SECONDE SECTION,

DANS laquelle on donne les connoiſſances d'Aſtronomie utiles aux Navigateurs.

115. LES méthodes que nous avons expoſées dans la Section précédente, pour la réduction des routes, ſeroient ſuffiſantes, & l'obſervation des aſtres n'auroit guères d'autre utilité dans la navigation, que pour la conſtruction des cartes, ſi l'on étoit sûr de la meſure du ſillage, & du rhumb de vent. Mais le premier de ces deux élémens peut (47) être altéré par des cauſes dont les effets ſont trop peu connus, pour qu'on ne ſoit pas obligé d'y appliquer des corrections. Le ſecond, ſuſceptible de meſures moins douteuſes à la vérité, exige néanmoins des vérifications très fréquentes, puiſque l'aiguille aimantée qui le détermine eſt ſujette à une déclinaiſon qui change preſque ſans ceſſe. Or ces corrections & ces vérifications ne peuvent être puiſées ailleurs que dans l'obſervation des aſtres.

Tout rend donc indiſpenſable la néceſſité de connoître le Ciel, la ſituation & les mouvemens des aſtres que nous y voyons.

Du mouvement annuel du Soleil ; de la vraie mesure du temps ; & de la distinction des années communes & des années Bissextiles.

116. Outre le mouvement dont nous avons parlé (7 *& suiv.*), en vertu duquel le Soleil & les autres astres paroissent décrire, chaque jour, un cercle parallèle à l'équateur, la terre a encore un autre mouvement qui s'achève en 365 jours 5^h 49'; mais qui, par les mêmes raisons que nous avons données (8), semble appartenir au Soleil. Ce mouvement, sur lequel on règle la grandeur de l'année, est celui qui donne lieu à la différence des saisons & à l'inégalité des jours & des nuits, dans les différentes saisons.

117. Pour peu qu'on ait donné d'attention au ciel, on sait que la hauteur à laquelle le Soleil paroît lorsqu'il passe au méridien, n'est pas la même chaque jour : qu'elle augmente pendant un certain espace de temps, après lequel elle diminue pendant un certain autre espace de temps, pour croître ensuite de nouveau ; ensorte que pendant le cours d'une année, le Soleil s'approche & s'éloigne alternativement de l'un & de l'autre pôle ; mais sans jamais passer au-delà d'un certain terme.

Si l'on compare aussi, pendant quelque temps, l'intervalle entre le passage du Soleil, & celui d'une même étoile quelconque, par le méridien ; on s'apperçoit que si, par exemple, le Soleil & l'étoile se sont trouvés une fois au méridien ensemble, le lendemain l'étoile a déjà paſſé à l'occident du méridien lorſque le Soleil y arrive ; le ſurlendemain elle en eſt encore plus éloignée vers l'occident. Si donc cette étoile n'a par elle-même aucun mouvement (& le plus grand nombre eſt dans ce cas, comme nous le dirons dans peu), on en conclura que le Soleil a, par rapport aux étoiles, un mouvement propre d'occident en orient, par lequel, indépendamment du mouvement journalier ou diurne qu'il a en ſens contraire, ſon paſſage au méridien retarde chaque jour d'une certaine quantité par rapport aux étoiles fixes ; & cette quantité eſt telle qu'au bout d'un an l'étoile a gagné un jour entier ou 360° ſur le Soleil.

118. Il paroît d'abord, par cette expoſition, qu'au lieu d'un ſeul mouvement annuel, le Soleil en auroit deux ; l'un par lequel il va alternativement vers l'un & l'autre pôle, l'autre par lequel il répond chaque jour à différens points de l'équateur. Il a bien, en effet, ces deux mouvemens ; mais ces deux mouvemens ſont l'effet d'un ſeul, comme nous allons le voir.

119. Concevons que *EAQ* (*fig.* 30) ſoit l'équateur céleſte ; *DPEp* un méridien céleſte que je ſuppoſe fixe. Que *CADBC* ſoit un grand cercle formant avec l'équateur un angle quelconque *EAC*. Si l'on imagine que le Soleil ſe meuve dans le cercle *CADBC*, dans le ſens *ADB*, & qu'il le parcoure en un an ; de ce mouvement combiné avec le mouvement journalier du Soleil, il réſultera les apparences que nous venons de rapporter.

En

En effet, concevons que le Soleil ſoit actuellement en un point quelconque S, & que demain à pareil inſtant il ſoit en un point T plus éloigné de A. Si par les points S & T on imagine les parallèles GSI, HTK; ce ſont les cercles que le Soleil paroîtra décrire aujourd'hui & demain; enſorte que lors du paſſage au méridien, aujourd'hui, le Soleil paroîtra éloigné de l'équateur, de la quantité EG; & demain il en paroîtra éloigné de la quantité EH. Mais on voit en même temps, que ces éloignemens ſucceſſifs auront un terme; car dès que le Soleil aura décrit l'arc AD de 90°, & qu'il parcourra l'autre quart DE de ſa circonférence, le parallèle qu'il paroîtra décrire chaque jour, approchera de plus en plus de l'équateur, jusqu'à ce que le Soleil ſoit arrivé en B, où continuant ſon mouvement dans le demi-cercle BCA, il s'éloignera de l'équateur juſqu'à ce qu'il ſoit en C, & s'en rapprochera enſuite de la même manière.

Si par les mêmes points S & T on conçoit les deux méridiens PSQ, PTR; & ſi en même temps on imagine une étoile fixe placée ſur le méridien PSQ; il eſt clair que le Soleil étant ſuppoſé reſter au point S du cercle $DACB$, paroîtra par le mouvement journalier, arriver au méridien fixe, en même temps que cette étoile; mais que le lendemain, le Soleil étant parvenu en T ſur le méridien PTR, tandis que l'étoile reſte conſtamment ſur le méridien PSQ, lorſque le point T paſſera au méridien fixe, l'étoile y aura déjà paſſé, & en ſera éloignée vers l'occident, de toute la quantité angulaire *QPR*, mesurée par l'arc *QR*.

120. Nous avons dit (11) que le jour étoit déterminé par l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage du Soleil par le méridien, & son retour au même méridien. Mais le passage du Soleil au méridien lorsqu'il est en *S*, a lieu lorsque le méridien *PSQ* passe sous le méridien fixe *PEp*; & son retour a lieu le lendemain, lorsque le méridien *PTR* passe sous le même méridien fixe *PEp*; donc l'intervalle entre le passage du Soleil au méridien, & son retour au même méridien, est composé de la durée de la révolution d'une étoile, & de la durée qui répond à la quantité *QR* dont le Soleil s'avance dans un jour vers l'Orient, dans le sens de l'équateur, par son mouvement annuel.

Ainsi quoique dans l'intervalle d'un jour, le Soleil ne décrive autour de la terre que 360°, le ciel étoilé décrit davantage; il décrit, en outre, une quantité égale à l'arc *QR* qui mesure dans le sens de l'équateur, la quantité dont le Soleil, par son mouvement annuel, s'avance d'occident en orient dans un jour. Si cet arc *QR* qui sur l'équateur, répond à l'arc *ST* que le Soleil décrit chaque jour par son mouvement annuel, étoit toujours le même, la quantité dont les étoiles s'avancent chaque jour vers l'Occident, par rapport au Soleil, seroit constamment la même & égale à 360° divisés par 365 jours 5 heures 49 minutes; c'est-à-dire, qu'elle seroit de 59′ 8″. Mais cette quantité varie, tant parce que la quantité *ST* que le Soleil décrit chaque jour n'est pas la même tous les jours de l'année, que parceque, quand elle feroit la même, l'obliquité du cercle CAD à l'égard de l'équateur EAQ feroit que l'arc QR ne feroit pas toujours le même ; enforte que ces 59′ 8″ font la quantité moyenne dont les étoiles anticipent chaque jour fur le Soleil.

Les étoiles paroiffent donc, chaque jour, décrire 360° 59′ 8″ d'orient en occident ; & par conféquent le temps qu'elles emploient à décrire 360°, ou à revenir au méridien, n'eft pas de 24 heures, mais de 23 heures 56′ 4″ ; puifque les 360° 59′ 8″ employant 24 heures, 360° ne doivent employer que 23 heures 56′ 4″.

121. Il fuit de ce que nous venons de dire, que les jours proprement dits, c'eft-à-dire, les intervalles de temps qui s'écoulent entre deux paffages confécutifs du Soleil au méridien, ne font point égaux ; car ils font compofés (120) de la durée de la révolution d'une étoile, & de l'intervalle de temps que l'arc QR de l'équateur qui répond au mouvement ST du Soleil dans un jour, emploie à paffer au méridien, & qui, comme nous venons de le voir, n'eft pas conftamment le même. C'eft ce qui a obligé de diftinguer deux fortes de jour : l'un qu'on appelle jour *vrai* ; & c'eft celui qui eft mefuré par l'intervalle exact entre deux paffages confécutifs du Soleil au méridien ; l'autre qu'on appelle jour *moyen*, qui eft celui que doivent marquer les horloges bien réglées, qui eft conftamment le même, & qui eft mefuré par l'intervalle de temps qui s'écouleroit entre deux midis confécutifs, fi la quantité QR dont le Soleil s'avance chaque jour vers l'orient, étoit conftamment la même. C'eft ce temps,

que l'on appelle *temps moyen*, que l'on compte dans la vie civile. L'autre, ou le *temps vrai*, eſt celui que marquent les cadrans ſolaires. La différence d'un jour vrai à un jour moyen, eſt fort petite ; mais en s'accumulant elle peut mettre une différence de 16′ 10″ entre le temps vrai & le temps moyen. Cette différence eſt ce qu'on appelle *l'Équation du temps ;* elle eſt tantôt dans un ſens, tantôt dans un autre ; c'eſt-à-dire, que le temps vrai eſt tantôt plus grand, tantôt plus petit que le temps moyen ; & il y a quatre jours dans l'année où ces deux temps ſont les mêmes.

122. La grandeur de l'année eſt déterminée par l'intervalle de temps entre le paſſage du Soleil par un point quelconque du cercle *CADBC*, qu'on appelle *l'Écliptique*, & ſon retour au même point. Comme cet intervalle eſt de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$; c'eſt-à-dire, eſt composé d'un nombre entier de jours, & d'une fraction ; on eſt convenu, pour plus de facilité, de négliger cette fraction pendant quelques années de ſuite, & de n'en tenir compte que lorſqu'en s'accumulant elle pourroit former un jour entier ou environ. Comme cette fraction eſt d'environ 6 heures qui ſont le quart d'un jour, on eſt convenu de compter de ſuite, trois années de 365 jours ſeulement, & de compter 366 jours dans la quatrième. Ces trois premières années ſont ce qu'on appelle des *années communes ;* & la quatrième s'appelle *année biſſextile.* Le jour qu'on ajoute à la quatrième année, s'ajoute au mois de Février qui, dans les années communes, n'a que 28 jours, & qui en a

par conféquent 29 dans les années biffextiles.

Cet arrangement, qui fut prefcrit par Jules-Céfar, en a pris le nom de *Style Julien*. L'année 1re de l'ère chrétienne s'étant trouvée être la première des années communes, toutes les années biffextiles tombent fur des nombres multiples de 4, ou divifibles par 4; ainfi les années 1768, 1772, 1776, &c. font biffextiles, parce que ces nombres font divifibles par 4.

Comme cette difpofition fuppofe l'année de $365^j\ 6^h$, tandis qu'elle n'eft réellement que de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$, ce qui fait une différence de $11'\ 12''$; il s'enfuit qu'à chaque biffextile, on ajoute $44'\ 48''$, de trop, & que par conféquent au bout d'un fiècle ou de 25 années biffextiles, on compte $18^h\ 40'$ de trop. C'eft pour en tenir compte que le pape Grégoire XIII qui en 1582 s'occupa de la réformation du Calendrier, établit que l'on rendroit commune, chaque centième année, au lieu de biffextile qu'elle devoit être fuivant le premier arrangement. Mais comme cette fuppreffion de l'année biffextile au commencement du fiècle, eft trop forte de $5^h\ 20'$, puifqu'il n'y a que $18^h\ 40'$ à retrancher, on ne fait la centième année commune que pendant trois fiècles confécutifs, & dans le quatrième elle redevient biffextile. Ainfi les années 1700, 1800 & 1900 font des années communes, & 2000 eft biffextile.

Comme tous les peuples n'ont pas adopté cette réforme, on a diftingué le *nouveau ftyle*, & le *vieux ftyle*. Ceux qui fuivent le vieux ftyle comptent 11 jours de moins que nous; ils en compteront 12 dans le 19e fiècle : c'eft-à-dire, par exemple, que le 21 Avril pour nous, eſt le 10 Avril pour eux.

Des cercles & des points de la Sphère qui répondent aux différentes époques du mouvement annuel du Soleil.

123. Le cercle *CADBC* (*fig.* 30) dans lequel nous venons de dire que le Soleil fait ſa révolution annuelle, & que nous avons appelé l'Écliptique, fait avec l'équateur, un angle de 23° 28′. Quoique cet angle ne ſoit pas toujours exactement de cette quantité, les variations qu'il ſubit ſont trop petites pour nous intéreſſer dans la matière que nous traitons. Ainſi nous le ſuppoſerons conſtamment de 23° 28′.

