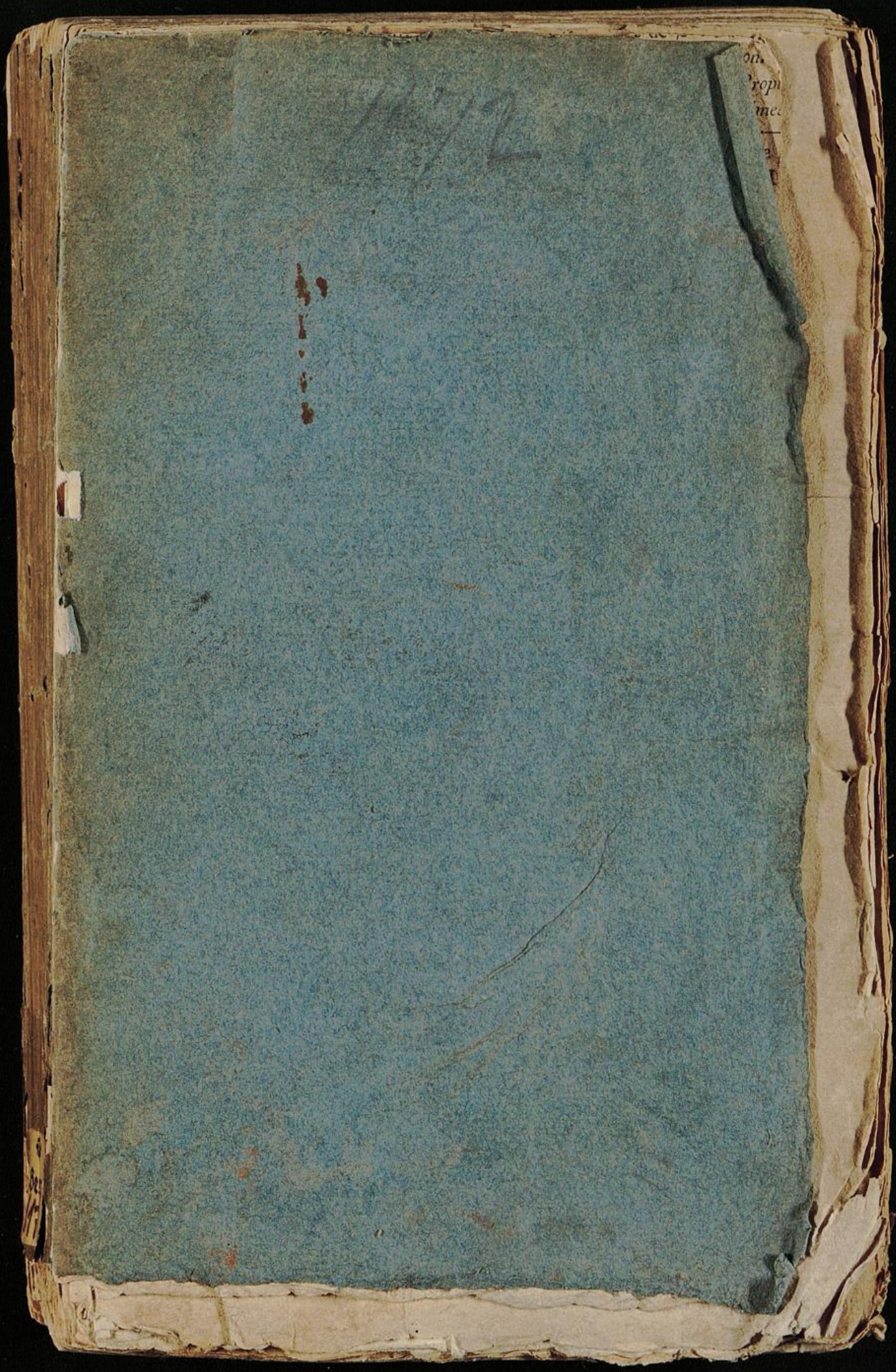


			Lieu du *Soleil.*
bord sup.	50. 49. 40	50. 49. 00	♎ 5. 37. 38 $\frac{1}{2}$
6^d 18′ 37″ $\frac{1}{2}$	79. 40 + 74	10. 17. 50	Tables — 29
bord sup.	20. 30. 15	20. 29. 35	95. 30. 40
bord inf.	21. 02. 47 $\frac{1}{2}$ . . .	21. 02. 07 $\frac{1}{2}$	
65^d 13′ 15″.	24^d 39′ 55″ + 277	65. 12. 33	95. 31. 17 $\frac{1}{2}$
Diam.	33 Revol. 37 $\frac{1}{2}$	. . . 32. 27 $\frac{1}{2}$	
Lune au mér.	21. 41. 00	21. 40. 20	
59′ $\frac{1}{2}$. inf.	25. 20. 00	25. 19. 20	
8^h 01′.	25. 20. 15	25. 19. 35	
bord sup.	51. 59. 52 $\frac{1}{2}$		
. . . . .	. . . . .	. . . . .	128. 09. 50
ieu du *Soleil.*	. . . . .	. . . . .	♎ 8. 35. 19
3′ $\frac{1}{2}$ bord. inf.	76. 22. 35	76. 21. 55	
. corne sup.	75. 52. 50	75. 52. 10	
3.e grandeur.	70. 08. 05	70. 07. 25	
. . . . .	76. 35. 00::	76. 34. 20	296. 45. 15
$\frac{1}{4}$.			
de la *Lune.*	31 Révol. 09. . . .	. . . 29. 52 $\frac{1}{2}$	
. . . . .	40. 38. 52 $\frac{1}{2}$ . . .	40. 38. 12 $\frac{1}{2}$	
. . . . .	64. 59. 10	64. 58. 30	333. 51. 30
. . . . .	77. 12. 15	77. 11. 35	
0′ $\frac{1}{2}$ bord inf.	64. 52. 50	64. 52. 10	
′ $\frac{1}{4}$ bord sup.	53. 08. 30	53. 07. 50	
0^h 2′ $\frac{1}{3}$. inf.	53. 38. 25	53. 37. 45	
isson boréal.	53. 50.		
. . . . .	55. 59. 12 $\frac{1}{2}$ . . .	55. 58. 32 $\frac{1}{2}$	356. 42. 12 $\frac{1}{2}$
. . . . .	59. 05. 30	59. 04. 50	

210.e Lunaison.

NAVIGATION.

COURS
DE MATHÉMATIQUES,
A L'USAGE
DE LA MARINE.

PAR BEZOUT.

Nouvelle édition confidérablement augmentée; & renfermant toutes les connoiffances mathématiques néceffaires pour l'admiffion à l'*École polytechnique*.

DERNIÈRE PARTIE.

TRAITÉ DE NAVIGATION.

A PARIS,
Et fe trouve à AVIGNON,
CHEZ LA Ve. SEGUIN, IMPRIM.-LIBRAIRE.
An X.

PRÉFACE.

En publiant le premier volume du Cours dont celui-ci fait partie, nous avons dit que presque toutes les méthodes en usage dans la Navigation étoient fondées sur des connoissances mathématiques. Après avoir exposé ces connoissances, il est donc naturel que nous en fassions voir la liaison avec la pratique de la Navigation, & leur utilité pour sa perfection. C'est l'objet de l'Ouvrage que nous publions aujourd'hui.

Les méthodes les plus usuelles de la Navigation ne supposent d'autres principes que ceux que nous avons donnés dans nos deux premiers Volumes, & n'en supposent même qu'une partie. Mais il en est d'autres, non moins utiles, qui, ou supposent à la rigueur les connoissances établies dans les Volumes suivans, ou du moins en tirent beaucoup de secours : comme celles-ci ne sont pas absolument indispensables, nous les avons distinguées des premières par un caractère d'impression plus petit : elles forment la quatrième Section.

Les trois premières Sections comprennent donc les règles ordinaires du Pilotage, présentées dans l'ordre qui nous a paru le plus propre à en faciliter l'intelligence, & à les fixer dans la mémoire.

