance, plus que 8, & l'excédent au rhumb.

Je ſuppoſe que d'après l'examen de ce qui a pu occaſionner l'erreur ſur la diſtance, je voie que je ne puis pas attribuer plus de 14′ à cette cause. J'aurai donc 14′ pour l'erreur en latitude, due à la route, & par conséquent 6′, ou l'excédent sur 8′, pour ce que je dois attribuer au rhumb. Cela posé, je calcule selon la règle donnée (240) quelle a dû être l'erreur sur la route, pour produire 14′ sur la latitude; je trouve $8\frac{2}{5}$ lieues. La distance corrigée est donc $108\frac{2}{5}$.

Donc si la route avoit été estimée de $108\frac{2}{5}$ lieues, la latitude estimée auroit été trouvée de 14′ plus grande, c'est-à-dire, qu'on l'auroit trouvée de 26° 11′; & par conséquent de 6′ plus forte que l'observée. Cette erreur étant due au rhumb de vent, je calcule par la règle donnée (241), le rhumb corrigé qui donnera une diminution de 6′ sur la latitude résultante de la correction précédente. Je fais donc cette proportion..... 3° 1′ différence de latitude nouvellement estimée, sont à 2° 55′ différence de latitude observée, comme le cosinus de 56° 15′ rhumb estimé, est au cosinus du rhumb corrigé, lequel rhumb corrigé sera donc de 57° 30′; c'est-à-dire, que la route étoit dirigée au *N-O$\frac{1}{4}$O* 1° 15′ *O.*

Avec la différence de latitude observée & le rhumb corrigé, on trouvera par les règles de la première Section, que la différence de longitude, est 5° 3′. Et si l'on n'avoit fait aucune correction, on l'auroit trouvée de 4° 36′.

EXEMPLE II.

On est parti de 52° 42′ de longitude, & 8° 43′ de latitude Sud. On a couru 143 lieues au

S-E 3° *E*, & l'on a obſervé la latitude que l'on a trouvée de 13° 47′. Mais d'après l'examen fait des circonſtances de la route, on a lieu de croire que cette latitude qui ne s'accorde pas avec la latitude eſtimée, pèche parce que la diſtance a été eſtimée trop petite, & le rhumb trop grand.

On trouvera par les règles de la première Section, que le chemin fait en latitude eſt $95\frac{3}{4}$, & que par conſéquent la latitude d'arrivée eſt 13° 30′. L'erreur en latitude eſt donc 17′.

Je ſuppoſe qu'on n'ait rien obſervé qui donne lieu d'attribuer cette erreur, plutôt à la diſtance qu'au rhumb; dans ce doute j'en attribue plus à la diſtance qu'au rhumb; parce que la meſure de la diſtance eſt la plus incertaine. J'attribue donc 10′ à la diſtance, & 7′ au rhumb.

Je détermine, par la règle donnée (240) l'erreur de la route, qui a pu produire 10′ d'erreur ſur la latitude; je trouve 5 lieues. La diſtance corrigée eſt donc 148 lieues. D'où je conclus que ſi la diſtance eût été eſtimée de 148 lieues, il n'y auroit eu que 7′ d'erreur ſur la latitude, enſorte que la latitude eſtimée auroit été trouvée de 13° 40′.

Je détermine le rhumb corrigé qui puiſſe ajouter ces 7′ qui manquent encore, & dans cette vue, je fais (241) cette proportion..... 4° 57′ différence de latitude nouvellement eſtimée, ſont à 5° 4′ différence de latitude réſultante de l'obſervation, comme le coſinus du rhumb eſtimé 48°, eſt au coſinus du rhumb corrigé; je trouve ce rhumb, de 46° 46′; c'eſt-à-dire, que la route étoit dirigée au *S-E* 1° 46′ *E*.

Avec la différence de latitude obſervée, & le rhumb corrigé, on trouvera par les règles de la première Section, que la différence de longitude eſt de 5° 30′. Par la diſtance & le rhumb eſtimés, on l'auroit trouvée de 5° 26′.

Moyens de déterminer, en mer, l'heure qu'il eſt ſous le méridien où l'on ſe trouve.

249. Les moyens qu'on peut employer pour déterminer l'heure, ſont les obſervations du lever & du coucher des aſtres, ou celles de leur hauteur ſur l'horizon. On compare l'heure que marque la montre lors de cette obſervation à celle que l'on déduit du calcul fondé ſur cette même obſervation, & fait d'après les règles preſcrites (190 *& ſuiv.*) La différence fait connoître l'avance ou le retard de la montre.

250. Comme les règles que nous avons données (190 *& ſuiv.*) ſuppoſent que l'on connoît la latitude; ſi le vaiſſeau a changé de lieu depuis l'obſervation de latitude, il eſt clair que pour avoir la latitude du lieu où l'on ſe trouve, il faudra commencer par appliquer à celle qui a été obſervée, la réduction qu'exige le chemin qu'on a pu faire ſuivant la ligne nord & ſud, depuis cette obſervation; ce qui eſt facile par les règles pour la réduction des routes, données dans la première Section.

251. Lorſqu'on emploie le lever ou le coucher du Soleil; comme il pourroit y avoir de l'incertitude à déterminer à la vue, le moment

où

où son centre est à l'horizon, il vaut mieux observer le moment où l'un de ses bords quitte l'horizon, & calculer l'angle horaire comme il a été dit (193).

Supposons, par exemple, qu'étant par 29° 0′ de longitude occidentale comptée de Paris, on ait observé la latitude de 39° 58′ *N*, le 20 mai 1770 à midi; & que le même jour on ait observé le coucher du bord inférieur du Soleil, lorsque la montre marquoit 7^h 20′. Depuis midi jusqu'à ce moment on a fait 18 lieues à l'*O-NO*.

Je commence par chercher le changement en latitude, & le changement en longitude par les règles de la première Section; je trouve le premier de 6,9 lieues qui valent 21′; ainsi la latitude au moment de l'observation du coucher du Soleil, étoit de 40° 19′ *N*.

Le changement en longitude est de 1° 12′ *O*. Donc la longitude, lors de l'observation du coucher, est de 30° 12′ qui, en temps, valent 2^h 0′ 48″. Je calcule la déclinaison du Soleil pour le jour de l'observation & l'heure indiquée par la montre, augmentée ou diminuée de la différence des méridiens, en temps, selon qu'on sera à l'ouest, ou à l'est de Paris. Je calcule donc, ici, pour 9^h 21′. Cette déclinaison ne peut différer que très-peu de celle qui convient au véritable instant de l'observation, & n'en différera nullement si la montre marque l'heure véritable. Je trouve, pour cette déclinaison 20° 7′ 30″. Cela posé, conformément à ce qui a été dit (192), pour calculer l'angle horaire *ZPC* dans le triangle *ZPC* (*fig.* 40), j'ajoute ensemble le côté *ZP* complément de la latitude, le côté *PC* complément de la déclinaiſon, & le côté *ZC* de 90° 20′, c'eſt-à-dire, de 90° moins le demi-diamètre 15′ 49″ du Soleil, plus l'inclinaiſon 4′ 15″ de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, plus la réfraction qui, à cette diſtance apparente du zénith, ou à 89° 48′ environ, eſt de 31′ ½. De leur demi-ſomme je retranche les côtés *ZP*, *PC*; puis prenant les logarithmes des deux reſtes, j'opère comme il ſuit....

Log. ſin. du premier reſte 55° 16′ . . .	9,91477
Log. ſin. du ſecond reſte 35° 4′.	9,75931
Complément Arith. log. ſin. *ZP*, 49° 41′.	0,11777
Complément Arith. log. ſin. *PC*, 69° 52′ ½.	0,02737
Somme.	19,81922
Demi-ſomme ou log. ſin. ½ *ZPC*. . .	9,90961

Donc l'angle horaire *ZPC* eſt de 108° 36′ qui réduits en temps, à raiſon de 15° par heure, valent 7^h 14′ 24″; donc puiſque la montre marquoit 7^h 20′, elle avançoit de 5′ 36″.

Cette avance de 5′ 36″ ſur le temps du méridien actuel, n'eſt pas l'erreur abſolue de la montre. C'eſt-à-dire, que ſuppoſant que la montre ait été miſe à l'heure préciſe, lors de l'obſervation de la latitude ce même jour à midi, ſi elle a marqué 7^h 20′ au moment du coucher, au lieu de 7^h 14′ 24″ qu'elle devoit marquer pour être à l'heure du méridien actuel, il ne s'enſuit pas qu'elle ait eu une accélération de 5′ 36″. Car la différence des méridiens des deux obſervations étant de 1° 12′ *O*, qui valent 4′ 48″, il eſt clair que ſi elle étoit parfaitement réglée, elle auroit dû être trouvée de 4′ 48″ en avance ſur l'heure du méridien d'arrivée; elle n'a donc véritablement avancé que de 48″ dans l'intervalle des deux obſervations, ſi toute fois la longitude a été bien déterminée.

