



T R A I T É D E N A V I G A T I O N .

P R E M I È R E S E C T I O N .

DANS laquelle on donne les connoissances nécessaires pour la construction & l'usage des Cartes , & où l'on enseigne les principales méthodes pour résoudre les questions de Navigation.

1. **L**a partie de la Navigation dont il s'agit ici , a pour objet de déterminer toutes les circonstances de la route d'un vaisseau ; c'est-à-dire , d'assigner , à chaque instant le lieu de la mer où il se trouve , & la direction qu'il doit suivre pour se rendre à un lieu proposé. Cette partie de la navigation se nomme *Pilotage* , & on en distingue de deux sortes , le *Cabotage* , & la navigation *Hauturière*.

Navigation.

A

Le cabotage consiste à aller de *Cap en Cap* ; ou le long des côtes , sans perdre la terre de vue. Il est fondé sur une connoissance détaillée des différentes parties des côtes , des rades , des havres , des rivières , des écueils , des sondes , des courans , des marées , &c. C'est-à-dire , qu'il porte principalement sur des connoissances de fait , & par conséquent sur l'expérience.

La navigation hauturière est celle qui se fait en pleine mer , & hors de la vue des côtes. Elle est ainsi nommée , parce qu'on y fait souvent usage de la hauteur des astres , pour se guider. On rapporte ensuite ces observations sur des cartes où sont marquées les positions respectives des différentes parties du globe terrestre : & par cette comparaison on détermine le lieu où l'on est arrivé , & la route qu'on doit tenir pour achever sa course.

L'une & l'autre de ces deux navigations supposent donc une description des lieux que l'on a à parcourir. La première n'embrassant que des espaces de peu d'étendue , n'a besoin , pour la formation de la plupart des plans dont elle fait usage , d'autres principes que de ceux que nous avons donnés en Géométrie.

Quant aux cartes que la navigation hauturière emploie , elles exigent d'autres connoissances. Comme elles doivent représenter la position des lieux , relativement aux parties principales du globe terrestre , & que d'ailleurs leur construction doit , autant qu'il est

possible , fournir les moyens les plus faciles d'y représenter la route que le vaisseau est estimé avoir tenue , où celle qu'il doit tenir , nous devons , pour en donner une connoissance suffisante , commencer par examiner la figure & les dimensions du globe que nous habitons : faire voir de quelle manière on en fixe les principaux points : pourquoi la méthode la plus naturelle pour les représenter sur une carte , n'est pas celle qui convient le mieux aux usages de la navigation ; enfin quelle est celle qu'il convient de suivre , & quels sont ses avantages.

De la figure du Globe terrestre ; apparences qui résultent de cette figure , & du mouvement de ce Globe sur lui-même. Des principaux Cercles qu'on a imaginés pour fixer la position de ses parties.

2. La surface de la terre n'est pas ce qu'elle semble au premier coup d'œil : ce n'est pas une surface plane sur laquelle sont répandues assez irrégulièrement des montagnes & des vallées. Dès qu'on change de place pour se transporter à des distances un peu considérables , on s'apperçoit bientôt que les objets dont on s'éloigne , disparoissent , & que de nouveaux s'offrent à la vue. Ce changement d'aspect ne vient pas seulement de ce que la lumière qui vient des objets éloignés est trop affoiblie pour nous les rendre sensibles. Il a lieu aussi parce que ces objets sont cachés par la surface de la terre

ou de la mer, & que les rayons de lumière qui partant de ces objets se dirigent vers l'œil, sont arrêtés par la surface de la terre ou de la mer élevée, pour ainsi dire, entre eux & nous.

Supposons, par exemple, que CRB (*fig. 1*) représente une partie de la surface de la mer. Que AB soit un objet, & OC la hauteur de l'œil d'un spectateur. Pour que l'œil O puisse appercevoir le point A de l'objet AB , il faut que la droite OA imaginée par les deux points O & A , ne rencontre pas la surface CRB . Si elle la rencontre, l'œil ne pourra voir le point A qu'en s'élevant à une hauteur CO' plus grande que CO , & telle que la ligne $O'A$ ne rencontre point la surface CRB , ou ne fasse tout au plus que l'effleurer. Mais dans ce dernier cas, il ne verroit encore que le point A de l'objet AB . Si l'œil O continue de s'élever, alors il pourra voir, non-seulement le point A , mais encore toute la partie AB' de l'objet AB , comprise entre la ligne $O'A$, & la tangente $O'B'$ menée du lieu actuel O' de l'œil, à la surface CRB .

Mais si la surface de la terre étoit plane, comme CB (*fig. 2*) dès que l'objet AB seroit devenu invisible à la distance BC , sans l'interposition d'aucun objet, & seulement parce qu'il seroit hors de la portée de la vue, il le seroit également à la distance $O'A$ si on s'élevoit à la hauteur CO' , & encore plus si on s'élevoit plus haut.

Puis donc à la mer, lorsqu'après avoir

perdu de vue un objet élevé AB (*fig. 1*) situé sur la côte, on le revoit néanmoins en montant à la hune, c'est une preuve que les rayons visuels étoient interceptés par la convexité CRB de la mer : il en seroit de même si on s'élevoit dans une vaste plaine sur la terre ; donc la surface de la terre est courbe.

3. Plusieurs observations ont fait connoître, non-seulement que la surface de la terre est courbe, mais encore qu'elle est sphérique, ou à très-peu près sphérique ; c'est-à-dire que tous les points de cette surface sont également éloignés d'un même point, ou à très-peu près également éloignés. Nous la regarderons comme parfaitement sphérique, dans le cours de cet Ouvrage, nous examinerons cependant, dans la quatrième Section, jusqu'à quel point il est nécessaire d'avoir égard à sa véritable figure. Mais nous devons observer des à présent que s'il est des cas où l'on ne puisse se permettre de regarder la terre comme exactement sphérique, ce n'est pas parce que sa surface est couverte en plusieurs endroits, de chaînes de montagnes plus ou moins élevées. La hauteur de ces montagnes est comme nulle en comparaison du diamètre de la terre. En effet, la plus haute montagne connue ne s'éleve pas à plus de 3220 toises au dessus du niveau de la mer ; or le diamètre de la terre est de 6537167 toises ; d'où il est facile de conclure que cette élévation n'est à l'égard du globe terrestre, que ce que seroit une inégalité d'environ $\frac{2}{3}$ de ligne sur

un globe de dix pieds de diamètre ; & la plus grande partie des autres montagnes est bien au dessous de cette hauteur.

4. Le globe terrestre est à l'égard des corps qui sont à sa surface , à peu près ce que seroit une pierre d'aimant à l'égard de plusieurs morceaux de fer placés à sa surface ou dans le voisinage de cette surface. Tous les corps qui environnent la terre tendent à se précipiter vers le centre , en vertu de leur pesanteur ; en sorte que les habitans situés sur des points opposés *A* & *B* (*fig. 3*) du globe , & qu'on appelle *Antipodes* , sont poussés vers le centre *C* , suivant des directions opposées.

En voyant les corps , dans les pays que nous habitons , tomber perpendiculairement à la surface de la terre , ou suivant des directions parallèles à *DA* , nous sommes portés à croire que ceux qui seroient dans le voisinage de la partie opposée *B* , devroient tomber suivant *FB* ; mais c'est tout le contraire : la même cause qui fait tomber suivant *DAC* , un corps placé en *D* , fait tomber suivant *EMC* celui qui seroit placé en *E* , & suivant *FBC* celui qui seroit placé en *F* , en sorte que toutes les parties de la terre & des eaux , par leur tendance commune vers *C* , se tiennent mutuellement en équilibre autour de ce même centre.

5. Il faut se représenter que la terre est un globe placé au dedans d'un autre globe immense qu'on appelle le *Ciel*. Les habitans qui sont en *A* , voient une partie du ciel ;

ceux qui sont en B , voient l'autre ; ceux qui sont en M , voient une partie de ce qui est visible en A , & une partie de ce qui est visible en B .

Soit T , la terre (*fig. 4*) ; A & B deux points opposés de sa surface. Si par les deux points A & B on conçoit deux plans tangents à cette surface (lesquels seront parallèles), & qu'on les imagine prolongés de toutes parts jusqu'à ce qu'ils rencontrent le ciel, & y forment les sections circulaires $HOZR$, $H'O'Z'R'$; alors $HOZR$ fera ce qu'on appelle l'horizon sensible du lieu A ; & $H'O'Z'R'$ fera l'horizon sensible du lieu B qui est l'antipode de A .

L'horizon sensible est donc un cercle qui touche la surface de la terre. Il sépare la partie visible du ciel, de la partie invisible. Un observateur dont l'œil seroit placé en A , ne peut voir que ce qui est au-dessus du plan $HOZR$, & la surface de la terre lui empêche de voir ce qui est au dessous. L'antipode B , au contraire, ne peut voir que ce qui, par rapport à lui, est au-dessus du plan $H'O'Z'R'$. Il paroît donc qu'il y a entre ces deux horizons, un espace, une zone qui ne peut être vue ni de l'observateur A , ni de son antipode B ; & cela est vrai à la rigueur, du moins en supposant l'œil de l'observateur à la surface. Mais le diamètre AB de la terre est si petit en comparaison de la distance de la terre au ciel, c'est-à-dire aux étoiles, que l'arc HH' compris entre ces deux horizons, est absolument insensible ; en sorte que ces deux ho-

rizons peuvent être pris l'un & l'autre pour un seul & même horizon qui passeroit par le centre T de la terre, & qu'on appelle *Horizon rationnel*.

L'horizon rationnel est donc un cercle qui passe par le centre de la terre, & qui est parallèle à l'horizon sensible. C'est un grand cercle de la sphère céleste.

6. Si par le centre T de la terre on imagine une droite LK perpendiculaire à l'horizon rationnel (& par conséquent à l'horizon sensible), les points K & L où l'on peut imaginer que cette droite rencontre la sphère céleste, s'appellent les *Pôles de l'horizon*. Celui qui est au-dessus de la tête de l'observateur, s'appelle le *Zénith*; & celui qui est sous ses pieds, s'appelle le *Nadir*. Ainsi K est le zénith d'un observateur placé en A , & L est son nadir. C'est le contraire pour un observateur placé en B .

7. Puisque la figure de la terre est sphérique; dès qu'un observateur se meut, il change d'horizon, d'antipodes, de zénith & de nadir: il cesse de voir certaines parties du ciel, & en découvre de nouvelles. Donc réciproquement si la terre, le ciel, & les différens astres qu'on y voit étoient immobiles, dès qu'un observateur appercevroit quelque changement dans la situation des astres, il pourroit en conclure qu'il a lui-même changé de place, & se servir de cette différence d'aspect, pour connoître la différence de sa situation actuelle à la première.

Mais comme la terre n'est point immobile;

que d'ailleurs, tous les astres ne sont pas fixes dans le ciel; avant que d'entreprendre de faire usage des différens aspects sous lesquels le ciel se présente, pour déterminer la position d'un lieu sur la terre, il faut savoir quelles apparences le mouvement de la terre, & celui des astres peuvent offrir à un observateur qui resteroit constamment en un même lieu sur la surface du globe. Pour ne point embrasser trop d'objets à la fois, bornons-nous, pour le présent, à ce qui regarde le mouvement de la terre, & celui que les astres paroissent avoir en vertu de ce même mouvement.

8 Soit donc $EPTp$ (*fig. 5*) le globe terrestre. Concevons que ce globe tourne uniformément autour de l'un Pp de ses diamètres que nous appellerons l'*Axe*. Il est clair 1°. que chaque point L de la surface de la terre décrit un cercle qui a son centre I dans l'axe Pp , & pour rayon la perpendiculaire LI menée sur Pp . 2°. Que le point E également éloigné des deux points P & p qu'on appelle les *Pôles*, décrit le plus grand cercle. Ce cercle s'appelle l'*Équateur*, parce qu'il partage le globe en deux parties égales; il est perpendiculaire à l'axe Pp .

Chaque moitié du globe comprise entre l'équateur & l'un des pôles, s'appelle *Hémisphère*. On appelle hémisphère *Boréal*, ou *Septentrional*, ou *Arctique*, celui qu'habitent les Européens; & l'autre s'appelle hémisphère *Austral*, ou *Méridional*, ou *Antarctique*. On appelle pareillement pôle Boréal, ou Arcti-

que, ou simplement *Nord*, celui qui est dans l'hémisphère Boréal; & pôle Aufral, ou *Méridional*, ou Antarctique, ou simplement *Sud*, celui qui est dans l'hémisphère Aufral.

3°. De part & d'autre de l'équateur, les cercles décrits par les différens points de la surface de la terre, sont d'autant plus petits qu'ils s'éloignent plus de l'équateur, ou qu'ils s'approchent plus des pôles, en sorte qu'aux pôles même il n'y a plus aucun mouvement. Ces cercles qui sont parallèles à l'équateur se nomment simplement des *Parallèles*. Si *L*, par exemple, marque la situation de Paris sur la terre, le cercle *LMR* qui passe par *L*, parallèlement à l'équateur, & qui est la trace que décrit Paris pendant une révolution de la terre, s'appelle la *Parallèle de Paris*.

4°. Si on suppose que le mouvement de la terre autour de l'axe *Pp*, se fasse dans le sens *EQT*, un observateur situé en quelque lieu que ce soit sur la surface de la terre, verra les astres tournés en sens contraire; en sorte que si l'on imagine que le plan de l'équateur terrestre *EQT* soit prolongé de toutes parts jusqu'au ciel, & y forme la section circulaire *E'Q'T'* qu'on appelle l'équateur céleste, & qui est par conséquent un des grands cercles de la sphère céleste, un astre placé en un point quelconque de cet équateur paroîtra tourner dans le sens *T'Q'E'* contraire à celui *EQT* selon lequel la terre tourne réellement. Par la même raison un astre placé en tout autre point de la sphère céleste, paroîtra décrire un parallèle à l'équateur, mais

en sens contraire au mouvement de la terre. Ainsi les astres voisins de l'équateur paroîtront tourner beaucoup plus vite que ceux qui feront voisins des pôles P' & p' de l'équateur céleste, qu'on appelle les pôles du monde, & qui sont les rencontres de l'axe terrestre avec la sphère céleste. De plus ce mouvement des astres se fera avec la même uniformité (*) que celui de la terre, & s'achèvera dans le même temps.

La raison de ces apparences est qu'à quelque endroit de la surface de la terre, que l'observateur porte sa vue, les objets restent toujours à son égard dans la même situation : rien sur la terre ne peut donc lui faire juger qu'il est en mouvement; ce n'est qu'en considérant le ciel qu'il peut s'apercevoir de quelque changement.

Or, ce changement ne peut lui faire voir autre chose, sinon qu'un astre qui étoit à sa gauche, par exemple, est actuellement à sa droite; c'est-à-dire, que cet astre est à son égard, comme s'il étoit réellement mu de gauche à droite.

9. Le sens dans lequel se fait le mouvement de la terre, est d'occident en orient,

(*) Les parallèles que les astres paroissent décrire, ayant leurs centres dans l'axe $P'p'$, ce mouvement, à la rigueur, ne seroit pas uniforme pour un observateur placé à la surface de la terre, mais le rayon de la terre est si petit en comparaison de celui de la sphère étoilée, que tout se passe pour l'observateur comme s'il étoit au centre C .

c'est-à-dire, du couchant vers le levant : & les astres paroissent, au contraire, tourner du levant au couchant. Néanmoins, pour nous conformer à l'usage, nous nous exprimerons, à l'avenir, comme si le Soleil & les autres astres tournoient réellement autour de la terre d'orient en occident.

Cela posé, par le centre *C* de la terre (*fig. 6*), concevons un plan parallèle à l'horizon sensible du lieu quelconque *L*, & qui, prolongé de toutes parts, forme dans le ciel la section circulaire *HSO* qui fera l'horizon rationnel du lieu *L*. Il est clair 1°. que cet horizon coupera l'équateur *ET* & ses parallèles *IBR*, en deux parties dont l'une *BRN* qui est au-dessous de l'horizon ne pourra être vue par l'observateur placé en *L*, & dont l'autre *BIN* qui est au-dessus de l'horizon, pourra être vue par cet observateur.

2°. Que comme l'horizon & l'équateur sont deux grands cercles qui se coupent en deux parties égales, un astre qui dans son mouvement décrit l'équateur même, est aussi long-temps au-dessus de l'horizon qu'au-dessous.

3°. Que les parallèles à l'équateur étant coupés inégalement par l'horizon, & ayant au-dessus de l'horizon une partie d'autant plus grande ou d'autant plus petite, que l'astre ou son parallèle s'approche plus ou s'éloigne plus du Pôle élevé, c'est-à-dire, du pôle *P'* qui est au-dessus de l'horizon, cet astre sera d'autant plus long-temps visible, que son parallèle approchera plus du pôle élevé, & d'autant moins long-temps qu'il s'éloignera

d'avantage de ce pôle; enforte qu'il y aura des astres qui ayant leur parallèle comme AA' entièrement au-dessus de l'horizon, seront toujours visibles pour l'observateur L ; d'autres au contraire, dont le parallèle $A''A'''$ sera tout entier sur l'horizon, & qui ne seront jamais visibles du lieu L . Il n'y a que les lieux situés sur l'équateur, pour qui les astres soient aussi long-temps au-dessus de l'horizon qu'au-dessous, parce que leur horizon étant perpendiculaire à l'équateur, coupe tous les parallèles en deux parties égales.