Dans la première, nous supposons d'abord que les moyens qu'on emploie pour mesurer le sillage & connoître la direction de la route, sont suffisamment exacts, & nous faisons voir comment dans cette supposition, on détermine toutes les circonstances de la route du vaisseau. La solution des questions relatives à cet objet peut être exécutée de plusieurs manières, dont les principales sont l'usage des Cartes, celui du Quartier de réduction, & le Calcul. Mais la conclusion à laquelle on tend, c'est-à-dire, la question de connoître la position actuelle du vaisseau à l'égard de la terre, suppose toujours une comparaison du résultat de cette solution, avec les Cartes ; ainsi l'usage des Cartes étant fondamental, nous avons débuté par en enseigner la construction. Quoique les Cartes géographiques ordinaires ne soient pas celles dont on fait usage dans la Navigation, nous n'avons pas moins jugé à propos d'exposer les principes de leur construction : cela étoit au moins utile pour faire bien connoître

la nature de celles qu'on leur ſubſtitue. Mais nous ne nous en ſommes occupé qu'autant que cela étoit néceſſaire pour cet objet. Cette préparation a dû naturellement être précédée de l'expoſition des idées les plus élémentaires ſur la figure & les dimenſions du globe que nous habitons, & ſur le rapport qu'il y a entre la poſition de ſes parties & celles du Ciel. Nous nous ſommes donc attaché d'abord à expoſer celles de ces connoiſſances qui ont le rapport le plus immédiat avec la conſtruction des Cartes; réſervant pour les Sections ſuivantes, les autres connoiſſances de la Sphère & de l'Aſtronomie, qui peuvent être utiles dans la Navigation.

Après avoir enſeigné la conſtruction des Cartes, nous en faiſons voir l'uſage. De-là nous paſſons à l'expoſition des principes fondamentaux de la réduction des routes; principes que nous appliquons, d'abord aux Cartes réduites, enſuite en employant le Quartier de réduction, enfin à l'aide du calcul.

Les objets compris dans cette Section ſuffiroient preſque, pour la réſolution des queſtions de Navigation, ſi les deux élémens qu'on emploie, le Sillage & le Rhumb de vent, étoient ſuſceptibles d'une meſure bien exacte. Mais quand on ſuppoſeroit les deux inſtrumens qu'on emploie pour les meſurer, capables de la plus grande exactitude, leur ſecours ne ſuffit pas toujours, & manque quelquefois. Les tempêtes, les courans, ou interdiſent tout-à-fait l'uſage du loch, ou en rendent le témoignage fort incertain : l'aiguille aimantée ne conſerve pas par-tout une même poſition. Il faut donc pouvoir vérifier & rectifier ces Élémens. C'eſt dans l'obſervation des aſtres qu'on en trouve les moyens.

La ſeconde Section eſt deſtinée à l'expoſition des connoiſſances aſtronomiques néceſſaires à cet objet; & la troiſième en fait connoître l'application. En parlant de l'uſage des obſervations de latitude, pour la correction des routes, nous avons fait une diviſion des différentes ſuppoſitions qu'on peut faire ſur le ſens dans lequel le rhumb & la route peuvent pècher; cette diviſion, qu'il ne paroît pas qu'on ait enviſagée juſqu'ici, eſt d'autant plus néceſſaire quand on prend le parti de faire des corrections, que ſi on n'y a pas égard, on s'expoſe à appliquer la correction en ſens contraire à celui qu'elle doit avoir. Au reſte, les corrections

ayant toujours quelque chose d'arbitraire, ou du moins, de fort conjectural, on ne peut apporter trop d'attention dans la discussion des motifs d'après lesquels on les fait. Mais l'incertitude qui restera toujours sur ce point, doit engager de plus en plus les Navigateurs, à se mettre au fait de la méthode de trouver les longitudes, par l'observation des distances d'étoiles à la Lune ou au Soleil. C'est par cette méthode que nous terminons la troisième Section.

Nous nous étions d'abord proposé de suivre, du moins quant au calcul, la méthode que l'on trouve dans l'excellent Ouvrage de M. Bouguer [édition de M. l'Abbé de la Caille]; mais l'Almanach nautique qu'elle suppose, n'existant point, & n'y ayant pas encore apparence que quelqu'un se charge de sa construction annuelle, nous avons cru devoir ne supposer que ce que l'on rencontre plus facilement; savoir le livre de la *Connoissance des Temps*, espèce d'état du Ciel, que l'Académie publie chaque année. Mais comme les lieux de la Lune n'y sont calculés que de douze en douze heures, ce qui n'est pas suffisant pour cet objet, nous avons donné en même temps le moyen d'y suppléer par une règle connue & simple que fournit immédiatement la méthode des interpolations dont nous avons parlé dans l'Algèbre.

Quant à la quatrième Section, nous nous sommes proposé d'y traiter plus à fond plusieurs des objets déjà examinés dans les trois premières. Nous y avons compris les règles des variations des parties des triangles sphériques. Cette matière a plus d'une sorte d'utilité : elle peut servir à juger de la bonté ou des défauts de certaines méthodes qu'on se proposeroit d'employer; à discuter les circonstances les plus favorables à certaines observations, &c.

Il m'a paru utile d'examiner l'effet que pourroit produire dans les observations, le défaut de parallélisme des deux faces de chaque miroir de l'octant, en supposant ce défaut très-petit. Cet examen fait voir que la correction de l'erreur produite par le petit miroir, est comprise dans la vérification ordinaire du parallélisme des deux miroirs entre eux. Quant à celle qui peut résulter du défaut de parallélisme des deux faces du grand miroir, elle est variable selon la grandeur des arcs observés. Je donne une Table à l'aide de la-

quelle on trouvera la correction qu'on doit faire à ces arcs, lorsqu'on aura déterminé une quantité que j'indique, & qu'il suffit de déterminer une fois pour toutes, pour un même octant : je donne aussi la manière de déterminer cette quantité. Il paroît, d'après quelques observations que j'ai faites avec M. de Chabert, Capitaine de Frégate, très-exercé dans les observations Astronomiques, que l'on ne peut guères se dispenser d'avoir égard à cette correction. A l'aide d'un excellent quart de cercle que cet Académicien a bien voulu faire transporter à la campagne, nous avons trouvé l'erreur du grand miroir, de près de 6 minutes, pour 85° 12′; & elle croît encore à mesure que l'angle observé est plus grand.

L'examen de l'erreur que l'on peut commettre en faisant usage du moyen parallèle, dans la réduction des routes; quelques recherches sur la correction de la longitude, par l'observation de la latitude; l'application de la même méthode à la résolution de la sixième question de Navigation; la correction que peut exiger l'applatissement de la terre; quelques exemples de l'usage de l'analyse dans la Trigonométrie sphérique, appliqués à des cas qui peuvent avoir lieu dans la Navigation; enfin quelques additions à la méthode de trouver les longitudes en mer, par les distances des étoiles à la Lune ou au Soleil, sont les principaux objets compris dans cette Section; objets ou nécessaires ou utiles, mais qui n'étant point d'une application indispensable, & exigeant (du moins quelques-uns) des connoissances ultérieures aux deux premiers Volumes de ce Cours, nous ont paru ne devoir être proposés qu'à ceux qui veulent se mettre en état de perfectionner l'art de la Navigation.

TRAITÉ

TRAITÉ DE NAVIGATION.

PREMIÈRE SECTION.

DANS laquelle on donne les connoiſſances néceſſaires pour la conſtruction & l'uſage des Cartes, & où l'on enſeigne les principales méthodes pour réſoudre les queſtions de Navigation.

1. La partie de la Navigation dont il s'agit ici, a pour objet de determiner toutes les circonſtances de la route d'un vaiſſeau ; c'eſt-à-dire, d'aſſigner, à chaque inſtant le lieu de la mer où il ſe trouve, & la direction qu'il doit ſuivre pour ſe rendre à un lieu propoſé. Cette partie de la navigation ſe nomme *Pilotage*, & on en diſtingue de deux ſortes, le *Cabotage*, & la navigation *Hauturière*.