252. Quoique nous ayions préféré l'obſervation du coucher apparent de l'un des bords du Soleil, on peut auſſi, ſi l'on veut, employer le coucher réel du centre, le calcul de l'angle horaire ne différera qu'en ce qu'on prendra pour *ZC*, 90° précis. Quant à l'obſervation, il faut remarquer que lorſque le centre du Soleil ſera véritablement à l'horizon, il paroîtra être au-deſſus, d'environ 37′, ſavoir 32′ $\frac{1}{2}$ par l'effet de la réfraction, & 4′ $\frac{1}{2}$ pour l'inclinaiſon de l'horizon, due à la hauteur de l'œil. Ainſi le moment qu'il faut obſerver, c'eſt celui où le bord inférieur du Soleil paroît au-deſſus de l'horizon, d'une quantité un peu plus grande que le demi-diamètre du Soleil.

253. Au reſte, l'obſervation du lever ou du coucher n'eſt pas celle qui peut donner l'heure avec la plus grande exactitude. L'incertitude des réfractions à l'horizon (176 *& ſuiv.*), donnera preſque toujours lieu à quelque différence entre le calcul & l'obſervation. On ne peut guères compter ſur une détermination plus préciſe qu'à une demi-minute de temps près.

254. Pour avoir l'heure avec plus de préciſion, il vaut mieux employer les hauteurs du Soleil priſes lorſque cet aſtre a quelques degrés d'élévation. Suppoſant donc qu'on ait meſuré la hauteur *ST* (*fig.* 35); alors dans le triangle *ZPS* où l'on connoît *ZP* complément de la latitude corrigée comme dans l'exemple précédent, le côté *PS* complément de la déclinaiſon qu'il ſuffit de calculer pour l'inſtant marqué

à la montre & réduit au méridien de Paris ; & ZS complément de la hauteur obſervée & corrigée comme il a été dit (222), on calculera l'angle horaire de la même manière que dans l'exemple précédent, & on le réduira en temps à raiſon de 15° par heure.

255. Quant à la manière d'avoir l'heure pendant la nuit, c'eſt de même en obſervant la hauteur des étoiles, & calculant de même l'angle horaire ZPS dans le triangle ZPS (*fig.* 35) dont on connoît alors le côté ZP complément de la latitude, le côté SZ complément de la hauteur obſervée corrigée, & le côté SP complément de la déclinaiſon que l'on détermine à l'aide des catalogues d'étoiles, tels qu'on en voit un eſſai (Table XIII).

Mais pour déduire de la valeur de cet angle horaire, l'heure de l'obſervation ; on le réduira d'abord, en temps, à raiſon de 15° par heure; de ce temps l'on retranchera le mouvement (réduit en temps) que le Soleil doit avoir en aſcenſion droite pendant cet intervalle, & l'on aura le temps qui doit s'écouler ou qui a dû s'écouler, entre l'obſervation de la hauteur, & le paſſage de l'étoile au méridien. C'eſt pourquoi calculant (186) l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, on ajoutera ces deux quantités, ou l'on prendra leur différence, ſelon que l'obſervation aura été faite à l'oueſt ou à l'eſt du méridien.

Par exemple, le 25 Juillet 1770, étant par 32° 50′ de longitude occidentale comptée de Paris, & 40° 12′ de latitude nord, on obſerve la hauteur de *Sirius*, & on la trouve de 18°

23′ vers l'eſt. La montre marque alors $7^h\ 1'$, on demande l'heure qu'il eſt véritablement.

Je corrige (222) la hauteur obſervée $18^\circ\ 23'$, & je la réduis par conſéquent à $18^\circ\ 15'\frac{2}{3}$. Par la Table XIII, je trouve que la déclinaiſon de *Sirius* en Juillet 1770, eſt de $16^\circ\ 24'\ 37''$ ſud. Cela poſé, dans le triangle $ZS'P$ (*fig.* 35) où S' repréſente le lieu de Sirius, nous connoiſſons ZP de $49^\circ\ 48'$ complément de la latitude; ZS' de $70^\circ\ 44'\frac{1}{3}$ complément de la hauteur obſervée corrigée; & PS' de $106^\circ\ 24'\ 37''$ ſomme de la déclinaiſon & de 90°. Calculant donc (192) l'angle horaire ZPS', je trouve $47^\circ\ 26'$ qui réduits en temps valent $3^h\ 9'\ 44''$.

Pour trouver le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, dans cet intervalle; je calcule l'aſcenſion droite du Soleil pour le midi du lieu de l'obſervation, le 24 Juillet 1770, & le midi du 25; c'eſt-à-dire, pour $2^h\ 11'\ 20''$ que l'on compte alors à Paris; & ayant réduit ces aſcenſions droites en temps, je trouve $8^h\ 15'\ 17''$ & $8^h\ 19'\ 14''$. D'où je vois que le mouvement en aſcenſion droite en 24 heures, eſt de $3'\ 57''$; donc pendant l'intervalle de $3^h\ 9'\ 44''$, ce mouvement ſera de $0'\ 30''$; ainſi le temps que Sirius doit employer depuis le moment de l'obſervation, juſqu'à ſon paſſage au méridien, eſt de $3^h\ 9'\ 14''$. Il reſte donc à ſavoir l'heure de ſon paſſage au méridien.

Or, par la Table XIII, je vois que ſon aſcenſion droite eſt de $98^\circ\ 45'\ 45''$, ou de $6^h\ 35'\ 3''$, & puiſque celle du Soleil eſt de $8^h\ 15'\ 17''$ le 24 à midi au méridien actuel, la difference d'aſcenſion droite à cette même heure, ſera de

$22^h\ 19'\ 46''$, c'eſt-à-dire, que ſi le Soleil n'avoit point de mouvement en aſcenſion droite, du 24 au 25, Sirius paſſeroit au méridien, le 24 à $22^h\ 19'\ 46''$, ou le 25 à $10^h\ 19'\ 46''$ du matin; mais puiſqu'en un jour le mouvement du Soleil en aſcenſion droite eſt alors de $3'\ 57''$, en $22^h\ 19'\ 46''$, il ſera de $3'\ 41''$; donc l'heure vraie du paſſage de Sirius au méridien le 25, ſera $10^h\ 16'\ 5''$ du matin. Puis donc qu'au moment de l'obſervation, il eſt éloigné du méridien de $3^h\ 9'\ 14''$, il s'enſuit que le moment vrai de l'obſervation, eſt $7^h\ 6'\ 51''$; donc la montre retarde de $5'\ 51''$.

Remarque.

256. Les méthodes précédentes peuvent ſervir à faire connoître l'erreur de la montre à l'égard du méridien ſous lequel on ſe trouve lors de l'obſervation. Mais de ce que l'on trouveroit une différence entre l'heure de la montre, & l'heure calculée, il ne faut pas en conclure que la montre a varié. On ne ſeroit fondé à le conclure que dans le cas où l'on n'auroit pas changé de méridien depuis la dernière fois que la montre a été réglée. Lors donc qu'on veut employer ces méthodes à régler les montres, ou à connoître leur variation, il faut par deux obſervations de hauteur faites à des intervalles de temps différens de quelques heures au moins, déterminer deux fois l'erreur apparente de la montre. Puis ayant déterminé, par les règles de la première Section, le changement en longitude fait pendant l'intervalle des

deux obſervations, & l'ayant réduit en temps; s'il eſt égal à la différence des deux erreurs de la montre, & dans le même ſens, on en conclura que la montre eſt bien réglée; c'eſt-à-dire, qu'elle marque 24 heures d'un jour à l'autre; & dans le cas contraire, l'excédent ſera l'erreur de la montre, dans l'intervalle des deux obſervations.

Au reſte, on ne doit pas ſe borner à une ſeule obſervation pour avoir l'heure, non plus qu'à deux, pour régler la montre. Il faut en faire le plus qu'on peut, afin de compenſer par le nombre, les erreurs qui peuvent affecter chacune.

On peut encore employer pour régler les montres, la méthode des hauteurs égales ou correſpondantes. On trouvera cette méthode & la correction qu'elle exige, expliquées dans la quatrième Section.

257. Les circonſtances les plus favorables pour déterminer exactement l'heure par l'obſervation de la hauteur des aſtres, ſont lorſque l'aſtre ayant une déclinaiſon moindre que la latitude, & de même dénomination, il paſſe au premier vertical; ou lorſqu'ayant une déclinaiſon plus grande que la latitude, & de même dénomination, il arrive au point où ſon vertical & ſon parallèle ſe touchent. Mais comme on n'eſt pas toujours le maître de ſaiſir l'une ou l'autre de ces deux circonſtances; il faut du moins obſerver l'aſtre le plus près de l'une ou de l'autre qu'il eſt poſſible, en évitant néanmoins de l'obſerver trop près de l'horizon, d'employer un aſtre dont la déclinaiſon ſeroit

très-grande, comme de 60°, ou plus; car alors, quoiqu'il y eût en effet plus d'avantage à l'observer au point où son parallèle touche son vertical, qu'en tout autre point de ce même parallèle, son mouvement en hauteur n'est jamais aussi rapide qu'il seroit à desirer. Voici sur quoi ces règles sont fondées.