Mais pour les lieux placés de part ou d'autre de l'équateur, la durée de la présence d'un astre sur l'horizon, dépend de deux choses; 1°. de la distance de l'astre à l'équateur, ainsi qu'on vient de le voir; 2°. de l'inclinaison de cet horizon à l'égard de l'équateur; car il est évident que plus l'angle de l'horizon & de l'équateur sera petit, plus les parallèles seront coupés inégalement; enforte qu'un astre qui, sur un certain horizon, n'est visible que pendant un certain temps, est visible plus long-temps sur un horizon qui fait un angle plus petit avec l'équateur, c'est-à-dire, dans les lieux qui s'approchent plus du pôle. Au pôle même, par exemple, où l'horizon se confond avec l'équateur, les astres, du moins ceux qui sont fixes, ne se lèvent ni ne se couchent jamais. Ceux qui sont visibles tournent toujours autour de l'horizon, sans monter ni descendre.

Le point S & son opposé, où l'horizon coupe l'équateur, s'appellent les vrais points

d'Est & d'Ouest, ou le vrai *Levant*; & le vrai *Couchant*. Ce sont les deux points où un astre qui décrit l'équateur se lève & se couche, pour quelque horizon que ce soit.

10. Si par l'axe Pp & le lieu quelconque L pris sur la surface de la terre, on conçoit un plan, qui prolongé dans le ciel y forme la section circulaire $P'E'p'T$; cette section passera par le zénith Z , & par les pôles P' & p' ; elle sera par conséquent perpendiculaire à l'horizon HSO , à l'équateur, & à tous ses parallèles; elle les coupera par conséquent en deux parties égales, ainsi que leurs parties élevées au-dessus de l'horizon. Cette section est ce qu'on appelle le Méridien céleste; la section correspondante Rp sur la terre, est le méridien terrestre; & l'on appelle ligne *Méridienne*, la ligne droite HO qui est l'intersection du Méridien avec le plan de l'horizon.

11. Le *Méridien* est donc un grand cercle de la sphère, perpendiculaire à l'horizon & à l'équateur, ou perpendiculaire à l'horizon, & qui passe par les pôles du monde. On l'appelle *Méridien*, parce que coupant tous les parallèles en deux parties égales, il partage aussi en deux parties égales la durée de la présence d'un astre sur l'horizon. C'est l'instant où le Soleil passe par ce cercle, qu'on appelle *Midi*: & c'est par l'intervalle de temps entre le passage & le retour du Soleil à ce même cercle, qu'on mesure la durée totale du jour, que l'on est convenu de partager en 24 parties égales qu'on appelle *Heures*.

Les Astronomes comptent ces 24 heures de suite, d'un midi à l'autre; mais dans l'usage ordinaire on les partage en deux douzaines, dont l'une se compte depuis midi jusqu'à 12 heures après, ou *minuit*; & l'autre depuis minuit jusqu'au midi du lendemain. Les heures de la première douzaine s'appellent heures du soir, & celles de la seconde, heures du matin.

12. On voit donc que tous les lieux situés sur un même méridien terrestre, comptent midi à un même instant; & qu'il en est de même pour une autre heure quelconque. Si par l'axe *Pp* de la terre (*fig. 7*) on conçoit tant d'autres plans qu'on voudra; toutes les différentes sections *PEp*, *PRp*, &c. qu'ils formeront sur la surface de la terre, seront autant de méridiens auxquels le Soleil correspondra successivement pendant la durée d'un jour. D'où l'on voit que lorsqu'il sera midi pour ceux qui habitent sur le méridien *PEp*, il sera plus de midi pour ceux qui habitent sur les méridiens situés vers l'orient; parce que le Soleil aura déjà passé au méridien de ceux-ci. Au contraire, il ne sera pas encore midi pour ceux qui habitent sur des méridiens situés vers le couchant du méridien *PEp*, parce que le Soleil n'aura pas encore passé à leur méridien.

13. Dans l'espace de 24 heures, le Soleil parcourt donc 360° autour de la terre, & par conséquent 15 degrés par heure; c'est-à-dire, que d'heure en heure, il répond à des méridiens qui font entre eux des angles de 15° .

Donc réciproquement si deux méridiens sont éloignés de 15° , ou de 30° , ou de 45° , &c.; c'est-à-dire, si l'arc *ER* de l'équateur (*fig. 7*) compris entre deux méridiens, est de 15° , 30° , 45° , &c. la différence des temps où les peuples situés sur ces méridiens, auront midi, ou une même heure quelconque, sera d'une heure, de deux heures, de trois heures, & ainsi à proportion de la différence des méridiens. Ceux qui seront à 180° d'un méridien, ou qui seront dans l'autre moitié de ce méridien, compteront minuit lorsque ceux-là compteront midi. D'où l'on voit que si l'on faisoit le tour de la terre en allant de l'est à l'ouest, on compteroit, en revenant au méridien du départ, un jour de moins que ceux qui y seroient restés; au contraire, on compteroit un jour de plus, si l'on avoit fait le tour en allant de l'ouest à l'est.

14. Donc si l'on fait qu'un certain phénomène qui peut être vu de différens lieux au même instant, doit arriver à une certaine heure sous un méridien connu; on pourra, en observant ce phénomène sous un autre méridien, déterminer la différence de ces deux méridiens. Par exemple, si l'on fait qu'une éclipse de Lune doit être vue à Paris un certain jour à 6 heures 17 minutes du soir, & qu'observant cette éclipse à Brest, on trouve qu'elle y arrive à $5^h 39' 37''$; on en conclura que Brest est à l'occident de Paris, puisqu'au même instant on y compte moins qu'à Paris: & la différence $27' 23''$ des temps, fera connoître qu'à raison de 15° par heure, Brest est plus

plus occidental que Paris , de $6^{\circ} 51' 45''$.

15. C'est donc par la différence des temps que l'on compte au même instant en différens lieux , que l'on peut déterminer la différence des méridiens de ces lieux. Et comme cette différence de méridiens fixe en partie la position de ces lieux , il a été naturel d'employer les méridiens préférablement à tous autres cercles pour fixer ces positions.

On a donc choisi arbitrairement un méridien PEp , auquel on est convenu de comparer tous les autres ; & on lui a donné le nom de *premier Méridien*. On est pareillement convenu d'appeler *Longitude* d'un lieu L , le nombre de degrés de l'arc ER de l'équateur , compris entre le premier méridien & celui qui passe par le lieu L dont il s'agit. Ainsi tous les lieux situés sur un même méridien ont une même longitude. Cette longitude peut être mesurée indifféremment , ou par l'arc ER de l'équateur , ou par l'arc ML du parallèle qui passe par le lieu L , & qui est compris entre le premier méridien & celui du lieu L ; parce que ces deux arcs (*Géom.* 329) ont un même nombre de degrés.

16. On est assez généralement convenu de compter la longitude , dans le sens du mouvement de la terre , c'est-à-dire , d'occident en orient. Néanmoins quelques Géographes ne comptent pas de suite les 360° ; ils comptent la longitude de part & d'autre du premier méridien , depuis 0° jusqu'à 180° . Cela est indifférent pourvu qu'on en avertisse. Il faut , dans ce dernier cas , si l'on dit , par exemple , qu'un lieu a 75° de longitude , dire en même temps à

Navigation.

B

cette longitude est orientale ou occidentale , pour faire connoître si ce lieu est à l'orient ou à l'occident du premier méridien.

17. D'après une ordonnance de Louis XIII ; les François prennent pour premier méridien , le méridien de l'isle de fer qui est la plus occidentale des isles Canaries. On trouve cependant actuellement plusieurs cartes françoises , dans lesquelles on a pris Paris pour premier méridien. Les autres nations ont aussi choisi leur premier méridien.

Quoiqu'il fût à desirer , pour éviter les méprises , qu'il y eût plus d'accord dans ce choix ; il sera néanmoins toujours facile de réduire la longitude comptée depuis un certain méridien , à la longitude comptée depuis tout autre méridien. Car , ou le nouveau méridien , d'où l'on veut compter tombe à l'ouest , ou il tombe à l'est de celui d'où l'on comptoit. Dans le premier cas , toutes les longitudes sont augmentées de la différence des deux méridiens ; dans le second cas elles sont diminuées de cette même quantité. Ainsi dans le premier cas on ajoutera la différence des méridiens , à la longitude proposée , & lorsque la somme excédera 360° , on rejettera les 360° . Dans le second cas , on retranchera la différence des méridiens , de la longitude proposée augmentée de 360° lorsqu'il sera nécessaire. Par exemple , la longitude de Brest , par rapport à l'isle de Fer , est de $13^{\circ} 3'$. Si l'on veut avoir cette longitude comptée depuis Paris ; comme Paris est $19^{\circ} 54'$ à l'est de l'isle de Fer , il faudroit retrancher $19^{\circ} 54'$, de $13^{\circ} 3'$; comme cela ne se peut , je retranche

$19^{\circ} 54'$ de $373^{\circ} 3'$, & j'ai $353^{\circ} 9'$ pour la longitude de Brest comptée du méridien de Paris. En effet, il est facile de voir que quoiqu'on augmente de 360° la longitude d'un lieu, on ne change rien à sa position.

18. Puisque (14) la différence des méridiens est déterminée par la différence des temps, que les peuples situés sur ces méridiens comptent à un même instant, on peut donc indifféremment mesurer la longitude, ou en temps, ou en degrés. Pour faciliter certains calculs on la compte quelquefois de cette dernière manière. Or, d'après ce que nous avons dit (13), il sera toujours facile de ramener l'une de ces manières de compter, à l'autre.

En effet, s'agit-il de convertir les degrés en temps? puisque 15° valent 1 heure ou $60'$, un degré vaudra $4'$ de temps; une minute de degré vaudra $4''$ de temps, & ainsi de suite; donc pour réduire les degrés, minutes & secondes de degrés, en temps, il faut quadrupler le tout, & compter successivement les parties de ce produit, pour des minutes, secondes & tierces d'heure. Par exemple, si j'ai $17^{\circ} 52' 43''$ de longitude; j'aurai, en quadruplant, $71^{\circ} 30' 52''$; comptant donc les degrés, minutes & secondes de ce produit, pour des minutes, secondes & tierces d'heure, j'ai $71' 30'' 52'''$, ou $1^h 11' 30'' 52'''$.

Est-il, au contraire, question de réduire le temps en degrés? puisqu'une heure répond à 15° , 1' de temps répondra à $15'$ de degré ou à un quart de degré; une seconde de temps répondra à $15''$ ou un quart de minute de

degré, & ainsi de suite. Donc pour convertir les heures & parties d'heure, en degrés & parties de degré, il faut réduire les heures & minutes de temps, tout en minutes; puis compter ces minutes, les secondes & les tierces, pour des degrés, minutes & secondes de degrés; le quart du tout sera le nombre de degrés & parties de degré demandés. Par exemple, si je veux savoir à combien de degrés & parties de degré répondent $7^h 17' 42'' 53'''$; je changerai cette quantité en $437' 42'' 53'''$ que je compterai pour $437^\circ 42' 53''$; & prenant le quart, j'aurai $109^\circ 25' 43'' 15'''$ pour le nombre de degrés & partie de degré demandés.

19. La différence des méridiens, ou la longitude, est donc, ainsi que nous l'avons vu, un des élémens qui servent à déterminer la position des différens points de la terre. Mais comme tous les lieux situés sur un même méridien ont une même longitude, quoique placés différemment sur le globe, il est clair que la position d'un lieu quelconque L (fig. 7) n'est point suffisamment déterminée par sa longitude, il faut encore savoir quelle est la place que ce lieu occupe sur son méridien. Or celle-ci se détermine par le nombre des degrés de l'arc RL , qui sur le méridien PRp , mesure la distance du point L à l'équateur; & cet arc RL est ce qu'on appelle la latitude du lieu L .

20. La latitude d'un lieu est donc l'arc du méridien de ce lieu, compris entre ce lieu même & l'équateur. Puis donc que tous les points du parallèle qui passe par le lieu quelconque L , sont également éloignés de l'équa-

teur , tous les lieux situés sur un même parallèle , ont une même latitude.

21. La latitude se compte donc sur un méridien , en allant de l'équateur vers l'un ou l'autre pôle ; en sorte qu'on distingue deux latitudes , dont l'une est nommée latitude septentrionale , & l'autre latitude méridionale , selon que le lieu dont il s'agit est sur l'hémisphère septentrional , ou sur l'hémisphère méridional.

22. C'est encore par l'observation des astres qu'on parvient à déterminer la latitude des lieux. Pour en donner une idée , supposons que *HSO* (*fig. 6*) est l'horizon rationnel d'un lieu quelconque *L* ; *PLp* le méridien terrestre , *RQ* l'équateur terrestre , & par conséquent *RL* la latitude. Soit *P'ET* le méridien céleste ; & en imaginant *CL* prolongée jusqu'au ciel en *Z* , il est clair que l'arc *EZ* compris entre le zénith *Z* , & l'équateur céleste *EST* , est de même nombre de degrés que la latitude *RL* ; en sorte qu'on peut dire aussi que la latitude est égale à l'arc du méridien céleste , compris entre l'équateur céleste & le zénith. Or si l'on conçoit que *HO* soit la commune section de l'horizon & du méridien , il est clair que *CZ* est perpendiculaire à *HO* ; & puisque l'axe *P'p'* est aussi perpendiculaire à l'intersection *CE* du méridien & de l'équateur , les arcs *OZ* & *P'E* sont donc de 90° chacun ; donc si de chacun on retranche l'arc *P'Z* , on aura la latitude *ZE* égale à la hauteur *PO* du pôle *P'* au dessus de l'horizon , c'est-à-dire à l'arc qui mesure l'inclinaison *P'CO* de l'axe , sur l'horizon. Donc pour avoir la la-

titude, il ne s'agit que de déterminer l'arc PO de la hauteur du pôle.

Or nous avons vu (9) qu'entre tous les parallèles que les différens astres décrivent par leur mouvement journalier apparent, il y en avoit qui étoient entièrement au-dessus de l'horizon. L'astre ou l'étoile qui décrit un semblable parallèle est donc toujours présent sur l'horizon, & passe par conséquent deux fois au méridien. Concevons donc qu'un observateur placé en L , observe une de ces étoiles voisines du pôle, dont le parallèle AA' est entièrement au dessus de l'horizon; & qu'au moment où l'étoile cesse de monter ou est prête à descendre, il mesure avec un instrument, l'angle ACO ou l'arc AO compris entre l'étoile & l'horizon: qu'il mesure de même l'angle ACO ou l'arc AO , lorsque l'étoile cessant de descendre, est prête à monter; il est clair que le pôle P étant également éloigné de tous les points du parallèle, si l'on prend la moitié de la somme des deux arcs observés AO & AO , cette moitié sera l'arc PO , ou la hauteur du pôle, qui est égale à la latitude.

23. Nous verrons par la suite, d'autres moyens de trouver la longitude & la latitude des Lieux. Concluons quant à présent, que la position d'un lieu sur la terre est donc déterminée lorsqu'on connoît sa longitude & sa latitude, & qu'en même temps, on fait sur quel hémisphère il est placé. Ainsi pour représenter sur un globe, les positions des différens points de la terre, d'une manière semblable à celle selon laquelle ils sont disposés sur le globe

terrestre même, on tracera sur la surface du globe proposé (*fig. 7*) un grand cercle EQT pour représenter l'équateur; & (*Géom. 94*) ayant marqué les pôles P & p , on divisera la circonférence de cet équateur, en degrés & parties de degré. Par chaque point de division, & par les pôles P & p , on fera passer autant de méridiens, dont on prendra arbitrairement un pour premier méridien. On divisera la circonférence de celui-ci, en degrés & parties de degré; puis pour marquer un lieu quelconque L dont la longitude & la latitude sont connues, on cherchera quel est celui RLP des méridiens qui a même longitude que le lieu dont il s'agit; puis comptant la latitude sur le premier méridien, depuis l'équateur E , si M est le point où elle se termine, on décrira du pôle P , le parallèle ML qui coupera le méridien RLP au lieu L que l'on veut marquer.

De la manière de représenter sur les Cartes, & particulièrement sur les Cartes réduites, la position des différens points de la surface de la terre.

24. Ce n'est que de la manière que nous venons de décrire; c'est-à-dire, ce n'est que sur un globe, que l'on peut représenter les parties de la terre, dans des situations semblables à celles qu'elles occupent réellement. Les cartes ou surfaces planes, ne peuvent donner une similitude parfaite, puisque toutes les parties du globe terrestre ne sont pas dans un même plan. Mais ce n'est pas tant la similitude par-

faite que l'on doit se proposer dans la construction des cartes, que celle qui suffit pour juger des positions relativement à certains usages. On n'a pas besoin, par exemple, de savoir de combien les parties de la surface terrestre sont élevées à l'égard de l'axe de la terre, mais seulement de combien elles s'écartent à droite ou à gauche du premier méridien, à droite ou à gauche de l'équateur; & c'est ce qu'on marque, en effet, sur les cartes. Celles qui représentent toute une moitié de la terre, se nomment *Mappemondes*. Leur construction, ainsi que celle des autres cartes, est fondée sur des principes assez simples, & qui doivent trouver place ici.

25. On imagine qu'un œil placé en un point de la surface de la terre, en observe les différentes parties à travers la masse du globe, comme s'il étoit transparent: & concevant un plan passant par le centre de la terre, & perpendiculaire à la ligne qui iroit de l'œil au centre, on imagine que les rayons tirés de tous les points de la partie du globe qui est au-delà de ce plan, par rapport à l'œil, rencontrent ce plan. Ces points de rencontre forment sur le plan, une perspective de cette partie du globe; & c'est cette perspective qui est la mappemonde: or voici d'après quel principe on la construit.

26. Soit *ABMCO* (*fig. 8*) un cône quelconque ayant pour base le cercle *BOCM*. *ABC* la section triangulaire de ce cône, par un plan perpendiculaire à la base, & conduit par l'axe; c'est-à-dire par la droite qui va du sommet au

centre de la base. Si l'on conçoit que ce cône soit coupé par un plan perpendiculaire à ABC & qui forme la section $GEFI$, de manière que les angles AFG AGF soient égaux aux angles ABC , ACB ; la section $GEFI$ sera un cercle.