Le cabotage consiste à aller de *Cap* en *Cap*, ou le long des côtes, sans perdre la terre de vue. Il est fondé sur une connoissance détaillée des différentes parties des côtes, des rades, des havres, des rivières, des écueils, des sondes, des courans, des marées, &c. C'est-à-dire, qu'il porte principalement sur des connoissances de fait, & par conséquent sur l'expérience.

La navigation hauturière est celle qui se fait en pleine mer, & hors de la vue des côtes. Elle est ainsi nommée, parce qu'on y fait souvent usage de la hauteur des astres, pour se guider. On rapporte ensuite ces observations sur des cartes où sont marquées les positions respectives des différentes parties du globe terrestre : & par cette comparaison on détermine le lieu où l'on est arrivé, & la route qu'on doit tenir pour achever sa course.

L'une & l'autre de ces deux navigations supposent donc une description des lieux que l'on a à parcourir. La première n'embrassant que des espaces de peu d'étendue, n'a besoin, pour la formation de la plupart des plans dont elle fait usage, d'autres principes que de ceux que nous avons donnés en Géométrie.

Quant au cartes que la navigation hauturière emploie, elles exigent d'autres connoissances. Comme elles doivent représenter la position des lieux, relativement aux parties principales du globe terrestre, & que d'ailleurs leur construction doit, autant qu'il est

poſſible, fournir les moyens les plus faciles d'y repréſenter la route que le vaiſſeau eſt eſtimé avoir tenue, où celle qu'il doit tenir, nous devons, pour en donner une connoiſſance ſuffiſante, commencer par examiner la figure & les dimenſions du globe que nous habitons : faire voir de quelle manière on en fixe les principaux points : pourquoi la méthode la plus naturelle pour les repréſenter ſur une carte, n'eſt pas celle qui convient le mieux aux uſages de la navigation ; enfin quelle eſt celle qu'il convient de ſuivre, & quels ſont ſes avantages.

De la figure du Globe terreſtre ; apparences qui réſultent de cette figure, & du mouvement de ce Globe ſur lui-même. Des principaux Cercles qu'on a imaginés pour fixer la poſition de ſes parties.

2. La ſurface de la terre n'eſt pas ce qu'elle ſemble au premier coup d'œil : ce n'eſt pas une ſurface plane ſur laquelle ſont répandues aſſez irrégulièrement des montagnes & des vallées. Dès qu'on change de place pour ſe tranſporter à des diſtances un peu conſidérables, on s'apperçoit bientôt que les objets dont on s'éloigne, diſparoiſſent, & que de nouveaux s'offrent à la vue. Ce changement d'aſpect ne vient pas ſeulement de ce que la lumière qui vient des objets éloignés eſt trop affoiblie pour nous les rendre ſenſibles. Il a lieu auſſi parce que ces objets ſont cachés par la ſurface de la terre

ou de la mer, & que les rayons de lumière qui partant de ces objets se dirigent vers l'œil, sont arrêtés par la surface de la terre ou de la mer élevée, pour ainsi dire, entre eux & nous.

Supposons, par exemple, que *CRB* (*fig.* 1) représente une partie de la surface de la mer. Que *AB* soit un objet, & *OC* la hauteur de l'œil d'un spectateur. Pour que l'œil *O* puisse appercevoir le point *A* de l'objet *AB*, il faut que la droite *OA* imaginée par les deux points *O* & *A*, ne rencontre pas la surface *CRB*. Si elle la rencontre, l'œil ne pourra voir le point *A* qu'en s'élevant à une hauteur *CO'* plus grande que *CO*, & telle que la ligne *O'A* ne rencontre point la surface *CRB*, ou ne fasse tout au plus que l'effleuer. Mais dans ce dernier cas, il ne verroit encore que le point *A* de l'objet *AB*. Si l'œil *O* continue de s'élever, alors il pourra voir, non-seulement le point *A*, mais encore toute la partie *AB'* de l'objet *AB*, comprise entre la ligne *O''A*, & la tangente *O''B'* menée du lieu actuel *O''* de l'œil, à la surface *CRB*.

Mais si la surface de la terre étoit plane, comme *CB* (*fig.* 2) dès que l'objet *AB* seroit devenu invisible à la distance *BC*, sans l'interposition d'aucun objet, & seulement parce qu'il seroit hors de la portée de la vue, il le seroit également à la distance *O'A* si on s'élevoit à la hauteur *CO'*, & encore plus si on s'élevoit plus haut.

Puis donc à la mer, lorsqu'après avoir

perdu de vue un objet élevé *AB* (*fig.* 1) ſitué ſur la côte, on le revoit néanmoins en montant à la hune, c'eſt une preuve que les rayons viſuels étoient interceptés par la convexité *CRB* de la mer : il en ſeroit de même ſi on s'elevoit dans une vaſte plaine ſur la terre ; donc la ſurface de la terre eſt courbe.

3. Pluſieurs obſervations ont fait connoître, non-ſeulement que la ſurface de la terre eſt courbe, mais encore qu'elle eſt ſphérique, ou à très-peu près ſphérique ; c'eſt-à-dire que tous les points de cette ſurface ſont également éloignés d'un même point, ou à très-peu près également éloignés. Nous la regarderons comme parfaitement ſphérique, dans le cours de cet Ouvrage, nous examinerons cependant, dans la quatrième Section, juſqu'à quel point il eſt néceſſaire d'avoir égard à ſa véritable figure. Mais nous devons obſerver des à préſent que s'il eſt des cas où l'on ne puiſſe ſe permettre de regarder la terre comme exactement ſphérique, ce n'eſt pas parce que ſa ſurface eſt couverte en pluſieurs endroits, de chaînes de montagnes plus ou moins élevées. La hauteur de ces montagnes eſt comme nulle en comparaiſon du diamètre de la terre. En effet, la plus haute montagne connue ne s'éleve pas à plus de 3220 toiſes au deſſus du niveau de la mer ; or le diamètre de la terre eſt de 6537167 toiſes ; d'où il eſt facile de conclure que cette élévation n'eſt à l'egard du globe terreſtre, que ce que ſeroit une inégalité d'environ $\frac{2}{3}$ de ligne ſur

un globe de dix pieds de diamètre ; & la plus grande partie des autres montagnes eſt bien au deſſous de cette hauteur.

4. Le globe terreſtre eſt à l'égard des corps qui ſont à ſa ſurface, à peu près ce que ſeroit une pierre d'aimant à l'égard de pluſieurs morceaux de fer placés à ſa ſurface ou dans le voiſinage de cette ſurface. Tous les corps qui environnent la terre tendent à ſe précipiter vers le centre, en vertu de leur peſanteur ; en ſorte que les habitans ſitués ſur des points oppoſés *A* & *B* (*fig.* 3) du globe, & qu'on appelle *Antipodes*, ſont pouſſés vers le centre *C*, ſuivant des directions oppoſées.

En voyant les corps, dans les pays que nous habitons, tomber perpendiculairement à la ſurface de la terre, ou ſuivant des directions parallèles à *DA*, nous ſommes portés à croire que ceux qui ſeroient dans le voiſinage de la partie oppoſée *B*, devroient tomber ſuivant *FB* ; mais c'eſt tout le contraire : la même cauſe qui fait tomber ſuivant *DAC*, un corps placé en *D*, fait tomber ſuivant *EMC* celui qui ſeroit placé en *E*, & ſuivant *FBC* celui qui ſeroit placé en *F*, enſorte que toutes les parties de la terre & des eaux, par leur tendance commune vers *C*, ſe tiennent mutuellement en équilibre autour de ce même centre.

5. Il faut ſe repréſenter que la terre eſt un globe placé au dedans d'un autre globe immenſe qu'on appelle le *Ciel*. Les habitans qui ſont en *A* voient une partie du ciel ;

ceux qui ſont en *B*, voient l'autre ; ceux qui ſont en *M*, voient une partie de ce qui eſt viſible en *A*, & une partie de ce qui eſt viſible en *B*.