Soit *HQO* (*fig.* 50) l'horizon; *HZO* le méridien; *Z* le zénith; *P* le pôle; *EQ* l'équateur; *NSL* le parallele de l'astre. Soit *Ss* l'arc infiniment petit que l'astre décrit pendant un instant; *ZSR*, *Zsr* les deux verticaux; & *PSM*, *Psm* les deux cercles de déclinaison correspondans. Si du point *Z* comme centre, on conçoit l'arc *sq* qui sera perpendiculaire sur *ZS*; le petit triangle rectangle *Sqs* pourra être regardé comme rectiligne, & l'on aura (*Géom.* 295) $Ss : qS :: R : cos.\ sSq$ ou $:: R : sin.\ ZSP$. D'ailleurs (*Géom.* 329) on a $Mm : Ss :: R : cos. MS$; donc multipliant ces deux proportions, on aura $Mm : qS :: R^2 : sin.\ ZSP \times cos.\ MS$.

Donc 1°. la déclinaison *MS* restant la même, il est clair que plus le sinus de l'angle *ZSP* sera grand, plus l'augmentation *qS* en hauteur, sera grande par rapport à la mesure *Mm* de l'angle horaire correspondant *MPm*. Donc quand cet angle *ZSP* sera droit, c'est-à-dire, quand son sinus sera le plus grand qu'il est possible, le changement en hauteur sera le plus rapide qu'il est possible. Or il est évident que l'angle *ZSP* est droit quand le vertical touche ce parallèle, comme on le voit par le vertical *ZR'*.

2°. Dans le triangle *ZSP*, on a (*Géom.* 349) $sin.\ ZSP : sin.\ ZP :: sin.\ PZS : sin.\ PS$ ou *cos.*

MS; donc *ſin. ZSP* × *coſ. MS* = *ſin. ZP* × *ſin. PZS*. Subſtituant cette dernière quantité au lieu de ſon égale, dans la proportion trouvée ci-deſſus, on aura $Mm : qS :: R^2 : \textit{ſin. } ZP \times \textit{ſin. } PZS$. Donc la latitude & par conſéquent ſon complément *ZP* reſtant le même, l'augmentation *qS* en hauteur ſera la plus grande qu'il eſt poſſible à l'égard de la meſure *Mm* de l'angle horaire, lorſque l'angle *PZS* ſera droit; c'eſt-à-dire, lorſque *ZSR* ſera le premier vertical.

On voit, en même temps, par ces deux proportions, que l'avantage ſera toujours d'autant plus grand, que la latitude ſera plus petite, & que la déclinaiſon ſera plus petite.

3°. Et comme dans le triangle *ZPS* on a auſſi (*Géom.* 349) *ſin. ZS* ou *coſ. RS* : *ſin. ZPS* :: *ſin. PS* ou *coſ. MS* : *ſin. PZS*, d'où on conclut $\textit{ſin. } PZS = \frac{\textit{coſ. } MS \times \textit{ſin. } ZPS}{\textit{coſ. } RS}$; ſi l'on ſubſtitue cette quantité au lieu de *ſin. PZS* dans la dernière proportion entre *Mm* & *qS*, on aura $Mm : qS :: R^2 : \frac{\textit{ſin. } ZP \times \textit{coſ. } MS \times \textit{ſin. } ZPS}{\textit{coſ. } RS}$; où l'on voit que la déclinaiſon & la latitude reſtant chacune les mêmes, l'obſervation ſera d'autant plus avantageuſe, que l'aſtre ſera plus élevé ſur l'horizon, & qu'en même temps il ſera plus éloigné du méridien.

Uſages de l'obſervation des Aſtres, pour déterminer la variation du Compas.

258. Nous avons dit (50) qu'on appeloit *Variation*, l'angle que fait avec la ligne méridienne,

une aiguille aimantée mobile ſur ſon pivot ou ſon point de ſuſpenſion.

Lorſqu'on eſt à terre, il eſt très-facile de déterminer la variation. Il ne s'agit que de tracer une méridienne ſur un plan horizontal, d'appliquer la boîte de la bouſſole ſur ce plan, en dirigeant la ligne nord & ſud de la bouſſole, ſur la méridienne ; alors il ſera facile de voir quel angle l'aiguille fait avec cette méridienne. La difficulté, s'il y en a, ſe réduit donc à tracer la méridienne : voici comment cela ſe fait.

Fixez perpendiculairement au plan de niveau que vous avez préparé, une verge ou un ſtyle long de 12 ou 15 pouces, dont l'extrémité ſupérieure porte une plaque *M* (*fig.* 51) de niveau ou à peu près, & percée d'un trou rond. Déterminez le point *R* qui, ſur le plan, répond perpendiculairement à ce trou. De ce point comme centre, décrivez un arc *VQ*. Obſervez le matin & l'après-midi, les points *V* & *Q* où le centre du petit rond lumineux qui repréſente l'image du trou de la plaque, ſe trouvera ſur cet arc ; puis diviſez cet arc *VQ* en deux parties égales. La ligne *SN* menée par *R* & par le milieu de l'arc ſera la méridienne.

259. A la mer, où ce moyen ne peut être d'uſage, voici les méthodes qu'on peut employer.

Première méthode. Avec le compas de variation, ou avec le compas azimuthal dont nous parlerons dans peu, obſervez l'amplitude du bord inférieur du Soleil, au moment de ſon lever ou de ſon coucher. Calculez, par ce qui a été dit (196), l'amplitude de ce même bord.

La différence de l'amplitude calculée, à l'amplitude obſervée, donnera la variation.

Par exemple, le 25 Juillet 1769, étant par la latitude de 56° nord, & 25° de longitude occidentale comptée de Paris, on a relevé le bord inférieur du Soleil, à ſon lever; & on a trouvé qu'il répondoit à l'*E-N-E* 4° 15′ *E* de la bouſſole. Je calcule (161) la déclinaiſon du Soleil pour le 25 Juillet 1769, à l'heure de ſon lever groſſièrement eſtimée, par exemple pour quatre heures du matin, c'eſt-à-dire, pour 5^h 40′ que l'on compte alors à Paris. Je la trouve 19° 38′ $\frac{2}{3}$. Donc conformément à ce qui a été dit (196), je ſuppoſe dans le triangle *ZPC* (*fig.* 40), que *ZP* complément de la latitude, eſt de 34°; que *PC* complément de la déclinaiſon, eſt de 70° 21′ $\frac{1}{3}$; & que *ZC* diſtance apparente du centre du Soleil au zénith, eſt de 90° moins 15′ $\frac{5}{6}$ demi-diamètre *CT* du Soleil, plus 31′ $\frac{1}{2}$ pour la réfraction, plus 4′ $\frac{1}{4}$ pour l'inclinaiſon de l'horizon due à la hauteur de l'œil, c'eſt-à-dire, de 90° 20′: & ſelon la règle donnée (192), je calcule l'angle *PZC* ou *PZT* que je trouve de 52° 46′ $\frac{1}{2}$. Son complément *EZT*, & par conſéquent l'amplitude *ET* ſera donc de 37° 14′. C'eſt-à-dire, que le bord inférieur du Soleil s'eſt levé au *N-E* 7° 46′ *E*; donc puiſqu'au compas il paroiſſoit répondre à l'*E N-E* 4° 15′ *E*, il s'enſuit que la ligne eſt & oueſt de la bouſſole, avançoit vers le nord, de 19°; que par conſéquent l'aiguille décline du nord à l'oueſt, de cette même quantité; donc la variation eſt de 19°.

260. *Seconde méthode.* Employez un aſtre

dont le parallèle puiſſe rencontrer le premier vertical, & relevez cet aſtre lorſqu'il paſſe au premier vertical, c'eſt-à-dire, lorſqu'il répond au vrai point d'eſt ou d'oueſt. Alors ſi, ſur le compas, il répond au point d'eſt ou d'oueſt du compas, il n'y a pas de variation; ſi, au contraire, il s'en écarte, la quantité de cet écart ſera la variation. Il ne s'agit donc que de ſavoir comment on s'aſſurera que l'aſtre répond au vrai point d'eſt ou d'oueſt : le voici......

Connoiſſant la latitude du lieu & la déclinaiſon de l'aſtre, on connoîtra dans le triangle *PZM* (*fig.* 35) rectangle en *Z*, puiſqu'on ſuppoſe que *ZE* eſt le premier vertical, le côté *ZP* complément de la latitude, & le côté *PM* complément de la déclinaiſon. On pourra donc calculer l'angle horaire *ZPM*, & l'arc *ZM* complément de la hauteur qu'aura l'aſtre lors de ſon paſſage au premier vertical.

Pour avoir l'angle horaire on fera cette proportion (*Géom.* 351 & 352), *cot. PZ* : *cot. PM* : : *R* : *coſ. ZPM*; c'eſt-à-dire, la tangente de la hauteur du pôle, eſt à la tangente de la déclinaiſon, comme le rayon eſt au coſinus de l'angle horaire, que l'on réduira en temps, de la manière qui a été déjà expoſée pour le Soleil & pour les étoiles : on pourra donc déterminer l'heure de ce paſſage, & par conſéquent relever l'aſtre à cet inſtant. Mais comme on peut n'être pas sûr de la montre, il vaudra mieux employer la hauteur après l'avoir calculée comme il ſuit. Dans le même triangle rectangle *PZM*, on a (*Géom.* 350 & 352) *coſ. PZ* : *coſ. PM* : : *R* : *coſ. ZM*; c'eſt-à-dire, le ſinus de la hauteur du pôle, eſt au ſinus de la déclinaiſon, comme le rayon eſt au ſinus de la hauteur.