En effet, concevons que par quelque point E que ce soit de cette section, on ait mené un plan parallèle à la base, & qui formant la section $DEHI$, rencontre la section $GEFI$, dans la droite ELI . Cette droite étant l'intersection commune des deux plans $DEHI$, $GEFI$ perpendiculaires au même plan ABC , sera perpendiculaire à ce plan ABC , & par conséquent aux deux droites DH & FG qui sont les intersections de ces deux premiers plans avec le dernier. De plus, le plan ABC passant par l'axe du cône, DH & FI doivent couper les deux sections chacune en deux parties égales. Or EL étant perpendiculaire au diamètre DH de la section $DEHI$ qui (*Géom.* 199) est semblable à $BOCM$, & par conséquent est un cercle, doit être moyenne proportionnelle entre DL & LH (*Géom.* 125); on a donc $DL : LE :: LE :: LH$, ou (*Arith.* 178) $DL \times LH = \overline{LE}^2$. Mais les triangles DLG , FLH sont semblables, puisque par la supposition l'angle AFG est égal à ABC , & par conséquent à ADH ; d'ailleurs les angles opposés au sommet FLH , DLG sont égaux. On a donc (*Géom.* 109) $DL : LF :: GL : LH$, & par conséquent $DL \times LH = LF \times GL$; donc aussi $LF \times GL = \overline{LE}^2$; donc LE est aussi moyenne proportionnelle entre les deux parties du diamètre

FG ; & puisque le point E a été pris à volonté ; la courbe $GEFI$ a donc la même propriété dans tous ses points ; elle est donc un cercle. C'est là le principe fondamental.

27. Cela posé , soit $BMCO$ (*fig. 9*) un cercle formé en coupant la sphère par un plan quelconque. Soit A un point de la surface de cette sphère , d'où un œil regarde la section $BMCO$ à travers le plan $NRKS$ supposé transparent. Il est clair que les rayons visuels qui vont à la circonférence $BMCO$ forment un cône dont la rencontre avec le plan $NRKS$ trace sur ce plan la perspective $GEFI$ de la section $BMCO$, que l'on appelle aussi sa projection , & qui est toujours un cercle tant que le point A est sur la surface de la sphère.

Supposons que du point A on ait mené AL perpendiculaire sur le plan $NRKS$, & que par cette droite & le centre de la section $BMCO$, on ait conduit un plan : celui-ci formera sur la surface de la sphère , le grand cercle $ANTK$, puisque passant par la droite AL perpendiculaire au cercle quelconque $NRKS$, il passe nécessairement par le centre de la sphère. Ce même plan formera dans le cône , le triangle ABC ; & sur le plan $NRKS$, le diamètre NLK . Or le plan du grand cercle $ANTK$, passant par la droite AL , & par le centre de la section $BMCO$, est perpendiculaire à $NRKS$ & à $BMCO$; donc réciproquement ces deux plans sont perpendiculaires au plan $ANTK$, & par conséquent au plan ABC qui passe par l'axe du cône. De plus les angles AFG , AGF , sont égaux aux angles ABC , ACB ; car ACB , par

exemple, a pour mesure (*Géom.* 63) la moitié de $ANTB$; & ACF (*Géom.* 70) a pour mesure la moitié de AK ou de AN plus la moitié de NTB , c'est-à-dire la moitié de $ANTB$: on démontrera de même que AEG est égal à ABC ; donc (26) la projection $GEFI$ est un cercle.

Il ne s'agit donc plus, pour être en état de tracer la projection $GEFI$, que de déterminer les extrémités G & F du diamètre GF . Or si l'on conçoit AL prolongée jusqu'en T , l'angle LAG est déterminé en ce qu'il a pour mesure la moitié de l'arc TB qui mesure la distance du point B au point de la sphère opposé à l'œil. Ainsi comme le triangle LAG est rectangle, & que l'on connoît d'ailleurs la distance AL de l'œil, au plan de projection, il fera toujours facile de déterminer LG , soit en construisant un triangle semblable à LAG , soit en calculant LG par les règles de la Trigonométrie. Par un raisonnement semblable, on voit que LF se détermine d'une manière semblable, par le triangle LAF , dont l'angle LAF a pour mesure la moitié de la distance CT du point C au point de la sphère opposé à l'œil.

Appliquons maintenant ces principes.

28. Concevons que $NMKO$ (*fig.* 10) soit un méridien, le premier méridien par exemple; M & O les deux pôles; que $BMCO$ soit un autre méridien quelconque, faisant avec le premier, l'angle quelconque BMN . Supposant toujours l'œil au point A de la surface de la sphère qui répond perpendiculairement au centre, le cercle $ANTK$ conduit suivant AL ,

fera l'équateur , puisque selon ce qui précède, il fera perpendiculaire aux deux méridiens $NMKO$ & $BMCO$. L'arc NB mesurera donc la longitude du méridien $BMCO$, ainsi l'arc BT dont la moitié mesure l'angle GAL qui détermine le sommet G de la projection $GEFI$ du méridien $BMCO$, sera le complément de la longitude de ce méridien. A l'égard du point F , on peut le trouver encore plus facilement que d'après ce qui a été dit (27), en observant que BC étant un diamètre de la sphère, l'angle BAC ou BAF est droit. De-là on conclura que pour tracer les méridiens sur une mappemonde, on doit s'y prendre de la manière suivante.

29. Ayant pris arbitrairement une droite quelconque LA (*fig. 11*) pour représenter le rayon de la terre, on décrira le cercle $ANTA$ qui représentera le premier méridien. Ayant élevé au centre L les perpendiculaires AT , NF , on divisera ce cercle en degrés, à commencer du point N . AT étant supposé représenter l'axe de la terre, le diamètre NA représentera l'équateur, parce que le plan de l'équateur étant supposé passer par l'œil, sa projection ne peut être qu'une ligne droite passant par le centre.

Pour avoir la projection d'un méridien dont la longitude seroit donnée, on prendra, à compter du point N , sur le premier méridien, l'arc ND égal à la longitude de ce méridien; & ayant tiré DA qui rencontre NA en G , le point G fera l'une des extrémités du diamètre de la projection. Au point A on élèvera sur

AG la perpendiculaire AF qui rencontrant NA' prolongé, en F , déterminera GF pour le diamètre de la projection: en sorte que décrivant un cercle sur GF comme diamètre, la partie AGT terminée à l'axe AT représentera une moitié du méridien dont il s'agit, celle qui est censée au-dessus du plan de projection. On se conduira de même pour tous les autres méridiens.

30. A l'égard des parallèles: si l'on suppose que $NRKS$ (*fig. 12*) soit le premier méridien, les parallèles à l'équateur que je suppose représenté par $ARTS$, seront les cercles $BMCO$ perpendiculaires à $NRKS$. Si par les points B & C où ils coupent le cercle $ANTK$ perpendiculaire au premier méridien, on imagine les rayons visuels CA & BA prolongés, s'il est nécessaire, ils détermineront sur NK & son prolongement, le diamètre GF du cercle $FMGO$ qui seroit la projection du parallèle. La partie MGO terminée au premier méridien & comprise dans le cercle $NRKS$, est la projection de la moitié MBO du parallèle située au-dessus de $NRKS$. Or il est facile de déterminer les points G & F , en observant que GL est le côté d'un triangle rectangle GAL dont l'angle GAL opposé à ce côté, a pour mesure la moitié de TB , c'est-à-dire la moitié de la latitude & dont le côté LA adjacent à cet angle est égal au rayon de la sphère. LF est le côté d'un triangle rectangle FLA dont l'angle LAF opposé à ce côté est la moitié de TC , c'est-à-dire du supplément de AC ou de la latitude, & dont le côté LA est le même que dans le cas pré-

cédent. D'où l'on conclura que pour tracer un parallèle quelconque, on doit s'y prendre de la manière suivante.

31. On prendra depuis l'équateur NA' (*fig. 11*) sur le premier méridien, l'arc NB égal à la latitude du parallèle; & ayant tiré la perpendiculaire BC sur l'axe TA , de l'extrémité A' du diamètre NA' on mènera $A'B$ & $A'CF'$ qui rencontreront AT prolongé, en G' & F' . Sur $G'F'$ comme diamètre, on décrira un cercle dont la partie BGC comprise dans le cercle $ANTA$ fera la projection de la moitié du parallèle. On s'y prendra de la même manière pour tracer tout autre parallèle. Et c'est ainsi qu'a été tracée la mappemonde que l'on voit (*fig. 13*). On y voit, outre les méridiens & les autres parallèles, quelques autres cercles dont nous parlerons par la suite.

On emploie les mêmes principes pour construire les cartes qui, sans représenter toute une moitié du globe, doivent en représenter une partie considérable, comme l'Europe, l'Asie, &c.

32. Quant à celles qui doivent représenter des espaces d'une moindre étendue (du moins en latitude), c'est-à-dire, qui n'ont qu'un petit nombre de degrés en latitude, on s'y prend d'une manière différente, & qui les représente plus au naturel.

Supposons que PEp , PQp (*fig. 14*) soient les deux méridiens extrêmes de cet espace; & que MN & RS en soient les deux parallèles extrêmes. On conçoit que des milieux I & K des arcs MR & NS qui font la différence en

latitude, on mène les tangentes IT , KT , qui rencontrent l'axe Pp au point T . Les arcs MR & NS étant d'un petit nombre de degrés, se confondent sensiblement avec les tangentes IT & KT ; & l'espace $MRSN$ peut être considéré comme faisant partie de la surface d'un cône droit qui a son sommet en T ; ainsi pour représenter cet espace, développé sur un plan, on décrit (*fig. 15*) d'un rayon égal à TI , un arc KI de même nombre de degrés que la différence en longitude, comprise entre les deux méridiens; & ayant tiré TIM & TKN , on prend de part & d'autre des points I & K , les droites IM , IR , & KN , KS égales chacune en longueur aux arcs IM , IR de la figure 14, ou à leurs cordes qui n'en diffèrent pas sensiblement. Puis partageant MR & NS en autant de parties égales qu'il y a de degrés dans la différence en latitude, on décrit par chaque point de division, & du point T comme centre, autant d'arcs qui représentent autant de parallèles. Enfin on divise aussi l'arc IK , en autant de parties égales qu'il y a de degrés dans la différence en longitude, & menant par les points de division & par le point T , des lignes droites, elles représentent les méridiens; après quoi on dessine chaque lieu, selon sa longitude & sa latitude.

33. On voit donc que dans ces dernières cartes, ainsi que dans les précédentes, tous les méridiens tendent à concourir en un même point. Dans les précédentes, les parties du globe sont dessinées en perspective, & les degrés de l'équateur, non plus que ceux des

méridiens , n'y font point représentés par des parties égales. Dans celles-ci les méridiens font représentés par des lignes droites ; les degrés de longitude font égaux entre eux , & les degrés de latitude auffi égaux entre eux , quoique différens des degrés de longitude qui diminuent à mesure que la latitude augmente. Ces dernières représentent donc les parties du globe d'une manière beaucoup plus naturelle que les autres. Néanmoins ce ne font pas celles dont on fait usage dans la navigation , pour la réduction des routes , c'est-à-dire , pour représenter la route qu'on a suivie ou qu'on veut suivre. Comme cette route fait constamment un même angle avec chaque méridien qu'elle rencontre , elle ne pourroit être représentée que par une ligne courbe , si les méridiens n'étoient pas parallèles sur la carte ; & les opérations pour la réduction des routes deviendroient trop compliquées. Pour lever cette difficulté , on a d'abord imaginé les *cartes plates* ; voici quelle est leur construction.

34. La construction précédente restant toujours la même , si l'on imagine que par les points *I* & *K* (*fig. 15*) du parallèle moyen , on ait mené les deux droites *AB* & *CD* parallèles au méridien *GT* qui passe par le milieu *G* de ce parallèle , les cartes plates différent des cartes précédentes , en ce que pour se dispenser d'avoir égard à la diminution des parallèles , de *M* en *R* , on suppose tous ces parallèles égaux au parallèle moyen *IK* ; alors les parallèles *MR* , *NS* deviennent les droites *AB* , *CD* parallèles à *GT* ; & le point de concours

T

T étant à une distance infinie, les arcs MN , IK , RS deviennent des droites AC , IK , BD perpendiculaires à GT ; d'où résulte la construction suivante.

Ayant tiré arbitrairement une ligne QT (*fig. 16*) pour représenter le méridien qui doit passer par le milieu de la carte, on la divisera en autant de parties égales qu'on a de degrés de différence en latitude. Sur le milieu G on élèvera la perpendiculaire IGK qui représentera le moyen parallèle; & pour déterminer de quelle longueur doivent être GI & GK pour marquer les degrés de différence en longitude, on se rappellera (*Geom. 329*) que les longueurs des arcs d'un même nombre de degrés, pris sur différens parallèles, sont proportionnelles aux cosinus des latitudes de ces parallèles; c'est pourquoi, d'un rayon CA (*fig. 17*) égal à la grandeur que l'on a prise pour un degré du méridien, qui est aussi celle d'un degré de l'équateur, on décrira l'arc AB que l'on fera d'autant de degrés qu'en a la latitude moyenne; puis on abaissera sur CA la perpendiculaire BP qui donnera CP pour la grandeur que doit avoir chaque degré du parallèle. Car dans le triangle rectangle CBP , on a (*Geom. 295*) CB ou $CA : CP :: R : \sin. CBP$ ou $\cos. BCP$; or le rayon R est le cosinus de la latitude 0° de l'équateur. On portera donc CP , de G (*fig. 16*) vers I & vers K autant de fois qu'il y a de degrés dans la moitié de l'étendue que la carte doit avoir en longitude; alors tirant par tous les points de division de QT des parallèles à IK , & par tous les points de di-

C

Navigation.

vision de *IK*, des parallèles à *QT*; on aura les parallèles & les méridiens, à l'aide desquels il fera facile de marquer les différens lieux, selon leur longitude & leur latitude.

35. Il est certain que ces cartes sont plus commodes que les précédentes, pour les usages de la navigation; mais on ne peut dissimuler qu'elles sont d'autant moins exactes, que la différence en latitude est plus grande, & qu'en même temps la latitude moyenne est plus grande. Elles donnent les degrés des parallèles, trop petits d'un côté, & trop grands de l'autre.

C'est pour remédier à ce défaut, en conservant néanmoins les méridiens parallèles, qu'on a imaginé les *cartes réduites* dont l'usage est tout à la fois exact & commode.

36. Les cartes réduites qui représentent le globe entier, ou du moins son contour dans le sens de l'équateur, comme est celle que l'on voit *Planche III*, ne sont à proprement parler, que le développement d'un cylindre qu'on imagine circonscrit à la terre, & qui a par conséquent pour diamètre, celui de l'équateur, mais qui est infini en longueur. Elles ne sont pas comme quelques-unes des précédentes, une projection, ou une perspective assujettie à un seul point. Le but de leur construction est uniquement de rendre les méridiens parallèles, sans néanmoins changer le rapport entre les parties du méridien & celles des parallèles.

Pour y parvenir, au lieu de diminuer l'étendue des degrés des parallèles, à mesure que la latitude augmente, on leur donne constamment la même grandeur; on les fait égaux aux de-

grés de l'équateur , ce qui rend nécessairement les méridiens parallèles. Mais en même temps, on donne aux degrés d'un grand cercle quelconque du globe , une valeur plus grande à mesure que le parallèle dont il s'agit , est par une plus grande latitude. Ainsi , puisque (*Géométrie* 329) la grandeur d'un degré pris sur un parallèle quelconque , est à celle d'un degré pris sur l'équateur , ou en général , à celle d'un degré de grand cercle , comme le cosinus de la latitude est au rayon , ou (*Géom.* 278) comme le rayon est à la sécante de la latitude ; si l'on fait constamment le degré de chaque parallèle , égal à celui de l'équateur , il faudra , lorsqu'il s'agira d'un point situé à une latitude quelconque , compter le degré de grand cercle , comme s'il avoit pour valeur , le degré de l'équateur , augmenté dans le rapport du rayon à la sécante de la latitude , c'est-à-dire , multipliée par la sécante de la latitude , divisée par le rayon.

Cela posé , il est aisé de voir que si dans les cartes réduites , les degrés des parallèles sont tous égaux à ceux de l'équateur , les degrés du méridien ou de latitude ne doivent pas être égaux , & qu'ils doivent augmenter à mesure que la latitude augmente. Mais on se tromperoit , si en supposant (*fig.* 14) que *MN* & *RS* étant deux portions de parallèles éloignés d'un degré , on concluoit de ce qui vient d'être dit , que l'arc *NS* d'un degré , qui mesure la distance de ces deux parallèles , doit être exprimé sur la carte , par une ligne égale au degré de l'équateur multiplié par la sécante de la latitude , divisée par le rayon. En effet , il est bien vrai

qu'en N , le degré de grand cercle doit valoir $\frac{D \times \text{sec. } QN}{R}$, en appelant D le degré de l'équateur ; mais par la même raison, au point S le degré doit valoir $\frac{D \times \text{sec. } QS}{R}$: ces deux quantités n'étant point égales, ne peuvent ni l'une ni l'autre être la mesure de la distance des deux parallèles. L'une est plus petite, & l'autre plus grande qu'il ne convient. Mais si au lieu de supposer les deux parallèles, éloignés d'un degré, nous les supposons seulement éloignés d'une minute ; alors la valeur de la minute, en N , fera $\frac{M. \text{sec. } QN}{R}$, en représentant par M la minute de l'équateur, & la valeur de la minute en S fera $\frac{M. \text{sec. } QS}{R}$; quantités qui ne diffèrent que très-peu l'une de l'autre, & qui par conséquent pourront être prises également pour la mesure de la minute de N en S , ou de l'intervalle qu'on doit mettre entre les deux parallèles sur la carte réduite.