L'écliptique eſt donc un grand cercle de la ſphère, dans lequel le Soleil fait ſa révolution annuelle, & qui coupe l'équateur ſous un angle de 23° 28′.

Les points *A* & *B* où l'écliptique coupe l'équateur, s'appellent les points *Equinoxiaux*; parce que lorſque le Soleil, par ſon mouvement annuel, arrive à l'un de ces points, le jour eſt égal à la nuit pour tous les différens lieux de la terre. En effet, tous les différens horizons coupant l'équateur en deux parties égales, il eſt clair que lorſque le Soleil, par ſon mouvement journalier, décrit l'équateur, il eſt autant de temps ſur chaque horizon, qu'au-deſſous.

Le paſſage du Soleil, par l'un de ces points, eſt l'époque du printemps; & par l'autre, c'eſt l'automne. Le jour de ce paſſage s'appelle *l'équinoxe*.

L'arc *AS* de l'écliptique que le Soleil a parcouru depuis ſon paſſage par l'équinoxe du printemps, qu'on appelle autrement le point d'*Aries* ou du *Bélier*, s'appelle la *Longitude* du Soleil : elle ſe compte en ſignes, degrés, minutes, &c. Ces ſignes, qui ſont de 30° chacun, ont les noms latins & françois, & ſont déſignés par les caractères ſuivans.....

Aries. . . .	le Bélier	♈	*Libra.* . . .	la Balance. . . .	♎
Taurus . . .	le Taureau. . . .	♉	*Scorpius* . . .	le Scorpion. . .	♏
Gemini . . .	les Gemeaux. . .	♊	*Arcitenens* . .	le Sagittaire. . .	♐
Cancer . . .	l'Écreviſſe. . . .	♋	*Caper.* . . .	le Capricorne . .	♑
Leo . . : .	le Lion.	♌	*Amphora.* . .	le Verſeau . . .	♒
Virgo. . . .	la Vierge. . . .	♍	*Piſces.* . . .	les Poiſſons. . .	♓

Les ſix premiers de ces ſignes ſont dans la partie du nord, & les ſix autres dans la partie du ſud.

Le commencement de chacune des quatre ſaiſons, *Printemps*, *Été*, *Automne* & *Hiver*, eſt déterminé par l'entrée du Soleil dans les ſignes du Bélier, de l'Écreviſſe, de la Balance, & du Capricorne ; ce qui arrive le 20 Mars, le 21 Juin, le 22 Septembre, & le 21 Décembre.

Si par les pôles P & p de l'équateur (*fig.* 31) & par les points équinoxiaux A & B, on conçoit un grand cercle $PApB$; ce cercle eſt ce qu'on appelle le *Colure des équinoxes*.

Et ſi par le centre de l'écliptique, on conçoit une droite $P'p'$ perpendiculaire à ce plan, & qui rencontre la ſphère en P' & p' ; cette droite s'appelle l'axe de l'écliptique, & les points P' & p' ſont les pôles de l'écliptique.

Si par les pôles P & P' de l'équateur & de l'écliptique on imagine un grand cercle $PP'Ep$; ce cercle qui ſera en même temps perpendiculaire à l'équateur & à l'écliptique, eſt ce qu'on appelle le *Colure des Solſtices.*

Les points C & D où le colure des ſolſtices rencontre l'écliptique, ſe nomment les *points ſolſticiaux* ; & le moment où le Soleil arrive à l'un ou à l'autre de ces points, s'appelle le *Solſtice.*

Lorſque le Soleil arrive aux points ſolſticiaux D & C, ſon mouvement dans l'écliptique eſt parallèle à l'équateur ; enſorte que pendant quelques jours, il paroît ne s'éloigner, ni ne s'approcher de l'équateur ; il eſt comme ſtationnaire : c'eſt ce qui a fait donner à ces points le nom de points ſolſticiaux.

Puiſque le colure des ſolſtices eſt perpendiculaire à l'équateur & à l'écliptique ; l'arc EC ou QD de ce colure, compris entre ces deux cercles, eſt donc la meſure de leur inclinaiſon ; il eſt donc (123) de 23° 28′. Et comme il eſt évident qu'il meſure auſſi la plus grande diſtance à laquelle le Soleil puiſſe ſe trouver, de part & d'autre de l'équateur, il s'enſuit que par ſon mouvement annuel, le Soleil ne s'éloigne jamais de l'équateur de plus de 23° 28′.

124. Juſqu'ici nous avons regardé le Soleil comme décrivant, chaque jour, un parallèle à l'équateur, en vertu du mouvement diurne. Mais comme ſon mouvement dans l'écliptique eſt continuel, on voit qu'à la rigueur, il décrit

depuis un équinoxe jusqu'au solstice suivant, une espèce de spirale dont les différentes spires qui répondent à chaque révolution diurne sont très-peu inclinées à l'égard de l'équateur. En effet le Soleil ne s'avance chaque jour dans l'écliptique que d'environ un degré, tandis que par le mouvement diurne il décrit 360° parallèlement à l'équateur. Ainsi nous continuerons d'appeler parallèle du Soleil, la route que cet astre décrit chaque jour autour de la terre.

125. On a donné aussi des noms particuliers à chacun des parallèles que paroissent décrire, en vertu du mouvement diurne, chacun des principaux points où passe le Soleil par son mouvement annuel.

Par exemple, on a nommé *Tropiques* les deux parallèles MD, CN que le Soleil décrit, lorsqu'il est dans les points solsticiaux. Ainsi les tropiques sont deux petits cercles de la sphère, parallèles à l'équateur, & qui en sont éloignés chacun de 23° 28′. Celui qui est vers le nord s'appelle *Tropique du Cancer*, & celui qui est vers le sud, s'appelle *Tropique du Capricorne.*

On a nommé *Cercles polaires*, les parallèles $P'G$, $p'g'$ que paroissent décrire, en vertu du mouvement diurne, les pôles P' & p' de l'écliptique. Ces pôles sont éloignés de ceux de l'équateur, d'une quantité égale à l'inclinaison de ces deux plans. Ainsi les cercles polaires, sont deux parallèles à l'équateur, & qui sont éloignés de ses pôles, de 23° 28′, ou qui sont éloignés de l'équateur, de 66° 32′. Celui qui est vers le nord, s'appelle cercle polaire *Arcti-*

que; & celui qui eſt vers le ſud, s'appelle cercle polaire *Antarctique.*

Conſéquences qui réſultent du mouvement annuel du Soleil, par rapport aux climats, aux zones, à la durée des jours, &c.

126. On a imaginé ſur la ſurface de la terre, des cercles analogues à ceux que nous venons de faire connoître dans le ciel. Ainſi, on appelle tropiques terreſtres, les deux cercles parallèles à l'équateur terreſtre, & qui en ſont diſtans de 23° 28′ de part & d'autre. Ces cercles marquent ſur la terre, les lieux qui ont le Soleil à leur zénith, le jour du ſolſtice. Car ſi de tous les points du tropique céleſte *CN* (*fig.* 31) on imagine des rayons tels que *CI* menés au centre de la terre, le parallèle qu'ils traceront ſur la ſurface de la terre ſera éloigné de l'équateur, de 23° 28′; & tous les lieux ſitués ſur ce parallèle, auront leur zénith dans le parallèle céleſte correſpondant.

On appelle de même, cercles polaires terreſtres, deux parallèles à l'équateur terreſtre, & qui en ſont diſtans de part & d'autre, de 66° 32′.

Ces quatre cercles partagent la terre en cinq parties qu'on appelle *Zones.* La première, qu'on appelle *Zone torride*, eſt compriſe entre les deux tropiques, & ſon étendue eſt par conſéquent de 23° 28′ de part & d'autre de l'équateur. Les peuples qui habitent cette zone ont, dans le cours de l'année, deux fois le Soleil à leur zénith; une fois lorſqu'il va de l'équateur au tropique le plus voiſin; & la ſeconde fois lorſqu'il revient de ce tropique vers l'équateur. Cette zone a été nommée torride, parce que la chaleur y eſt grande & continuelle, attendu que le Soleil eſt toujours au-deſſus de cette zone.

L'eſpace compris entre chaque pôle & le cercle polaire du même hémiſphère, s'appelle *Zone glaciale*. Comme le Soleil ne ſort point de la zone torride, il ne peut éclairer que très-obliquement les zones glaciales; & par conſéquent il doit y faire, & il y fait en effet très-froid.

Enfin on a donné le nom de *Zones tempérées*, à l'eſpace compris, ſur chaque hémiſphère, entre le tropique & le cercle polaire du même hémiſphère. Chacune de ces zones a donc une étendue de 43° 4′ en latitude.

127. Puiſque le Soleil décrit ſucceſſivement différens parallèles, il eſt clair, d'après ce que nous avons dit (9), qu'à l'exception des lieux ſitués ſous l'équateur, la durée du jour & celle de la nuit doivent varier continuellement pendant l'année, pour un même lieu : enſorte que les jours ſeront plus longs que les nuits, lorſque le Soleil ſera dans l'hémiſphère que l'on habite; & au contraire les nuits ſeront plus longues que les jours, lorſqu'il ſera dans l'hémiſphère oppoſé. Les jours ſeront le plus longs lorſque le Soleil ſera dans le tropique de l'hémiſphère que l'on habite, & le plus courts lorſqu'il ſera dans le tropique de l'hémiſphère oppoſé.

La durée d'un jour quelconque ſera la même pour tous les peuples ſitués ſur un même parallèle ; mais elle ſera d'autant plus grande que ce parallèle ſera par une plus grande latitude, quand le Soleil & le parallèle du lieu ſeront dans le même hémiſphère, ou d'autant plus petite dans le cas contraire. Par exemple, les peuples qui habitent les cercles polaires voient le Soleil pendant 24 heures de ſuite, à leur ſolſtice d'été, & en ſont privés pendant 24 heures, à leur ſolſtice d'hiver. Ceux qui ſont plus voiſins du pôle, voient le Soleil, & en ſont privés pendant pluſieurs jours de ſuite ; enſorte qu'au pôle, le Soleil eſt viſible pendant ſix mois, & inviſible pendant les ſix autres mois. Tout cela eſt une ſuite évidente du mouvement annuel du Soleil, & de ce que nous avons dit (9).

Des Planètes & des Étoiles fixes.

128. On a donné le nom *d'Étoiles fixes*, à celles des étoiles que l'on a obſervé n'avoir d'autre mouvement que celui que doivent paroître avoir toutes les parties fixes du ciel, en vertu du mouvement diurne de la terre. Et on a, au contraire, nommé *Étoiles errantes* ou *Planètes*, celles qui, outre ce mouvement, en ont un particulier. On en compte ordinairement ſept de cette dernière eſpèce ; on leur a donné les noms, & on les a déſignées par les caractères qui ſuivent......

Saturne,	Jupiter,	Mars,	le Soleil,	Vénus,	Mercure,	la Lune.
♄	♃	♂	☉	♀	☿	☾

De ces ſept aſtres, il n'y a véritablement que la Lune dont le mouvement propre ſe faſſe autour de la terre. Les autres font leurs révolutions autour du Soleil qui eſt fixe ou ſenſiblement fixe, & autour duquel la terre fait une révolution en un an.

Ces planètes font leur cours autour du Soleil, d'occident en orient, tandis que par le mouvement diurne de la terre elles paroiſſent ſe mouvoir d'orient en occident. Les durées de leurs révolutions ſont inégales & ſubordonnées à leurs diſtances au Soleil. Saturne emploie 10759 jours 8 heures à achever la ſienne; Jupiter en emploie 4332 $\frac{1}{2}$; Mars, 687; la Terre, 365 $\frac{1}{4}$; Vénus, 225; Mercure, 87. Saturne & Jupiter ſont accompagnés de lunes ou ſatellites qui en même temps qu'ils tournent avec ces planètes autour du Soleil, tournent auſſi autour d'elles, comme la Lune tourne autour de nous, en même temps qu'elle nous accompagne dans notre courſe annuelle autour du Soleil. Ces petites lunes ſont ſujettes à de fréquentes éclipſes qui peuvent (particulièrement celles de Jupiter) devenir fort utiles pour la détermination des longitudes en mer, ſi on parvient enfin à pouvoir les obſerver malgré l'agitation du vaiſſeau.

129. Les planètes ſont faciles à diſtinguer des étoiles fixes, par leur lumière qui eſt moins étincelante, parce qu'elles l'empruntent du Soleil; au lieu que les étoiles fixes ſont lumineuſes par elles-mêmes, & paroiſſent être autant de ſoleils, que nous ne voyons auſſi petits, que parce qu'ils ſont à une diſtance immenſe

de nous. Elles ſont encore faciles à trouver dans le ciel, par une autre raiſon ; c'eſt que quoique leur mouvement autour du Soleil ſe faſſe dans un plan particulier pour chacune, néanmoins ces plans ou cercles, s'écartent peu de celui que le Soleil paroît décrire en un an : Vénus qui s'en écarte le plus, n'en eſt jamais éloignée de plus de 8 degrés, tantôt d'un côté de l'écliptique, tantôt de l'autre.