On ajoutera à cette hauteur la réfraction, & l'inclinaiſon de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, & on en retranchera le demi-diamètre du Soleil ſi c'eſt cet aſtre qu'on obſerve ; on aura par-là la hauteur que doit paroître avoir le bord inférieur de l'aſtre lorſqu'il paſſera au premier vertical. Lors donc qu'on verra que l'aſtre approchera d'avoir cette hauteur, on l'obſervera avec un octant, dont on aura mis l'alidade ſur le point précis de la hauteur calculée & réduite ; & on le fera en même temps ſuivre & relever avec le compas de variation, juſqu'au moment où il ſera parvenu à cette hauteur.

261. *Troiſième méthode.* On peut encore trouver la variation, par le moyen de l'azimuth. On obſervera l'azimuth de l'aſtre, en relevant cet aſtre avec le compas de variation. En même temps, avec un octant, on prendra ſa hauteur. Celle-ci ſervira avec la déclinaiſon & la latitude, à calculer l'azimuth vrai *PZS* (*fig.* 35) dans le triangle *PZS* dont on connoîtra alors les trois côtés. Ayant donc calculé l'angle *PZS* par la règle donnée (192) on le comparera avec l'azimuth obſervé, & on aura facilement la variation.

Par exemple, le 18 Octobre 1769, étant par 36° 45′ de latitude nord & 43° 52′ de longitude occidentale comptée de Paris ; vers les 9 heures du matin on a obſervé la hauteur du bord inférieur du Soleil de 27° 0′ ; & ayant relevé ce même bord au compas, on l'a trouvé au *S-S-E* 4° *E*, on demande la variation du compas.

Je calcule (161) la déclinaiſon du Soleil pour le 18 octobre 11ʰ 55′ du matin, qui eſt l'heure à peu près que l'on compte alors à Paris. On peut même, ſi l'on ne connoît pas l'heure, ſe contenter de celle qui convient à midi du lieu de l'obſervation. Je trouve cette déclinaiſon de 9° 50′ auſtrale. Je corrige la hauteur obſervée, & la réduis à 27° 10′. Cela poſé, puiſque la déclinaiſon eſt auſtrale, je prends le triangle *ZPS′* (*fig.* 35) : & connoiſſant *ZP* de 53° 15′ complément de la latitude; *ZS′* de 60° 50′ complément de la hauteur obſervée & réduite; *PS′* de 99° 50′, c'eſt-à-dire, de 90° plus la déclinaiſon; je calcule l'angle *PZS′* que je trouve de 128° 30′; d'où je conclus l'azimuth *RZS′* ou *RT′*, de 51° 30′; c'eſt-à-dire, que l'aſtre répondoit véritablement au *S-E* $\frac{1}{4}$ *E* 4° 45′ *S*; donc puiſque ſur le compas il répondoit au *S-S-E* 4° *E*, c'eſt une preuve que la ligne eſt & oueſt du compas déclinoit vers le nord, & que par conſéquent l'aiguille déclinoit à l'oueſt de 25°.

Remarques.

262. Lorſque la latitude eſt fort grande, les aſtres, en s'élevant ou en ſe couchant, raſent aſſez long-temps l'horizon; enſorte que ſans s'élever ſenſiblement, ils changent conſidérablement d'amplitude. Il eſt donc difficile alors de diſtinguer le contact avec l'horizon, & par

conséquent l'usage des amplitudes, dans ce cas, est assez incertain ; d'autant plus que la réfraction plus variable à l'horizon qu'ailleurs, contribue encore à rendre l'instant de ce contact plus douteux. Il vaut mieux alors avoir recours aux azimuths que l'on peut déterminer d'autant plus exactement avec le compas, que les astres qui ont un lever, ne s'élèvent pas beaucoup à de pareilles latitudes.

Quand la latitude est médiocre, on doit préférer l'amplitude ortive, à l'azimuth, lorsqu'on relève avec le compas, parce que ce relèvement est d'autant moins sûr que l'astre est plus élevé. Mais comme il est important d'observer la variation aussi souvent qu'on le peut, & par conséquent d'employer les azimuths aussi fréquemment qu'on le pourra ; il faut en rendre la mesure moins incertaine, en faisant usage du *Compas azimuthal* dont voici la description.

Description & usage du Compas azimuthal.

263. Lorsque l'astre dont on veut observer l'azimuth, a quelques degrés de hauteur, il est difficile de mesurer cet azimuth, avec le compas de variation, à quelques degrés près ; parce qu'on ne peut juger que par une estime assez vague, quel est le vrai point de la rose qui répond au vertical de cet astre.

Pour suppléer à cet inconvénient, on ajoute au compas de variation, un cercle de bois ou de cuivre, que l'on place sur la boîte qui renferme la rose des vents. Une moitié *BED* de ce cercle (*figure 52*) est divisée en 90 parties qui, quoique de deux degrés chacune, ne font cependant comptées que pour des degrés, parce que les angles qu'elles servent à mesurer, ont leur sommet en *A* sur la circonférence *ABED*. Plusieurs autres cercles, coupés par des transversales comme on le voit dans la figure, servent à évaluer les parties de degré. Du point *A* part une alidade mobile autour de ce point, & jointe, en ce même point, par une charnière, à une pinnule *AP* qui peut être levée perpendiculairement au cercle *ABED*, ou couchée sur son plan. Au centre *C* se coupent à angles droits, deux fils terminés par quatre petites lignes droites qui servent à orienter le cercle *ABED*, par rapport à la rose des vents, en les faisant répondre à quatre autres droites qui sont à angles droits sur cette rose. Un fil tendu du centre *C* de l'alidade, au haut de la pinnule, sert à déterminer le vertical de l'astre, en ce que, regardant l'astre à travers la pinnule, on doit voir en même temps, le fil sur cet astre; ou bien, si c'est le Soleil, l'ombre du fil doit se projeter sur la fente de la pinnule.

Lors donc qu'on veut observer l'azimuth, on fait répondre le point *A* de l'alidade, sur le point d'ouest, ou d'est de la rose, selon que l'observation se fait à l'est ou à l'ouest; & on fait convenir les quatre petites lignes droites dont nous avons parlé ci-dessus, avec leurs correspondantes sur la rose. Puis on fait mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'ombre du fil tombe directement sur la fente de la pinnule, si c'est le Soleil; ou si c'est un autre astre, jusqu'à ce que regardant à travers la pinnule, on voie le fil

coupet

couper l'aſtre. Alors le nombre de degrés marqués entre la ligne *AE*, & l'alidade, donne l'éloignement du Soleil ou de l'aſtre, à l'égard de la ligne eſt & oueſt de la bouſſole. Mais comme on ne peut meſurer que 45° de part & d'autre de cette ligne, ſi l'aſtre étoit plus près de la ligne nord & ſud que de la ligne eſt & oueſt ; alors au lieu de faire répondre le point *A* à l'oueſt, ou à l'eſt de la bouſſole, on le feroit répondre au ſud ou au nord, ſelon la poſition du Soleil.

Au reſte, quoique cet inſtrument ſoit d'un uſage plus sûr que le compas, pour les azimuths, les balancemens qu'il reçoit par les mouvemens du vaiſſeau, laiſſent toujours quelque incertitude.

Différentes méthodes pour trouver la longitude en mer.

I^re^. *Par les Cartes de la variation de l'Aiguille aimantée.*

264. Nous avons déjà dit que la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, n'eſt pas la même en tous les lieux de la terre. Quoique la loi ſuivant laquelle elle varie ne ſoit pas encore bien connue, on ſait du moins qu'elle ne varie pas bruſquement d'un lieu en un autre, & que ſes variations ont un certain rapport avec la longitude & la latitude des lieux.

M. Hallei, Aſtronome anglois, après avoir recueilli un grand nombre d'obſervations de la déclinaiſon de l'aiguille en divers lieux, imagina de marquer ſur une carte, tous les lieux où la déclinaiſon avoit été obſervée d'une même quantité ; par exemple, tous ceux où elle étoit nulle, tous ceux où elle étoit de 5 degrés &c., & ainſi de ſuite. La ſuite de tous les points où la déclinaiſon eſt d'une même quantité, forme une ligne courbe qui, à défaut d'autres moyens, & avec les attentions convenables, peut être employée utilement à trouver, à peu près, la longitude d'un lieu où l'on auroit obſervé la déclinaiſon de l'aiguille & la latitude. En effet, il ne s'agit que de chercher ſur la carte, à quel point le parallèle ſur lequel on ſait être arrivé, coupe la courbe des lieux où la déclinaiſon eſt de la quantité obſervée ; ce point ſera celui où l'on eſt arrivé.