37. On voit donc que pour calculer les augmentations qu'on doit donner aux parties du méridien, relativement à celles qu'on donne aux parallèles dans la construction des cartes réduites ; il faut concevoir le méridien partagé en parties très-petites, & multipliant la valeur de l'une quelconque de ces parties, par la sécante de la latitude divisée par le rayon, on a la valeur que cette partie doit avoir sur la carte réduite ; & cela d'autant plus exactement, que cette partie a été prise plus petite.

L'exactitude est suffisante, lorsqu'on suppose le méridien divisé en minutes. Ainsi pour avoir l'étendue qu'on doit donner au méridien pour marquer une certaine latitude, il suffit de prendre dans les Tables ordinaires, toutes les sécantes, de minute en minute, depuis 0 degré, jusqu'au degré de latitude dont il s'agit. La somme de ces sécantes étant divisée par le rayon, donnera un nombre de minutes, qui étant porté depuis l'équateur sur le méridien, déterminera le degré de latitude dont il s'agit, avec une exactitude suffisante.

Ces parties du méridien, sont ce qu'on appelle des *Parties Méridionales*; & on appelle *Latitudes croissantes*, les latitudes marquées suivant cette méthode. Les parties méridionales ont encore d'autres usages que celui d'être employées à la construction des cartes réduites: nous les verrons par la suite.

De la grandeur absolue des degrés sur la Terre.

38. Jusqu'ici nous n'avons considéré que les positions relatives des différentes parties du globe; c'est-à-dire, leurs distances réciproques mesurées en degrés. Mais pour être en état de représenter sur les cartes les opérations que l'on fait, ou les mesures que l'on prend en mer pour connoître le chemin que fait le vaisseau, il faut de plus connoître la grandeur absolue des degrés d'un grand cercle de la terre.

D'après les opérations faites pour connoître la figure & la grandeur de la terre, quoique

les degrés de grand cercle ne soient pas parfaitement égaux, néanmoins, vu le peu de différence entre la figure réelle de la terre, & la figure sphérique, on peut les regarder comme étant égaux; & par un milieu conclu des mesures qui ont été faites pour différens degrés de latitudes, prendre 57030 toises pour la valeur de chaque degré; enforte que la minute est de 950 toises & demie.

39. C'est sur l'étendue d'un degré que l'on fixe celle de la lieue. En France, dans la navigation, on entend par lieue, la vingtième partie d'un degré; ainsi la lieue marine est de 2851 toises & demie; elle répond à trois minutes de degrés. D'où il suit que pour convertir en degrés & minutes un nombre de lieues proposé, il faut prendre le vingtième, qui donnera les degrés, & tripler le reste, ce qui donnera les minutes; par exemple, le 20^e de 753 étant 37 avec un reste 13 dont le triple est 39, j'en conclus que 753 lieues valent 37° 39'. Réciproquement, pour convertir les degrés & minutes en lieues; il faut multiplier par 20 le nombre des degrés, & pour chaque minute prendre le tiers de 20.

40. Les Hollandois font leur lieue marine de la quinzième partie d'un degré; ainsi elle est de 3802 toises. Les Italiens & les Anglois ne comptent point par lieues, mais par *milles*; & ils comptent 60 de ces milles dans un degré, enforte que chaque mille répond précisément à une minute, ou 950 toises & demie.

De la manière dont on mesure le chemin que fait le Navire : description du Loch , & son usage.

41. Après avoir expliqué la construction des cartes marines, il ne s'agit plus, pour être en état d'en faire usage, que de savoir comment on mesure le chemin que fait le navire, & comment on détermine la direction de sa route.

Tous les moyens qu'on a employés jusqu'ici pour mesurer la vitesse du navire, ou son *fillage*, se réduisent à avoir en mer un point fixe, d'où l'on puisse compter l'espace parcouru pendant une partie connue de l'heure ou de la minute. On en conclut ensuite facilement ce que le navire fait dans une heure ou dans tout autre espace de temps connu, en supposant que sa vitesse continue d'être la même que pendant l'expérience.

Ainsi la mesure du fillage suppose essentiellement deux choses; un terme fixe sur la surface de la mer, & un moyen exact de mesurer le temps, ou du moins une portion déterminée de temps.

42. L'instrument qu'on emploie pour ce dernier objet est le sablier. Il est suffisant dans cette expérience dont la durée ordinaire n'est que d'une demi-minute, pourvu cependant qu'on observe de le vérifier de temps à autres; parce que le sable en coulant use le trou qui est entre les deux ampoulettes, & l'agrandit insensiblement. Il est encore à propos de vérifier chacune des deux ampoulettes, car rarement sont-elles parfaitement égales. Voici comment

on peut faire cette vérification à terre.

43. Suspendez une balle de plomb de trois ou quatre lignes de diamètre, à l'extrémité d'un fil de soie plate, ou de fil tors que vous cirerez pour l'empêcher de se détordre, & par conséquent de s'allonger. Faites passer ce fil dans une fente pratiquée en *B*, (*fig. 18*) dans quelque corps solide & fixe. Élevez ou abaissez la balle *A*, par le moyen du fil *AB*, jusqu'à ce que la distance *BA* depuis le point *B* où le fil commence à être pincé par la fente, jusqu'au centre *A* de la balle, soit de 9 pouces 2 lignes $\frac{2}{7}$ (*). Alors si après avoir écarté la balle *A* à peu de distance de sa position naturelle *AB*, vous l'abandonnez à elle-même, elle fera chacune de ses vibrations en une demi-seconde; c'est-à-dire, qu'elle mettra une seconde entière à faire une allée & un retour. Ainsi, en comparant le sablier avec ce pendule, il sera facile de voir s'il dure exactement la demi-minute, ou de combien il en diffère.

44. Quant à la manière de se procurer le point fixe d'où l'on doit compter le chemin du navire pendant l'expérience; on laisse tomber de la poupe, & du côté opposé au vent, c'est-à-dire, *sous-le-vent*, un morceau de bois (*fig. 19*) attaché à une longue ficelle qu'on lâche à mesure que le vaisseau avance, & qui, par la quantité dont elle a été lâchée peut faire juger du chemin qu'on a fait. Ce morceau de bois & sa ficelle forment ensemble ce qu'on appelle le *Loch*.

(*) Cette mesure a été déterminée par plusieurs expériences faites avec un très-grand soin.

Comme le morceau de bois , en tombant , a non-seulement la vitesse que lui donne la pesanteur , mais qu'il a encore dans le sens du mouvement du vaisseau , une vitesse précisément égale à celle du vaisseau , puisque lorsqu'il a été lâché il étoit entraîné d'un mouvement commun avec le vaisseau , il s'enfuit que quand il tombe dans l'eau , il ne reste pas au même endroit , mais suit encore le vaisseau pendant quelques instans ; on ne doit donc pas juger le chemin du vaisseau , par la quantité de ficelle qui a été lâchée , depuis que le loch est tombé dans l'eau. Une autre raison détermine encore à attendre : l'eau , qui vers la poupe tend à remplir le vuide que laisse le vaisseau en s'avancant , a dans cet endroit & à quelque distance en arrière , beaucoup d'agitation ; & par ce mouvement qu'on nomme *Remoux* , elle donne au loch des mouvemens fort irréguliers. C'est pourquoi au lieu de compter les 30 secondes du sablier dès l'instant que le loch est à la mer , on ne commence à les compter que lorsqu'il est éloigné de la poupe , d'une quantité égale à la longueur du navire. Alors il est hors du *Remoux* , & stable , si d'ailleurs , la mer n'a aucun mouvement propre.

La figure du loch est ordinairement celle d'un triangle isoscèle de 6 à 7 pouces de hauteur. Sa base qui est un peu moindre , regarde le fond de la mer , & elle est chargée d'un peu de plomb , tant pour faciliter au loch le moyen de prendre une position verticale , que pour le faire plonger jusqu'à sa pointe , pour ôter toute prise au vent. C'est à cette pointe qu'est atta-

chée la ficelle, qui à quelque distance comme en *D*, pousse une branche *DC*, laquelle sert à maintenir le morceau de bois *BAC* dans la position verticale, & peut s'en séparer lorsqu'on retire le loch, parce qu'elle ne tient au morceau de bois *BAC* qu'à l'aide d'une cheville qui se détache par les efforts opposés de la tension de la ficelle de *A* vers *E*, & de la résistance de l'eau sur la surface *AC*.

Lors donc que l'on juge le loch à la distance convenable du vaisseau, celui qui le jette avertit par le mot *vire*, de tourner le sablier; & celui-ci, par le mot *stop*, donne au premier, le signal d'arrêter le loch lorsque le sablier finit. Pendant l'expérience on lâche la ficelle en faisant tourner plus ou moins vite, selon la vitesse du vaisseau, l'espèce de touret sur lequel elle est roulée. Il y a une marque sur la ficelle pour terminer la longueur qui doit être lâchée avant que l'on commence à compter; depuis ce point, la ficelle est divisée en parties égales distinguées par des nœuds, afin qu'on puisse les compter dans l'obscurité comme dans le jour, & ces espaces s'appellent aussi des nœuds. Leur grandeur a un rapport déterminé avec la lieue marine: elle en est la 360^e partie, ou la 120^e partie d'un tiers de lieue marine. Or comme l'expérience dure une demi-minute, & que dans une heure, il y a 120 demi-minutes, pendant lesquelles le vaisseau marchant toujours de même doit faire 120 fois autant de chemin, il s'enfuit que pour chaque nœud qui aura été filé le navire fait un tiers de lieue par heure. Ensorte que, si pendant l'expérience il y a eu 9 ou 10

nœuds de filés, le navire fait 9 ou 10 tiers de lieue par heure, c'est-à-dire, 3 lieues ou trois lieues & un tiers.

Comme la lieue marine (39) est de $2851 \frac{1}{2}$ toises, ou de 17109 pieds; si l'on en prend la 360° partie, on aura 47 pieds 6 pouces pour la longueur que doit avoir chaque nœud. Ainsi tant que la durée de l'expérience sera de 30 secondes, chaque nœud doit être de 47 pieds & demi, pour répondre à un tiers de lieue par heure.

45. Pendant le cours d'une campagne, la ficelle est sujette à des raccourcissements & des allongemens alternatifs: il est donc très-nécessaire de la vérifier de temps à autre, & de la rectifier lorsqu'on y apperçoit quelque changement, ou d'en tenir compte dans l'évaluation du chemin du navire. Par exemple, si l'on s'appercevoit que la ligne de loch, ou la ficelle, s'est allongée d'un 20° , il est clair qu'elle feroit estimer le chemin, d'un 20° plus court qu'il n'est réellement, il faudroit augmenter d'un 20° le nombre des nœuds que l'on auroit comptés pendant la demi-minute.

46. Si en vérifiant le sablier, de la manière que nous avons décrite ci-dessus, on trouvoit que sa durée n'est pas exactement de 30 secondes, enforte qu'elle fût par exemple, de 32 secondes: il est visible qu'on auroit compté plus de nœuds qu'on ne devoit. On feroit donc cette proportion, 32 secondes sont à 30 secondes, comme le nombre de nœuds qu'on a comptés, est à celui qui répond à 30 secondes. Il faut encore faire attention si le commence-

ment & la fin des nœuds qu'on a filés ont répondu exactement au commencement & à la fin de l'écoulement du sablier, & tenir compte, autant qu'il est possible, de la différence, s'il y en a. Cette différence produit le même effet que si le sablier duroit trop ou trop peu. En général les attentions que nous rappelons ici, sont d'autant moins à négliger, que la durée de l'expérience est par elle-même fort courte.

47. Avec ces soins, & en observant de répéter l'expérience autant que le vaisseau paroîtra changer de vitesse, on pourroit faire une estime du fillage, suffisamment exacte, si le morceau de bois ou *bateau de loch*, pouvoit être regardé comme fixe. Mais il n'en est pas ainsi, & par plusieurs causes dont les effets sont fort variables & peu connus. La mer est sujette à des mouvemens particuliers dont la direction & la vitesse n'ont rien de constant. Les courans qui naissent de ces mouvemens donnent au navire une vitesse que le loch ne fait pas découvrir puisqu'il la reçoit aussi; en sorte qu'il ne fait connoître que le mouvement du vaisseau par rapport à la mer, & non le mouvement à l'égard de la terre qui est celui qui importe véritablement.

Il y a quelques courans dont la direction ainsi que la vitesse sont assez bien connus: on fait par exemple, qu'à l'équateur & à quelque distance de part & d'autre, la mer se meut vers l'occident & forme un courant perpétuel dont la vitesse est de 3 lieues par jour. Mais il en est une infinité d'autres, qui, ne tenant pas à des causes aussi générales, & aussi régulières, lais-

feront toujours beaucoup d'incertitudes sur le fillage. Tels sont par exemple les mouvemens que la mer peut prendre lorsque le vent a soufflé pendant un certain temps vers un même côté. On ne peut douter que sa surface & les parties voisines ne prennent une certaine partie de la vitesse du vent ; mais quelle est cette partie ? combien ne peut-elle pas varier dans le voisinage des terres par la position des côtes ? comment reconnoître si elle n'est pas jointe à quelques autres mouvemens occasionnés par le vent qui a régné auparavant , ou par toute autre cause , &c. Sur ce point l'expérience doit être beaucoup consultée , & peut-être sera-t-elle toujours le seul guide ; mais il faut encore beaucoup d'attention & de discernement pour bien juger ce que l'expérience décide véritablement sur ces objets. Nous verrons par la suite comment on doit corriger les routes , de l'effet supposé connu , de ces différentes causes.

De la manière de connoître la direction de la route du Navire : de la Bouffole & de ses usages.

48. C'est à l'aide de la bouffole qu'on détermine la direction de la route du vaisseau. La bouffole consiste principalement en une aiguille d'acier , qui ayant été frottée à une pierre d'aimant , en a reçu la propriété singulière de se diriger constamment vers un même point de l'horizon : c'est-à-dire , que dans un même lieu & dans un même temps , si ayant suspendu cette aiguille , à l'aide d'un fil ou sur un pivot , de manière qu'elle puisse tourner librement , on

l'écarte à droite ou à gauche de la position où elle seroit en repos, elle reviendra à cette position après quelques balancemens, & s'y arrêtera.

Cette ligne, dans laquelle l'aiguille se fixe ainsi d'elle-même, s'appelle le *Méridien Magnétique*.

49. Le méridien magnétique n'est pas le même dans tous les lieux de la terre. Et dans un même lieu, il n'est pas non plus toujours le même dans tous les temps. A la vérité, dans un court intervalle de temps, il ne change pas sensiblement si ce n'est par des causes accidentelles; mais d'année en année sa variation est sensible, paroît régulière, & se faire toujours vers le même côté.

50. C'est à la ligne méridienne qu'on rapporte la situation de l'aiguille, & on appelle *déclinaison* ou *variation* de l'aiguille, l'angle qu'elle fait dans le plan horizontal, avec la méridienne ou la ligne nord & sud. A Paris, cet angle étoit, en Avril 1766, de $19^{\circ} 6'$ du nord à l'ouest; en Avril 1767, il étoit de $19^{\circ} 16'$; & en Mars 1768, il étoit de $19^{\circ} 25'$. Il paroît qu'il augmente annuellement d'environ 10 minutes à Paris. Il y a environ un siècle, cet angle étoit entre le nord & l'est. Il est donc très-nécessaire de s'affurer de la variation de la boussole, selon le temps & selon les lieux. Nous en donnerons les moyens par la suite.

51. Pour les boussoles ordinaires, on suspend l'aiguille sur un pivot, dans une boîte que l'on recouvre d'une glace. Les bords de la boîte, ou le fond, sont divisés en degrés; & la ligne qui

passe par les points 0° & 180° représente la méridienne, sur laquelle le nord est distingué par une fleur-de-lis. Sur le fond de la boîte, on colle, où l'on trace la rose des vents dont nous allons parler.

52. Quant à la boussole dont on fait usage à la mer, l'aiguille n'est pas libre comme dans la précédente; on la charge d'un carton léger, ou d'un morceau de Talc taillé en rond, & collé entre deux morceaux de papier, en sorte que dans son mouvement elle est obligée d'entraîner avec elle ce cercle, qui par sa masse modère la facilité qu'elle auroit à vaciller. On donne quelquefois à l'aiguille la figure d'un losange évidé tel qu'on le voit (*fig. 20*). Mais cette forme peut la rendre infidelle, en ce que si par quelque cause que ce soit, comme la rouille, ou tout autre chose, la vertu magnétique venoit à n'avoir pas la même action sur les deux côtés AD & DB que sur les deux côtés AE , EB , la ligne AB ne seroit pas la vraie direction suivant laquelle s'exerceroit l'effort total de la vertu magnétique. La *fig. 21* est plus convenable.

53. C'est sur le cercle dont nous venons de parler qu'est tracée la *Rose des vents*. On appelle ainsi un cercle (*fig. 22*) divisé en 32 parties égales, par des rayons qu'on nomme *Rhumbs* ou *Airs de vent*. On appelle aussi *Rhumbs*, ou *Airs de vent*, les quantités angulaires comprises entre ces rayons. Le nord est indiqué par une fleur-de-lis; & le diamètre qui passe par ce point, est supposé représenter la méridienne qu'on appelle aussi la *ligne nord & sud* de la

bouffole. A 90° de part & d'autre des extrémités de cette ligne font les points d'est & d'ouest. Le diamètre qui joint ces deux-ci, s'appelle la *ligne est & ouest*.

Ces quatre points, nord, sud, est & ouest, partagent donc l'horizon en quatre parties égales; on les nomme les *Points* ou les *Vents Cardinaux*, parce qu'ils communiquent leurs noms à tous les autres vents.

On subdivise chaque quart de l'horizon, en deux parties égales: & le rayon ou l'air de vent qui part de chacune de ces nouvelles divisions, prend un nom composé de ceux des deux points cardinaux, entre lesquels il se trouve, & dans lequel on nomme le premier celui qui appartient à la ligne nord & sud. Ainsi pour nommer le milieu entre le sud & l'est, on dira *sud-est*, & non pas est-sud. On appellera de même *nord-ouest*, celui qui tient le milieu entre le nord & l'ouest.