130. Cette propriété des mouvemens des planètes, de ne point s'écarter au-delà de 8 degrés de part & d'autre de l'écliptique, a donné lieu d'imaginer dans le ciel, une zone ou bande à laquelle on a donné le nom de *Zodiaque*, & qui occupe, en tout, un eſpace de 16 degrés, 8 de part & d'autre de l'écliptique. Le Zodiaque comprend donc tout l'eſpace que les planètes parcourent dans le ciel.

De toutes les planètes, celle dont les mouvemens nous intéreſſent le plus, eſt la Lune. Nous en parlerons dans peu.

131. A l'égard des étoiles fixes, elles ſont répandues dans toutes les parties du ciel. Comme il auroit été impoſſible de donner un nom particulier à toutes, on eſt convenu d'en raſſembler un certain nombre ſous un nom commun qui eſt celui d'une figure que l'on a conçue deſſinée ſur l'eſpace qu'elles occupent. Cet aſſemblage d'étoiles, s'appelle une *Conſtellation.*

La figure que l'on a imaginée pour chaque conſtellation, ne repréſente pas toujours l'ordre de la diſtribution naturelle des étoiles. Par exemple, on ne doit point s'imaginer que l'eſpace qu'on appelle *la grande Ourſe*, reſſemble à un ours : il ne lui reſſemble que ſur les cartes.

Quoi qu'il en ſoit, c'eſt de cette manière qu'on partage d'abord le ciel étoilé ; & les noms des ſignes de l'écliptique que nous avons rapportés ci-deſſus, qu'on appelle plus communément les ſignes du zodiaque, ſont ceux des conſtellations qui ſe trouvent compriſes dans le zodiaque. Quoique, depuis que ces noms ont été imaginés, les ſignes de l'écliptique conſidérés comme meſure de la longitude du Soleil, ne répondent plus aux conſtellations dont ils portent le nom, on ne continue pas moins d'appeler le Bélier, le Taureau, &c. le premier, le ſecond &c. ſignes de la longitude du Soleil.

Quoiqu'on puiſſe toujours trouver facilement une étoile quelconque dans le ciel, à l'aide des catalogues que les Aſtronomes en ont dreſſé, il eſt néanmoins utile de ſe rendre les principales familières à la vue : c'eſt pour cette raiſon que nous plaçons à la fin de ce volume, les Planches VII & VIII qui repréſentent les étoiles principales de chaque hémiſphère. Pour s'en ſervir à reconnoître les étoiles, il faut faire attention, ſur la carte, à ce que la diſpoſition des étoiles de chaque conſtellation, a de particulier, tant par rapport à cette conſtellation, que par rapport à ſes voiſines ; & pour plus d'ordre, il faut commencer par celles qui ſont voiſines du pôle élevé. C'eſt ainſi que vers le nord, on reconnoîtra *la grande Ourſe*, autrement appelé *le grand Chariot*, aux caractères ſuivans. Elle eſt formée de ſept étoiles principales, dont quatre forment un quadrilatère presque rectangle. Si l'on imagine le côté de ce quadrilatère qui est le plus près de l'épaule, prolongé vers le nord; ce côté passera très-pres d'une étoile assez belle qui est précisément l'étoile polaire. Cette étoile n'est pas exactement au pôle, elle en est à deux degrés environ. Les trois autres étoiles sont presque en ligne droite. *Cassiopée* est remarquable par cinq étoiles principales qui forment à peu près la lettre *M*. On reconnoîtra le *Taureau* par un amas de petites étoiles fort serrées, & par une étoile remarquable par sa grandeur, son éclat & sa couleur rouge; cette étoile s'appelle *Aldébaran*.

De la Lune; de ses Phases & de ses Éclipses; du Nombre d'or, & des Épactes.

132. La Lune, indépendamment du mouvement diurne qui lui est commun avec tous les astres, a encore un mouvement autour de la terre, qui lui est particulier, & qui se fait d'occident en orient. Ce mouvement ne se passe point dans l'écliptique même, comme celui du Soleil, mais il s'en écarte peu; car la trace que décrit la Lune, & qu'on appelle son *Orbite*, n'est jamais inclinée à l'écliptique, de plus de $5^{\circ} \frac{1}{3}$.

133. La Lune emploie $27^{j}\ 7^{h}\ 43'\ 12''$ à revenir à un même point du Ciel, à une même étoile : & cet espace de temps s'appelle sa révolution ou son *mois périodique*.

Si la Lune avoit toujours la même vîtesse, elle

elle avanceroit donc chaque jour, vers l'orient, de 13° 10′ 35″.

134. La révolution de la Lune, à l'égard du Soleil, eſt plus longue : elle eſt de $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$; c'eſt-à-dire, que ſi la Lune eſt aujourd'hui au méridien avec le Soleil, elle ne ſe retrouvera au méridien avec lui, qu'au bout de 29 jours & demi, environ. Enſorte que la quantité moyenne dont la Lune avance chaque jour vers l'orient, à l'égard du Soleil, eſt de 12° 11′ 27″.

La différence de ces deux révolutions, vient de ce que le Soleil s'avançant, par ſon mouvement annuel, dans le même ſens que la Lune; celle-ci, dans un intervalle de temps donné, s'éloigne moins du Soleil que des étoiles. Auſſi voit-on que la différence de 13° 10′ 35″ à 12° 11′ 27″, eſt de 59′ 8″ qui (120) eſt préciſément la quantité moyenne dont le Soleil s'avance vers l'orient dans un jour.

Cette révolution de la Lune, à l'égard du Soleil, eſt ce qu'on appelle une *Lunaiſon*, un *Mois ſinodique*, une *Révolution ſinodique*. C'eſt l'intervalle d'une nouvelle Lune, à la nouvelle Lune ſuivante, ou d'une pleine Lune, à la pleine Lune ſuivante.

135. La vîteſſe de la Lune n'eſt pas conſtamment la même pendant la durée de ſa révolution. La plus grande vîteſſe a lieu lorſque la Lune eſt le plus près de la terre; & ce point de la plus grande proximité, s'appelle le *Périgée* de la Lune. Depuis le périgée, la Lune s'éloigne de la terre, & diminue de vîteſſe, juſqu'à un certain terme qu'on appelle

l'*Apogée*, où ſa diſtance eſt la plus grande. Paſſé ce terme, la vîteſſe augmente juſqu'au périgée.

Ainſi, les principales inégalités du mouvement de la Lune, dépendent de ſa diſtance à l'apogée ; c'eſt-à-dire, de l'angle formé au centre de la terre, par la droite qui iroit de ce centre au point de l'apogée, & par celle qui iroit de ce même centre, à la Lune. Cet angle s'appelle l'*Anomalie*.

136. L'apogée & le périgée de la Lune ne répondent pas toujours aux mêmes points du ciel; c'eſt ce qui fait que la révolution de la Lune à l'égard de ſon apogée, & qu'on appelle ſa révolution *anomaliſtique*, n'eſt pas la même qu'à l'égard des étoiles : elle eſt de $27^j\ 13^h\ 18'\ 34''$.

137. Enfin, le mouvement de la Lune ſe faiſant dans un plan incliné à l'écliptique, elle eſt au nord de l'écliptique pendant environ une moitié de ſa révolution, & au ſud, pendant un pareil intervalle, à peu près. Les points où elle paſſe du nord au ſud de l'écliptique, c'eſt-à-dire, où ſon orbite coupe l'écliptique, s'appellent les *Nœuds*.

138. La diſtance de la Lune à la terre varie depuis $55\frac{3}{4}$ demi-diamètres de la terre, juſqu'à $64\frac{3}{4}$; enſorte que ſa diſtance moyenne eſt à peu près de $60\frac{1}{4}$ demi-diamètres terreſtres. Cette diſtance eſt environ la 340^e partie de celle de la terre au Soleil.

139. La Lune eſt viſible à nos yeux, non par elle-même, mais par la lumière qu'elle reçoit du Soleil, & que ſa ſurface renvoie enſuite vers nous. C'eſt par cette raiſon que nous

ne voyons pas toujours en entier l'hémiſphère de la Lune qui ſe préſente directement à nous, & ce qui, par conſéquent, donne lieu à ce qu'on appelle les *Phaſes* de la Lune, ou les différens aſpects ſous leſquels nous la voyons.

En effet, concevons que *QKOI* (*fig.* 32) ſoit l'orbite de la Lune; *T* le centre de la terre; & que le Soleil ſoit dans la droite *TS*, mais à une diſtance immenſe de *T*. Les rayons qui partent de cet aſtre, & qui tombent ſur la Lune, en quelque endroit que ce ſoit de ſon orbite, peuvent, ſans erreur ſenſible, être conſidérés comme parallèles.

Suppoſons que la Lune ſe trouve ſucceſſivement en *Q*, *K*, *O* & *I*; les points *Q* & *O* étant dans le plan qui paſſe par la terre & par le Soleil; & les points *K* & *I* étant à 90° de ce plan.

Si l'on conçoit dans chaque poſition de la Lune, des tangentes à ſon globe & qui ſoient parallèles à la ligne *TS*; il eſt évident que *ERF*, *LGV*, *NPM*, *ACB*, ſeront pour chaque poſition, la partie de la ſurface de la Lune qui reçoit les rayons du Soleil. Mais un obſervateur placé en *T*, ne verra tout l'hémiſphère éclairé de la Lune que lorſqu'elle ſera en *O*. Quand elle ſera en *I*, il ne pourra voir que la partie *BC* du diſque éclairé *BCA*. Quand la Lune ſera en *Q*, comme elle ne préſentera à l'obſervateur que l'hémiſphère oppoſé à celui *ERF* qui eſt éclairé, elle ne ſera pas viſible. Enfin quand elle ſera en *K*, l'obſervateur verra ſeulement la partie *LG* du diſque éclairé *LGV*; enſorte qu'en allant de *O* en

I, & de *I* en *Q*, la partie viſible de la Lune diminuera continuellement, juſqu'à diſparoître; puis elle augmentera continuellement de *Q* en *K*, & de *K* en *O* où l'on verra tout l'hémiſphère éclairé.

140. Quand la Lune eſt en *Q*, entre le Soleil & la terre, cette phaſe s'appelle la *nouvelle Lune*. C'eſt de ce point qu'on compte *l'âge* de la Lune, ou le nombre de jours écoulés depuis ſon renouvellement. Le jour de la nouvelle Lune, cette planète ſe lève & ſe couche à peu près en même temps que le Soleil, & paſſe auſſi au méridien à peu près en même temps que lui. Mais dans les jours ſuivans, ſon paſſage au méridien retarde, & la quantité moyenne de ce retard eſt de 49′ environ.

Lorſque la Lune eſt parvenue en *K*, à 90° du Soleil, on dit qu'elle eſt dans ſon *premier Quartier*; alors elle ſe lève vers le temps où le Soleil eſt au méridien. En *O*, au-delà de la terre, par rapport au Soleil, arrive la *pleine Lune* : à cette phaſe la Lune ſe lève lorſque le Soleil ſe couche. Enfin lorſqu'elle arrive en *I* où il ne reſte plus que 90° à décrire pour ſe renouveler, on dit qu'elle eſt à ſon *dernier Quartier*; alors elle ſe lève vers minuit.

On appelle auſſi, le point *Q*, la *Conjonction*; parce que la Lune & le Soleil paroiſſent ſe confondre lorſque la Lune arrive en ce point : & le point *O* s'appelle l'*Oppoſition*. Ces deux points ſont nommés auſſi les *Sizigies*; & la ligne *OQS* s'appelle la ligne des ſizigies : les deux points *K* & *I* s'appellent les *Quadratures*.

141. Dans ce que nous venons de dire, nous

avons tacitement regardé la Lune comme faisant ſon mouvement dans le plan même où ſe trouvent continuellement le Soleil & la Lune ; ce qui n'eſt pas rigoureuſement vrai, puiſque (132) la Lune ſe meut dans un plan incliné à l'écliptique, d'environ 5°. Mais la modification que cette circonſtance apporte à la deſcription que nous venons de faire des phaſes de la Lune, eſt facile à appercevoir ; car il eſt clair, par exemple, que dans la nouvelle Lune on pourra voir une petite partie du diſque éclairé ; que dans la pleine Lune, on verra un peu moins que le diſque entier ; & dans les autres phaſes à proportion.