Mais cette méthode n'eſt pas auſſi ſûre qu'elle eſt ſimple. En effet, 1°. les obſervations ſur leſquelles ces courbes ſont conſtruites, ne ſont pas toutes également ſûres : elles ne ſont point aſſez multipliées. 2°. Ces courbes elles-mêmes changent avec le temps, parce que la déclinaiſon de l'aiguille varie, dans un même lieu, avec le temps. Il eſt vrai qu'on publie de temps à autres de nouvelles cartes, où l'on a égard aux changemens ſurvenus dans les différens intervalles de temps ; mais c'eſt toujours ſur des obſervations dont à la vérité on ne doit pas négliger l'uſage, mais qui ne ſont encore ni aſſez nombreuſes, ni aſſez répétées. Il faut donc avoir recours à d'autres moyens.

II. *Par les Montres marines.*

265. Puiſque (15) la différence des méridiens eſt déterminée par la différence des heures & parties d'heure que l'on compte à un même inſtant ſous chacun, enſorte que 15° de différence des méridiens à l'eſt, font compter une heure de plus, & 15 degrés à l'oueſt, une heure de moins, la queſtion des longitudes peut donc être réduite à celle-ci..... *Connoiſſant l'heure que l'on compte ſur le vaiſſeau, trouver celle que l'on compte au même inſtant ſous un méridien connu.*

266. Il ſe préſente pour la ſolution de cette queſtion, deux moyens généraux. Le premier eſt l'uſage d'une montre ou horloge qui puiſſe marcher uniformément pendant toute la durée d'une traverſée, nonobſtant l'agitation du vaiſſeau, les différentes températures auxquelles elle ſera expoſée, & les autres cauſes qui peuvent altérer ſon mouvement. A l'aide d'une pareille montre on pourroit à chaque inſtant déterminer la longitude avec une très-grande facilité. L'ayant bien réglée au lieu du départ, & l'ayant miſe à l'heure vraie (249) de ce même lieu, il ne s'agiroit plus, pour connoître la longitude du lieu où l'on ſeroit enſuite, que d'ajouter à la longitude du départ, ou d'en retrancher (ſelon qu'on auroit fait route à l'eſt ou à l'oueſt) autant de fois 15′ de degré, que l'on trouveroit de minutes d'heure de différence entre le temps marqué à la montre, & le temps vrai du lieu d'arrivée, temps que l'on détermine par ce qui a été dit (249).

III. *Par l'obſervation de quelque Phénomène inſtantané dans le ciel.*

267. Le ſecond moyen eſt l'obſervation des aſtres, ſoit en ſaiſiſſant un phénomène inſtantané, ſoit par le mouvement même des aſtres.

Les éclipſes du Soleil, celles de la Lune, celles des étoiles par la Lune, & celles des ſatellites de Jupiter, ſont des phénomènes dont l'inſtant peut être prévu par les Tables aſtronomiques, & qui à l'exception de celles du Soleil, & des étoiles par la Lune, ſont viſibles au même inſtant pour tous les lieux où ces aſtres ſont viſibles. Enſorte que la comparaiſon de l'heure à laquelle on obſerve ces phénomènes, avec l'heure déterminée par le calcul, fait connoître immédiatement la différence de l'heure que l'on compte ſous le méridien de l'obſervation, à celle que l'on doit compter ſous le méridien pour lequel on avoit calculé.

Mais outre que les Tables aſtronomiques, quoique très-perfectionnées depuis un ſiècle, n'ont pas encore toute l'exactitude qui ſeroit à deſirer, il eſt très-difficile d'obſerver en mer ces phénomènes, avec une exactitude ſuffiſante.

Les éclipſes du Soleil, & celles des étoiles par la Lune, pourroient auſſi être employées pour la détermination des longitudes, mais outre la difficulté de les bien obſerver en mer, ces obſervations exigent beaucoup de réductions; parce que ces phénomènes ne ſont pas vus au même inſtant dans les différens lieux de la terre où ils ſont obſervables.

Les éclipſes de Lune ſeroient fort utiles, ſi elles étoient plus fréquentes. On peut en obſerver les phaſes, à la vue ſimple, à moins de 2′ de temps près; & l'erreur des Tables ſur le moment de ces phaſes, n'eſt pas plus conſidérable; enſorte que ces éclipſes peuvent donner les longitudes à 4′ de temps près; c'eſt-à-dire, à un degré près. Mais elles ne peuvent arriver que de ſix mois en ſix mois, & il ſe paſſe quelquefois des années entières ſans qu'on puiſſe en obſerver une ſeule.

Quant aux éclipſes des ſatellites de Jupiter, elles pourroient être employées avec d'autant plus d'avantage qu'il n'y a aucune réduction à faire aux obſervations, & que ces obſervations ſe préſentent très-fréquemment, n'y ayant preſque aucune nuit où il n'y ait quelque éclipſe à obſerver, ſi ce n'eſt dans le temps où Jupiter approche de ſa conjonction avec le Soleil.

La néceſſité d'employer de très-longues lunettes pour obſerver ces éclipſes, les a rendues juſqu'à préſent inutiles pour la détermination des longitudes en mer. Mais M. l'Abbé Rochon, Aſtronome de la Marine, profitant habilement des nouveaux degrés de perfection qu'on a depuis peu donnés aux lunettes, & qui en diminuent beaucoup la longueur, s'eſt propoſé d'en rendre l'uſage applicable à ces ſortes d'obſervations, en facilitant le moyen de ramener l'aſtre dans le champ de la lunette. Il eſt bien à deſirer que cette idée ait tout le ſuccès que ſemblent promettre les premiers eſſais qui en ont été faits. On en trouve la deſcription dans l'Ouvrage qu'il vient de publier ſous le titre d'*Opuſcules Mathématiques*, à Breſt.

Si l'on parvient donc à obſerver facilement les éclipſes des ſatellites de Jupiter, on aura obtenu un très-grand avantage ; mais il reſtera encore un intervalle de trois mois, pendant lequel ce moyen ne ſera pas praticable, parce que la proximité de Jupiter au Soleil ne permet pas d'obſerver ſes ſatellites environ ſix ſemaines avant & ſix ſemaines après ſa conjonction.

IV. *Par la meſure de la diſtance d'une étoile à la Lune ou au Soleil.*

268. Au défaut des phénomènes ſubits, il reſte à faire uſage des mouvemens de la Lune : voici comment ils peuvent être employés à cette recherche.

Nous avons dit (133) que la Lune avoit un mouvement propre d'occident en orient : la vîteſſe de ce mouvement eſt telle que la Lune s'avance chaque jour d'une quantité plus ou moins grande, mais renfermée dans les limites de 11 à 15 degrés ; & dans l'état moyen cette vîteſſe eſt de $13^{\circ}\ 10'\ 35''$ par jour, ou de $32'\ 56''$ de degré par heure.

Les obſervations & la théorie ont fourni les moyens de conſtruire des Tables à l'aide deſquelles on peut pour un inſtant quelconque déterminer à quel point du ciel la Lune répond.

Suppoſons donc qu'ayant calculé le lieu de la Lune pour un inſtant quelconque compté au méridien de Paris, par exemple, on obſerve la

Lune à ce même inſtant ſous un autre méridien : puiſqu'il ne s'écoule aucun intervalle de temps entre l'inſtant pour lequel on a calculé, & celui auquel on obſerve, on ne doit appercevoir entre le lieu calculé, & le lieu obſervé, d'autre différence que celle que peut occaſionner la parallaxe, la réfraction & la hauteur de l'œil au-deſſus de l'horizon (166 & ſuiv.).

Mais ſi par le défaut de connoiſſance de la longitude du lieu où l'on obſerve, on a cru fauſſement faire l'obſervation à l'heure pour laquelle on a calculé ; ou ce qui revient au même, ſi ayant fait l'obſervation à une certaine heure comptée ſous le méridien où l'on eſt, on a mal eſtimé l'heure que l'on doit compter à Paris à ce même inſtant ; alors outre la différence due aux cauſes que nous venons de rappeler, on en trouvera une autre qui ſera préciſément le chemin que la Lune aura fait par ſon mouvement propre, pendant l'eſpace de temps dont on s'eſt trompé ; donc ſi l'on connoît la vîteſſe actuelle de la Lune, on pourra par cette dernière différence & par la vîteſſe, connoître l'erreur dans laquelle on étoit ſur le temps, ou ſur la longitude.

269. Tel eſt le fondement des méthodes qu'on a imaginées juſqu'ici pour trouver les longitudes par les mouvemens de la Lune. Nous ne les expliquerons pas toutes ; mais lorſqu'une fois on aura bien ſaiſi celle que nous allons expoſer, il ſera bien facile d'entendre & de ſuivre les autres ſi on le juge à propos.

270. D'après ce que nous venons de dire, on voit que nous avons deux objets à remplir ;

1°. Celui d'enſeigner à déterminer le lieu de la Lune pour un inſtant quelconque propoſé. 2°. Celui de déduire de l'obſervation, le lieu que la Lune occupe réellement dans le ciel; lieu qui ſera le même que le lieu calculé, ſi l'on ſait ou ſi l'on a bien eſtimé l'heure que l'on comptoit à Paris au moment de l'obſervation; mais qui, s'il diffère du lieu calculé, fera connoître par ſa différence, l'erreur commiſe dans l'eſtime de la longitude.