On partage chacun de ces airs de vent, en deux parties égales, & l'on donne à chacun un nom composé des deux entre lesquels il se trouve, en nommant toujours le premier celui des quatre points cardinaux dont il est le plus voisin. Ainsi celui qui tient le milieu entre l'est & le nord-est, s'appellera *est-nord-est*. Celui qui tient le milieu entre le nord & le nord-ouest, s'appellera *nord-nord-ouest*.

Enfin, pour avoir les 32 airs de vent, on subdivise ces derniers, chacun en deux autres: & pour former le nom de chacun, on emprunte ceux des deux des huit premiers airs de vent, entre lesquels il tombe, en mettant toujours le

le premier celui dont il est le plus voisin ; mais on sépare ces deux noms par le mot *quart*. Par exemple , pour énoncer l'air de vent qui tient le milieu entre le nord & le nord-nord-est , on dira *nord-quart de nord-est* , parce qu'il est près du nord , mais avancé vers le nord-est , du quart du nord au nord-est : & l'on écrira $N \frac{1}{4} N-E$. Pour énoncer celui qui tient le milieu entre le nord-est , & le nord-nord-est , on diroit *nord-est quart de nord* , & l'on écriroit $N-E \frac{1}{4} N$.

54. L'aiguille est portée sur un pivot , comme dans les autres bouffoles ; mais la boîte qui porte ce pivot est renfermée dans une autre boîte , dans laquelle elle est mobile dans deux sens différens. *CDEF* (*fig. 23*) représente la boîte qui porte l'aiguille. Cette boîte au moyen de deux boulons *A* & *B* qui entrent dans le balancier *ARBS* peut tourner autour de la droite *AB* ; & le balancier lui-même peut tourner autour de la droite *RS* perpendiculaire à *AB* , au moyen des deux boulons *B* & *S* qui entrent dans une boîte carrée extérieure : enforte que la boîte intérieure peut se balancer en même temps , autour de *AB* & autour de *BS*. Pour diminuer sa mobilité & lui donner plus de disposition à garder sa situation naturelle , on charge de plomb sa concavité ; & sa suspension lui procure l'avantage de revenir à sa situation naturelle , par un mouvement plus doux lorsqu'elle en a été dérangée par l'agitation du vaisseau.

55. Le pivot sur lequel porte l'aiguille , la boîte intérieure , & le balancier , sont communément de cuivre ; & en général , tant pour ces

Navigation. D

pièces que pour toutes les autres parties de la bouffole, on doit éviter d'y employer le fer ou l'acier; ils ne manqueroient pas d'altérer la position de l'aiguille; on doit même éviter d'en avoir dans le voisinage de la bouffole.

56. Lorsque la bouffole est employée à diriger le navire, on l'appelle *Compas de route*. Sa boîte extérieure qui est carrée, est placée dans une armoire ouverte, située perpendiculairement à la quille; cette armoire s'appelle *l'habitable*. La situation de la rose à l'égard de la boîte, suffit pour faire connoître la direction de la quille du navire.

57. Quand la bouffole sert à relever les objets, c'est-à-dire, à reconnoître l'air de vent auquel ils répondent, on l'appelle *Compas de variation*. Alors on la garnit de deux pinnules, *A & B* (*fig. 24*) par lesquelles on vise aux objets. Pendant qu'un observateur aligne les deux pinnules avec l'objet, un autre examine quelle est la situation de la ligne nord & sud de la rose, à l'égard d'un fil *MN*, tendu d'un bord à l'autre de la boîte, perpendiculairement à la ligne *AB* imaginée par les fentes des deux pinnules. L'angle que font ces deux lignes est précisément égal à celui dont l'objet est écarté à l'égard de la ligne est & ouest de la bouffole. C'est ce qu'il est facile de voir, en jettant les yeux sur la *figure 25*, où il est évident que si *SN* représente la ligne nord & sud du compas, *OE* perpendiculaire à *SN* représentera la ligne est & ouest; & puisque le fil représenté par *PM*, est perpendiculaire au rayon visuel *RC*, les angles *OCN*, *RCM* seront égaux; & retran-

chant respectivement les angles égaux OCP , ECM ; les angles restans PCN & RCE seront égaux. Mais il faut observer que ces angles sont supposés dans un plan horizontal; enforte que quand il s'agit d'un objet élevé sur l'horizon, comme du Soleil, par exemple, l'angle RCE que l'on mesure avec le compas, n'est pas l'angle compris entre le rayon visuel qui va au Soleil, & la ligne est & ouest du compas: c'est l'angle compris entre cette dernière ligne, & celle qui iroit du centre C de la rose des vents, au point où tomberoit la perpendiculaire abaissée de l'objet ou de l'astre, sur l'horizon.

58. Le compas de route sert à déterminer la position de la quille du vaisseau, à l'égard de la vraie ligne nord & sud, & à la maintenir ou à la ramener à cette position lorsqu'elle s'en écarte. Mais il ne fait pas connoître la direction de la route du vaisseau, qui le plus souvent, est différente de la direction de la quille. C'est le compas de variation qu'on emploie pour connoître l'angle que la route fait avec la quille, angle que l'on appelle la *dérive*: voici comment on la détermine.

Le vaisseau faisant route, laisse assez au loin en arrière de lui, une trace qu'on appelle la *houache*, qui étant l'effet de sa marche est sur la ligne même qu'il suit, du moins en supposant que la mer n'ait aucun mouvement propre. Il n'y a donc qu'à relever cette trace avec le compas de variation; on saura par-là quel angle elle fait avec la ligne est & ouest du compas; & comme on fait quel angle la quille fait avec

cette dernière , on connoitra facilement l'angle de la dérive.

Principes fondamentaux de la réduction des routes.

59. Dans tout ce qui va être dit sur la réduction des routes , nous ferons abstraction des erreurs que l'on est exposé à commettre , tant sur le fillage que sur le rhumb de vent. Nous regarderons l'un & l'autre comme exactement connus ; nous verrons dans la seconde section comment on détermine la variation de l'aiguille ; mais nous supposons ici qu'on y a eu égard ainsi qu'à la dérive.

Lorsqu'un vaisseau fait route , il suit toujours la même direction ou le même air de vent , tant que la direction & la force du vent restent les mêmes , & que les voiles restent en même quantité & orientées de la même manière ; ou si par intervalles il s'écarte , par les coups de lame , on le ramène par le moyen du gouvernail dont le timonier fait usage à mesure que les changemens indiqués par le compas de route , en font voir la nécessité.

Quand nous disons que le vaisseau suit toujours la même direction , nous n'entendons pas que pour se rendre d'un point à un autre , on prenne toujours le rhumb de vent direct , & qu'on y aille par ce seul rhumb ; au contraire , cela n'arrive presque jamais : on est souvent obligé de prendre un rhumb fort différent , pour pouvoir *décaper* , c'est-à-dire , s'éloigner des caps , ou des écueils voisins du rhumb de vent direct , & sur lesquels

on s'exposeroit à être jeté si l'on suivoit celui-ci. D'autres fois on cherche à gagner des parages où soufflent les vents qui peuvent favoriser le reste de la navigation. En un mot il y a plusieurs motifs qui peuvent déterminer à préférer une route quelconque, à la route directe, & qui peuvent faire changer plusieurs fois dans le cours d'une traversée. Mais quoiqu'on coure par intervalles sur différens airs de vent, on reste néanmoins sur chacun pendant un certain espace de temps. Ainsi puisque la route est la somme de plusieurs routes plus ou moins longues, décrites chacune sur un certain air de vent, nous pouvons considérer chacune de ces routes partielles, comme si elle étoit la route totale; il ne s'agira que de répéter, pour chacune, des opérations analogues à celles que l'on aura faites pour l'une d'entre elles.

60. Observons d'abord que puisque la surface de la terre est courbe, & qu'à mesure qu'on change de place, on change nécessairement d'horizon, les rhumbs de vent ne sont pas des lignes droites; mais des lignes courbes. Cela est évident puisqu'ils sont tracés sur une surface courbe. Mais ils le sont encore par une autre raison; parce que chacun doit faire constamment un même angle avec le méridien de chaque lieu. En effet, soient A & B (*fig. 26*) deux points infiniment voisins, placés sur deux méridiens différens. Soient AB & BR les lignes qui pour chaque point marquent le nord-ouest ou tout autre rhumb de vent: les angles BAP & RBP sont donc égaux; mais comme les arcs

BP & AP ne font point parallèles, & qu'au contraire l'arc BP se rapproche de l'arc AP , il est clair que l'angle PBQ qu'il forme avec AB prolongé, fera plus grand que l'angle PAQ , & par conséquent plus grand que PBR ; donc puisque BR marque le même rhumb de vent que AB , les parties AB & BR d'un même rhumb de vent ne font point ni en ligne droite ni dans un même plan.

61. Chaque rhumb de vent AB (fig 27) forme donc sur la surface du globe, une ligne courbe : cette ligne s'appelle une *Loxodromie*. Un vaisseau qui suivroit constamment le même rhumb de vent, s'approcheroit sans cesse du pôle, en tournant autour; mais sans pouvoir jamais y arriver, excepté le cas où il suivroit la ligne nord & sud. Examinons maintenant la propriété de cette courbe, qui sert de fondement à toutes les réductions des routes.

Concevons que AB soit une partie quelconque d'un rhumb de vent; PBN , PAM les deux méridiens extrêmes; NM l'équateur; PCK , PEL deux méridiens qui coupent le rhumb de vent AB en deux points infiniment voisins C & E . Si l'on conçoit que du pôle P on ait décrit les arcs BS & CD parallèles à l'équateur; il est clair que si AB est le rhumb de vent ou la route qu'a suivie un vaisseau, AS fera le chemin fait suivant la ligne nord & sud, depuis le point de départ A jusqu'au point d'arrivée B , & que l'arc MN de l'équateur, marquera le changement ou la différence en longitude.

Donc, par la même raison, si EC marque

l'espace parcouru, pendant un instant, sur le rhumb de vent AB , DE marquera le chemin fait suivant la ligne nord & sud, pendant ce même instant, & KL fera le changement en longitude. Or comme le triangle CDE rectangle en D est infiniment petit, on peut le regarder comme rectiligne. Et si l'on conçoit la route AB partagée en une infinité de parties égales telles que CE , & que pour chacune on conçoit un petit triangle tel que CDE , il est clair que tous ces triangles seront tous égaux entre eux, parce qu'outre l'angle droit & l'hypothénuse, qui sont les mêmes dans chacun, ils auront d'ailleurs chacun l'angle CED du rhumb de vent, le même. On pourra donc en conclure que la somme de toutes les hypothénuses CE , ou la longueur AB de la route, est à la somme de tous les côtés DE , ou au chemin total fait suivant la ligne nord & sud, comme une des hypothénuses CE , est au côté correspondant DE . Or puisque le triangle CDE est rectiligne, il s'ensuit qu'il sera semblable à tout autre triangle rectiligne qui auroit les mêmes angles; donc si (*fig. 28*) on construit un triangle rectiligne rectangle GIH dont l'angle G soit égal à l'angle du rhumb de vent, ce triangle sera semblable au triangle CDE (*fig. 27*), & l'on aura par conséquent $GH : GI ::$ (*fig. 28*) $CE : DE :: AB : AS$, ainsi qu'on vient de le voir; donc si l'on fait GH égal à la longueur AB de la route, GI sera le chemin fait suivant la ligne nord & sud.

On peut donc, quoique la route soit une ligne courbe, déterminer le chemin fait suivant la

ligne nord & sud, en construisant un triangle rectiligne rectangle dont l'hypothénuse soit égale à la longueur de la route, & dont un des angles soit égal au rhumb de vent; le côté adjacent à cet angle sera le chemin fait suivant la ligne nord & sud. C'est un des principes fondamentaux de la réduction des routes.

62. Voyons maintenant comment on détermine le chemin fait suivant la ligne est & ouest.

Il est clair que ce chemin est représenté par *CD* lorsque *CE* représente celui que fait réellement le vaisseau. Or si l'on imagine, comme ci-dessus, tous les triangles *CED* correspondans aux différentes parties *CE* de la route, on verra de même, que la somme de toutes les hypothénuses *CE*, ou la route entière *AB*, est à la somme de tous les côtés *CD* ou au chemin total fait suivant la ligne est & ouest, comme *CE* est à *CD*, ou à cause des triangles semblables *CED : HGI* (fig. 27 & 28) :: *GH : HI*; donc si l'on fait un triangle rectiligne rectangle dont l'hypothénuse soit égal à la longueur de la route & dont un angle soit égal au rhumb de vent; le côté opposé à cet angle sera le chemin fait suivant la ligne est & ouest.

On peut donc représenter par les parties d'un seul triangle rectiligne rectangle, la longueur de la route, le chemin fait suivant la ligne nord & sud, le chemin fait suivant la ligne est & ouest, & le rhumb de vent.

63. Ces deux propositions sont vraies, quelle que soit la longueur de la route. Quoique la route, le chemin fait suivant la ligne nord &

sud, & le chemin fait suivant la ligne est & ouest, soient tous des lignes courbes, il n'en est pas moins rigoureusement exact de les représenter par l'hypothénuse & les côtés d'un triangle rectiligne tel qu'on vient de le dire. Mais on se tromperoit, si ayant vu que le côté GI (*fig. 28*) est égal à AS (*fig. 27*), on en concluoit que HI est égal à BS . En effet HI est la somme de tous les petits arcs CD , laquelle est plus grande que BS , puisque CD est plus grand que OQ . Et si du pôle P on imagine l'arc AR , on verra de même, que HI , ou la somme des petits arcs CD , est plus petite que AR .

64. Lorsqu'une fois on a déterminé le chemin fait suivant la ligne nord & sud, il est facile d'en conclure la différence en latitude; car ce chemin faisant partie d'un grand cercle, on doit pour chaque vingtaine de lieues, compter un degré. Il ne s'agira donc (39) que de prendre le vingtième, pour avoir les degrés, & de tripler le reste, pour avoir les minutes.

65. Quant à la différence en longitude, elle ne peut pas se conclure aussi immédiatement, de la valeur du chemin fait suivant la ligne est & ouest. En effet, ce dernier chemin a pour valeur HI (*fig. 28*) qui est la somme de toutes les petites parties CD (*fig. 27*), somme qui, comme nous venons de le voir, est plus grande que BS & plus petite que AR .

Si l'on savoit à quelle latitude MT se trouve l'arc TV , qui étant terminé par les deux méridiens PM , PN , seroit précisément égal à la somme de tous les petits arcs CD ou à HI ,

il feroit facile d'en conclure la longueur de l'arc MN qui mesure la différence de longitude, parce que nous savons (*Géom.* 329) que la longueur de l'arc TV , est à celle de MN , comme le cosinus de l'arc MT est au rayon. Ayant donc trouvé par cette proportion, la valeur de l'arc MN , en lieues, on la réduiroit en degrés & minutes comme il vient d'être dit pour la latitude. Mais on ne peut déterminer ce point, d'une manière généralement exacte, que par la même méthode qui donneroit immédiatement la différence en longitude sans exiger d'ailleurs cette dernière proportion. Voyons donc comment on peut déterminer directement & exactement la différence en longitude.

66. Puisque (*Géom.* 329) on a $CD : LK :: \cos. RD : R$, ou $:: L : \sec. LD$; que d'ailleurs le triangle rectangle CED (*Géométrie*, 296) donne $ED : CD :: R : \tan. CED$, on aura en multipliant ces deux proportions, $ED : LK :: R^2 : \sec. LD \times \tan. CED$; donc $LK = \dots$

$$\frac{ED \times \sec. LD \times \tan. CED}{R^2} = \frac{ED \times \sec. LD}{R} \times \frac{\tan. CED}{R}$$

Mais selon ce que nous avons vu (36) $\frac{ED \times \sec. LD}{R}$ exprime la grandeur qu'on doit donner aux parties ED du méridien, pour avoir les latitudes croissantes; donc en raisonnant de même pour tous les arcs CD correspondans aux différentes parties de AB , on conclura que la somme de tous les arcs LK , ou l'arc MN , est égal à la somme de toutes les parties méridionales de la différence AS en latitude, multipliée par

le rapport de la tangente du rhumb de vent, au rayon ; c'est-à-dire, est égal à la différence des latitudes croissantes du point d'arrivée & du point de départ, multipliée par le rapport de la tangente du rhumb de vent, au rayon ; ce qui donne cette règle fort simple, pour déterminer la différence en longitude. Faites cette proportion..... *Le rayon, est à la tangente du rhumb de vent, comme la différence des latitudes croissantes de l'arrivée & du départ, est à la différence en longitude.* Sur quoi il faut observer que si les deux latitudes étoient de dénomination contraire, c'est-à-dire, l'une australe & l'autre boréale, au lieu de la différence des latitudes croissantes, on prendroit leur somme.

67. On peut exécuter cette même règle, par une opération graphique fort simple aussi. En construisant un triangle rectangle *GKL* (*fig. 28*) dont l'angle *G* soit égal au rhumb de vent, & le côté *GK* égal à la différence des latitudes croissantes ; alors *KL* sera la différence de longitude, puisque (*Géom. 296*) $GK : KL :: R : \text{tang. } KGL$.

68. Le triangle *GKL* qui détermine la différence en longitude, est donc semblable à celui *GIH* qui (62) détermine le chemin fait suivant la ligne est & ouest.

Quant à la différence des latitudes croissantes, elle est toujours facile à avoir, soit par la règle donnée (37), soit par une table calculée (& nous en donnerons une à la fin de ce volume), soit par les cartes réduites, soit enfin par les règles ou échelles graduées qui sont

en usage dans la navigation, & dont nous parlerons plus bas.