Le ſeul cas où la Lune ſoit véritablement dans le plan de l'écliptique, c'eſt lorſqu'elle paſſe par ſes nœuds. Si cette circonſtance concourt avec les ſizigies, alors il y aura *Éclipſe* ; c'eſt-à-dire, *Éclipſe de Soleil* ſi la Lune paſſe à l'un de ſes nœuds lorſqu'elle ſe renouvelle ; & *Éclipſe de Lune* ſi elle paſſe à l'un de ſes nœuds lorſqu'elle eſt pleine. Parce que dans le premier cas, la Lune cache à la terre, le Soleil ou une partie du Soleil, ſelon que ſa diſtance à la terre fait paroître ſon diamètre plus ou moins grand que celui du Soleil. Et dans le ſecond cas, la Lune paſſant au-delà de la terre, par rapport au Soleil, traverſe un eſpace où les rayons du Soleil arrêtés par la terre ne pénètrent pas ; elle eſt donc dans l'ombre & par conſéquent inviſible. Au reſte, il n'eſt pas abſolument néceſſaire pour qu'il y ait éclipſe, que la Lune ſoit exactement dans l'un de ſes nœuds, lors des ſizigies. Il peut y avoir, & il y a en effet souvent éclipse, lorsque la Lune est dans le voisinage de ses nœuds lors des sizigies; mais il ne peut y avoir éclipse que vers les sizigies.

142. Si l'on compare la durée de la révolution sinodique de la Lune, avec celle de l'année, on voit qu'une année ne peut pas comprendre un nombre exact de lunaisons; mais que chaque lunaison étant de 29 jours 12 heures $\frac{3}{4}$ à peu près, 12 lunaisons ne sont qu'un peu moins de 354 jours $\frac{1}{2}$; ensorte que si, par exemple, la Lune étoit nouvelle au premier janvier d'une année, elle se trouveroit âgée de près de 11 jours, à la fin de cette même année. A la fin de l'année suivante, elle le seroit d'environ 22 jours; & au bout de trois ans il y auroit eu 37 lunaisons & environ trois jours. Ce n'est qu'après un nombre d'années plus considérable, que la Lune se retrouve dans les mêmes positions à l'égard de la terre & du Soleil, les mêmes jours de l'année.

Si l'on prend 235 lunaisons, qui comme nous l'avons dit (134), sont de $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$ chacune, on verra qu'elles répondent à $6939^j\ 16^h\ 32'$. Or 19 années de $365^j\frac{1}{4}$, comme on les compte dans l'état actuel du Calendrier, font $6939^j\ 18^h$; donc au bout de 19 ans, les nouvelles & pleines Lunes, & en général les phases semblables de la Lune, arrivent aux mêmes jours du mois, & presque à la même heure, car la différence n'est que de $1^h\ 28'$. On a donné à cette période remarquable, le nom de *Cycle d'or*. Nous ne la considérerons ici que par rapport à son usage pour trouver les nouvelles & les pleines Lunes. Mais avant de faire connoître cet usage, il faut enſeigner la manière de trouver la date du cycle d'or, c'eſt-à-dire, de trouver le *nombre d'or* qui répond à une année propoſée.

143. *Pour trouver le nombre d'or*, il faut ajouter 1 à l'année propoſée ; & diviſant le tout par 19, le reſte, ſans aucun égard au quotient, marquera le nombre d'or. Par exemple, pour 1781, je diviſe 1782 par 19 ; le reſte de la diviſion eſt 15 ; 15 ſera donc le nombre d'or en 1781.

On ajoute 1 à l'année propoſée, parce qu'au commencement de l'ère chrétienne, il y avoit déjà une année que le cycle d'or étoit révolu.

144. Les *Épactes* ſont des nombres qui marquent, pour chaque année, quel âge avoit à peu près la Lune à la fin de l'année précédente. L'âge de la Lune, & par conſéquent l'épacte, augmente chaque année d'environ 11 jours (142). Ainſi lorſque la première année du nombre d'or eſt écoulée, la Lune a onze jours. L'épacte de la ſeconde année eſt donc 11 ; celle de la troiſième 22 ; celle de la quatrième 33, ou ſimplement 3, en retranchant 30, quoique la révolution de la Lune ne ſoit que de 29 jours $\frac{1}{2}$; parce que l'épacte augmentant de moins de 11 jours, chaque année, pour tenir compte à peu près de ce qu'il y a de trop, on compte dans ce calcul, les révolutions de la Lune, comme ſi elles étoient de 30 jours.

Ainſi, *pour trouver l'épacte* correſpondante au nombre d'or, il faut diminuer le nombre d'or d'une unité, & multipliant le reſte par 11, ſi du produit on retranche 30 autant de fois qu'il y eſt compris, le reſte ſera l'épacte. Par exemple, en 1781, où le nombre d'or (143) eſt 15; je multiplie 14 par 11, & j'ai 154, dont ôtant 5 fois 30, il reſte 4 pour l'épacte de 1781, ou l'âge qu'aura la Lune à la fin de 1780. Il faut ſeulement obſerver, que pour la première année du nombre d'or, où l'on auroit zéro ſuivant cette règle, on écrit 29. Cela revient au même, car l'un & l'autre repréſentent également la fin ou le renouvellement d'une lunaiſon.

La règle que nous venons de donner, peut être d'uſage depuis 1700 juſqu'à 1800. Mais elle ſouffre une modification à chaque ſiècle, à cauſe de l'omiſſion de la biſſextile (122), qui ôtant un jour à l'année, change néceſſairement l'âge de la Lune.

145. Nous avons vu (143) comment on trouve le nombre d'or, & comment on en déduit l'épacte. Voici l'uſage qu'on peut en faire pour trouver à peu près l'âge de la Lune, pour un jour propoſé.

Pour trouver l'âge de la Lune. Ajoutez enſemble l'épacte, le nombre des mois écoulés depuis Mars incluſivement, juſqu'à celui dont il s'agit, auſſi incluſivement, & le quantième du mois. La ſomme, ſi elle eſt au-deſſous de 30, ſera l'âge de la Lune. Mais ſi elle eſt au-deſſus de 30, l'âge de la Lune ſera l'excès au-deſſus de 30 ſi le mois a 31 jours, & l'excès au-deſſus de 29, s'il n'a que 30 jours. Par exemple, on demande l'âge de la Lune, le 17 Juin 1781 : j'ajoute enſemble les nombres 4, 4 & 17, qui ſont l'épacte, le nombre des mois depuis Mars, & le quantième du mois; la ſomme 25 me fait voir que la Lune aura 25 jours, le 17 Juin 1781.

S'il s'agissoit de Janvier ou Février, on ajouteroit seulement l'épacte & le quantième du mois.

Ces pratiques sont fondées sur ce que l'âge de la Lune augmentant de 11 jours chaque année, cela donne environ un jour d'augmentation par mois.

S'il s'agit de trouver la nouvelle Lune pour un mois proposé, on le peut donc facilement par un moyen semblable, en ajoutant seulement l'épacte & le nombre des mois écoulés depuis Mars, & retranchant la somme de 29 ou de 30 jours, selon que le mois a 31 ou 30 jours. Si la somme étoit trop forte, on la retrancheroit de 60.

Ainsi, si l'on demande la nouvelle Lune de Juin 1781; j'ajoute 4 & 4, & je retranche la somme 8, de 30, parce que le mois n'a que 30 jours; le reste 22 me fait voir que la Lune sera nouvelle le 22 Juin.

Nous ne nous arrêterons pas à donner une explication plus détaillée de ces pratiques, tant parce que ce qui précède en fait assez appercevoir le fondement, que parce que les résultats qu'elles fournissent, ne sont que des approximations sur lesquelles on ne doit compter qu'à un ou deux jours près, dans plusieurs cas. Nous passons à une méthode plus exacte.

De la manière de calculer les Phases de la Lune.

146. La méthode que nous allons exposer,

donne le temps des phases à une heure & demie près. Cette exactitude est suffisante pour l'objet que nous nous proposons, & qui est de déterminer l'heure du flux & reflux de la mer, ce que nous ferons dans la Section suivante. Trois heures d'incertitude sur le vrai temps des phases, ne peuvent produire qu'environ dix minutes d'erreur sur le temps de la haute ou de la basse mer.

Cette méthode est fondue sur l'usage des Tables XIV, XV & XVI que l'on trouve à la fin de ce volume, & dont voici l'explication. Les nombres de la colonne marquée, *P* dans la Table XIV, indiquent quelle est la première phase qui a eu lieu ou qui aura lieu en Janvier de l'année correspondante. 1 marque une nouvelle Lune ; 2, un premier quartier ou la seconde phase ; 3, une pleine Lune ; 4, un dernier quartier. Et dans l'usage que nous en ferons, la nouvelle Lune suivante seroit marquée par 5 ; le premier quartier suivant, par 6 ; la pleine Lune suivante, par 7 ; le dernier quartier suivant, par 8.

Par exemple, vis-à-vis de l'année 1769, on trouve 1 dans la colonne *P* ; cela signifie que la première des phases de la Lune, qui auront lieu en Janvier 1769, sera la nouvelle Lune.

Les nombres de la colonne marquée *A*, expriment quelle est l'anomalie de la Lune, lors de cette phase. Cette anomalie, pour plus de commodité, est comptée en millièmes ; ensorte que 1000 des parties qui l'expriment, sont 360°, ou une révolution entière.

Les jours, heures & minutes qui sont à côté de l'année, marquent à quelle date de l'année tombe la phase correspondante dans la colonne *P*.

Dans la Table XV, les jours, heures & minutes que l'on voit à côté des mois, marquent (en y comprenant les mois) le temps qui a dû s'écouler depuis la première phase de l'année, jusqu'à la phase marquée par le nombre correspondant *P*. Par exemple, à côté d'Avril & dans la quatrième ligne de ce mois, on trouve $28^j\ 5^h\ 52'$, & le nombre *P* correspondant est 4. Cela signifie que depuis la première phase de l'année jusqu'au dernier quartier en Avril, lorsqu'il doit y en avoir un, il s'écoule $28^j\ 5^h\ 52'$ outre les mois.

Les nombres de la colonne *A* de cette même Table XV marquent l'augmentation que prend l'anomalie, dans cet intervalle ; on en a rejeté les révolutions complettes.

Si les mouvemens de la Lune conservoient toujours le rapport que supposent ces deux Tables, il suffiroit, pour calculer le moment d'une phase quelconque, d'ajouter les jours, heures & minutes qui conviennent à l'année, avec les jours, heures & minutes qui, dans la Table des mois, répondent au nombre *P* qui avec le nombre *P* de la Table des années forme le nombre qui marque la phase dont il s'agit.

Par exemple, pour avoir la pleine Lune ou la phase 3 de Janvier 1769 ; j'ajouterois comme il suit.....

Pour 1769.	6^j	14^h	$13'$
Janvier.	14	19	6
Somme.	21^j	9^h	$19'$

C'eſt-à-dire, que je prendrois, dans la Table XIV, les nombres qui correſpondent à 1769 ; & comme le nombre *P* pour 1769 eſt 1, celui qui avec ce nombre *P* fera la phaſe 3 dont il s'agit, eſt 2 ; je prendrois donc dans la Table des mois, les jours, heures & minutes qui pour Janvier répondent au nombre 2 de la colonne *P*. Et la ſomme $21^j\ 9^h\ 19'$ feroit l'heure de la pleine Lune de Janvier 1769, ſi les mouvemens de la Lune étoient tels que nous venons de dire.

Mais à cauſe de leur irrégularité, ce premier calcul a beſoin d'une correction que fournit la Table XVI, en opérant comme il ſuit.

En même temps qu'on ajoutera les heures & minutes qui conviennent à l'année & au mois, on ajoutera auſſi les nombres *A* qui leur correſpondent ; & après avoir rejetté les mille s'il y en a, on cherchera dans la Table XVI, les jours, heures & minutes correſpondans à la ſomme des nombres *A*, & on les ajoutera aux heures & minutes déja trouvées.

Si l'on calcule pour un autre méridien que Paris, on ajoutera à cette ſomme, la différence des méridiens, ou on la retranchera, ſelon que le lieu ſera plus oriental, ou plus occidental que Paris.

EXEMPLE Ier.

On demande le moment de la pleine Lune de Janvier 1769, pour Paris.

La phaſe dont il s'agit eſt 3 ; & comme le nombre *P* pour 1769 eſt 1, le nombre *P* qu'on doit prendre pour Janvier eſt 2. Donc

		Nombres A.	
Pour 1769.	$6^j\ 14^h\ 13'$	...174	Tables XIV & XV.
Janvier.	14 19 6	...536	
Somme.	$21^j\ 9^h\ 19'$	...710	
Correction correspondante à la somme des nombres A.	.... 5 35		...Table XVI.
Temps de la pleine Lune. .	$21^j\ 14^h\ 54'$		

EXEMPLE II.

Étant à Québec, c'est-à-dire, à $4^h\ 49'$ à l'occident de Paris, on demande le temps du premier quartier en Juin 1765.

La phase dont il s'agit est naturellement 2; mais comme la première phase de l'année est 3, c'est-à-dire, est marquée par un nombre plus grand que celui de la phase dont il s'agit, la phase actuelle doit être comptée pour 2 plus 4 ou 6. Ainsi le nombre *P* qui, pour les mois, fait 6 avec le nombre *P* pour l'année, étant 3, nous devons prendre dans Juin, les nombres qui répondent au nombre 3 de la colonne *P*. Donc

				Nombres A.
Pour 1765.	5^j	19^h	$52'$	... 124
Pour Juin.	18	19	47	... 162
Somme.	24	15	39	286
Correction pour les nombres A. .	1	5	26	
Différence des méridiens. . . .	0	4	49	
Temps du premier quartier. . .	25^j	16^h	$16'$	

147. On peut, par la même méthode, déterminer la phase la plus prochaine d'une date proposée; & nous en aurons besoin par la suite.