Soit *T*, la terre (*fig.* 4); *A* & *B* deux points oppoſés de ſa ſurface. Si par les deux points *A* & *B* on conçoit deux plans tangents à cette ſurface (leſquels ſeront parallèles), & qu'on les imagine prolongés de toutes parts juſqu'à ce qu'ils rencontrent le ciel, & y forment les ſections circulaires *HOZR*, *H'O'Z'R'*; alors *HOZR* ſera ce qu'on appelle l'horizon ſenſible du lieu *A*; & *H'O'Z'R'* ſera l'horizon ſenſible du lieu *B* qui eſt l'antipode de *A*.

L'horizon ſenſible eſt donc un cercle qui touche la ſurface de la terre. Il ſépare la partie viſible du ciel, de la partie inviſible. Un obſervateur dont l'œil ſeroit placé en *A*, ne peut voir que ce qui eſt au-deſſus du plan *HOZR*, & la ſurface de la terre lui empêche de voir ce qui eſt au deſſous. L'antipode *B*, au contraire, ne peut voir que ce qui, par rapport à lui, eſt au-deſſus du plan *H'O'Z'R'*. Il paroît donc qu'il y a entre ces deux horizons, un eſpace, une zone qui ne peut être vue ni de l'obſervateur *A*, ni de ſon antipode *B*; & cela eſt vrai à la rigueur, du moins en ſuppoſant l'œil de l'obſervateur à la ſurface. Mais le diamètre *AB* de la terre eſt ſi petit en comparaiſon de la diſtance de la terre au ciel, c'eſt-à-dire aux étoiles, que l'arc *HH'* compris entre ces deux horizons, eſt abſolument inſenſible; en ſorte que ces deux ho-

rizons peuvent être pris l'un & l'autre pour un ſeul & même horizon qui paſſeroit par le centre *T* de la terre, & qu'on appelle *Horizon rationnel.*

L'horizon rationnel eſt donc un cercle qui paſſe par le centre de la terre, & qui eſt parallele à l'horizon ſenſible. C'eſt un grand cercle de la ſphere céleſte.

6. Si par le centre *T* de la terre on imagine une droite *LK* perpendiculaire à l'horizon rationnel (& par conſéquent à l'horizon ſenſible), les points *K* & *L* où l'on peut imaginer que cette droite rencontre la ſphère céleſte, s'appellent les *Pôles de l'horizon.* Celui qui eſt au-deſſus de la tête de l'obſervateur, s'appelle le *Zénith*; & celui qui eſt ſous ſes pieds, s'appelle le *Nadir.* Ainſi *K* eſt le zénith d'un obſervateur placé en *A*, & *L* eſt ſon nadir. C'eſt le contraire pour un obſervateur placé en *B*.

7. Puiſque la figure de la terre eſt ſphérique; dès qu'un obſervateur ſe meut, il change d'horizon, d'antipodes, de zénith & de nadir : il ceſſe de voir certaines parties du ciel, & en découvre de nouvelles. Donc réciproquement ſi la terre, le ciel, & les différens aſtres qu'on y voit étoient immobiles, dès qu'un obſervateur appercevroit quelque changement dans la ſituation des aſtres, il pourroit en conclure qu'il a lui-même changé de place, & ſe ſervir de cette différence d'aſpect, pour connoître la différence de ſa ſituation actuelle à la première.

Mais comme la terre n'eſt point immobile;

que d'ailleurs, tous les aſtres ne ſont pas fixes dans le ciel; avant que d'entreprendre de faire uſage des différens aſpects ſous leſquels le ciel ſe préſente, pour déterminer la poſition d'un lieu ſur la terre, il faut ſavoir quelles apparences le mouvement de la terre, & celui des aſtres peuvent offrir à un obſervateur qui reſteroit conſtamment en un même lieu ſur la ſurface du globe. Pour ne point embraſſer trop d'objets à la fois, bornons-nous, pour le préſent, à ce qui regarde le mouvement de la terre, & celui que les aſtres paroiſſent avoir en vertu de ce même mouvement.

8 Soit donc *EPTp* (*fig.* 5) le globe terreſtre. Concevons que ce globe tourne uniformément autour de l'un *Pp* de ſes diamètres que nous appellerons l'*Axe*. Il eſt clair 1°. que chaque point *L* de la ſurface de la terre décrit un cercle qui a ſon centre *I* dans l'axe *Pp*, & pour rayon la perpendiculaire *LI* menée ſur *Pp*. 2°. Que le point *E* également éloigné des deux points *P* & *p* qu'on appelle les *Pôles*, décrit le plus grand cercle. Ce cercle s'appelle l'*Équateur*, parce qu'il partage le globe en deux parties égales; il eſt perpendiculaire à l'axe *Pp*.

Chaque moitié du globe compriſe entre l'équateur & l'un des pôles, s'appelle *Hémiſphère*. On appelle hémiſphère *Boréal*, ou *Septentrional*, ou *Arctique*, celui qu'habitent les Européens; & l'autre s'appelle hémiſphère *Auſtral*, ou *Méridional*, ou *Antarctique*. On appelle pareillement pôle Boréal, ou Arcti-

que, ou ſimplement *Nord*, celui qui eſt dans l'hémiſphère Boréal ; & pôle Auſtral, ou *Méridional*, ou Antarctique, ou ſimplement *Sud*, celui qui eſt dans l'hémiſphère Auſtral.

3°. De part & d'autre de l'équateur, les cercles décrits par les différens points de la ſurface de la terre, ſont d'autant plus petits qu'ils s'éloignent plus de l'équateur, ou qu'ils s'approchent plus des pôles, enſorte qu'aux pôles même il n'y a plus aucun mouvement. Ces cercles qui ſont parallèles à l'équateur ſe nomment ſimplement des *Parallèles*. Si *L*, par exemple, marque la ſituation de Paris ſur la terre, le cercle *LMR* qui paſſe par *L*, parallèlement à l'équateur, & qui eſt la trace que décrit Paris pendant une révolution de la terre, s'appelle la Parallèle de Paris.

4°. Si on ſuppoſe que le mouvement de la terre autour de l'axe *Pp*, ſe faſſe dans le ſens *EQT*, un obſervateur ſitué en quelque lieu que ce ſoit ſur la ſurface de la terre, verra les aſtres tournés en ſens contraire ; enſorte que ſi l'on imagine que le plan de l'équateur terreſtre *EQT* ſoit prolongé de toutes parts juſqu'au ciel, & y forme la ſection circulaire *E'Q'T'* qu'on appelle l'équateur céleſte, & qui eſt par conſéquent un des grands cercles de la ſphère céleſte, un aſtre placé en un point quelconque de cet équateur paroîtra tourner dans le ſens *T'Q'E'* contraire à celui *EQT* ſelon lequel la terre tourne réellement. Par la même raiſon un aſtre placé en tout autre point de la ſphère céleſte, paroîtra décrire un parallèle à l'équateur, mais

en ſens contraire au mouvement de la terre. Ainſi les aſtres voiſins de l'équateur paroîtront tourner beaucoup plus vîte que ceux qui ſeront voiſins des pôles P' & p' de l'équateur céleſte, qu'on appelle les pôles du monde, & qui ſont les rencontres de l'axe terreſtre avec la ſphère céleſte. De plus ce mouvement des aſtres ſe fera avec la même uniformité (*) que celui de la terre, & s'achèvera dans le même temps.

La raiſon de ces apparences eſt qu'à quelque endroit de la ſurface de la terre, que l'obſervateur porte ſa vue, les objets reſtent toujours à ſon égard dans la même ſituation : rien ſur la terre ne peut donc lui faire juger qu'il eſt en mouvement; ce n'eſt qu'en conſidérant le ciel qu'il peut s'appercevoir de quelque changement.

Or, ce changement ne peut lui faire voir autre choſe, ſinon qu'un aſtre qui étoit à ſa gauche, par exemple, eſt actuellement à ſa droite; c'eſt-à-dire, que cet aſtre eſt à ſon égard, comme s'il étoit réellement mu de gauche à droite.