69. Lorsque la route a peu d'étendue en longueur, comme lorsqu'elle n'excede pas 200 lieues, & qu'on ne passe pas au-delà du 60° degré de latitude, on peut sans erreur sensible (*) supposer que l'arc *TV* (fig. 27) du parallèle qui passe à distances égales des deux parallèles extrêmes *AR* & *BS*, est précisément égal au chemin *HI* (fig. 28) couru suivant la ligne est & ouest, & l'on appelle cet arc, le *Moyen Parallèle*. Lors donc qu'on a déterminé le chemin *GI* (fig. 28) fait en latitude, & qu'on la réduit en degrés, il ne s'agit plus que d'en ajouter la moitié à la plus petite latitude *AM* (fig. 27), & de faire cette proportion, le cosinus de la latitude *MT* du moyen parallèle, est au rayon, comme le chemin ou le nombre de lieues *TV* ou *HI* fait suivant la ligne est & ouest, est au nombre de lieues de l'arc *MN* que l'on réduit ensuite en degrés pour avoir la différence en longitude.

(*) La plus grande erreur qu'on puisse commettre sur la longitude, en prenant le moyen parallèle, est, en minutes, $\frac{1}{2}$ du cube du nombre des centaines de lieues de la route, vers le parallèle de 45°; elle est la moitié de ce cube vers le parallèle de 60°; mais elle seroit de 482 fois ce cube, vers le parallèle de 75°; nous le démontrerons vers la fin de ce volume. Donc si la route est de 200 lieues ou de deux centaines de lieues, la plus grande erreur sera un peu plus d'une minute vers le parallèle de 45°; elle sera de 4' vers le parallèle de 60°; & de 392' ou 6° 32' vers le parallèle de 75°. Mais comme ces différences augmentent en raison du cube de la longueur de la route, il est clair qu'on ne doit guère se permettre l'usage du moyen parallèle, au-delà des limites que nous prescrivons ici.

Ou bien on forme un triangle rectangle ABC (fig. 29) dont l'angle BAC soit égal à la latitude du moyen parallèle, & dont le côté AB de l'angle droit adjacent à l'angle BAC soit égal au nombre de lieues de TV (fig. 27) ou de HI (fig. 28); alors le côté AC est la valeur de l'arc MN , puisque (Geom. 295) $AB:AC::\sin. BCA$ ou $\cos. CAB:R$.

70. Les lieues qu'on a courues suivant la ligne est & ouest s'appellent *Lieues mineures*, quand elles sont courues sur un parallèle; & *Lieues majeures*, sur l'équateur. On leur a donné ce nom, parce qu'il faut un moindre nombre de lieues sur un parallèle, pour faire un certain nombre de degrés, qu'il n'en faut sur l'équateur; mais ces lieues ne diffèrent pas les unes des autres pour la grandeur.

71. Quelques auteurs ont proposé de prendre pour moyen parallèle, non pas celui qui répond au milieu de la différence en latitude, mais celui dont la latitude croissante tiendrait le milieu entre les latitudes croissantes de l'arrivée & du départ. Cette méthode n'est, ainsi que la précédente, qu'une méthode d'approximation, renfermée à peu près dans les mêmes limites. Mais comme la réduction par le moyen parallèle, n'est certainement pas plus facile, même pour les personnes les moins instruites, que ne l'est la réduction par les latitudes croissantes, il est clair, puisqu'elle n'est d'ailleurs qu'une approximation, qu'on ne doit l'employer que dans le cas (bien rare assurément) où l'on n'auroit ni tables ni échelles de latitudes croissantes, ni cartes réduites. Or, dans ce cas, la

seconde méthode du moyen parallèle seroit impraticable. La méthode des latitudes croissantes donne la différence des longitudes par un procédé fort simple & généralement exact; celle du moyen parallèle exige au moins une opération de plus, & n'est d'une exactitude suffisante que jusqu'à un terme assez borné. Voyons maintenant comment on réduit ces règles en pratique.

De la manière de résoudre les problèmes de Navigation, par le moyen des Cartes réduites.

72. La résolution de ces différentes questions se réduit donc, ainsi qu'on vient de le voir, à former sur la carte, le triangle *GIH* & le triangle *GKL* (*fig. 28*) dont nous avons parlé (*61 & suiv.*) Les roses des vents que l'on marque en divers endroits des cartes marines facilitent les moyens de tracer ces triangles, ou ce qui revient au même, de déterminer la position & la grandeur de leurs côtés, sans les tracer réellement sur la carte, ce que l'on évite, en effet, pour en prolonger le service. Faire ces opérations est ce qu'on appelle *pointer* la carte.

En exposant comment on doit se conduire pour les cartes réduites, (que l'on doit toujours préférer à toutes les autres,) nous ferons remarquer à quoi se réduiroit l'opération sur les cartes plates.

73. 1°. Connoissant le point de départ (c'est-à-dire, sa longitude & sa latitude), le rhumb de vent qu'on a suivi, & le chemin qu'on a fait, ou les lieues de distance, il s'agit de déterminer le

lieu de l'arrivée, sa longitude & sa latitude.

Par exemple, on est parti de l'Isle Saint-Michel, marquée *G* (Planche IV) sur la carte, & qui est située à 29° de longitude occidentale, comptée du méridien de Paris, & $38^{\circ} 15'$ de latitude nord. On a couru 154 lieues au *S-E* $8^{\circ} 10' E$.

Comme le rhumb de vent qu'on a suivi n'est pas marqué sur la carte, & qu'il tombe entre le *S-E* & le *S-E* $\frac{1}{4} E$, & à $3^{\circ} 5'$ de celui-ci, on estimera ces $3^{\circ} 5'$; en prenant depuis le *S-E* $\frac{1}{4} E$ une ouverture qui soit contenue 3 fois & $\frac{2}{3}$ dans un rhumb entier. Soit *AB* la ligne qui marque alors le *S-E* $8^{\circ} 10' E$. Avec un compas on prendra la plus courte distance du point de départ *G* au rhumb de vent *AB*, & faisant glisser l'une des pointes le long de *AB* en tenant toujours les deux pointes dans une direction qui lui soit perpendiculaire, l'autre pointe tracera la route *GH* que l'on terminera en *H* en prenant avec un autre compas, un intervalle *GH* de 154 lieues ou de $7^{\circ} 42'$ pris sur l'échelle des longitudes qui est au bas de la carte. Le point *H* ne fera pas le point d'arrivée, quoique l'intervalle *GH* soit du nombre de lieues qu'on a courues; parce que, de même que les degrés de latitude sont augmentés sur les cartes réduites, de même les distances réciproques des lieux y sont aussi augmentées; mais ce point *H* servira à déterminer, de la manière suivante, le vrai point d'arrivée.

Par le même moyen qu'on a employé pour mener *GH* parallèle à *AB*, on mènera par les points *G* & *H*, les lignes *GI* & *HI* parallèles à

la ligne nord & sud & à la ligne est & ouest; *GI* (61) fera le changement en latitude; portant donc *GI* sur l'échelle des degrés de longitude, on connoitra le nombre de degrés & minutes de la différence en latitude. On comptera cette différence de latitude sur le méridien depuis la latitude du départ, en allant vers l'équateur, parce que dans cet exemple la route tend à diminuer la latitude; puis par le point où elle se terminera, on mènera une parallèle à la ligne est & ouest, qui rencontrera *GH* prolongée en *L*; alors le point *L* fera le vrai point d'arrivée, & dont il fera facile de connoître la longitude en observant à quel point il répond sur l'échelle des longitudes. On trouvera donc qu'on est arrivé par $32^{\circ} 32'$ de latitude nord, & par $19^{\circ} 52'$ de longitude occidentale; c'est-à-dire, qu'on est à Madère.

La raison de cette pratique est évidente après ce qui a été dit (61 & suiv.), & en observant que *GK* est la différence des latitudes croissantes d'arrivée & de départ.

Si après avoir couru les 154 lieues dont il vient d'être question, on change de route; par exemple, si l'on court 53 lieues au $S-E \frac{1}{4} S 4^{\circ} S$: on prendra pour point de départ, non pas le point *H*, mais le point *L*; & ayant déterminé, comme dans l'exemple précédent, la ligne *LC* parallèle au $S-E \frac{1}{4} S 4^{\circ} S$, on prendra sur cette ligne la partie *LF* de 53 lieues, ou $2^{\circ} 39'$ pris sur l'échelle des longitudes; puis menant par les points *L* & *F* les lignes *LE*, *FE* parallèles à la ligne est & ouest, & à la ligne nord & sud, *FE*, portée sur l'échelle des longitudes,

longitudes, fera connoître la différence de latitude, que l'on comptera ensuite sur le méridien, depuis la latitude du départ, en allant vers l'équateur, parce que la route tend ici à diminuer la latitude. On aura donc la latitude d'arrivée. Par ce point on mènera une parallèle à la ligne est & ouest, laquelle coupera *LF* prolongée en un point *C* qui fera celui de l'arrivée. On trouvera dans cet exemple, qu'on est arrivé par $30^{\circ} 10'$ de latitude nord, & $18^{\circ} 35'$ de longitude occidentale, c'est-à-dire, qu'on est arrivé près l'Isle Sauvage.

74. Si le rhumb de vent qu'on a suivi étoit précisément sur la ligne est & ouest, ou s'il en étoit extrêmement voisin; alors pour trouver la différence en longitude, on compteroit depuis le centre de la rose des vents, sur la ligne est & ouest, le nombre de lieues qu'on a courues, ou plutôt le nombre de degrés qui lui correspond, sur l'échelle des longitudes; par le point *M* où se termine ce nombre, on mèneroit une parallèle à la ligne nord & sud, & observant en quel point elle coupe celui des rhumbs de vent, qui fait avec la ligne est & ouest, un angle égal à la latitude du départ, on prendroit la distance *AN* de ce point au centre *A*, & la portant sur l'échelle des longitudes, on auroit la différence de longitude. Par exemple on est parti de Porto-Santo, qui est par $18^{\circ} 40'$ de longitude occidentale comptée de Paris, & par $33^{\circ} 35'$ de latitude nord; on a couru à l'est, & on a fait 135 lieues. On prendra *AM*, de $6^{\circ} 45'$ valeur des 135 lieues sur l'échelle des longitudes; & comme la latitude

vaut à très-peu près 3 rhumbs de vent, on examinera à quel point N , MN parallèle à la ligne nord & sud, coupe le troisieme rhumb de vent AN ; la distance AN étant portée sur l'échelle des longitudes fera connoître que la différence de longitude est de $8^{\circ} 15'$; on est donc arrivé près du Cap Blanc.

La raison de cette pratique est évidente, en se rappelant que le nombre des lieues courues sur un parallèle, est au nombre de lieues qui leur correspondent sur l'équateur, comme le cofinus de la latitude est au rayon. Or dans le triangle rectangle NAM , $AN : AM :: R : \sin. AMN$ ou $\cos. NAM$; or ce dernier angle a été fait égal à la latitude.

75. Sur les cartes plates, on porte de G en H le nombre de lieues qu'on a courues; le point H est le point d'arrivée dont on connoitra la longitude & la latitude, en observant sur l'échelle de longitude & sur le méridien, à quels points répond le point H .

76. Si dans le cours des opérations, il arrivoit que quelqu'une des routes dût sortir de la carte, alors on partageroit celle-ci en deux parties qui auroient le même rhumb de vent, & ayant déterminé le point d'arrivée qui convient à la partie qui peut se trouver sur la carte dont on s'est servi jusques-là, on le prendroit pour point de départ sur la seconde carte. Bien entendu que pour chaque carte on doit employer l'échelle qui lui est propre.

77. 2^o. Connoissant le point de départ, le rhumb de vent, & la latitude de l'arrivée, on demande les lieues de distance, & le lieu de l'arrivée.

Soit G le point de départ ; AB le rhumb de vent qu'on a suivi. On mènera , comme il a été dit dans l'article précédent , GH parallèle à AB , & GI parallèle à la ligne nord & sud. Sur cette dernière on portera de G vers I , si la route tend à diminuer la latitude , (ou à l'opposite dans le cas contraire) la différence en latitude , prise sur l'échelle des longitudes ; puis menant par le point I , la ligne IH parallèle à la ligne est & ouest , si l'on porte GH sur l'échelle des longitudes , & qu'on réduise en lieues le nombre de degrés que GH occupera , on aura la longueur de la route.

Pour avoir le point d'arrivée ; par la latitude d'arrivée comptée sur le méridien , on mènera une parallèle à la ligne nord & sud , laquelle rencontrera la route GH en un point L qui sera celui d'arrivée , dont on aura par conséquent la longitude , en observant à quel point de l'échelle des longitudes il répond.

78. Si la latitude d'arrivée étoit égale à celle du départ ; c'est-à-dire , si l'on avoit suivi la ligne est & ouest ; alors l'énoncé de la question ne seroit pas suffisant pour trouver le point d'arrivée & la longueur de la route.

79. Sur les cartes plates , on fait GI parallèle à la ligne nord & sud , & égale au nombre de lieues qui correspond à la différence des latitudes (ou à leur somme quand elles sont de dénominations différentes) ; le point H déterminé en menant IH parallèle à la ligne est & ouest , est le point d'arrivée.

80. 3°. Connoissant le point de départ , la longueur de la route & la latitude d'arrivée ; on

demande le rhumb de vent , & le lieu de l'arrivée.

Par le point *G* du départ on mènera *GI* parallèle à la ligne nord & sud , & égale au nombre de degrés & minutes de la différence des latitudes (ou de la somme quand les latitudes font de dénominations différentes) , prises sur l'échelle des longitudes. Ayant mené par le point *I* , une parallèle à la ligne est & ouest , on la coupera en un point *H* par un arc décrit du point *G* comme centre & d'un rayon *GH* égal au nombre des lieues de la route réduit en degrés & minutes , & compté sur l'échelle des longitudes. Si par le centre *A* de la rose , on mène *AB* parallèle à *GA* , *AB* fera le rhumb de vent.

Pour avoir le point d'arrivée , par l'extrémité de la latitude d'arrivée prise sur le méridien , on mènera une parallèle à la ligne est & ouest , laquelle coupera *GH* prolongée , en un point *L* qui fera celui d'arrivée , dont il sera facile de connoître la longitude.

81. Si la latitude d'arrivée étoit égale à celle du départ ; alors pour avoir la longitude d'arrivée , on feroit , comme il a été dit (74) pour ce même cas.

82. *Sur les cartes plates* , *H* est le point d'arrivée , & *GI* ainsi que *GH* se comptent en lieues.

83. 4^o. *Connoissant le point de départ & celui d'arrivée* , on demande le rhumb qui conduit de l'un à l'autre , & le nombre de lieues qu'il y a à faire pour s'y rendre.

Soient *G* & *L* , les lieues de départ & d'arrivée. Par le centre *A* de la rose des vents , on

mènera AB parallèle à GL ; ce fera le rhumb de vent qu'on doit suivre.

Par le point , qui sur le méridien marque la latitude d'arrivée , & par celui , qui sur l'échelle des longitudes marque la longitude du départ , on mènera les lignes LK , GK parallèles à la ligne est & ouest , & à la ligne nord & sud. De G vers K on prendra GI égale au nombre de degrés de la différence en latitude comptée sur l'échelle des longitudes ; puis tirant par le point I , la ligne IH parallèle à la ligne est & ouest , la distance GH portée sur l'échelle des longitudes donnera un certain nombre de degrés & minutes , qui étant réduit en lieues exprimera la longueur de la route.

84. Si les latitudes du départ & de l'arrivée étoient égales , le rhumb de vent feroit la ligne est & ouest ; & pour avoir les lieues de distance , on feroit l'inverse de ce qui a été dit (74) pour ce cas ; c'est-à-dire , qu'ayant compté la latitude , en rhumbs de vent , depuis la ligne est & ouest , on prendroit sur le rhumb AN qui la termine , la quantité AN égale à la différence de longitude prise sur l'échelle des longitudes ; alors menant NM parallèle à la ligne nord & sud , on porteroit AM sur l'échelle des longitudes , & réduisant en lieues le nombre de degrés qu'on trouveroit , on auroit les lieues de distance.

85. Sur les cartes plates ; GL mesuré en lieues donneroit les lieues de distance ; & AB parallèle à GL feroit le rhumb de vent.

86. 5°. Connoissant le point de départ , le rhumb de vent , & la longitude d'arrivée , on de-

mande le lieu de l'arrivée, & les lieues de distance.

La solution de cette question peut être utile pour trouver la latitude d'arrivée, lorsqu'à l'aide d'une bonne montre marine, on est assuré de la longitude.

Par le point *G* du départ on mènera *GL* parallèle au rhumb de vent, que je suppose être *AB*. Par le point, qui, sur l'échelle des longitudes, marque la longitude d'arrivée, on mènera une parallèle à la ligne nord & sud; cette parallèle rencontrera *GL* en un point *L* qui sera le point d'arrivée; on en aura la latitude en observant à quelle division du méridien il répond.

Pour avoir les lieues de distance, on prendra sur *GK* parallèle à la ligne nord & sud, la partie *GI* égale à la différence des latitudes, connue par l'opération précédente, & mesurée sur l'échelle des longitudes; puis menant *IH* parallèle à la ligne est & ouest; si l'on porte *GH* sur l'échelle des longitudes, & qu'on réduise en lieues le nombre de degrés & minutes que l'on trouvera, on aura les lieues de distance.

87. Si l'on avoit suivi la ligne est & ouest, on auroit les lieues de distance comme il a été dit (84) pour ce cas.

88. *Sur les cartes plates.* Cette question peut aussi avoir sa solution sur les cartes plates; mais cette solution ainsi que celles des questions précédentes, ne peuvent être réputées suffisamment exactes, que pour de petites distances; ainsi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Sur la manière dont on détermine le point de départ ou de Partance , ainsi que le lieu où l'on se trouve à la vue de deux terres.