271. Quant au premier objet, il ſe préſente deux moyens: le premier eſt de faire uſage des Tables générales des mouvemens de la Lune. On trouve, dans les livres qui les renferment, les préceptes pour ce calcul, dont la méthode varie ſuivant la forme qu'on a donnée à ces Tables. Ce premier moyen eſt le plus exact, mais il eſt très-long.

272. Le ſecond, beaucoup plus expéditif, conſiſte à employer des Tables toutes calculées, des lieux de la Lune, à des intervalles de temps déterminés, comme de 12 heures en 12 heures. Dans l'uſage que l'on en fait, on ſuppoſe que dans ces intervalles de temps les mouvemens de la Lune ſont ſenſiblement uniformes, ce qui n'eſt pas rigoureuſement exact; mais l'erreur eſt petite, & le ſeroit encore moins ſi ces lieux étoient calculés de ſix en ſix heures. Nous ferons néanmoins uſage de ce moyen, dans les calculs ſuivans; mais nous ferons voir enſuite comment on peut y mettre plus de préciſion. Le livre où l'on trouve ainſi les lieux de la Lune, & les autres élémens dont on a beſoin dans la recherche actuelle, eſt le

livre de *la Connoiſſance des Temps* que l'Académie publie chaque année.

273. A l'égard du ſecond objet, on détermine, par meſure immédiate, l'arc de la diſtance apparente de la Lune à une étoile connue; c'eſt-à-dire, dont la longitude & la latitude ſoient connues. Puis, par les moyens que nous allons enſeigner, on en conclut l'arc de la diſtance vraie de la Lune à l'étoile; & ayant calculé la latitude de la Lune pour l'inſtant de l'obſervation, alors dans le triangle ſphérique *QEL* (*fig.* 53) où *Q* repréſente le pôle de l'écliptique, *QE* le complément de la latitude de l'étoile, *LE* la diſtance de la Lune à l'étoile, & *QL* le complément de la latitude de la Lune, on calcule l'angle *EQL* qui a pour meſure *BC* différence de longitude entre l'étoile & la Lune; ajoutant *BC* à la longitude connue de l'étoile (ou le retranchant ſi celle-ci étoit plus grande que celle de la Lune, on aura la longitude *AC* de la Lune déduite de l'obſervation.

Ces préliminaires expoſés, voici la méthode.

274. 1°. On choiſira une belle étoile parmi les étoiles zodiacales, ou peu éloignée de celles-ci. On en fera prendre la hauteur en même temps (s'il eſt poſſible) qu'on meſurera le plus exactement qu'on le pourra; la diſtance de cette étoile au bord éclairé de la Lune, lorſque l'une & l'autre ſeront élevées au-deſſus de l'horizon, de 4 ou 5 degrés au moins. Pour meſurer cette diſtance, ſi c'eſt un octant qu'on emploie, on pointera la lunette à l'étoile; & conſervant celle-ci dans le champ de la lunette, on tournera l'octant juſqu'à ce que ſon plan paſſe

par la Lune. On balancera l'octant, & on fera mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'étoile vue à travers la partie non étamée du petit miroir paroisse toucher, sans la couper, l'image du bord éclairé de la Lune vue sur la partie étamée.

2°. En même temps qu'on prendra la distance de l'étoile au bord éclairé de la Lune, & la hauteur de l'étoile, on fera prendre aussi la hauteur du point du bord éclairé dont on a mesuré la distance à l'étoile. Une extrême précision dans la mesure de ces hauteurs, n'est pas indispensable, il suffit de les avoir à sept ou huit minutes près.

Si l'on ne peut faire observer ces hauteurs au même instant où l'on mesure la distance, on commencera par observer la hauteur de l'étoile. A cette observation on fera succéder le plus immédiatement qu'il sera possible, celle de la mesure de la distance de la Lune à l'étoile ; & à celle-ci celle de la hauteur du point observé du bord éclairé ; mais de manière que les trois observations ne durent pas ensemble plus de 20 minutes. Alors il faudra joindre à ces observations le relèvement du centre de la Lune ; c'est-à-dire, faire mesurer son azimuth ou celui de la traînée des reflets que sa lumière forme sur la surface de la mer.

3°. On marquera soigneusement à la montre, l'heure, la minute, & la fraction de minute à laquelle chaque observation aura été faite. Nous supposons d'ailleurs qu'on aura eu soin de s'assurer de l'erreur de la montre, par les moyens exposés (249 *& suiv.*). Si on ne l'avoit pu jusques-là, on y emploieroit la hauteur de l'étoile ;

mais dans ce cas il faudroit mesurer cette hauteur avec soin.

Ces mesures étant prises, on procédera au calcul comme il suit.

275. Je suppose que le 14 Septembre 1770, lorsque la montre marque $2^h\ 56'\ 40''$ du matin, étant par la latitude nord $36°\ 37'\ 0''$, on prenne la hauteur d'*Aldébaran*, & qu'on la trouve de $59°\ 11'$ vers l'est; que $11'$ après on mesure l'arc de la distance apparente d'Aldébaran au bord éclairé de la Lune, & qu'on la trouve de $36°\ 1'\ 50''$. Que $5'$ après cette seconde observation, on mesure la hauteur du point observé du bord éclairé, & qu'on la trouve de $35°\ 26'$, & son gisement de $90\frac{1}{2}$ du nord à l'est; que par l'observation de la hauteur de l'étoile, ou par toute autre, on trouve que la montre avance de $7'\ 40''$; enfin que par l'estime de la route on se croit à 15 degrés ou 1 heure à l'ouest de Paris.

276. Cela posé, je corrige d'abord l'instant $3^h\ 7'\ 4''$ de l'observation de la distance, & je le réduis à $3^h\ 0'$ du matin, ou $15^h\ 0'$ le 13 Septembre.

Puisque, par estime, on se croit à 1^h à l'ouest de Paris, il s'ensuit, si cette estime est bonne, qu'alors on doit compter 16^h à Paris.

Je calcule donc le lieu de la Lune pour le 13 Septembre 1770, à $16^h\ 0'$ comptées au méridien de Paris. Et comme les réductions que nous aurons à faire à l'observation pour avoir le lieu de la Lune déduit de l'observation, exigent que nous connoissions la latitude, la parallaxe horizontale, & le diamètre horizontal de la Lune, je les calcule en même temps.

Je trouve dans le Livre de la *Connoiſſance des Temps* pour l'année 1770, que le 13 Septembre, à minuit, la longitude de la Lune eſt de. . . . . 3^s 8° 52′ 9″.

Le 14 à midi, elle eſt de.	3^s	16°	1′	32″.
Sa latitude, le 13 à midi, eſt de. . .		2	43	30.
Et le 14 à midi, de.		3	42	7.
Sa parallaxe horizontale, le 13 à midi, de. .			59	19.
Et le 14 à midi, de.			59	43.
Son diamètre horizontal, le 13 à midi, de. .			32	24.
Et le 14 à midi, de.			32	37.

D'où je conclus que la Lune s'avance de 7° 9′ 23″ en longitude, en 12 heures, & par conſéquent de 2° 23′ 8″ en 4 heures; enſorte que ſa longitude, le 13 à 16 heures eſt de. . . . . 3^s 11° 15′ 17″.

Que le mouvement en latitude, en 24^h, eſt de 58′ 37″, ou de 39′ 5″ en 16 heures; que par conſéquent le 13, à 16 heures, la latitude eſt de. . . . . . . 3° 22′ 35″.

Qu'en 24 heures la parallaxe horizontale augmente de 24″. & le diamètre horizontal, de 13″; qu'ainſi le 13 à 16 heures, la parallaxe horizontale eſt de. . . . 59′ 35″.

Et le diamètre horizontal, de. . . . . 32′ 33″.

277. Préſentement, pour déduire de l'obſervation le lieu de la Lune, ou ſa longitude, il faut réduire la diſtance obſervée, à la diſtance vraie, c'eſt-à-dire, la corriger de l'effet de la parallaxe, de la réfraction, & du demi diamètre. Mais les deux premières de ces corrections dépendent de la hauteur apparente, à l'inſtant de l'obſervation de la diſtance; & la hauteur de la Lune, ainſi que celle de l'étoile, n'ayant été obſervées que quelques minutes après & avant la diſtance, il faut commencer par réduire ces hauteurs à ce qu'elles ont dû être au moment de l'obſervation de la diſtance. Or voici comment on y parvient.

278. 1°. A cauſe de l'inclinaiſon de l'horizon de la mer (175), je retranche 4′ de chacune

des hauteurs obſervées, & je les réduis à 59° 7′ & 35° 22′.

279. 2°. Nous avons donné (257) le rapport entre le mouvement *Mm* (*fig.* 50) d'un aſtre *S*, parallèlement à l'équateur, & ſon changement *Sq* en hauteur, pendant qu'il décrit l'arc très-petit *Sſ* de ſon parallèle. Nous prendrons la ſeconde expreſſion de ce rapport, & pour l'appliquer à l'étoile, nous calculerons d'abord ſon azimuth *PZS*, ce qui eſt facile (*Géom.* 361. *Queſt.* VI.) dans le triangle *PZS* où nous connoiſſons le complément *ZP* de la latitude, le complément *ZS* de la hauteur obſervée, & le complément *PS* de la déclinaiſon que le catalogue (Table XIII) fait voir être de 73° 58′ en Septembre 1770. Nous trouverons que cet angle eſt de 124° 54′.