9. Le ſens dans lequel ſe fait le mouvement de la terre, eſt d'occident en orient,

---

(*) Les parallèles que les aſtres paroiſſent décrire, ayant leurs centres dans l'axe $P'p'$, ce mouvement, à la rigueur, ne ſeroit pas uniforme pour un obſervateur placé à la ſurface de la terre, mais le rayon de la terre eſt ſi petit en comparaiſon de celui de la ſphère étoilée, que tout ſe paſſe pour l'obſervateur comme s'il étoit au centre C.

c'eſt-à-dire, du couchant vers le levant : & les aſtres paroiſſent, au contraire, tourner du levant au couchant. Néanmoins, pour nous conformer à l'uſage, nous nous exprimerons, à l'avenir, comme ſi le Soleil & les autres aſtres tournoient réellement autour de la terre d'orient en occident.

Cela poſé, par le centre *C* de la terre (*fig.* 6), concevons un plan parallele à l'horizon ſenſible du lieu quelconque *L*, & qui, prolongé de toutes parts, forme dans le ciel la ſection circulaire *HSON* qui ſera l'horizon rationnel du lieu *L*. Il eſt clair 1°. que cet horizon coupera l'équateur *ET* & ſes parallèles *IBR*, en deux parties dont l'une *BRN* qui eſt au-deſſous de l'horizon ne pourra être vue par l'obſervateur placé en *L*, & dont l'autre *BIN* qui eſt au-deſſus de l'horizon, pourra être vue par cet obſervateur.

2°. Que comme l'horizon & l'équateur ſont deux grands cercles qui ſe coupent en deux parties égales, un aſtre qui dans ſon mouvement decrit l'équateur même, eſt auſſi long-temps au-deſſus de l'horizon qu'au-deſſous.

3°. Que les parallèles à l'équateur étant coupés inégalement par l'horizon, & ayant au-deſſus de l'horizon une partie d'autant plus grande ou d'autant plus petite, que l'aſtre ou ſon parallèle s'approche plus ou s'éloigne plus du *Pôle élevé*, c'eſt-à-dire, du pôle *P'* qui eſt au-deſſus de l'horizon, cet aſtre ſera d'autant plus long-temps viſible, que ſon parallèle approchera plus du pôle élevé, & d'autant moins long-temps qu'il s'éloignera

davantage de ce pôle ; enſorte qu'il y aura des aſtres qui ayant leur parallèle comme *AA'* entièrement au-deſſus de l'horizon, ſeront toujours viſibles pour l'obſervateur *L* ; d'autres au contraire, dont le parallèle *A''* *A'''* ſera tout entier ſur l'horizon, & qui ne ſeront jamais viſibles du lieu *L*. Il n'y a que les lieux ſitués ſur l'équateur, pour qui les aſtres ſoient auſſi long-temps au-deſſus de l'horizon qu'au-deſſous, parce que leur horizon étant perpendiculaire à l'équateur, coupe tous les parallèles en deux parties égales.

Mais pour les lieux placés de part ou d'autre de l'équateur, la durée de la préſence d'un aſtre ſur l'horizon, dépend de deux choſes ; 1°. de la diſtance de l'aſtre à l'équateur, ainſi qu'on vient de le voir ; 2°. de l'inclinaiſon de cet horizon à l'égard de l'équateur ; car il eſt évident que plus l'angle de l'horizon & de l'équateur ſera petit, plus les parallèles ſeront coupés inégalement ; enſorte qu'un aſtre qui, ſur un certain horizon, n'eſt viſible que pendant un certain temps, eſt viſible plus long temps ſur un horizon qui fait un angle plus petit avec l'équateur, c'eſt-à-dire, dans les lieux qui s'approchent plus du pôle. Au pôle même, par exemple, où l'horizon ſe confond avec l'équateur, les aſtres, du moins ceux qui ſont fixes, ne ſe lèvent ni ne ſe couchent jamais. Ceux qui ſont viſibles tournent toujours autour de l'horizon, ſans monter ni deſcendre.

Le point *S* & ſon oppoſé, où l'horizon coupe l'équateur, s'appellent les vrais points

d'*Eſt* & d'*Oueſt*, ou le vrai *Levant*; & le vrai *Couchant*. Ce ſont les deux points où un aſtre qui décrit l'équateur ſe lève & ſe couche, pour quelque horizon que ce ſoit.

10. Si par l'axe *Pp* & le lieu quelconque *L* pris ſur la ſurface de la terre, on conçoit un plan, qui prolongé dans le ciel y forme la ſection circulaire *P'E'p'T*; cette ſection paſſera par le zénith *Z*, & par les pôles *P'* & *p'*; elle ſera par conſéquent perpendiculaire à l'horizon *HSON*, à l'équateur, & à tous ſes parallèles; elle les coupera par conſéquent en deux parties égales, ainſi que leurs parties élevées au-deſſus de l'horizon. Cette ſection eſt ce qu'on appelle le Méridien céleſte; la ſection correſpondante *Rp* ſur la terre, eſt le méridien terreſtre; & l'on appelle ligne *Méridienne*, la ligne droite *HO* qui eſt l'interſection du Méridien avec le plan de l'horizon.

11. Le *Méridien* eſt donc un grand cercle de la ſphère, perpendiculaire à l'horizon & à l'équateur, ou perpendiculaire à l'horizon, & qui paſſe par les pôles du monde. On l'appelle Méridien, parce que coupant tous les parallèles en deux parties égales, il partage auſſi en deux parties égales la durée de la préſence d'un aſtre ſur l'horizon. C'eſt l'inſtant où le Soleil paſſe par ce cercle, qu'on appelle Midi: & c'eſt par l'intervalle de temps entre le paſſage & le retour du Soleil à ce même cercle, qu'on meſure la durée totale du jour, que l'on eſt convenu de partager en 24 parties égales qu'on appelle *Heures*.

Les Aſtronomes comptent ces 24 heures de ſuite, d'un midi à l'autre; mais dans l'uſage ordinaire on les partage en deux douzaines, dont l'une ſe compte depuis midi juſqu'à 12 heures après, ou *minuit*; & l'autre depuis minuit juſqu'au midi du lendemain. Les heures de la première douzaine s'appellent heures du ſoir, & celles de la ſeconde, heures du matin.

12. On voit donc que tous les lieux ſitués ſur un même méridien terreſtre, comptent midi à un même inſtant; & qu'il en eſt de même pour une autre heure quelconque. Si par l'axe *Pp* de la terre (*fig.* 7) on conçoit tant d'autres plans qu'on voudra; toutes les différentes ſections *PEp*, *PRp*, &c. qu'ils formeront ſur la ſurface de la terre, ſeront autant de méridiens auxquels le Soleil correſpondra ſucceſſivement pendant la durée d'un jour. D'où l'on voit que lorſqu'il ſera midi pour ceux qui habitent ſur le méridien *PEp*, il ſera plus de midi pour ceux qui habitent ſur les méridiens ſitués vers l'orient; parce que le Soleil aura déjà paſſé au méridien de ceux-ci. Au contraire, il ne ſera pas encore midi pour ceux qui habitent ſur des méridiens ſitués vers le couchant du méridien *PEp*, parce que le Soleil n'aura pas encore paſſé à leur méridien.

13. Dans l'eſpace de 24 heures, le Soleil parcourt donc 360° autour de la terre, & par conſéquent 15 degrés par heure; c'eſt-à-dire, que d'heure en heure, il répond à des méridiens qui font entre eux des angles de 15°.

Donc réciproquement si deux méridiens sont éloignés de 15°, ou de 30°, ou de 45°, &c,; c'est-à-dire, si l'arc *ER* de l'équateur (*fig.* 7) compris entre deux méridiens, est de 15°, 30°, 45°, &c. la difference des temps où les peuples situés sur ces méridiens, auront midi, ou une même heure quelconque, sera d'une heure, de deux heures, de trois heures, & ainsi à proportion de la différence des méridiens. Ceux qui seront à 180° d'un méridien, ou qui seront dans l'autre moitié de ce méridien, compteront minuit lorsque ceux-là compteront midi. D'où l'on voit que si l'on faisoit le tour de la terre en allant de l'est à l'ouest, on compteroit, en revenant au méridien du départ, un jour de moins que ceux qui y seroient restés; au contraire, on compteroit un jour de plus, si l'on avoit fait le tour en allant de l'ouest à l'est.