89. Le lieu de départ ne se prend pas toujours au lieu d'où l'on est parti d'abord. On ne le compte , le plus souvent , que de celui où l'on est prêt à perdre la terre de vue. Alors si l'on peut appercevoir sur la terre deux points qui soient marqués sur la carte , on les relevera avec la bouffole. Puis sur la carte , on mènera par chacun de ces deux points une ligne parallèle au rhumb de vent sur lequel ce point a été apperçu. La rencontre de ces deux lignes déterminera le point de partance , ou en général le point duquel les deux autres ont été relevés (*).

Quand on ne peut observer qu'un seul point , comme il arrive lorsqu'on quitte une petite isle , & qu'elle est seule ; on estime la distance à laquelle on en est , & on la marque , depuis cette isle , sur le rhumb de vent sur lequel elle a paru.

(*) Cette pratique suppose tacitement que le rhumb de vent auquel un objet paroît , étant vu d'un certain point , est le même que celui qu'il faudroit suivre pour se rendre de l'un à l'autre , ce qui n'est pas rigoureusement vrai ; mais la distance à laquelle les objets qu'on veut relever , peuvent être vus , n'est jamais assez grande , pour que cette supposition puisse occasionner une erreur qui mérite attention.

Du quartier de réduction, & de son usage pour la résolution des Problèmes de Navigation.

90. Le quartier de réduction (*Planche VI*) est un quarré de carton, partagé en plusieurs petits quarrés par des lignes parallèles à deux de ses côtés contigus, dont l'un est supposé représenter la ligne est & ouest, & l'autre la ligne nord & sud.

Un des angles de ce quarré est le centre de plusieurs circonférences concentriques, qui passent toutes par les divisions des deux côtés contigus. L'une de ces circonférences, est divisée en degrés: & les transversales menées entre deux de ces circonférences, de la manière que le représente la *Planche*, donnent le moyen d'y évaluer la cinquième partie du degré. Le but de cet instrument est d'épargner la peine de tracer, ou de calculer le triangle qui (*61 & suiv.*) sert à résoudre les problèmes de navigation. Ce triangle se trouve tout formé sur cet instrument, quel que soit le rhumb de vent.

On marque aussi sur le quartier, les principaux rhumbs de vent; & les autres divisions de la circonférence donnent le moyen de reconnoître les rhumbs intermédiaires, ce qui se fait en tendant un fil sur le centre & sur la division qui convient à ce rhumb.

Dans l'usage ordinaire du quartier, on détermine les différences en longitude, par le moyen parallèle; ainsi conformément à ce que nous avons dit (*69*), on ne doit l'employer que

pour la réduction des routes qui n'excèdent pas 200 lieues , à moins qu'on ne les partage en plusieurs parties plus petites que 200 lieues , pour calculer séparément la différence de longitude qui convient à chaque partie. Mais on trouve ordinairement sur les bords du quartier une échelle des latitudes croissantes qui peut servir à en étendre l'usage à des routes assez grandes , ainsi que nous le dirons dans peu. Voyons d'abord comment on emploie le quartier de réduction , pour réduire les lieues mineures , en lieues majeures , & réciproquement.

91. *Pour réduire les lieues mineures d'un parallèle connu , en lieues majeures ;* on comptera depuis le rayon CB , de B vers A , sur la circonférence graduée , le nombre des degrés de la latitude de ce parallèle ; & ayant compté le nombre des lieues mineures sur CB , de C en D , en faisant valoir une lieue à chaque intervalle (ou deux lieues , ou trois lieues , si le quartier n'étoit pas assez grand) , on remarquera en quel point E la parallèle à CA , qui passe ou qu'on imagine passer par D , couperoit le fil tendu sur le centre C & sur le point F qui termine la latitude ; alors le nombre d'intervalles d'arcs compris depuis C jusqu'en E , comptés chacun pour autant de lieues qu'on en a fait valoir à chaque intervalle de CB , donnera le nombre de lieues majeures.

Par exemple , si l'on demande à combien de lieues majeures répondent 34 lieues courues sur le parallèle de $50^{\circ} 18'$; on comptera $50^{\circ} 18'$, de B en F , & 34 lieues , de C en D , sur

CB ; alors on trouvera que de C en E , il y a 53 intervalles, les 34 lieues mineures, sur ce parallèle, valent donc 53 lieues majeures.

La raison de cette pratique est évidente, après ce qui a été dit (69); en effet, dans le triangle rectangle CDE , on a (*Géom.* 295) $CD : CE :: \sin. CED$ ou $\cos. DCE : R$.

92. Pour réduire les lieues majeures, en lieues mineures d'un parallèle connu, on comptera, comme dans le cas précédent, la latitude de ce parallèle de B en F ; & sur le fil tendu suivant CF , on comptera par le nombre des intervalles d'arcs, le nombre CE des lieues majeures. Observant ensuite sur CB à quel point D tomberoit la parallèle ED , à CA ; le nombre des intervalles compris de C en D donnera le nombre des lieues mineures.

93. Voyons maintenant la manière de résoudre par le quartier, les questions que nous avons résolues ci-dessus par les cartes réduites.

1°. Connoissant le lieu du départ, la longueur de la route, & le rhumb de vent; trouver la latitude & la longitude d'arrivée.

Tendez le fil sur le rhumb de vent connu; & comptez depuis le centre, sur ce rhumb, les lieues que vous avez courues, en faisant valoir à chaque intervalle, une ou plusieurs lieues selon que la distance totale pourra ou ne pourra être comprise dans le quartier. Au point G où elles se terminent, plantez une épingle, & voyez combien il y a d'intervalles depuis C jusqu'au point H qui sur CA répond perpendiculairement à G ; ce sera le nombre des lieues courues suivant la ligne nord & sud, en comp-

tant chaque intervalle pour autant de lieues que vous en avez supposé à ceux qui représentent les lieues de distance.

Comptez de même, combien il y a d'intervalles depuis *C* jusqu'au point *I* qui, sur *CB* répond perpendiculairement à *G*; & vous aurez les lieues courues suivant la ligne est & ouest. Réduisez-les (91) en lieues majeures. Puis réduisez, en degrés, ces lieues majeures & les lieues courues suivant la ligne nord & sud, & vous aurez la différence en longitude & la différence en latitude.

E X E M P L E.

| | |
|-----------------------------------|----------------------------------|
| Latitude du départ. . . 48° 53' | Longitude du départ. . . 22° 12' |
| Rhumb de vent. . . N-N-O | Lieues de distance. 64 |
| <hr/> | |
| Donc, lieues N. 59' | Lieues O. 24' |
| Différence en lat. . . . 2° 58' | Lieues majeures. 38' |
| Latitude d'arrivée N. . . 51° 51' | Différence en longitude. 1° 56' |
| Moyen parallèle. . . 50° 22' | Longitude d'arrivée. . . 20° 16' |

A la latitude du départ, nous avons ajouté la différence de latitude; & de la longitude du départ nous avons ôté la différence de longitude, parce que la route ayant été faite au *NNO*, tend à augmenter la latitude & à diminuer la longitude.

94. 2°. Connoissant le point de départ, le rhumb de vent, & la latitude d'arrivée; on demande la longueur du chemin qu'on a fait, & la longitude de l'arrivée.

Tendez le fil sur le rhumb de vent connu, & ayant compté sur *CA* le nombre de lieues qui convient au changement en latitude, supposons

qu'il se termine en *H*. Plantez une épingle sur le rhumb de vent, vis-à-vis de *H*: je suppose que ce soit en *K*. Comptez le nombre d'intervalles d'arcs de *C* en *K*; ce sera le nombre des lieues qu'on a courues en droite ligne. Comptez pareillement le nombre d'intervalles, qui sur *CB*, répondent à *KH*; ce sera le nombre de lieues courues est & ouest, que vous réduirez en lieues majeures (91), puis en degrés (39), & vous aurez la différence en longitude.

E X E M P L E.

| | |
|--------------------------------|---------------------------------|
| Latitude du départ N... 1° 19' | Longitude du départ... 1° 17' |
| Latitude d'arrivée S... 1° 38' | Rhumb de vent. . S-O 3° O |
| <hr/> | |
| Donc, changeant en lat. 2° 57' | Lieues O... 71' |
| Lieues N & S... 59 | Lieues majeures... 71' |
| Lieues de distance... 89 | Différence en longitude. 3° 33' |
| Moyen parallèle... 1° 28' | Longitude d'arrivée. 357° 44' |

Pour avoir le changement en latitude, nous avons ajouté les deux latitudes; parce qu'elles sont l'une nord, l'autre sud. Et pour avoir la longitude d'arrivée, nous avons retranché la différence de longitude, de la longitude du départ, augmentée de 360°; parce que le changement en longitude s'étant fait vers l'ouest, & étant plus grand que la longitude du départ, il est clair qu'on a passé le premier méridien, en allant vers l'ouest.

95. 3°. On connoît le point de départ, le chemin qu'on a fait & la latitude d'arrivée: on demande quel rhumb on a suivi, & la longitude d'arrivée.

Comptez de *C* vers *A* le nombre de lieues

qui convient au changement en latitude ; je suppose qu'il se termine en *L*. Comptez les lieues de distance , par les intervalles d'arcs ; & voyez où l'arc qui termineroit cette distance , rencontre ou peut rencontrer la parallèle à *CB*, qui passeroit par le point *L* ; je suppose que ce soit en *M*. Arrêtez le fil sur *CM* : vous verrez sur l'arc gradué , quel est le rhumb de vent ; & le nombre des intervalles que comprendra *LM* vous donnera les lieues mineures que vous réduirez (91) en lieues majeures , puis (39) en degrés & vous aurez la différence en longitude.

E X E M P L E.

| | |
|--|---------------------------------|
| Latitude du départ N. 50° 30' | Longitude du départ... 35° 10' |
| Latitude d'arrivée N. 48° 10' | Lieues de dist. entre S & O. 85 |
| Donc , différ. en lat. 2° 20' | Lieues O. 71 |
| Lieues S. 46 $\frac{1}{2}$ | Lieues majeures. 109 |
| Rhumb de vent. S-O $\frac{1}{2}$ O 30' O | Différence en longitude. 5° 27' |
| Moyen parallèle. . 49° 20' | Longitude d'arrivée. . 29° 43' |

96. 4°. *On connoît le lieu du départ , & celui de l'arrivée ; on demande quel rhumb de vent on doit suivre pour se rendre de l'un à l'autre , & le chemin qu'il y a à faire.*

Par la différence des latitudes (ou par leur somme si elles sont de dénomination contraire) on connoitra le chemin qu'on doit faire suivant la ligne nord & sud. Il sera facile aussi d'avoir le moyen parallèle.

Par la différence des longitudes , on connoitra les lieues majeures que l'on réduira (92) en lieues mineures. Alors on comptera de *C* vers

A, les lieues nord & sud ; supposons qu'elles se terminent en *L* : on prendra , sur *LM* parallèle à *CB* , le nombre des lieues mineures ; *CM* fera le rhumb qu'on doit suivre ; & le nombre d'intervalles d'arcs compris entre *C* & *M*, fera le nombre de lieues que l'on a à courir sur ce rhumb.

E X E M P L E.

| | |
|---|--|
| Latitude du départ N. $50^{\circ} 30'$ | Longitude du départ. $35^{\circ} 10'$ |
| Latitude d'arrivée N. $48^{\circ} 10'$ | Longitude d'arrivée. $29^{\circ} 43'$ |
| Donc, différ. en latit. $2^{\circ} 20'$ | Différence de longitude. $5^{\circ} 27'$ |
| Lieues S. $46\frac{2}{3}$ | Lieues majeures. 109 |
| Moyen parallèle. . . $49^{\circ} 20'$ | Lieues O. 71 |
| Rhumb de vent. S-O $\frac{1}{2}$ O 30° O | Lieues de distance. . . . 85 |

La cinquième question , que nous avons énoncée (86) , ne peut être résolue par le quartier de réduction , si ce n'est par un tâtonnement que nous proposerons d'autant moins que toutes les solutions qu'on obtient par le quartier de réduction ne sont déjà , par elles-mêmes , que des approximations.

Usage de l'Échelle des latitudes croissantes , qui accompagne le Quartier de réduction.

97. On peut résoudre les questions précédentes avec plus d'exactitude pour des distances plus grandes , en y employant l'échelle des latitudes croissantes. Elle se construit d'après le principe exposé (37) , en donnant pour valeur à son premier degré , un des intervalles du quartier ; c'est-à-dire , qu'ayant pris un des

intervalles du quartier, pour représenter le premier degré de latitude, on aura le second degré de latitude, par cette proportion.... La somme des sécantes, de minute en minute, depuis 0° jusqu'à 1° , est à l'un des intervalles du quartier, comme la somme des sécantes, de minute en minute, depuis 0° jusqu'à 2° , est au nombre d'intervalles du quartier, que l'on doit porter sur l'échelle pour avoir l'étendue des deux premiers degrés de latitude; & ainsi des autres.

Ayant ainsi construit l'échelle des latitudes croissantes qui convient au quartier dont on veut faire usage, voici comment on l'emploie.

98. *Pour la première question (93).* On opérera comme il est dit dans cet article, jusqu'à ces mots.... *Comptez de même*: & ayant réduit le nombre des lieues de CH , en degrés de latitude, pour connoître la latitude d'arrivée, on prendra sur l'échelle des latitudes, l'intervalle depuis la latitude du départ, jusqu'à celle d'arrivée, & l'ayant porté de C vers A ; si N est le point où elle tombe, NO parallèle à CB , & terminée au rhumb de vent, exprimera par le nombre & les parties d'intervalles, le nombre des degrés & parties de degré de la différence en longitude, chaque intervalle étant compté pour un degré. Cette pratique n'est évidemment que l'exécution de la proportion énoncée (66), puisque $CN : NO :: R : \text{tang. } NCO$, (*Géom.* 296).

99. *Pour la seconde question (94).* Opérez comme il est dit dans cet article, jusqu'à ces

mots..... *Comptez pareillement ; puis achevez comme il vient d'être dit (98).*

100. *Pour la troisième question (95).* Opérez comme il est dit dans cet article, jusqu'à ces mots..... & le nombre des intervalles ; puis achevez comme il a été dit (98).

101. *Pour la quatrième question (96).* Comptez de C en H sur CA , les lieues faites en latitude. Marquez aussi, de C en N sur CA , l'intervalle pris sur l'échelle, entre la latitude du départ & celle de l'arrivée. Comptez sur NO parallèle à CB , les degrés & parties de degré de la différence en longitude, en faisant valoir un degré à chaque intervalle ; alors le fil tendu sur CO , marquera le rhumb de vent ; & CG déterminé par la parallèle HG qui passe par H , marquera les lieues de distance.

102. *Pour la cinquième question (86).* Tendez le fil sur le rhumb de vent CO ; & ayant compté sur CB , la différence CP en longitude, en prenant chaque intervalle pour un degré, observez le point O du rhumb de vent qui répond perpendiculairement au point P , & fixez-y une épingle. Prenez sur CA la distance CN au point N qui répond perpendiculairement à O ; portez-la sur l'échelle des latitudes croissantes, depuis la latitude d'arrivée, en montant ou en descendant, selon que la route tend à augmenter ou à diminuer la latitude ; vous connoîtrez la latitude d'arrivée. Réduisez le changement en latitude, en lieues, que vous compterez de C en H ; alors le point G , qui sur CO répond perpendiculairement à H déterminera, par le nombre des intervalles de CG , les lieues de distance.

Des

Des routes composées, par le Quartier de Réduction.

103. On a donné le nom de *Règle composée*, à celle que l'on fait pour réduire en une seule, plusieurs routes que l'on a courues successivement. Elle consiste à chercher, par ce qui a été dit ci-devant, le chemin fait, pour chaque route, tant suivant la ligne nord & sud, que suivant la ligne est & ouest; d'où l'on conclut le chemin total fait suivant chacune de ces deux lignes, en prenant la somme des quantités qui ont été courues dans un même sens, & la différence de celles qui ont été courues en sens opposés. Par le chemin total fait suivant la ligne nord & sud, on a la différence en latitude, qui avec la latitude du départ, fait connoître le moyen parallèle. Par le moyen parallèle & le chemin total fait suivant la ligne est & ouest, on trouve, comme il a été dit (91), les lieues majeures, & par conséquent la différence totale de longitude. D'où, par ce qui a été dit (96), il est facile de conclure le rhumb de vent & le nombre de lieues de la route directe. En voici un exemple: le lieu de départ est supposé à 45° de latitude *N*, & 110° de longitude.

E X E M P L E.

| | N | S | E | O |
|---|----------------------|------------------|----------------------|-----|
| I. Route.. 100 lieues au N-E $\frac{1}{2}$ N. | 83 $\frac{1}{2}$ li. | 0 li. | 55 $\frac{1}{2}$ li. | 0 |
| II. Route.. 230 lieues à l'O-N-O. | 88 $\frac{2}{3}$ | 0 | 0 | 212 |
| III. Route.... 80 lieues à l'E $\frac{1}{4}$ S-E. | 0 | 15 $\frac{1}{4}$ | 78 $\frac{1}{2}$ | 0 |
| Sommes. | 171 $\frac{1}{2}$ | 15 $\frac{3}{4}$ | 134 | 212 |
| | 15 $\frac{3}{4}$ | | | 134 |
| Reste des lieues N & des lieues O.. | 155 $\frac{3}{4}$ | | | 78 |

Rhumb de vent direct... N-N-O 4° 12' O... lieues de dist. 174

Cette manière d'opérer a pour but d'abrèger le travail, en ne faisant qu'une seule fois la réduction des lieues mineures en lieues majeures; mais par cela même elle peut être souvent très-défectueuse. On ne doit s'en permettre l'usage que pour réduire à une seule, toutes les différentes routes que l'on auroit pu faire dans un jour, & non pas pour réduire celles qu'on auroit faites en plusieurs jours consécutifs. On doit sur-tout s'en abstenir lorsque quelques-unes des routes ayant été très-voisines de la ligne nord & sud, d'autres ont été très-voisines de la ligne est & ouest. L'application de la méthode du moyen parallèle, à la réduction totale, pourroit alors être très-fautive.