Par exemple, s'agit-il de trouver quelle sera la phase la plus prochaine du 17 Octobre 1769?

On cherchera dans la Table des mois, quel eſt le jour & l'heure d'Octobre qui avec les jours & heures qui dans la Table pour les années, répondent à l'année propoſée, approche le plus de 17; le nombre correſpondant P, joint au nombre P qui convient à l'année, fera connoître la phaſe; & alors on calculera l'heure & la minute de cette phaſe, comme ci-deſſus. Si ce temps diffère de moins de quatre jours de la date propoſée, ce ſera celui de la phaſe la plus prochaine; mais s'il en diffère de quatre jours, ou plus, alors on calculera l'heure de la phaſe ſuivante ou précédente, ſelon celle de ces deux qui ſera la plus prochaine. Ainſi je vois que pour 1769, le nombre P eſt 1, auquel répondent $6^j\ 14^h\ 13'$. Je trouve dans la Table des mois, que les jours & heures d'Octobre qui ajoutés à $6^j\ 14^h\ 13'$, approchent le plus de 17^j, ſont $7^j\ 9^h\ 51'$, & le nombre correſpondant P, étant 2, qui joint avec le nombre P ou 1 de l'année, fait 3, j'en conclus que la phaſe la plus prochaine du 17 Octobre 1769, ſera la pleine Lune.

Pour en déterminer le temps précis, j'opère donc comme il ſuit, ſelon ce qui a été dit ci-deſſus.

				Nombres A.
Pour 1769.	6^j	14^h	$13'$ . . .	174
Octobre.	7	9	51 . . .	181
Somme.	14^j	0^h	$4'$	355
Correction pour les nombres A.	0	22	24	
Temps de la pleine Lune. . .	14^j	22	$28'$	

De la manière dont on détermine la position des Astres à l'égard de l'Écliptique & à l'égard de l'Équateur.

148. Pour fixer la position des astres dans le ciel, on peut employer deux méthodes principales : la première consiste à déterminer leur longitude & leur latitude ; & dans la seconde, c'est par leur ascension droite & leur déclinaison qu'on fixe leur position.

Concevons que *QET* (*fig.* 33) soit l'équateur ; *CED* l'écliptique ; *PCT* le colure des solstices ; *P* & *P'* les pôles de l'équateur & de l'écliptique. Soit *S* un astre quelconque. Si par le pôle *P'* de l'écliptique on conçoit l'arc de grand cercle *P'SA*, qui sera nécessairement perpendiculaire à l'écliptique, il est clair que la position de l'astre *S* sera connue si, sachant d'ailleurs dans quel hémisphère il est placé, on connoît l'arc *SA* qui mesure sa distance à l'écliptique, & l'arc *EA* qui mesure la distance de l'arc *P'SA* au point équinoxial *E* ; & ce sont en effet ces arcs que l'on prend pour fixer la position des astres.

149. L'arc *SA* de grand cercle prependiculaire à l'écliptique, compris entre un astre *S* & l'écliptique, s'appelle la *Latitude* de cet astre. Et le cercle *P'SA* s'appelle *Cercle de latitude.* La latitude est australe, ou boréale, selon que l'astre est dans l'hémisphère austral ou dans l'hémisphère boréal.

Quant à la *longitude* d'un astre, c'est l'arc *EA* de l'écliptique compris entre le point équinoxial *E* du Bélier, ou du Printemps, & le cercle *PSA* de latitude de l'aſtre, cet arc étant compté d'occident en orient.

150. Dans la ſeconde manière de déterminer la poſition des aſtres; au lieu de les rapporter à l'écliptique, comme dans la précédente, on les rapporte à l'équateur, de la manière ſuivante.

On conçoit par le pôle *P* de l'équateur, & par l'aſtre *S*, le méridien *PSI*, qu'on appelle alors un cercle de *déclinaiſon*. Il eſt clair que la poſition de l'aſtre ſera connue ſi, ſachant d'ailleurs dans quel hémiſphère il eſt placé, on connoît l'arc *SI* qui meſure ſa diſtance à l'équateur, & l'arc *EI* qui meſure la diſtance de l'arc *PSI* au point équinoxial du Bélier.

151. On appelle *déclinaiſon* d'un aſtre, l'arc *SI* de grand cercle perpendiculaire à l'équateur, compris entre cet aſtre & l'équateur. La déclinaiſon eſt auſtrale ou boréale, ſelon que l'aſtre eſt dans l'hémiſphère auſtral ou dans l'hémiſphère boréal.

152. *L'Aſcenſion droite* d'un aſtre eſt l'arc de l'équateur compris entre le point équinoxial du Bélier, & le cercle de déclinaiſon de cet aſtre, cet arc étant compté d'occident en orient.

153. Quand on veut déterminer le lieu d'un aſtre par le calcul, c'eſt ordinairement par ſa longitude & ſa latitude; parce que c'eſt au plan de l'écliptique que les mouvemens des aſtres ſont rapportés dans les Tables aſtronomiques.

Mais lorſqu'on veut déterminer le lieu d'un aſtre par obſervation, c'eſt ordinairement ſon aſcenſion

aſcenſion droite & ſa déclinaiſon que l'on cherche.

154. Mais de ces deux plans, l'écliptique & l'équateur, dès que l'on connoît la poſition d'un aſtre à l'égard de l'un, il eſt toujours facile d'en conclure ſa poſition à l'égard de l'autre. En effet, le triangle ſphérique $PP'S$ (*fig.* 33) a pour côtés, 1°. PP' qui étant la diſtance du pôle de l'équateur à celui de l'écliptique, eſt la meſure de l'inclinaiſon de ces cercles, & par conſéquent eſt de 23° 28'. 2°. $P'S$ qui eſt le complément de la latitude de l'aſtre. 3°. PS qui eſt le complément de la déclinaiſon. De plus, l'angle $PP'S$ a pour meſure l'arc AD qui eſt le complément de la longitude; & l'angle $P'PS$ a pour ſupplément DPS meſuré par l'arc TI qui eſt le complément de l'aſcenſion droite. On voit donc que dès qu'on connoîtra la latitude & la longitude, ou la déclinaiſon & l'aſcenſion droite, comme on connoît toujours le côté PP', on aura trois choſes connues dans le triangle $P'PS$; & que par conſéquent il ſera facile d'en conclure, par les règles données dans la Trigonométrie ſphérique, les deux choſes inconnues, qui ſont toujours des parties de ce triangle.

Pour le Soleil, le calcul eſt plus ſimple; parce que les mouvemens de cet aſtre ſe faiſant dans l'écliptique, ſa latitude eſt toujours zéro. Alors la longitude, l'aſcenſion droite, & la déclinaiſon forment les trois côtés d'un triangle ſphérique rectangle AQS (*fig.* 30) dont l'angle SAQ oppoſé à la declinaiſon QS eſt de 23° 28'; c'eſt-à-dire, eſt l'inclinaiſon de l'écliptique à l'équateur ; ainſi l'une quelconque de ces trois choſes étant donnée, la longitude, l'aſcenſion droite, & la déclinaiſon, on pourra toujours trouver chacune des deux autres par l'une des trois proportions ſuivantes, fondées ſur ce qui a été dit (*Géom.* 350, 51 & 52).

$$R : \textit{ſin. } AS :: \textit{ſin. } QAS \text{ ou } \textit{ſin. } 23^\circ 28' : \textit{ſin. } QS$$
$$R : \textit{coſ. } 23^\circ 28' :: \textit{cot. } AQ : \textit{cot. } AS$$
$$R : \textit{ſin. } AQ :: \textit{tang. } 23^\circ 28' : \textit{tang. } QS$$

Nous donnerons, dans peu, le moyen de calculer la longitude du Soleil, d'après les Tables aſtronomiques que l'on trouvera à la fin de cet ouvrage. On y trouvera auſſi des Tables de la déclinaiſon & de l'aſcenſion droite, déduites de ces analogies.

155. A l'égard des étoiles, la Table de leurs poſitions, que l'on trouvera auſſi à la fin de ce Volume, eſt fondée ſur les obſervations, à quelques petites réductions près, dont ce n'eſt pas ici le lieu de parler.

Quoiqu'elles ſoient fixes dans le ciel, on voit néanmoins par ce Catalogue (Table XIII) que leurs aſcenſions droites & leurs déclinaiſons varient ; mais cela vient de ce que le point du Bélier rétrograde tous les ans d'une certaine quantité ; & comme les aſcenſions droites ſe comptent de ce point, elles doivent changer lorſqu'il change. Ce changement, qui ſe fait dans le ſens de l'écliptique, en produit un auſſi dans les déclinaiſons. Ce mouvement du point du Bélier eſt ce qu'on appelle la *préceſſion des Équinoxes.* Les étoiles ont encore quelques autres petits mouvemens apparens.

156. Voici comment on peut concevoir qu'on a pu, par obſervation, déterminer les déclinaiſons & les différences d'aſcenſion droite des étoiles.

Soit *HOR* (*fig.* 34) l'horizon; *QT* l'équateur; *P* le pôle; *CM*, *DN* les parallèles que décrivent deux étoiles en vertu du mouvement diurne.

Concevons que dans le plan du méridien *RQH*, on ait placé un inſtrument propre à meſurer les angles. En quelque endroit que cet inſtrument ſoit placé, ſon centre pourra être regardé comme le centre de l'horizon à cauſe de la petiteſſe de la terre, en comparaiſon de ſa diſtance aux aſtres. Donc ſi ayant dirigé horizontalement un des diamètres de cet inſtrument, on fait mouvoir l'autre diamètre juqu'à ce qu'il rencontre l'étoile lors de ſon paſſage au méridien, on aura la meſure de l'arc *HC*. Il ne s'agira plus, pour avoir la déclinaiſon *QC* de cette étoile, que de retrancher de *HC*, l'arc *HQ* qui meſure l'inclinaiſon de l'équateur à l'horizon, inclinaiſon qui ſera connue ſi l'on connoît la latitude ou la hauteur du pôle, puiſque *PQ* étant de 90°, *HQ* & *PR* doivent être enſemble de 90°, enſorte que *HQ* eſt le complément de la hauteur *PR* du pôle. Or nous avons vu (22) & nous verrons plus particulièrement, dans peu, comment on détermine la hauteur du pôle. On fera la même choſe pour chacune des étoiles, & on aura leurs déclinaiſons. Mais ces déclinaiſons ont beſoin de quelques corrections : nous en parlerons dans peu.

Quant à la différence d'aſcenſion droite entre deux étoiles E & E' ; c'eſt par la différence des temps auxquels elles arrivent au méridien, qu'on la détermine. Puiſque (120) les étoiles emploient $23^h\ 56'\ 4''$ à faire leur révolution ou 360°, il s'enſuit que, par heure, elles font $15^\circ\ 2'\ 28''$; que par minute, elles font $15'\ 2''\ 28'''$, & ainſi à proportion. Donc ſi la différence des temps entre le paſſage de l'étoile E, & celui de l'étoile E', eſt de 1 heure, on en conclura que l'étoile E' a $15^\circ\ 2'\ 28''$ d'aſcenſion droite de plus que l'étoile E, ſi elle paſſe après celle-ci ; ou de moins, ſi elle paſſe avant.

Du calcul de la Longitude, de l'Aſcenſion droite, & de la Déclinaiſon du Soleil, pour un temps & un lieu propoſés quelconques.

157. Si le Soleil s'avançoit dans l'écliptique avec une vîteſſe conſtante, une opération fort ſimple ſuffiroit pour déterminer ſa longitude pour un inſtant propoſé quelconque. Mais cette vîteſſe varie ſans ceſſe depuis le point du périgée ou de la plus grande proximité à l'égard de la terre, juſqu'à l'apogée ou le point de la plus grande diſtance : elle va en diminuant depuis le premier de ces points juſqu'au ſecond, & croît enſuite depuis le paſſage par ce ſecond point juſqu'au retour au premier ; mais de manière qu'à diſtances égales de part & d'autre de la ligne qui joint ces deux points, & qu'on appelle la ligne des *Abſides*, la vîteſſe eſt la même.

Comme les inégalités dans le mouvement du Soleil, dépendent de la diſtance angulaire à la ligne des absides, c'est-à-dire, de l'angle que forme avec la ligne des absides, la ligne droite qu'on peut imaginer menée de la terre au Soleil; c'est à cette première ligne qu'on rapporte, en effet, le calcul de ces inégalités. Et l'on appelle *Anomalie*, l'angle compris entre la ligne des absides, & la distance actuelle de la terre au Soleil, cet angle étant compté depuis l'apogée.

Or la longitude étant comptée (149) depuis le point du Bélier, il s'ensuit que la longitude dépend de deux choses, de la distance de la ligne des absides au point du Bélier, & de l'anomalie.