14. Donc si l'on sait qu'un certain phénomène qui peut être vu de différens lieux au même instant, doit arriver à une certaine heure sous un méridien connu; on pourra, en observant ce phenomène sous un autre méridien, déterminer la difference de ces deux meridiens. Par exemple, si l'on sait qu'une éclipse de Lune doit être vue à Paris un certain jour à 6 heures 17 minutes du soir, & qu'observant cette éclipse à Brest, on trouve qu'elle y arrive à $5^h\ 39'\ 37''$; on en conclura que Brest est à l'occident de Paris, puisqu'au même instant on y compte moins qu'à Paris: & la différence $27'\ 23''$ des temps, fera connoître qu'à raison de 15° par heure, Brest est

plus

plus occidental que Paris, de 6° 51′ 45″.

15. C'eſt donc par la différence des temps que l'on compte au même inſtant en différens lieux, que l'on peut déterminer la différence des méridiens de ces lieux. Et comme cette différence de méridiens fixe en partie la poſition de ces lieux, il a été naturel d'employer les méridiens préférablement à tous autres cercles pour fixer ces poſitions.

On a donc choiſi arbitrairement un méridien *PEp*, auquel on eſt convenu de comparer tous les autres ; & on lui a donné le nom de *premier Méridien*. On eſt pareillement convenu d'appeler *Longitude* d'un lieu *L*, le nombre de degrés de l'arc *ER* de l'équateur, compris entre le premier méridien & celui qui paſſe par le lieu *L* dont il s'agit. Ainſi tous les lieux ſitués ſur un même méridien ont une même longitude. Cette longitude peut être meſurée indifféremment, ou par l'arc *ER* de l'équateur, ou par l'arc *ML* du parallèle qui paſſe par le lieu *L*, & qui eſt compris entre le premier méridien & celui du lieu *L* ; parceque ces deux arcs (*Géom.* 329) ont un même nombre de degrés.

16. On eſt aſſez généralement convenu de compter la longitude, dans le ſens du mouvement de la terre, c'eſt-à-dire, d'occident en orient. Néanmoins quelques Géographes ne comptent pas de ſuite les 360° ; ils comptent la longitude de part & d'autre du premier méridien, depuis 0° juſqu'à 180°. Cela eſt indifférent pourvu qu'on en avertiſſe. Il faut, dans ce dernier cas, ſi l'on dit, par exemple, qu'un lieu a 75° de longitude, dire en même temps ſi

cette longitude eſt orientale ou occidentale, pour faire connoître ſi ce lieu eſt à l'orient ou à l'occident du premier méridien.

17. D'après une ordonnance de Louis XIII, les François prennent pour premier méridien, le méridien de l'iſle de fer qui eſt la plus occidentale des iſles Canaries. On trouve cependant actuellement pluſieurs cartes françoiſes, dans leſquelles on a pris Paris pour premier méridien. Les autres nations ont auſſi choiſi leur premier méridien.

Quoiqu'il fût à deſirer, pour éviter les mépriſes, qu'il y eût plus d'accord dans ce choix; il ſera néanmoins toujours facile de réduire la longitude comptée depuis un certain méridien, à la longitude comptée depuis tout autre méridien. Car, ou le nouveau méridien, d'où l'on veut compter tombe à l'oueſt, ou il tombe à l'eſt de celui d'où l'on comptoit. Dans le premier cas, toutes les longitudes ſont augmentées de la différence des deux méridiens; dans le ſecond cas elles ſont diminuées de cette même quantité. Ainſi dans le premier cas on ajoutera la différence des méridiens, à la longitude propoſée, & lorſque la ſomme excédera 360°, on rejettera les 360°. Dans le ſecond cas, on retranchera la différence des méridiens, de la longitude propoſée augmentée de 360° lorſqu'il ſera néceſſaire. Par exemple, la longitude de Breſt, par rapport à l'iſle de Fer, eſt de 13° 3'. Si l'on veut avoir cette longitude comptée depuis Paris; comme Paris eſt 19° 54' à l'eſt de l'iſle de Fer, il faudroit retrancher 19° 54', de 13° 3'; comme cela ne ſe peut, je retranche

19° 54′ de 373° 3′, & j'ai 353° 9′ pour la longitude de Breſt comptée du méridien de Paris. En effet, il eſt facile de voir que quoiqu'on augmente de 360° la longitude d'un lieu, on ne change rien à ſa poſition.

18. Puiſque (14) la différence des méridiens eſt déterminée par la différence des temps, que les peuples ſitués ſur ces méridiens comptent à un même inſtant, on peut donc indifféremment meſurer la longitude, ou en temps, ou en degrés. Pour faciliter certains calculs on la compte quelquefois de cette dernière manière. Or, d'après ce que nous avons dit (13), il ſera toujours facile de ramener l'une de ces manières de compter, à l'autre.

En effet, s'agit-il de convertir les degrés en temps? puiſque 15° valent 1 heure ou 60′, un degré vaudra 4′ de temps; une minute de degré vaudra 4″ de temps, & ainſi de ſuite; donc *pour réduire les degrés, minutes & ſecondes de degrés, en temps, il faut quadrupler le tout, & compter ſucceſſivement les parties de ce produit, pour des minutes, ſecondes & tierces d'heure.* Par exemple, ſi j'ai 17° 52′ 43″ de longitude; j'aurai, en quadruplant, 71° 30′ 52″; comptant donc les degrés, minutes & ſecondes de ce produit, pour des minutes, ſecondes & tierces d'heure, j'ai 71′ 30″ 52‴, ou 1ʰ 11′ 30″ 52‴.

Eſt-il, au contraire, queſtion de réduire le temps en degrés? puiſqu'une heure répond à 15°, 1′ de temps répondra à 15′ de degré ou à un quart de degré; une ſeconde de temps répondra à 15″ ou un quart de minute de

degré, & ainsi de suite. Donc *pour convertir les heures & parties d'heure, en degrés & parties de degré, il faut réduire les heures & minutes de temps, tout en minutes; puis compter ces minutes, les secondes & les tierces, pour des degrés, minutes & secondes de degrés; le quart du tout sera le nombre de degrés & parties de degré demandés.* Par exemple, si je veux savoir à combien de degrés & parties de degré répondent $7^h\ 17'\ 42''\ 53'''$; je changerai cette quantité en $437'\ 42''\ 53''$ que je compterai pour $437^o\ 42'\ 53''$; & prenant le quart, j'aurai $109^o\ 25'\ 43''\ 15'''$ pour le nombre de degrés & partie de degré demandés.

19. La différence des méridiens, ou la longitude, est donc, ainsi que nous l'avons vu, un des élémens qui servent à déterminer la position des différens points de la terre. Mais comme tous les lieux situés sur un même méridien ont une même longitude, quoique placés différemment sur le globe, il est clair que la position d'un lieu quelconque *L* (*fig.* 7) n'est point suffisamment déterminée par sa longitude, il faut encore savoir quelle est la place que ce lieu occupe sur son méridien. Or celle-ci se détermine par le nombre des degrés de l'arc *RL*, qui sur le méridien *PRp*, mesure la distance du point *L* à l'équateur; & cet arc *RL* est ce qu'on appelle la latitude du lieu *L*.

20. La latitude d'un lieu est donc l'arc du méridien de ce lieu, compris entre ce lieu même & l'équateur. Puis donc que tous les points du parallèle qui passe par le lieu quelconque *L*, sont également éloignés de l'équa-

teur, tous les lieux ſitués ſur un même parallèle, ont une même latitude.

21. La latitude ſe compte donc ſur un méridien, en allant de l'équateur vers l'un ou l'autre pôle ; en ſorte qu'on diſtingue deux latitudes, dont l'une eſt nommée latitude ſeptentrionale, & l'autre latitude méridionale, ſelon que le lieu dont il s'agit eſt ſur l'hémiſphère ſeptentrional, ou ſur l'hémiſphère méridional.