Cela poſé, comme les étoiles (120) décrivent 360° 59′ 8″ en 24 heures, l'arc *Mm* que l'étoile décrit en 11′, ſera le quatrième terme de cette proportion..... $24^h : 360° \; 59' \; 8'' :: 11'$ ſont à un quatrième terme; enſorte que comme les deux premiers termes ſont toujours les mêmes, on aura toujours l'arc *Mm* pour les étoiles, en multipliant l'intervalle de temps écoulé, par le rapport de 360° 59′ 8″ à 24 heures; ou bien ſi l'on réduit le temps en ſecondes, & les 360° 59′ 8″ en minutes, on aura le logarithme du nombre des minutes *Mm*, en ajoutant au logarithme du nombre des ſecondes de l'intervalle du temps écoulé, le logarithme conſtant 9,399127, qui eſt la ſomme du logarithme de 360° 59′ 8″ réduits en minutes, & du complément arithmétique de 24^h réduites en ſecondes.

Alors, dans la proportion (257) *Mm* : *qS* ::

R^2 : *fin.* $ZP \times$ *fin.* SZP, on aura le logarithme de qS en ajoutant enfemble le logarithme de la valeur de Mm, celui du finus de ZP, celui du finus de SZP, & retranchant le double du logarithme du rayon.

Ainfi, Log. 11′ ou 660″.	2,819544
Log. conftant.	9,399127
Somme, ou Log. *Mm*.	2,218671
Log. *fin.* *ZP*.	9,904523
Log. *fin.* *ZSP*.	9,913893
Somme moins le double du Log. du rayon.	2,037087

Qui répond à 109′ ou 1° 49′; le changement qS en hauteur eft donc de 1° 49′; ainfi la hauteur apparente de l'étoile, au moment de l'obfervation de diftance, eft de 60° 56′.

A l'égard de la Lune, comme on a obfervé fon azimuth, le calcul de Mm eft plus court. Comme la Lune, dans fa vîteffe moyenne, s'avance par jour de 13° 10′ 35″ de l'oueft à l'eft, il s'enfuit qu'en 24 heures elle ne décrit autour de la terre, que 360° moins 13° 10′ 35″ ou 346° 49′ 25″. Donc en raifonnant comme on a fait pour l'étoile, on aura la correction de la hauteur de la Lune, comme il fuit.

Log. 5′ ou 300″.	2,477121
Log. conftant.	9,381746
Somme, ou Log. *Mm*.	1,858867
Log. *fin.* *ZP*.	9,904523
Log. *fin.* *SZP*.	9,999983
Somme moins le double du Log. du rayon.	1,763373

Qui répond à 58′; ainfi la hauteur de la Lune au moment de l'obfervation de diftance, eft de 34° 24′.

280. Ayant ainsi réduit les hauteurs observées, à un même instant, il faut réduire la distance observée, à la distance vraie.

Soient donc *RZH* (*fig.* 54) le méridien; *ROH* l'horizon; *ZS*, *ZO* les verticaux de l'étoile & de la Lune lors de l'observation de distance; *e* & *l* les lieux apparens de ces deux astres; *E*, *L* leurs vrais lieux. L'étoile *E* paroît en *e*, par l'effet de la réfraction qui, à la hauteur apparente *Se* de 60° 56′, est de 37″ (Table XI). La Lune *L* paroît en *l*, par la différence des effets de la parallaxe & de la réfraction : la réfraction seule, à la hauteur apparente de 34° 24′, l'éleveroit de la quantité *Ll′* de 1′ 31″, & la parallaxe l'abaisseroit d'une quantité *l′l* qu'il s'agit de déterminer. Or nous avons vu (169) que la parallaxe horizontale est à la parallaxe à une hauteur quelconque, comme le rayon est au sinus de la distance apparente au zénith. J'opère donc comme il suit.

Log. 59′ 35″ ou 3575″ parall. horiz.	3,553276
Log. *sin.* 55° 37′ ½ dist. app. au zén. corr. de la réfr.	9,916643
Somme, moins Log. du rayon.	3,469919

La parallaxe *l′l* est donc de. . . . . 2950″ ou 49′ 10″.
Et par conséquent l'abaissement réel *Ll* de la Lune au-dessous de son vrai lieu, est de 47′ 39″.

281. Cela posé, pour connoître la différence entre la distance observée *le*, & la distance réelle *LE*, on peut dans le triangle *Zel* dont on connoît le côté *le* distance observée, le côté *Ze* distance apparente de l'étoile au zénith, & le côté *Zl* distance apparente de la Lune au zénith, on peut, dis-je, calculer l'angle *eZl*;

alors dans le triangle EZL on connoîtra l'angle EZL, le côté ZE diſtance de l'étoile au zénith corrigée de la réfraction, & le côté ZL diſtance de la Lune au zénith corrigée de la réfraction & de la parallaxe ; on pourra donc (*Géom.* 361, *Queſt.* IV.) calculer le côté LE.

Mais comme la différence entre LE & le doit être fort petite, ce calcul exige qu'on détermine l'angle eZl avec une grande préciſion ; que dans le calcul du triangle ZEL on ait égard non-ſeulement aux minutes, mais aux ſecondes des arcs ZE, ZL ; enſorte qu'on aura encore plutôt fait de la manière ſuivante.

Dans le triangle eZl, on calculera l'angle Zle, & l'angle Zel par la règle donnée (192), & ſans pouſſer l'exactitude plus loin que la minute ; puis concevant les perpendiculaires Ls, Eq, dans les triangles Lls, Eeq, qu'on peut regarder comme rectilignes, on aura (*Géom.* 295) $Ll : ls :: R : coſ.\ Lls$ ou $coſ.\ Zle$, & $Ee : eq :: R : coſ.\ Eeq$ ou $coſ.\ Zel$; reduiſant donc Ll & Ee en ſecondes, il ſera facile par ces proportions d'avoir en ſecondes, les quantités ls & eq dont la première doit être retranchée de la diſtance obſervée quand l'angle à la Lune Zle eſt aigu, & ajoutée au contraire quand il eſt obtus ; c'eſt tout le contraire pour l'étoile ; la quantite eq doit être ajoutée ou retranchée ſelon que l'angle eſt aigu ou obtus.

Or ſi l'on calcule, en effet, par la règle donnée (192) les angles Zle & Zel, on trouve Zle de $30^\circ\ 50'$, & Zel de $119^\circ\ 46'$. Il ne s'agit donc plus que d'achever comme il ſuit.

POUR

POUR L'ÉTOILE.	POUR LA LUNE.
Log. *Ee* ou 37"... 1,568202	Log. *Ll* ou 2859".. 3,456214
Log. *cof. Zel* ou *Eeq* 9,695892	Log. *cof. Zel.* . . . 9,933822
Somme. 1,264094	Somme. 3,390036
donc *eq*. . . . . 19"	donc *ls*. . . 2455" ou 40' 55"

Donc la différence entre la diſtance obſervée & la diſtance vraie, eſt de 41' 14"; donc la diſtance vraie eſt de 35° 20' 36".

Cette diſtance eſt celle du bord éclairé de la Lune; mais comme le lieu de la Lune calculé ci-deſſus, eſt celui du centre, il faut corriger cette diſtance, du demi-diamètre de la Lune. Or nous avons trouvé ci-deſſus, que le diamètre horizontal étoit de 32' 33"; ſi donc avec la hauteur vraie du bord éclairé de la Lune, ſavoir 35° 13', & avec les parallaxes horizontale & de hauteur, on calcule (184) le diamètre que doit avoir la Lune à cette hauteur, on trouvera 32' 53" dont la moitié 16' 26" doit être retranchée de la diſtance réduite, parce que l'étoile eſt à l'oppoſite du bord éclairé par rapport au Soleil, ainſi qu'on peut le voir par ſon azimuth comparé à celui de la Lune. On aura donc enfin, 35° 4' 10" pour la diſtance vraie du centre de la Lune à Aldébaran.