158. Pour calculer plus commodément cette longitude, on a dressé des Tables qui représentent les arcs que le Soleil décriroit dans des intervalles de temps connus si son mouvement étoit uniforme; & des Tables qui représentent la position de l'apogée pour une même époque d'année en année, qui est le 31 Décembre à midi de l'année précédente, dans les années communes, & le 1er Janvier à midi de l'année courante, dans les années bissextiles.

La différence de ces deux arcs fait donc connoître pour un instant quelconque, quelle seroit l'anomalie du Soleil à cet instant, si le mouvement de cet astre étoit uniforme, & cette anomalie s'appelle *Anomalie moyenne.*

Par des calculs fondés tant sur les observations que sur la Géométrie, on a déterminé pour chaque degré & partie de degré de l'anomalie moyenne, la différence qu'il devoit y avoir entre cette anomalie moyenne & l'anomalie vraie ; on a formé des Tables de cette différence qu'on appelle *Équation du centre*, au moyen desquelles tout le calcul de la longitude se réduit à de simples additions & soustractions comme on va le voir. Mais avant que d'enseigner cet usage des Tables du Soleil, il faut rendre compte de quelques autres points qu'elles supposent.

1°. Les 24 heures du jour y sont supposées comptées astronomiquement ; c'est-à-dire, de suite, & d'un midi à l'autre.

2°. Ces Tables sont calculées pour le méridien de Paris, ensorte que s'il s'agit d'un autre lieu, il faut avoir égard à la différence des méridiens, en ajoutant cette différence réduite en temps (18) à l'heure proposée, si le lieu est plus occidental que Paris, ou la retranchant s'il est plus oriental.

3°. Les temps correspondans aux mouvemens que ces Tables représentent, sont des temps moyens (121) ; ensorte que lorsqu'il s'agira de calculer le lieu du Soleil pour un temps vrai proposé quelconque ; comme si l'on demandoit le lieu du Soleil dans l'écliptique, ou son ascension droite, ou sa déclinaison, au midi vrai, c'est-à-dire, lorsqu'il passe véritablement au méridien, un jour proposé ; il faudroit réduire le temps vrai en temps moyen, en ajoutant à celui-là, ou en retranchant la différence de ces deux temps que l'on connoîtra par la Table I, qui a pour titre *Table de l'Équation du temps*. Mais comme cette Table suppose que l'on connoisse déja à peu près le lieu du Soleil, s'il n'en étoit pas ainsi, on calculeroit le lieu du Soleil pour le temps vrai proposé, comme si c'étoit un temps moyen : avec cette longitude qui différera très-peu de la véritable, on trouvera l'équation du temps, à l'aide de laquelle & de la Table des mouvemens du Soleil, il sera facile de voir ce qu'on doit ajouter ou retrancher à la longitude déjà calculée, pour avoir celle qui convient à la correction du temps. On en va voir des exemples.

4°. Enfin, si l'année pour laquelle on calcule est bissextile, on retranchera un jour, de la date proposée, dans les mois de Janvier & Février seulement.

Cela posé, voici comment, à l'aide des Tables dont il s'agit, & que nous avons rassemblées à la fin de ce volume, on pourra calculer la longitude, l'ascension droite & la déclinaison du Soleil.

159. *Pour la longitude.* On ajoutera ensemble d'une part, les mouvemens moyens du Soleil qui conviennent à l'année (Table II); ceux qui conviennent aux mois (Table III); ceux qui conviennent aux jours du mois, aux heures, minutes & secondes (Table IV). Et l'on aura la longitude moyenne du Soleil.

On ajoutera d'une autre part, les mouvemens correspondans de l'apogée, que l'on trouvera dans les mêmes Tables.

On retranchera la seconde somme de la première, pour avoir l'anomalie moyenne, avec laquelle on trouvera (Table V) l'équation du centre que l'on ajoutera à la longitude moyenne, ou que l'on en retranchera, selon que l'indiqueront les titres qui sont au haut de chaque colonne, & l'on aura la longitude vraie du Soleil.

Sur quoi il faut obſerver que l'équation du centre que donne cette Table, n'etant calculée que pour chaque degré de l'anomalie moyenne, ſi celle-ci avoit, en outre, des minutes & ſecondes, on calculeroit, à l'aide de la difference qui ſe trouve à côté de l'équation, le ſurplus qui convient aux minutes & ſecondes, par cette proportion..... Si 60 minutes ou 3600″ de difference dans l'anomalie moyenne, donnent, dans l'équation, la différence marquée dans la Table, combien le nombre de minutes & ſecondes dont il s'agit, donnera t-il? & à l'inſpection de la Table, on jugera facilement ſi ce ſurplus doit être ajouté ou retranché.

EXEMPLE I.

On demande la longitude vraie du Soleil, à Paris, le 18 Février 1768, à midi temps vrai.

	Mouvemens moyens du Soleil.	*Mouvem. de l'Apogée.*
Pour 1768.	$9^s\,10^\circ\,38'\,34''$	$3^s\,8^\circ\,57'\,43''$
Février.	1 0 33 18	 5
Le 17 (à cauſe de la biſſ.)	0 16 45 22	 3
Long moy du Soleil.	$10^s\,27^\circ\,57'\,14''$	$3^s\,8^\circ\,57'\,51''$
Equation du centre. .	0 1 28 24	10 27 57 14
Long. vraie approchée.	$10^s\,29^\circ\,25'\,38''$	$7^s\,18^\circ\,59'\,23''$ Anom. moy.

Ce ſeroit la longitude vraie s'il s'agiſſoit du temps moyen. Mais la Table I fait voir que pour cette longitude il faut ajouter 14′ 22″ au temps vrai pour avoir le temps moyen correſpondant : or pendant cet intervalle, le Soleil (Table IV) décrit 36″; il faut donc ajouter ces 36″ à la longitude trouvée, pour avoir enfin la véritable, de 10^s 29° 26′ 14″.

EXEMPLE II.

On demande la longitude vraie du Soleil pour le 22 Mai 1769 à 7^h 42′ du matin, temps vrai à Breſt.

Ce temps compté aſtronomiquement, répond au 21 Mai à 19^h 42′; & réduit au méridien de Paris plus oriental que Breſt, de 27′ 23″, c'eſt le 21 Mai 1769 à 20^h 9′ 23″. Donc.....

Mouvemens moyens du Soleil.		*Mouvem. de l'Apogée.*
Pour 1769.	9^s 10° 24′ 14″	3^s 8° 58′ 48″
Mai.	3 28 16 40	. . . 22
Le 21.	0 20 41 55	. . . 4
20 heures.	49 17	3^s 8° 59′ 14″
9 minutes.	22	2 0 12 29
23 secondes.	1	10^s 21° 13′ 15″ Anom. moy.
Long. moy. du Soleil.	2^s 0° 12′ 29″	Equat. du temps. 3′ 48″ souſt.
Equation du centre. . .	1 11 11	Mouv. correſp. . 9″
Long. vraie approchée.	2^s 1° 23′ 40″	Donc, long. vraie. 2^s 1° 23′ 31″

Lorſque la ſomme des mouvemens de l'apogée excède la longitude moyenne, on ajoute à celle-ci, 12 ſignes, comme dans le dernier exemple.

160. *Pour l'Aſcenſion droite.* On calculera, ſelon ce qui précède (159), la longitude du Soleil, pour l'inſtant propoſé. Avec cette longitude, on trouvera dans la Table VI, la quantité que l'on doit ajouter à cette longitude, ou en retrancher, pour avoir l'aſcenſion droite.

Par exemple, ſi l'on demande l'aſcenſion droite du Soleil pour le 22 Mai 1769, à 7^h 42′ du matin, temps vrai, à Breſt. Après avoir réduit ce temps, au 21 Mai, $20^h\ 9'\ 23''$ à Paris, comme dans l'exemple précédent, on calculera de même la longitude qui convient à cet instant, & l'on trouvera $2^s\ 1^\circ\ 23'\ 31''$, avec lesquels (Table VI) on trouvera qu'il faut ôter $2^\circ\ 7'\ 40''$ de cette longitude, pour avoir l'ascension droite, qui sera par conséquent de $1^s\ 29^\circ\ 15'\ 51''$.

161. *Pour la déclinaison.* Calculez par ce qui a été dit (159) la longitude du Soleil pour l'instant proposé ; & avec cette longitude, cherchez dans la Table VII, la déclinaison correspondante.

Ainsi, pour la même époque que dans l'exemple précédent, où la longitude étoit de $2^s\ 1^\circ\ 23'\ 31''$, on trouvera (Table VII) que la déclinaison correspondante est boréale, & de $20^\circ\ 27'\ 56''$.

De la manière dont on détermine la position des Astres à l'égard de l'horizon.

162. Pour déterminer la situation d'un astre, à l'égard de l'horizon, on conçoit que par le zénith Z (*fig.* 35) & par l'astre S, on ait fait passer l'arc de grand cercle ZST, qui est nécessairement perpendiculaire à l'horizon. La partie ST de cet arc, comprise entre l'astre & l'horizon, est ce qu'on appelle la *hauteur* de l'astre. ZST s'appelle un *Vertical*, ou un *Cercle de hauteur.*

Ainsi, les *Verticaux* sont des grands cercles de la sphère, perpendiculaires à l'horizon, & qui par conséquent passent tous par le zénith & par le nadir.

163. La hauteur *ST* d'un aſtre ſur l'horizon, ne ſuffit pas pour connoître la poſition de cet aſtre par rapport à l'horizon. Il faut connoître encore la diſtance *RT* ou *HT* de ſon vertical, au méridien; c'eſt-à-dire, au ſud ou au nord de l'horizon. Cet arc *RT* eſt ce qu'on appelle l'*Azimuth* de l'aſtre, lequel, ainſi que la hauteur, change continuellement à meſure que l'aſtre décrit ſon parallèle. On donne auſſi le nom d'azimuth à l'angle *RZT*, ou *HZT* formé au zénith, & compris entre le vertical & le méridien.

164. On peut encore fixer la poſition d'un aſtre ſur l'horizon, en employant au lieu de l'arc *RT*, l'arc *TE* qui meſure la diſtance du vertical *ZT* de l'aſtre, au *premier Vertical ZE*. On appelle premier vertical, celui qui paſſe par le vrai point d'eſt & le vrai point d'oueſt, c'eſt-à-dire, par les interſections de l'équateur & de l'horizon.

L'arc *TE*, ou l'angle *TZE* qui meſure la diſtance du vertical d'un aſtre, au premier vertical, s'appelle *l'Amplitude* de l'aſtre. Elle varie à meſure que l'aſtre ſe meut dans ſon parallèle.

165. L'amplitude *EI* d'un aſtre qui ſe lève, c'eſt-à-dire, l'arc de l'horizon compris entre le vrai point d'eſt, & celui où le parallèle de cet aſtre coupe l'horizon, s'appelle *l'Amplitude ortive*. Et l'amplitude d'un aſtre qui ſe couche, s'appelle *Amplitude occaſe*.

Si par le point *S* où ſe trouve un aſtre, on conçoit un cercle de la ſphère parallèle à l'horizon; ce cercle s'appelle un *Almicantarath*.

De l'effet que la position de l'Observateur peut produire dans la position apparente des astres ; ou de la Parallaxe.

166. Comme le mouvement journalier de la terre se fait autour d'un de ses diamètres, le mouvement apparent que les astres ont chaque jour, en vertu de celui-là, se fait donc aussi autour d'un diamètre, & par conséquent autour du centre de la terre. Et puisque nous ne pouvons observer que de dessus la surface, il est clair qu'à moins que les astres ne soient à une distance immense de nous, nous ne devons pas voir leurs mouvemens & leurs situations tels qu'ils sont réellement.

En effet, soit C (*fig.* 36) le centre de la terre ; T un point de sa surface ; L un astre quelconque ; & ZQM le ciel. Si l'on observe l'astre L, du point T, il est visible que le point du ciel auquel il paroîtra répondre, est B. Mais si l'on observe du centre C de la terre, le point auquel il paroîtra répondre est D. Ensorte que si l'on compare l'astre à l'horizon, il paroîtra dans le premier cas, n'être élevé que de la quantité OB, ou de la quantité angulaire OTB; tandis que du centre C, il paroîtroit élevé de la quantité QCD égale à OTA, (en menant TA parallèle à CD). D'où l'on voit que la différence d'aspect, est mesurée par l'angle BTA égal à TLC, à cause des parallèles.

167. Cet angle BTA ou TLC qui mesure la différence de la hauteur d'un astre vu de la surface, à sa hauteur vu du centre de la terre,

s'appelle la *Parallaxe* de hauteur ; & on appelle, en général, parallaxe, la différence des lieux auxquels paroît un objet vu de deux points différens.

168. Le rayon CT étant perpendiculaire à l'horizon TO, il s'ensuit que le plan du triangle LTC qui passe par la verticale CT, est lui-même un plan vertical. Donc quoique la parallaxe altère la hauteur des astres, elle ne les écarte nullement du vertical où ils se trouvent. Ainsi elle ne change rien à leur azimuth, ni à leur amplitude. L'effet de la parallaxe à l'égard de l'horizon, est donc seulement de faire paroître l'astre moins élevé qu'il n'est réellement.