22. C'eſt encore par l'obſervation des aſtres qu'on parvient à déterminer la latitude des lieux. Pour en donner une idée, ſuppoſons que *HSON* (*fig.* 6) eſt l'horizon rationnel d'un lieu quelconque *L* ; *PLp* le méridien terreſtre, *RQ* l'équateur terreſtre, & par conſéquent *RL* la latitude. Soit *P' ET* le méridien céleſte ; & en imaginant *CL* prolongée juſqu'au ciel en *Z*, il eſt clair que l'arc *EZ* compris entre le zénith *Z*, & l'équateur céleſte *EST*, eſt de même nombre de degrés que la latitude *RL* ; enſorte qu'on peut dire auſſi que la latitude eſt égale à l'arc du méridien céleſte, compris entre l'équateur céleſte & le zénith. Or ſi l'on conçoit que *HO* ſoit la commune ſection de l'horizon & du méridien, il eſt clair que *CZ* eſt perpendiculaire à *HO* ; & puiſque l'axe *P'p'* eſt auſſi perpendiculaire à l'interſection *CE* du méridien & de l'équateur, les arcs *OZ* & *P'E* ſont donc de 90° chacun ; donc ſi de chacun on retranche l'arc *P'Z*, on aura la latitude *ZE* égale à la hauteur *P'O* du pôle *P'* au deſſus de l'horizon, c'eſt-à-dire à l'arc qui meſure l'inclinaiſon *P'CO* de l'axe, ſur l'horizon. Donc pour avoir la la-

titude, il ne s'agit que de déterminer l'arc $P'O$ de la hauteur du pôle.

Or nous avons vu (9) qu'entre tous les parallèles que les différens aſtres décrivent par leur mouvement journalier apparent, il y en avoit qui étoient entièrement au-deſſus de l'horizon. L'aſtre ou l'étoile qui décrit un ſemblable parallèle eſt donc toujours préſent ſur l'horizon, & paſſe par conſéquent deux fois au méridien. Concevons donc qu'un obſervateur placé en L, obſerve une de ces étoiles voiſines du pôle, dont le parallèle AA' eſt entièrement au deſſus de l'horizon; & qu'au moment où l'étoile ceſſe de monter ou eſt prête à deſcendre, il meſure avec un inſtrument, l'angle ACO ou l'arc AO compris entre l'étoile & l'horizon: qu'il meſure de même l'angle $A'CO$ ou l'arc $A'O$, lorſque l'étoile ceſſant de deſcendre, eſt prête à monter; il eſt clair que le pôle P' étant également éloigné de tous les points du parallèle, ſi l'on prend la moitié de la ſomme des deux arcs obſervés AO & $A'O$, cette moitié ſera l'arc $P'O$, ou la hauteur du pôle, qui eſt égale à la latitude.

23. Nous verrons par la ſuite, d'autres moyens de trouver la longitude & la latitude des Lieux. Concluons quant à préſent, que la poſition d'un lieu ſur la terre eſt donc déterminée lorſqu'on connoît ſa longitude & ſa latitude, & qu'en même temps, on ſait ſur quel hémiſphère il eſt placé. Ainſi pour repréſenter ſur un globe, les poſitions des differens points de la terre, d'une manière ſemblable à celle ſelon laquelle ils ſont diſpoſés ſur le globe

terreſtre même, on tracera ſur la ſurface du globe propoſé (*fig.* 7) un grand cercle *EQT* pour repréſenter l'équateur ; & (*Géom.* 94) ayant marqué les pôles *P* & *p*, on diviſera la circonférence de cet équateur, en degrés & parties de degré. Par chaque point de diviſion, & par les pôles *P* & *p*, on fera paſſer autant de méridiens, dont on prendra arbitrairement un pour premier méridien. On diviſera la circonférence de celui-ci, en degrés & parties de degré ; puis pour marquer un lieu quelconque *L* dont la longitude & la latitude ſont connues, on cherchera quel eſt celui *RLP* des méridiens qui a même longitude que le lieu dont il s'agit ; puis comptant la latitude ſur le premier méridien, depuis l'équateur *E*, ſi *M* eſt le point où elle ſe termine, on décrira du pôle *P*, le parallèle *ML* qui coupera le méridien *RLP* au lieu *L* que l'on veut marquer.

De la manière de repréſenter ſur les Cartes, & particulièrement ſur les Cartes réduites, la poſition des différens points de la ſurface de la terre.

24. Ce n'eſt que de la manière que nous venons de décrire ; c'eſt-à-dire, ce n'eſt que ſur un globe, que l'on peut repréſenter les parties de la terre, dans des ſituations ſemblables à celles qu'elles occupent réellement. Les cartes ou ſurfaces planes, ne peuvent donner une ſimilitude parfaite, puiſque toutes les parties du globe terreſtre ne ſont pas dans un même plan. Mais ce n'eſt pas tant la ſimilitude par-

faite que l'on doit se proposer dans la construction des cartes, que celle qui suffit pour juger des positions relativement à certains usages. On n'a pas besoin, par exemple, de savoir de combien les parties de la surface terrestre sont élevées à l'égard de l'axe de la terre, mais seulement de combien elles s'écartent à droite ou à gauche du premier méridien, à droite ou à gauche de l'équateur; & c'est ce qu'on marque, en effet, sur les cartes. Celles qui représentent toute une moitié de la terre, se nomment *Mappemondes*. Leur construction, ainsi que celle des autres cartes, est fondée sur des principes assez simples, & qui doivent trouver place ici.

25. On imagine qu'un œil placé en un point de la surface de la terre, en observe les différentes parties à travers la masse du globe, comme s'il étoit transparent: & concevant un plan passant par le centre de la terre, & perpendiculaire à la ligne qui iroit de l'œil au centre, on imagine que les rayons tirés de tous les points de la partie du globe qui est au-delà de ce plan, par rapport à l'œil, rencontrent ce plan. Ces points de rencontre forment sur le plan, une perspective de cette partie du globe; & c'est cette perspective qui est la mappemonde: or voici d'après quel principe on la construit.

26. Soit *ABMCO* (*fig.* 8) un cône quelconque ayant pour base le cercle *BOCM*. *ABC* la section triangulaire de ce cône, par un plan perpendiculaire à la base, & conduit par l'axe; c'est-à-dire par la droite qui va du sommet au

centre de la base. Si l'on conçoit que ce cône soit coupé par un plan perpendiculaire à *ABC* & qui forme la section *GEFI*, de manière que les angles *AFG AGF* soient égaux aux angles *ABC*, *ACB*; la section *GEFI* sera un cercle.

En effet, concevons que par quelque point *E* que ce soit de cette section, on ait mené un plan parallèle à la base, & qui formant la section *DEHI*, rencontre la section *GEFI*, dans la droite *ELI*. Cette droite étant l'intersection commune des deux plans *DEHI*, *GEFI* perpendiculaires au même plan *ABC*, sera perpendiculaire à ce plan *ABC*, & par conséquent aux deux droites *DH* & *FG* qui sont les intersections de ces deux premiers plans avec le dernier. De plus, le plan *ABC* passant par l'axe du cône, *DH* & *FI* doivent couper les deux sections chacune en deux parties égales. Or *EL* étant perpendiculaire au diametre *DH* de la section *DEHI* qui (*Géom.* 199) est semblable à *BOCM*, & par conséquent est un cercle, doit être moyenne proportionnelle entre *DL* & *LH* (*Géom.* 125); on a donc $DL : LE :: LE :: LH$, ou (*Arith.* 178) $DL \times LH = \overline{LE}^2$. Mais les triangles *DLG*, *FLH* sont semblables, puisque par la supposition l'angle *AFG* est égal à *ABC*, & par conséquent à *ADH*; d'ailleurs les angles opposés au sommet *FLH*, *DLG* sont égaux. On a donc (*Géom.* 109) $DL : LF :: GL : LH$, & par conséquent $DL \times LH = LF \times GL$; donc aussi $LF \times GL = \overline{LE}^2$; donc *LE* est aussi moyenne proportionnelle entre les deux parties du diametre

FG ; & puiſque le point *E* a été pris à volonté ; la courbe *GEFI* a donc la même propriété dans tous ſes points ; elle eſt donc un cercle. C'eſt-là le principe fondamental.