282. Ces corrections finies, on conclut de l'obſervation le vrai lieu de la Lune, comme il ſuit.

On prend, dans un Catalogue d'étoiles, la longitude & la latitude de l'étoile; ou ſi ce catalogue, comme celui de la Table XIII, ne renferme que les aſcenſions droites & les déclinaiſons, on calcule avec l'aſcenſion droite & la déclinaiſon, la longitude & la latitude, par la règle donnée (154). C'eſt ainſi qu'on trouvera, pour Aldébaran, que ſa longitude eſt de 66° 34′ 55″, & ſa latitude de 5° 29′ 15″. Puis dans le triangle ſphérique *QLE* (*fig.* 53), où *Q* repréſente le pôle de l'écliptique *QB*, *QC* les cercles de la latitude de l'étoile & de la Lune, on calculera par la règle donnée (192) l'angle *EQL*, par la connoiſſance de *EL*, 35° 4′ 10″; de *QE* complément de la latitude de l'étoile, & par conſéquent de 84° 30′ 45″; & de *QL* complément de la latitude de la Lune, calculée ci-deſſus; lequel ſera par conſéquent de 86° 37′ 25″. On trouvera donc facilement que cet angle eſt de 35° 6′ 56″. Donc puiſque la longitude de l'étoile eſt de 66° 34′ 55″, il s'enſuit que la longitude de la Lune, déduite de l'obſervation, eſt de 101° 41′ 51″. Or cette longitude calculée ci-deſſus d'après l'eſtime eſt de 101° 15′ 17″; donc l'eſtime fait trouver la Lune de 26′ 34″ moins avancée qu'elle n'eſt réellement. Or puiſque, ce même jour, la Lune décrit 7° 9′ 23″ en 12 heures, ou 0° 35′ 47″ par heure, il eſt facile en faiſant cette proportion 35′ 47″ ſont à 1 heure ou 60′, comme 26′ 34″ ſont à un quatrième terme, de trouver que la Lune emploie 44′ 33″ à décrire les 26′ 34″ d'erreur; donc l'eſtime eſt fautive de 44′ 33″ de temps; donc l'obſervation a été faite ſur un méridien qui eſt de 1^{h} 44′ 33″ à l'oueſt de Paris; ou par 26° 8′ 15″ de longitude occidentale comptée de Paris.

283. On peut employer au même objet, la diſtance de la Lune au Soleil. On pointe la lu-

nette à la Lune pour la voir à travers la partie non étamée du petit miroir, & balançant l'octant autour de la lunette, on fait mouvoir l'alidade, jusqu'à ce que le bord du Soleil le plus voisin de la Lune paroisse toucher le bord éclairé de celle-ci. On fait de même que pour l'étoile, précéder cette observation, par celle de la hauteur du Soleil, laquelle se fait & se réduit comme il a été dit (274 & *suiv.*); du reste le calcul pour réduire l'observation s'exécute précisément comme pour les étoiles, & à la distance réduite comme ci-dessus, on ajoute le demi-diamètre du Soleil pour avoir la distance des centres.

Lorsqu'on a calculé l'angle *EQL* (*fig.* 53) ou la différence de longitude, on l'ajoute ou on le retranche (selon que la Lune a plus ou moins de longitude que le Soleil) à la longitude du Soleil calculée pour l'heure de Paris estimée; mais au lieu de diviser la différence entre la longitude de la Lune calculée, & sa longitude déduite de l'observation, par le mouvement horaire de la Lune à l'égard des étoiles, comme dans le cas précédent, on la divise par la différence de ce mouvement horaire à celui du Soleil, parce que la quantité dont la Lune s'éloigne du Soleil dans un temps donné n'est pas proportionnelle à la vîtesse de la Lune, mais à l'excès de sa vîtesse sur celle du Soleil.

REMARQUE.

284. Lorsque la distance de l'étoile à la Lune est fort petite, lorsqu'elle est, par exemple,

au-dessous de 7 ou 8° ; alors il ne faut pas se contenter de prendre la hauteur de la Lune & celle de l'étoile, à 7 ou 8′ près, ainsi que nous avons dit qu'on pouvoit le faire ; parce que les erreurs commises sur les côtés *Ze*, *Zl* devenant comparables à la distance *el*, le calcul des angles *Zel*, *Zle* pourroit devenir très-défectueux ; & les corrections *eq*, *sl* que l'on en déduit pour la distance seroient fort incertaines. Si cependant les circonstances ne permettoient pas une plus grande précision dans la mesure des hauteurs, alors il faudroit pour corriger la distance, avoir recours à d'autres moyens : nous en parlerons dans la quatrième Section.

De la nécessité & de la manière de calculer plus exactement le lieu de la Lune.

285. En supposant toutes les observations bien exactes, & toutes les réductions bien faites, la méthode que nous venons d'enseigner ne donneroit pas des résultats aussi exacts qu'il est possible, si nous n'ajoutions ici le moyen de déterminer plus exactement le lieu de la Lune & son mouvement horaire.

En effet, puisque dans sa vîtesse moyenne, la Lune décrit 32′ 56″ par heure, il s'ensuit qu'une minute d'erreur sur le lieu de la Lune, répond à 1′ 49″ de temps ; c'est-à-dire, peut occasionner une erreur de 27′ 15″ de degré sur la différence des méridiens ; or en calculant le lieu de la Lune comme ci-dessus, l'erreur peut aller, en effet, à une minute.

286. Pareillement, quoique dans l'intervalle de 12 heures la vîteffe de la Lune ou fon mouvement horaire change peu, cependant à la rigueur, on ne doit pas prendre pour fon mouvement horaire la douzième partie de ce qu'elle décrit d'un midi à minuit fuivant, ou de minuit au midi fuivant. Ce douzième eft le mouvement horaire à fix heures. Nous allons voir comment on le détermine pour les autres heures.

287. Pour avoir la correction qu'on doit faire au lieu de la Lune calculé comme cidevant, on prendra dans la Connoiffance des Temps, quatre longitudes de la Lune ; favoir les deux qui répondent aux époques de midi & de minuit qui précèdent immédiatement l'inftant pour lequel on veut calculer, & les deux qui répondent aux époques femblables fuivantes. Les ayant écrites comme on le voit ci-deffous, on prendra leurs différences confécutives, que j'appelle différences premières, & on les écrira à côté. On prendra les différences de ces différences, & on les écrira à côté. Ces fecondes différences doivent être prifes dans le même ordre que les premières ; enforte que fi celles-ci, au lieu d'aller en augmentant, alloient en diminuant, on marqueroit ces différences fecondes, par ce figne —; & on leur donnera cet autre figne +, dans le cas contraire.

Prenez le quart de la fomme des deux différences fecondes (ou de leur différence, fi elles ont des fignes contraires) ; multipliez-le par le 12e de l'intervalle de temps, entre l'inftant pour lequel vous calculez, & l'époque précédente (de minuit ou midi) la plus prochaine, multipliez ce produit par le 12^{e} de l'intervalle de temps entre ce même instant pour lequel vous calculez, & l'époque suivante de midi ou de minuit. Ce sera la correction à faire à la longitude calculée comme ci-dessus (276) : & cette correction doit être retranchée ou ajoutée, selon que les différences secondes auront toutes deux le signe + ou toutes deux le signe — ; ou encore selon que celle qui aura le signe + surpassera celle qui aura le signe —, ou qu'elle sera moindre.

	Diff. 1res.	Diff. 2des.
$3^s\ 1^\circ\ 45'\ 51''$		
	$7^\circ\ 6'\ 18''$	
3 8 52 9		$+\ 3'\ 5''$
	7 9 23	
3 16 1 32		+ 3 41
	7 13 4	
3 23 14 38		

Par exemple, ayant à calculer, comme ci-dessus (276), le lieu de la Lune pour le 13 Septembre 1770, à 16^{h} : je prends, dans la Connoissance des Temps, le lieu de la Lune à midi & minuit du 13, & à midi & minuit du 14. Je prends leurs différences premières, & les différences de celles-ci, ou les différences secondes. Je trouve ces dernières de $3'\ 5''$ & $3'\ 41''$. Le quart de leur somme est $1'\ 41''$ ou $101''$ que je multiplie par le 12^{e} de 4^{h}, distance au minuit qui précède l'instant dont il s'agit, & par le 12^{e} de 8^{h}, distance au midi suivant ; j'ai $22''$, qui sont à retrancher de la longitude $3^s\ 11^\circ\ 15'\ 17''$ calculée selon ce qui a été dit (276) ; ce qui augmente de 22″ la différence entre la longitude calculée, & la longitude déduite de l'observation (282). D'où à raison de 35′ 47″ pour une heure, on conclura que la différence des méridiens doit être augmentée de 37″ de temps.

288. A l'égard du mouvement horaire que nous avons supposé de 35′ 47″ ; c'est-à-dire, la 12ᵉ partie du mouvement de la Lune depuis le 13 à minuit, jusqu'au 14 à midi ; ce n'est véritablement la vîtesse de la Lune, qu'à six heures du matin. Mais les différences secondes ci-dessus font voir que pendant ces 12 heures la vîtesse augmente de 3′ 5″ ; c'est donc de $15''\frac{1}{2}$ par heure. Il faut donc diminuer le mouvement horaire que nous avons employé, de 31″, puisque l'instant dont il s'agit est 4^h après minuit, & non pas six heures. Or ces 31″ faisant à peu près la 70ᵉ partie du mouvement horaire que nous avons employé, il s'ensuit que le correction que celui-ci nous a donnée pour la différence des méridiens, est trop foible d'environ $\frac{1}{70}$, c'est-à-dire, de 38″ de temps, lesquelles jointes aux 37″ ci-dessus, donnent 1′ 15″ de temps, à ajouter à la différence des méridiens calculée (282) ; la différence des méridiens est donc de $1^h\ 45'\ 48''$.

Nous démontrerons cette règle dans la quatrième Section.

289. Au reſte, nonobſtant toutes ces attentions, ce n'eſt pas d'une ſeule obſervation de diſtance que l'on doit attendre une concluſion ſuffiſante ſur la difference des méridiens; il faut multiplier ces obſervations autant qu'on le pourra, & prendre un milieu entre les réſultats de chacune.