169. La parallaxe diminue à mesure que l'astre s'élève sur l'horizon. Elle est la plus grande lorsque l'astre paroît être à l'horizon, & elle est nulle au zénith.

En effet, soit H le point de l'horizon où l'astre se lève ; dans le triangle HTC on a *sin.* $THC : R :: TC : HC$; & dans le triangle LTC, où LC est égale à HC comme rayons du parallèle de l'astre, on a *sin.* TLC : *sin.* LTC ou *sin.* $LTZ :: TC : LC$ ou HC ; donc *sin.* $THC : R ::$ *sin.* TLC : *sin.* LTZ, ou R : *sin.* $LTZ ::$ *sin.* THC : *sin.* TLC ; d'où l'on voit que le sinus de la parallaxe TLC, sera d'autant plus petit que le sinus de la parallaxe horizontale THC, ou que la parallaxe actuelle sera d'autant plus petite que la parallaxe horizontale, que le sinus de la distance apparente LTZ au zénith sera plus petit par rapport au rayon.

170. Si l'astre change de distance à la terre ;

reſtant néanmoins à même hauteur angulaire apparente au-deſſus de l'horizon ; alors le ſinus de la parallaxe diminue comme la diſtance augmente. Car ſoient LC, $L'C$ deux diſtances différentes auxquelles un aſtre ſe trouve à même hauteur apparente au-deſſus de l'horizon. Dans le triangle LTC on aura $ſin.\ TLC : ſin.\ LTC :: TC : CL$; & dans le triangle $TL'C$, on a $ſin.\ L'TC$ ou $ſin.\ LTC : ſin.\ TL'C :: CL' : TC$; donc (*Géom.* 100) $ſin.\ TLC : ſin.\ TL'C :: CL' : CL$.

171. On voit donc que plus un aſtre eſt loin de la terre & plus ſa parallaxe eſt petite. C'eſt par cette raiſon que les étoiles fixes n'ont aucune parallaxe ſenſible. Le Soleil quoique très-loin, eſt incomparablement plus près de nous que les étoiles ; néanmoins ſa diſtance excède 30 millions de lieues. Auſſi la parallaxe horizontale du Soleil n'eſt-elle que d'environ 10″. Cette quantité eſt trop petite pour mériter qu'on y ait égard dans les obſervations qui ont rapport à la Navigation.

172. Il n'en eſt pas de même de la parallaxe de la Lune. Comme cette planète n'eſt éloignée de la terre que d'environ 60 demi-diamètres de celle-ci, l'angle TLC ou THC, quoique petit, a néanmoins une grandeur ſenſible. La parallaxe horizontale de la Lune n'eſt pas plus petite que $54'$, & elle va quelquefois juſqu'à $1^{\circ}\ 1'\frac{1}{2}$. On eſt donc obligé d'y avoir égard.

173. L'aſtronomie fournit différens moyens pour déterminer la parallaxe ; ce n'eſt pas ici le lieu d'entrer dans ce détail ; il nous ſuffit de dire que les Tables des mouvemens de la Lune

fourniſſent les moyens de la calculer pour chaque inſtant. On la trouve, d'ailleurs, toute calculée pour chaque jour, dans le livre de *la Connoiſſance des temps* que l'Académie publie chaque année.

174. Quoique la parallaxe n'affecte point les amplitudes ni les azimuths des aſtres, elle altère néanmoins les aſcenſions droites, les déclinaiſons, les longitudes & les latitudes. Nous donnerons, plus bas, les moyens de calculer ces effets.

De l'effet que doit produire ſur la hauteur apparente des aſtres, l'élévation de l'œil de l'obſervateur au-deſſus de la ſurface de la mer.

175. Lorſqu'on obſerve les aſtres à terre, on les compare facilement à l'horizon, par le moyen du fil à plomb, ſans être obligé de voir l'horizon. Mais à la mer, l'agitation du vaiſſeau interdit l'uſage de ce moyen. On eſt obligé de regarder le terme de l'horizon viſible, c'eſt-à-dire, de viſer à l'endroit où cet horizon paroît couper le ciel.

De-là il arrive qu'on eſtime la hauteur des aſtres plus grande ou plus petite qu'elle n'eſt en effet, ſelon que le point où l'on viſe, eſt de même côté que l'aſtre, ou du côté oppoſé.

En effet, ſoit *A* (*fig.* 38) le lieu d'un aſtre dans le ciel, & ſoit *T* le lieu d'où on l'obſerve, lequel eſt élevé au-deſſus de la ſurface *D* de la mer, de la quantité *DT*. Si par le point *T* on conçoit l'horizontale *TB*, *AB* ſera la vraie hauteur de l'aſtre. Mais ſi l'on viſe au point *R* ou

R', où l'horizon visible semble couper le ciel; alors on vise suivant la droite *TRE*, ou *ETR'*, tangente à la surface de la mer; ce qui augmente la distance apparente de l'astre à l'horizon, de la quantité *BE*, ou la diminue de la quantité *BE'*, nous avons vu en Géométrie comment on calcule l'angle *BTE* & par conséquent son égal *BTE'*, pour les différentes hauteurs *DT* de l'œil, & l'on en trouvera une Table toute calculée vers la fin de cet ouvrage, (Table X). Il sera donc facile, à l'aide de cette Table, de corriger les hauteurs observées, en retranchant la valeur de l'angle *BTE* quand l'observation aura été faite par devant, c'est-à-dire, en regardant l'horizon du côté de l'astre; ou au contraire en ajoutant cet angle, quand l'observation aura été faite par derrière, c'est-à-dire, en regardant l'horizon du côté opposé à l'astre.

De la Réfraction.

176. La hauteur des astres sur l'horizon, est altérée par une cause différente de la parallaxe, & dont l'effet se fait en sens contraire; c'est la *réfraction*.

L'air qui environne la terre, & qu'on nomme *Atmosphère*, a la propriété de rompre les rayons de lumière, c'est-à-dire, de les détourner de la route qu'ils suivoient en y arrivant.

Soit *SB* (*fig.* 37) un rayon qui, parti du Soleil ou de tout autre astre, rencontre l'atmosphère en *B* : au lieu de suivre la même route *SBD*, il se détourne à commencer du point

point *B*, & pénétrant successivement dans des couches d'air de plus en plus denses, il continue de se rompre, & arrive en *T*, à l'œil, après avoir décrit dans l'air une ligne courbe *BT* qui a pour tangente, au point *T*, la ligne *TO*; ensorte que l'objet, au lieu de paroître en *S*, paroît en *O* sur la ligne suivant laquelle le rayon a fait son impression dans l'œil.

177. Tous les différens détours successifs qu'éprouve un rayon de lumière qui pénètre dans l'atmosphère, se font dans un plan vertical; c'est-à-dire, dans le plan qui passe par l'astre, par le centre de la terre, & par le zénith; ensorte que la réfraction, comme la parallaxe, ne change rien aux azimuths, ni aux amplitudes des astres; mais elle les fait paroître plus elevés qu'ils ne le sont réellement, ou qu'ils ne le paroîtroient si la parallaxe seule altéroit leur hauteur.

178. Comme les rayons ont d'autant plus de trajet à faire dans l'air, que les astres sont moins élevés sur l'horizon, ils doivent donc être d'autant plus rompus ou plus réfractés qu'ils sont plus près de l'horizon; ensorte que la différence du lieu apparent d'un astre, à son lieu vrai, causée par la réfraction, diminue à mesure que les astres sont plus voisins du zénith où elle devient nulle, parce que les rayons qui entrent perpendiculairement à la surface de l'atmosphère ne souffrent aucune réfraction.

179. La propriété qu'a l'air de rompre les rayons de lumière, dépend beaucoup de sa densité. Dans les régions les plus elevées, où

il eſt plus rare, c'eſt-à-dire, où dans le même eſpace, il y a une moindre quantité d'air, les rayons ſont moins réfractés que dans le voiſinage de la ſurface de la terre. Les vapeurs qui s'élèvent de l'horizon contribuent à augmenter l'effet de la réfraction près de la terre. En hiver, où l'air eſt plus denſe qu'en été, la réfraction eſt plus forte, toutes choſes d'ailleurs égales, qu'en été. Mais dans le voiſinage de l'horizon la réfraction eſt plus variable que partout ailleurs, parce que les vapeurs qui s'élèvent de la terre, y ſont en plus grande quantité & plus variables que dans les régions plus élevées. En général, les réfractions étant dépendantes de l'état de l'air, ne ſont pas les mêmes dans tous les lieux de la terre, ni à différentes élévations, ni à différens intervalles de temps.

180. Les différences de réfraction, occaſionnées par la différence de la température de l'air, peuvent être négligées pour l'uſage de la Navigation. Mais les irrégularités de cette réfraction dans le voiſinage de l'horizon, doivent faire éviter, autant qu'il eſt poſſible, de prendre les hauteurs des aſtres lorſqu'ils ſont près de l'horizon.

181. La réfraction horizontale élève communément les aſtres, de 32 ou 33′; enſorte qu'un aſtre qui n'a point de parallaxe ſenſible, paroît à l'horizon lorſqu'il eſt encore de 32 ou 33′ au-deſſous. On trouvera vers la fin de ce volume, une Table des réfractions à différentes hauteurs (Table XI).

182. L'atmoſphère donne encore lieu à un

autre phénomène : c'eſt le *Crépuſcule* ; ce jour que l'on voit aſſez long-temps avant le lever du Soleil & après ſon coucher. Il eſt occaſionné par des rayons du Soleil qui, rencontrant l'atmoſphère, s'y rompent d'abord, puis ſont réfléchis vers la terre par d'autres particules d'air. On a remarqué que le crépuſcule du matin, ou l'aurore, commence lorſque le Soleil eſt encore 18° au-deſſous de l'horizon, & ne finit le ſoir qu'au même terme.

Des diamètres du Soleil & de la Lune.

183. Ce qu'on entend par le *Diamètre* des aſtres, ce n'eſt pas la grandeur abſolue du diamètre de leur Globe, mais ſeulement l'angle ſous lequel on voit ce diamètre. Cet angle diminue à meſure que la diſtance de l'aſtre augmente, & en même raiſon que cette diſtance, lorſqu'il eſt petit.

En effet, ſoit AB (*fig.* 39) le demi-diamètre réel d'un objet : les angles ACB, ADB, ſeront ceux ſous leſquels on peut voir ce demi-diamètre, des points C & D ; c'eſt-à-dire, ſeront les demi-diamètres apparens. Or dans le triangle rectangle ACB, il eſt viſible que $\mathit{ſin}.\ ACB : R :: AB : AC$; & dans le triangle rectangle ADB, $R : \mathit{ſin}.\ ADB :: AD : AB$; donc $\mathit{ſin}.\ ACB : \mathit{ſin}.\ ADB :: AD : AC$. Mais quand les angles ſont petits, les ſinus ſont en même rapport que ces angles ; donc $ACB : ADB :: AD : AC$.

184. Nous avons vu (170) qu'à hauteurs angulaires apparentes égales au-deſſus de l'hori-

zon, les parallaxes d'un aſtre diminuoient comme la diſtance augmente ; donc à même hauteur apparente ſur l'horizon, les diamètres ſont comme les parallaxes. A des hauteurs différentes au-deſſus de l'horizon, il n'en eſt pas de même. Car nous avons vu (169) que les parallaxes diminuoient comme le ſinus de la diſtance apparente au zénith. Mais à meſure qu'un aſtre s'élève ſur l'horizon TH (*fig.* 36), ſa diſtance LT à l'obſervateur T, diminue, & par conſéquent ſon diamètre augmente en même raiſon.

Soit par exemple D ſon diamètre lorſqu'il eſt en H dans l'horizon ; & d ſon diamètre en L. On aura $D : d :: TL : TH$ ſuivant ce qui vient d'être démontré. Or dans le triangle LTC on a $TL : TC :: \textit{ſin.}\ LCT : \textit{ſin.}\ CLT$; & dans le triangle HTC on a $TC : HT :: \textit{ſin.}\ THC : \textit{ſin.}\ HCT$. Multipliant ces deux proportions, on aura $TL : TH$, & par conſéquent $D : d :: \textit{ſin.}\ LCT \times \textit{ſin.}\ THC : \textit{ſin.}\ HCT \times \textit{ſin.}\ CLT$, ou parce que les angles THC, TLC qui ſont les parallaxes, étant fort petits, ſont entre eux comme leurs ſinus, on a $D : d :: \textit{ſin.}\ LCT \times THC : \textit{ſin.}\ HCT \times CLT$; ou en diviſant, $:: \frac{THC}{\textit{ſin.}\ HCT} : \frac{CLT}{\textit{ſin.}\ LCT}$; c'eſt-à-dire, que les diamètres d'un aſtre à différentes hauteurs au-deſſus de l'horizon, ſont comme la parallaxe diviſée par le ſinus de la diſtance réelle au zénith.

185. Les étoiles fixes n'ont pas de diamètre ſenſible. Le diamètre du Soleil varie pendant l'année, puiſque la diſtance de cet aſtre à la terre varie ; mais ces variations ſont fort peti-

tes. On en trouvera une Table, vers la fin de ce volume, (Table XII). Quant aux changemens de ce diamètre, à différentes hauteurs sur l'horizon, ils sont absolument insensibles.