Résolution des questions précédentes, par le calcul.

104. Les méthodes précédentes ont été imaginées en faveur de ceux qui, n'étant point instruits des principes d'Arithmétique & de Géométrie, ont besoin d'être guidés dans leur

travail, par quelque chose de sensible, & qui leur présente une espèce de tableau de leurs routes. Mais lorsqu'on a les principes nécessaires pour appliquer le calcul à la résolution de ces mêmes questions, on seroit blâmable de ne pas le faire : 1°. parce que ces opérations sont au moins aussi faciles par le calcul. 2°. Parce que les méthodes de calcul ne sont assujetties à aucune limitation, & qu'il n'en est pas de même de celles que l'on suit dans l'usage des instrumens. 3°. Parce que les résultats du calcul ne peuvent être affectés d'autres erreurs que de celles qui affecteroient les données ; au lieu que les opérations graphiques joignent à ces mêmes erreurs, celles qui résultent nécessairement des défauts des instrumens, des bornes que doit avoir l'étendue de leurs divisions, & de plusieurs causes semblables. En vain diroit-on que les erreurs qu'on peut commettre en vertu de ces dernières causes, sont au-dessous de celles qui peuvent résulter des défauts dans la mesure du fillage, & dans celle du rhumb de vent. Les erreurs inévitables ne sont pas la mesure de celles qu'on peut se permettre.

105. On peut résoudre par le calcul trigonométrique, toutes les questions qu'on résout par le quartier de réduction, puisque toutes se réduisent à la résolution d'un triangle rectangle, qui a pour hypothenuse, la longueur de la route ; pour côtés de l'angle droit, le chemin fait suivant la ligne nord & sud, & le chemin fait suivant la ligne est & ouest ; & pour angles aigus adjacens à ces côtés, le rhumb de vent & son complément. Connoissant dans ce trian-

gle, deux choses, outre l'angle droit, & dont l'une soit un côté, nous avons vu en Géométrie, comment on calcule tout le reste; ainsi nous ne le répéterons point ici.

106. Quant à la manière de réduire les lieues mineures en lieues majeures, & réciproquement; elle se réduit à la proportion que nous avons donnée (69), & par conséquent à une simple addition & une soustraction, en employant les logarithmes. Cela est trop facile d'après ce que nous avons dit en Arithmétique & en Géométrie, pour qu'il soit besoin d'en donner un exemple.

107. La meilleure méthode qu'on puisse employer pour résoudre les questions de Navigation, est la méthode des latitudes croissantes. On trouvera à la fin de cet Ouvrage, une Table de ces latitudes (Table XIX). Dans le cas où n'en ayant point, on voudroit en former une, on le pourra par ce qui a été dit (37), ou plus exactement & plus brièvement, par la règle suivante (*).

Prenez dans les Tables le logarithme de la cotangente de la moitié du complément de la latitude, avec cinq chiffres seulement, après la caractéristique; ôtez-en le logarithme du rayon, multipliez le reste, par 7915,7; supprimez les cinq dernières décimales du produit, & vous aurez, en minutes & dixièmes de minute, la latitude croissante qui convient à la latitude proposée.

(*) Voyez, pour la démonstration, les *Principes de Calcul qui servent d'introduction aux sciences physico-mathématiques.*

Par exemple on demande la latitude croissante qui convient à 70° ; le complément de 70° est 20° dont la moitié 10° . Je trouve dans les Tables ordinaires, que le logarithme de la cotangente de 10° , diminué du logarithme 10,00000 du rayon, est 0,75368. Je multiplie ce dernier nombre par 7915,7, & rejetant les cinq dernières décimales du produit, j'ai 5965,9 ou 5966 minutes pour la latitude croissante qui convient à 70° de latitude.

108. Chacune des questions que nous allons résoudre, n'exige que deux proportions, & par conséquent, en employant les logarithmes, se réduit à des additions & des soustractions. On peut même réduire le tout à des additions, en employant, au lieu des logarithmes qu'on doit soustraire, leurs complémens arithmétiques. Ce complément qui n'est autre chose que le nombre même qu'on doit soustraire, retranché de l'unité suivie d'autant de zéros qu'il a de chiffres, se trouve facilement en prenant la différence entre 9, & chacun de ses chiffres, excepté le dernier qu'on retranche de 10. Par exemple, le complément arithmétique de 9,523526 est 0,476474, que l'on trouve en retranchant 9, 5, 2, 3, 5, 2, chacun de 9 & le dernier chiffre 6, de 10. Lors donc qu'on aura une soustraction à faire, on pourra la changer en une addition, en substituant au nombre qu'on doit retrancher, son complément arithmétique; mais il faudra observer de diminuer d'une unité le premier chiffre sur la gauche de la somme, parce que lorsqu'au lieu de retrancher 9,523526, par exem-

ple, de 9,872345, j'ajoute au contraire à celui-ci, le complément arithmétique du premier, c'est ajouter 10,000000 moins 9,523526; c'est donc augmenter le résultat, de 10,000000; ou l'augmenter d'une unité à son premier chiffre. Au reste on peut tenir compte de cette unité de trop, en comptant dans l'opération, le premier chiffre du résultat, avec une unité de moins.

Dans les opérations suivantes, nous emploierons donc les complémens arithmétiques, lorsqu'il y aura des soustractions de logarithmes; excepté le cas où le logarithme à retrancher seroit celui du rayon, parce qu'alors l'opération se réduit à ôter une unité du premier chiffre de la somme, ou à écrire ce premier chiffre avec une unité de moins. Ainsi dans les exemples ci-dessous, le mot *somme* signifie la somme des nombres supérieurs diminuée d'une unité à son premier chiffre. Venons à la résolution de nos questions.

109. 1°. *Étant donnés, le point de départ, le rhumb de vent, & la longueur de la route, trouver la latitude & la longitude d'arrivée.*

Faites cette proportion... Le rayon est au nombre de lieues de la route, comme le cofinus du rhumb de vent est à un quatrième terme qui sera le chemin fait suivant la ligne nord & sud (61). Réduisez-le en degrés & minutes, & vous aurez le changement en latitude, & par conséquent la latitude d'arrivée.

Cherchez par le moyen de la Table des latitudes croissantes (Table XIX), la différence des latitudes croissantes d'arrivée & départ

(ou leur somme si elles sont de dénomination contraire); puis faites cette proportion (66).... Le rayon est à la tangente du rhumb de vent, comme la différence ou la somme des latitudes croissantes (selon que les latitudes sont de même ou de différente dénomination), est à la différence de longitude.

E X E M P L E.

On est parti de 325° de longitude, & de 45° de latitude nord: on a couru 652 lieues au N-O $9^{\circ} 44'$ N, c'est-à-dire que le rhumb est de $35^{\circ} 16'$.

| | | | |
|-----------------------------------|---------|---------------------------|-------------------|
| Log. 652. | 2,81425 | Donc, lieues N. . . | 532,3 |
| Log cos. $35^{\circ} 16'$. . . | 0,91194 | Différence en latit. . | $26^{\circ} 37'$ |
| Somme. | 2,72619 | Latitude d'arrivée. . | $71^{\circ} 37'$ |
| | | Différ. lat. croissante. | 3232 |
| <hr/> | | | |
| Log. 3232. | 3,50947 | Donc, diff. en longitude. | 2286' |
| Log. tang. $35^{\circ} 16'$. . . | 9,84952 | ou | $38^{\circ} 6'$ |
| Somme. | 3,35899 | Longitude d'arrivée. | $286^{\circ} 54'$ |

Si l'on avoit calculé cette différence de longitude, par le moyen parallele, on auroit trouvé $35^{\circ} 49'$; l'erreur seroit donc de $2^{\circ} 17'$.

110. 2°. Connoissant le point de départ, le rhumb de vent, & la latitude d'arrivée, on demande le chemin qu'on a fait, & la longitude d'arrivée.

Réduisez en lieues, la différence en latitude (ou leur somme si les deux latitudes sont de dénomination différente). Faites cette proportion.... Le cosinus du rhumb de vent, est au rayon, comme le nombre de lieues qui répond au

changement en latitude, est au nombre de lieues de distance.

Cherchez, par la Table des latitudes croissantes, la différence des latitudes croissantes du départ & de l'arrivée (ou leur somme si les latitudes sont de dénomination différente), & faites cette proportion (66)... Le rayon, est à la tangente du rhumb de vent, comme la différence (ou la somme, dans le second cas) des latitudes croissantes, est à la différence en longitude.

E X E M P L E.

On est parti de $14^{\circ} 50'$ de latitude nord, & 297° de longitude; on a couru à l'E-N-E, & l'on est arrivé par $26^{\circ} 20'$ de latitude nord. Le rhumb est donc de $67^{\circ} 30'$.

| | |
|---|--|
| Différence de lat. $11^{\circ} 30'$ | Log. 230. 2,36173 |
| Lieues N. 230 | Log. du rayon. 10, . . . |
| Diff. des lat. croissantes. . . 739 | Complément arithm. |
| | log. cos. $67^{\circ} 30'$ 0,41716 |
| | Somme. 2,77889 |
| <hr/> | |
| Donc, lieues de dist. 601 | Donc, diff. de long. 1784'. E |
| Log. 739. 2,86864 | ou. $29^{\circ} 44'$ |
| Log. tang. $67^{\circ} 30'$. 10,38278 | Longitude d'arr. . . $326^{\circ} 44'$ |
| Somme. 3,25142 | |

III. 3°. On connoît le point de départ, le chemin qu'on a fait, & la latitude d'arrivée; on demande quel rhumb on a suivi, & la longitude d'arrivée.

Réduisez en lieues la différence des latitudes (ou leur somme si elles sont de dénomination différente). Faites cette proportion....

Le nombre des lieues de distance, est au nombre des lieues nord & sud, comme le rayon est au cofinus du rhumb de vent.

Cherchez, par la Table des latitudes croissantes, la différence des latitudes croissantes de départ & d'arrivée (ou leur somme, si ces latitudes sont de dénomination différente), & faites cette proportion.... Le rayon, est à la tangente du rhumb de vent, comme la différence des latitudes croissantes (ou leur somme, dans le second cas), est à la différence en longitude.

E X E M P L E.

On est parti de $4^{\circ} 30'$ de latitude nord, & de $351^{\circ} 33'$ de longitude. On a couru $659 \frac{2}{3}$ lieues entre le S & l'O, & on est arrivé par $20^{\circ} 20'$ de latitude sud.

| | | | |
|--------------------------------|--|---|---------|
| Somme des lat. | $24^{\circ} 50'$ | Log. 496 $\frac{2}{3}$ | 2,69607 |
| Lieues S. | 496 $\frac{2}{3}$ | Log. du rayon. | 10, |
| Somme des lat. croiss. | 1516 | Compl. arit. log. 659 $\frac{2}{3}$ | 7,18067 |
| Lieues de distance. | 659 $\frac{2}{3}$ | Somme. | 9,87674 |
| Donc, rhumb de vent. | $41^{\circ} 9'$ ou S-O $3^{\circ} 51' S$ | | |

| | | |
|--------------------------------------|---------|--|
| Log. 1516. | 3,18070 | Donc, diff. en longit. $1325' O$ |
| Log. tang. $41^{\circ} 9'$ | 9,94146 | ou. $22^{\circ} 5' O$ |
| Somme. | 3,12216 | Longit. d'arrivée. $329^{\circ} 28'$ |

112. 4° . On connoît le lieu du départ & celui de l'arrivée. On demande le rhumb de vent qu'on doit suivre, & le chemin qu'il y a à faire.

Réduisez en minutes, la différence en longitude. Cherchez, par la Table des latitudes croissantes, la différence des latitudes croissantes,

fantes de départ & d'arrivée (ou leur somme , si les latitudes sont de dénomination différente), & faites cette proportion.... La différence des latitudes croissantes (ou leur somme dans le second cas), est à la différence en longitude, comme le rayon est à la tangente du rhumb de vent.

Réduisez en lieues, la différence en latitude (ou la somme des latitudes, dans le second cas), & faites cette proportion.... Le cosinus du rhumb de vent, est au rayon, comme le nombre des lieues nord & sud, est au nombre des lieues de distance.

E X E M P L E.

On veut partir de $32^{\circ} 40'$ de latitude nord, & de $339^{\circ} 12'$ de longitude, pour se rendre en un lieu situé par $14^{\circ} 37'$ de latitude nord, & $297^{\circ} 6'$ de longitude.

| | | |
|--|-------------------------|----------|
| Diff. de longitude. . . $42^{\circ} 6'$ | Log. 2526. | 3,40243 |
| ou. 2526' | Log. du rayon. | 10, |
| Diff. des latitudes croiss. 1189' | Compl. arit. log. 1189. | 6,92482 |
| | Somme. | 10,32725 |
| Donc, rhumb de vent. $64^{\circ} 48'$ ou O-S-O $2^{\circ} 42' S$ | | |

| | | |
|--|------------------------------|-----------|
| Diff. en latitude. . . $18^{\circ} 3'$ | Log. 361. | 2,55751 |
| Lieues S. 361 | Log. du rayon. | 10, . . . |
| | Complément arithm. | |
| | log. cos. $64^{\circ} 48'$. | 0,37082 |
| Donc, lieues de dist. 848 | Somme. | 2,92833 |

113. 5°. On connoît le lieu de départ, le rhumb de vent, & la longitude d'arrivée. On demande la latitude d'arrivée, & les lieues de distance.

Réduisez en minutes, la différence de longitude, & faites cette proportion.... La tangente du rhumb de vent, est au rayon, comme la différence en longitude, est à un quatrième terme qui sera la différence des latitudes croissantes si l'on n'a pas changé d'hémisphère, ou leur somme, dans le cas contraire. Dans le premier cas, ajoutez cette différence à la latitude croissante du départ si la route tend à augmenter la latitude, ou retranchez-l'en si la route tend à diminuer la latitude. Dans le second cas, retranchez de cette somme, la latitude du départ, & vous aurez la latitude d'arrivée.

Réduisez en lieues, le changement en latitude; & faites cette proportion.... Le cosinus du rhumb de vent, est au rayon, comme le nombre de lieues du changement en latitude, est au nombre de lieues de la route.

E X E M P L E.

On est parti de $38^{\circ} 10'$ de latitude nord, & de 329° de longitude: on a couru au $NE\frac{1}{4}E$ jusques par $348^{\circ} 32'$ de longitude, c'est-à-dire, que le rhumb de vent est de $56^{\circ} 15'$.

| | | | |
|--------------------------------------|-------------------|-------------------------------|-------------------|
| Diff. de longitude. | 19° 32' | Log. 1172. | 3,06893 |
| ou. | 1172' | Log. du rayon. | 10, . . . |
| Latit. croiss. du départ. | 2481' | Complément arithm. | |
| | | log. tang. 56° 15'. | 9,82489 |
| | | Somme. | 2,89382 |
| <hr/> | | | |
| Donc, diff. des lat. croiss. | 783' | Log. 190. | 2,27952 |
| Latit. croissante d'arriv. | 3264' | Log. du rayon. | 10, . . . |
| Latitude d'arrivée. | 47° 41' | Complément arithm. | |
| Différence de latitude. | 9° 31' | log. cof. 56° 15'. | 0,25526 |
| Lieues N. | 190 $\frac{1}{2}$ | Somme. | 2,53478 |
| | | Donc, lieues de diff. | 342 $\frac{1}{2}$ |

Cette dernière question pourra être d'usage lorsqu'on aura de bonnes montres marines. Nous pourrions en ajouter ici une fixième, qui ne diffère de la précédente qu'en ce que le rhumb de vent y est inconnu, & les lieues de distance, au contraire, sont supposées connues. Elle a également pour objet de faire conclure la latitude, de la longitude. Mais l'usage n'en seroit pas aussi sûr, parce que l'incertitude sur la mesure du fillage, est plus grande que sur celle du rhumb de vent. D'ailleurs cette question ne pouvant être résolue que par approximation, nous n'en dirons rien ici. Au reste, ceux qui désireront savoir comment on peut résoudre cette question, le trouveront vers la fin de cet Ouvrage.

R E M A R Q U E.

114. Les solutions des questions précédentes supposant une mesure exacte du fillage, ou du rhumb de vent, on doit bien se garder de négliger les autres moyens qui peuvent s'offrir pour en confirmer ou en corriger les ré-

sultats. Nous nous occuperons, dans la Section suivante, de ceux que l'Astronomie fournit. Mais nous ne devons pas omettre de faire mention de l'usage qu'on peut faire de la sonde. On trouve dans les Routiers, des états ou mémoires détaillés des différentes profondeurs de l'eau, & des qualités du fond de la mer, dans un grand nombre d'endroits. On ne doit pas négliger de les consulter. Ces renseignements, joints aux autres observations qu'on aura eu lieu de faire, peuvent servir beaucoup à connoître le lieu où l'on est. Dans certains parages, on trouve le fond lorsqu'on est encore à plus de 150 lieues des côtes, & il monte insensiblement à mesure qu'on avance. On doit donc, lorsque d'après l'estime faite par les méthodes précédentes, on a lieu de se juger à une certaine proximité des terres, se tenir sur ses gardes, n'aller de nuit qu'à petites voiles, reprendre même quelquefois le large, consulter les routiers, & sonder.

Pour cette dernière opération, on fait descendre, au fond de la mer, un poids qui est communément de 20 ou 30 livres de figure conique, & dont la base est creusée & garnie de suif pour rapporter des échantillons de la nature du fond. Pour pouvoir juger de la profondeur de l'eau, il faut que le poids descende verticalement; c'est pourquoi, lorsqu'on veut sonder, il faut s'arrêter, ou mettre côté en travers; car outre que dans le cas où l'on sonderoit en faisant route, on estimeroit la profondeur plus grande qu'elle n'est réellement, on s'exposeroit d'ailleurs à faire rompre la ligne de sonde.