A l'égard de la Lune, son diamètre varie sensiblement pendant le cours de chaque lunaison, parce que sa distance à la terre varie sensiblement dans cet intervalle : il varie aussi à mesure que la Lune s'élève sur l'horizon. Sa distance à la terre n'est pas assez grande, pour que la différence entre sa distance au centre & sa distance à la surface de la terre, n'en produise pas une sensible sur le diamètre vu de différens points du globe terrestre.

Mais comme les variations de ce diamètre exigent beaucoup de calculs, le meilleur expédient, & celui que nous supposerons par la suite, est d'avoir recours au livre de la *Connoissance des temps*, où l'on trouve ces diamètres calculés, pour chaque jour, tels qu'ils seroient vus à l'horizon. On y trouve aussi une Table, fondée sur les principes que nous venons d'exposer, & qui fait connoître les changemens qu'il faut faire à ce diamètre, pour les différentes hauteurs de la Lune au-dessus de l'horizon.

De la manière de calculer les différentes circonstances du mouvement diurne des Astres, leur lever, leur passage au Méridien, leur coucher, & leur situation à l'égard de l'horizon.

186. *Pour déterminer l'heure du passage d'une étoile au méridien, un jour proposé;* il faut re-

trancher l'ascension droite du Soleil calculée pour le midi de ce jour, par la méthode donnée (160), de l'ascension droite de l'étoile, (augmentée de 360° ou 12 signes, si elle est trop petite); le reste réduit en temps a raison de 15° par heure, donnera l'heure du passage de l'étoile au méridien, à moins de 4' près. Ce seroit l'heure vraie du passage, si les étoiles n'anticipoient pas, chaque jour sur le Soleil. Mais comme (120) elles gagnent, chaque jour, environ 3' 56'' de temps, sur le Soleil, il est évident que de six heures en six heures, elles ont environ une minute d'avance; c'est pourquoi, si l'heure trouvée, comme il vient d'être dit, approche de 6 ou de 12, ou de 18, ou de 24 heures, on en retranchera 1', ou 2', ou 3', ou 4', & l'on aura l'heure du passage au méridien, à moins d'une minute près.

Par exemple on demande l'heure du passage d'*Aldébaran* au méridien de Brest, le 23 Juin 1769. Par le Catalogue des étoiles (Table XIII) je trouve qu'à la fin de Juin 1769, l'ascension droite d'Aldebaran sera de $2^s\ 5^\circ\ 40'\ 40''$. Et d'après les préceptes donnés (160), ayant de plus égard à la différence des méridiens, je trouve que l'ascension droite du Soleil le 23 Juin à midi sera de $3^s\ 2^\circ\ 21'\ 30''$; retranchant donc celle-ci de celle de l'étoile augmentée de 12^s, nous aurons $11^s\ 3^\circ\ 19'\ 10''$ qui réduits en temps donnent $22^h\ 13'\frac{1}{3}$ dont je retranche $3'\frac{2}{3}$ d'après ce qui vient d'être observé ci-dessus, & j'ai $22^h\ 10'$, pour l'instant demandé, à moins d'une minute près. C'est-à-dire, qu'Aldébaran passera au méridien de Brest, le 23 Juin 1769, à 22^h $10'$, ou le 24 Juin à 10^h $10'$ du matin.

187. Si l'on vouloit connoître l'inſtant de ce paſſage avec plus de préciſion, il faudroit calculer l'aſcenſion droite du Soleil, pour l'inſtant déterminé par cette première opération; & la retranchant de celle de l'étoile, le reſte réduit en temps à raiſon de 15° par heure, donneroit l'heure, la minute, & la ſeconde de ce paſſage.

188. *Pour déterminer l'heure du lever ou du coucher du Soleil, ou d'une étoile.* Dans la *figure* 35 où *QA* repréſente l'équateur, *BC* le parallèle d'un aſtre, *P* le pôle, *RH* l'horizon, *Z* le zénith; concevez que *I* ſoit le point où le parallèle coupe l'horizon, & par conſéquent le lieu du lever ou du coucher, ſelon que *I* eſt à l'eſt, ou à l'oueſt. Si vous imaginez le cercle de déclinaiſon *PIO*; l'angle *QPI* qu'on appelle *Angle horaire*, réduit en temps à raiſon de 15° par heure, s'il s'agit du Soleil, donnera l'intervalle de temps entre midi, & le lever ou le coucher du Soleil. Mais s'il s'agit d'une étoile, après avoir réduit en temps, à raiſon de 15° par heure, l'angle *QPI*, on en retranchera autant de minutes qu'il contiendra de fois ſix heures; le reſte étant retranché de l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, trouvé comme il vient d'être dit (187), donnera l'heure & la minute du lever de l'étoile; & on aura le coucher, en ajoutant au contraire, ces deux quantités.

189. Si l'on veut avoir plus de préciſion, on retranchera de l'angle *QPI*, le mouvement que le Soleil doit avoir en aſcenſion droite pendant l'intervalle de temps qui répond à l'au-

gle *QPI* réduit en temps à raifon de 15° par heure. Or l'on aura ce mouvement en calculant l'afcenfion droite du Soleil pour le midi du jour même, & pour celui du jour fuivant ou du précédent, ce qui fera connoître le mouvement pour 24 heures, & par conféquent pour l'intervalle en queftion, parce qu'en 24 heures le mouvement en afcenfion droite, eft fenfiblement uniforme.

190. Il refte donc à favoir comment on détermine l'angle horaire *QPI*. S'il s'agit du lever *réel*, c'eft-à-dire, de l'inftant précis où un aftre eft véritablement à l'horizon, inftant qui retarde fur celui du lever *apparent*, parce que (176) la refraction fait paroître les aftres à l'horizon plutôt qu'ils n'y font réellement; on remarquera que le cercle de déclinaifon *PIO* forme avec le méridien & avec l'horizon, un triangle fphérique *PHI* rectangle en *H*, dans lequel *PH* eft la hauteur du pôle fur l'horizon, & l'angle *HPI* eft le fupplément de l'angle horaire. Suppofant donc que l'on connoiffe la hauteur du pôle, & la déclinaifon de l'aftre, on trouvera (*Géom.* 351 & 352) l'angle *HPI* par cette proportion.... *cot. PH* : *cot. PI* : : *R* : *cof. HPI* ou *cof. ZPI*; c'eft à-dire, *la cotangente de la hauteur du pôle ou de la latitude, eft à la tangente de la déclinaifon, comme le rayon eft au cofinus de l'angle horaire.* Cet angle horaire fera de moins de 90° fi la déclinaifon & la latitude font de dénomination différente; & de plus de 90° fi elles font de même dénomination.

Par exemple, on demande l'heure du lever *d'Aldébaran* à Breft, le 23 Juin 1769. Je trouve dans le catalogue (Table XIII) que la déclinaison d'Aldébaran, en Juin 1769, est de 16° 2′ *N*; & comme la latitude de Brest est de 48° 23′ *N*, je fais cette proportion.... *cot.* 48° 23′ : *tang.* 16° 2′ : : *R* : cosinus de l'angle horaire.

J'opère donc comme il suit......

Log. tang. 16° 2′.	9,45845
Log. du rayon.	10,. . . .
Complément Arithm. log. cot. 48° 23′.	0,05141
Somme, log. cos. angle horaire. . .	9,50986

Qui répond à 18° 52′; c'est donc le complément de l'angle horaire, lequel devant être de plus de 90° selon ce qui vient d'être dit, sera donc de 90° plus 18° 52′, ou de 108° 52′; ce qui, à raison de 15° par heure, donne 7^h 15′ 28″, dont retranchant 1′ $\frac{1}{3}$ environ pour l'anticipation des étoiles, dans cet intervalle, il reste 7^h 14′ pour l'intervalle entre le lever d'Aldébaran & son passage au méridien. Or ce passage au méridien de Brest le 23 Juin 1769, est à 22^h 10′; donc le lever sera à 14^h 56′, c'est-à-dire le 24 à 2^h 56′ du matin.

191. A l'égard du Soleil, comme il change de déclinaison entre son lever, son coucher, & son passage au méridien, on doit à la rigueur, employer pour sa déclinaison, non pas celle qu'il doit avoir à midi, mais celle qu'il doit avoir à son lever ou à son coucher. Cependant comme le changement en déclinaison est toujours assez petit, il suffira d'employer la déclinaison qui convient à l'heure du lever ou du coucher grossièrement estimée.

192. S'il s'agit du lever ou du coucher *apparent* ; alors il faut concevoir que *RIH* eſt un parallèle à l'horizon, & qui en eſt éloigné en deſſous, d'une quantité égale à la réfraction, c'eſt-à-dire, d'une quantité égale à $32' \frac{1}{2}$, plus à l'abaiſſement de l'horizon dû à la hauteur de l'œil au-deſſus de la ſurface de la mer, & qui eſt de $4' \frac{1}{4}$ pour 15 pieds que nous ſuppoſerons être la hauteur de l'œil. Ayant imaginé le vertical *ZI*, le triangle ſphérique *ZPI* ſervira à calculer l'angle horaire.

En effet, on connoît dans ce triangle le côté *ZI* qui eſt alors de 90° 37', le côté *PI* qui eſt le complément de la déclinaiſon, & le côté *ZP* qui eſt le complément de la hauteur du pôle. On connoît donc les trois côtés de ce triangle, & il ſera par conſéquent facile d'en calculer l'angle *ZPI* par la règle donnée (*Géom.* 361, Queſtion VI.) & démontrée (*Alg.* 420), laquelle en opérant par logarithmes ſe réduit à ceci.....

On ajoutera enſemble les trois côtés ZP, PI, ZI, *& ayant pris la moitié de la ſomme, on en retranchera ſucceſſivement chacun des deux côtés* ZP, PI, *de l'angle cherché, ce qui donnera deux reſtes. Alors on ajoutera enſemble les logarithmes des ſinus des deux reſtes qu'on vient de trouver, & les complémens arithmétiques des logarithmes des ſinus des deux côtés de l'angle cherché. Prenant la moitié de cette ſomme, on aura le logarithme du ſinus de la moitié de l'angle cherché.*

Par cette règle on pourra calculer le lever &

le coucher apparent des étoiles, & du centre du Soleil.

193. S'il s'agissoit du lever ou du coucher apparent d'un des bords du Soleil : on calculeroit l'angle horaire ZPC (*fig.* 40) selon la dernière règle qu'on vient de donner, & en prenant pour ZC, $90^\circ\ 37'$ moins ou plus le demi-diamètre du Soleil, selon qu'il s'agit du bord inférieur, ou du bord supérieur.

194. *Pour calculer l'amplitude ortive, ou occase.* S'il s'agit de l'amplitude vraie ; c'est-à-dire, abstraction faite de la réfraction, & de la hauteur de l'œil au-dessus du niveau de la mer, on calculera l'arc IH (*fig.* 35) complément de cette amplitude EI, à l'aide du triangle PHI rectangle en H, dans lequel on suppose que l'on connoît la hauteur PH du pôle, & le complément PI de la déclinaison : on trouvera (*Géom.* 350 & 352) que la proportion à faire, est $cos.\ PH : R :: cos.\ PI : cos.\ HI$; c'est-à-dire, *le cosinus de la latitude, est au rayon, comme le sinus de la déclinaison, est au sinus de l'amplitude ortive ou occase.*

195. Mais s'il s'agit de l'amplitude ortive ou occase apparente, on imaginera que RH (*fig.* 35) soit un parallèle à l'horizon, & qui en soit éloigné en dessous, de $37'$ valeur de la réfraction, y compris l'abaissement de l'horizon, dû à la hauteur de l'œil. Alors dans le triangle ZPI où l'on connoît les trois côtés, savoir ZP complément de la hauteur du pôle, PI complément de la déclinaison, & ZI de $90^\circ\ 37'$, on calculera l'angle PZI, par la règle que nous

venons de donner (192). Son complément *IZE* sera l'amplitude apparente.

196. Si l'on veut avoir l'amplitude apparente d'un des bords du Soleil, toute la différence dans le calcul, consistera à n'employer pour *ZC* (*fig.* 40), que 90° 37′ moins ou plus le demi-diamètre du Soleil, selon qu'il s'agira du bord inférieur ou du bord supérieur.

197. Quant aux autres circonstances du mouvement diurne; voici comment on les déterminera.

Soit *S* le lieu de l'astre dans son parallèle (*fig.* 35). Si l'on imagine le cercle de déclinaison *PSV*, on aura un triangle *ZSP* dont le côté *ZP* est le complément de la hauteur du pôle, ou de la latitude; le côté *PS* est le complément de la déclinaison; le côté *ZS* distance de l'astre au zénith, est le complément de la hauteur de l'astre sur l'horizon; l'angle *ZPS* est l'angle horaire ou la distance de l'astre au méridien; l'angle *PZS* est l'azimuth. Ainsi connoissant trois de ces cinq choses, on pourra, par les règles de la Trigonométrie sphérique, trouver les deux autres : nous en verrons plus bas des exemples.