27. Cela poſé, ſoit *BMCO* (*fig.* 9) un cercle formé en coupant la ſphère par un plan quelconque. Soit *A* un point de la ſurface de cette ſphère, d'où un œil regarde la ſection *BMCO* à travers le plan *NRKS* ſuppoſé tranſparent. Il eſt clair que les rayons viſuels qui vont à la circonférence *BMCO* forment un cône dont la rencontre avec le plan *NRKS* trace ſur ce plan la perſpective *GEFI* de la ſection *BMCO*, que l'on appelle auſſi ſa projection, & qui eſt toujours un cercle tant que le point *A* eſt ſur la ſurface de la ſphere.

Suppoſons que du point *A* on ait mené *AL* perpendiculaire ſur le plan *NRKS*, & que par cette droite & le centre de la ſection *BMCO*, on ait conduit un plan : celui-ci formera ſur la ſurface de la ſphère, le grand cercle *ANTK*, puiſque paſſant par la droite *AL* perpendiculaire au cercle quelconque *NRKS*, il paſſe néceſſairement par le centre de la ſphère. Ce même plan formera dans le cône, le triangle *ABC* ; & ſur le plan *NRKS*, le diamètre *NLK*. Or le plan du grand cercle *ANTK*, paſſant par la droite *AL*, & par le centre de la ſection *BMCO*, eſt perpendiculaire à *NRKS* & à *BMCO* ; donc réciproquement ces deux plans ſont perpendiculaires au plan *ANTK*, & par conſéquent au plan *ABC* qui paſſe par l'axe du cône. De plus les angles *AFG*, *AGF*, ſont égaux aux angles *ABC*, *ACB* ; car *ACB*, par

exemple, a pour mesure (*Géom.* 68) la moitié de *ANTB*; & *AGF* (*Géom.* 70) a pour mesure la moitié de *AK* ou de *AN* plus la moitié de *NTB*, c'est-à-dire la moitié de *ANTB*: on démontrera de même que *AFG* est égal à *ABC*; donc (26) la projection *GEFI* est un cercle.

Il ne s'agit donc plus, pour être en état de tracer la projection *GEFI*, que de déterminer les extrémités *G* & *F* du diamètre *GF*. Or si l'on conçoit *AL* prolongée jusqu'en *T*, l'angle *LAG* est déterminé en ce qu'il a pour mesure la moitié de l'arc *TB* qui mesure la distance du point *B* au point de la sphère opposé à l'œil. Ainsi comme le triangle *LAG* est rectangle, & que l'on connoît d'ailleurs la distance *AL* de l'œil, au plan de projection, il sera toujours facile de déterminer *LG*, soit en construisant un triangle semblable à *LAG*, soit en calculant *LG* par les règles de la Trigonométrie. Par un raisonnement semblable, on voit que *LF* se détermine d'une manière semblable, par le triangle *LAF*, dont l'angle *LAF* a pour mesure la moitié de la distance *CT* du point *C* au point de la sphère opposé à l'œil.

Appliquons maintenant ces principes.

28. Concevons que *NMKO* (*fig.* 10) soit un méridien, le premier méridien par exemple; *M* & *O* les deux pôles; que *BMCO* soit un autre méridien quelconque, faisant avec le premier, l'angle quelconque *BMN*. Supposant toujours l'œil au point *A* de la surface de la sphère qui répond perpendiculairement au centre, le cercle *ANTK* conduit suivant *AL*,

ſera l'équateur, puiſque ſelon ce qui précède, il ſera perpendiculaire aux deux méridiens *NMKO* & *BMCO*. L'arc *NB* meſurera donc la longitude du méridien *BMCO*, ainſi l'arc *BT* dont la moitié meſure l'angle *GAL* qui détermine le ſommet *G* de la projection *GEFI* du méridien *BMCO*, ſera le complément de la longitude de ce méridien. A l'égard du point *F*, on peut le trouver encore plus facilement que d'après ce qui a été dit (27), en obſervant que *BC* étant un diamètre de la ſphère, l'angle *BAC* ou *BAF* eſt droit. De-là on conclura que pour tracer les méridiens ſur une mappemonde, on doit s'y prendre de la manière ſuivante.

29. Ayant pris arbitrairement une droite quelconque *LA* (*fig.* 11) pour repréſenter le rayon de la terre, on décrira le cercle *ANTA* qui repréſentera le premier méridien. Ayant élevé au centre *L* les perpendiculaires *AT*, *NF*, on diviſera ce cercle en degrés, à commencer du point *N*. *AT* étant ſuppoſé repréſenter l'axe de la terre, le diamètre *NA'* repréſentera l'équateur, parce que le plan de l'équateur étant ſuppoſé paſſer par l'œil, ſa projection ne peut être qu'une ligne droite paſſant par le centre.

Pour avoir la projection d'un méridien dont la longitude ſeroit donnée, on prendra, à compter du point *N*, ſur le premier méridien, l'arc *ND* égal à la longitude de ce méridien; & ayant tiré *DA* qui rencontre *NA'* en *G*, le point *G* ſera l'une des extrémités du diamètre de la projection. Au point *A* on élevera ſur

AG la perpendiculaire *AF* qui rencontrant *NA'* prolongé, en *F*, déterminera *GF* pour le diamètre de la projection : enſorte que décrivant un cercle ſur *GF* comme diamètre, ſa partie *AGT* terminée à l'axe *AT* repréſentera une moitié du méridien dont il s'agit, celle qui eſt cenſée au-deſſus du plan de projection. On ſe conduira de même pour tous les autres méridiens.

30. A l'égard des parallèles : ſi l'on ſuppoſe que *NRKS* (*fig.* 12) ſoit le premier méridien, les parallèles à l'équateur que je ſuppoſe repréſenté par *ARTS*, ſeront les cercles *BMCO* perpendiculaires à *NRKS*. Si par les points *B* & *C* où ils coupent le cercle *ANTK* perpendiculaire au premier méridien, on imagine les rayons viſuels *CA* & *BA* prolongés, s'il eſt néceſſaire, ils détermineront ſur *NK* & ſon prolongement, le diamètre *GF* du cercle *FMGO* qui ſeroit la projection du parallèle. La partie *MGO* terminée au premier méridien & compriſe dans le cercle *NRKS*, eſt la projection de la moitié *MBO* du parallèle ſituée au-deſſus de *NRKS*. Or il eſt facile de déterminer les points *G* & *F*, en obſervant que *GL* eſt le côté d'un triangle rectangle *GAL* dont l'angle *GAL* oppoſé à ce côté, a pour meſure la moitié de *TB*, c'eſt-à-dire la moitié de la latitude & dont le côté *LA* adjacent à cet angle eſt égal au rayon de la ſphère. *LF* eſt le côté d'un triangle rectangle *FLA* dont l'angle *LAF* oppoſé à ce côté eſt la moitié de *TC*, c'eſt-à-dire du ſupplément de *AC* ou de la latitude, & dont le côté *LA* eſt le même que dans le cas pré-

cédent. D'où l'on conclura que pour tracer un parallèle quelconque, on doit s'y prendre de la manière ſuivante.

31. On prendra depuis l'équateur *NA'* (*fig.* 11) ſur le premier méridien, l'arc *NB* égal à la latitude du parallèle; & ayant tiré la perpendiculaire *BC* ſur l'axe *TA*, de l'extrémité *A'* du diamètre *NA'* on mènera *A'B* & *A'CF'* qui rencontreront *AT* prolongé, en *G'* & *F'*. Sur *G'F'* comme diamètre, on décrira un cercle dont la partie *BG'C* compriſe dans le cercle *ANTA'* ſera la projection de la moitié du parallèle. On s'y prendra de la même manière pour tracer tout autre parallèle. Et c'eſt ainſi qu'a été tracée la mappemonde que l'on voit (*fig.* 13). On y voit, outre les méridiens & les autres parallèles, quelques autres cercles dont nous parlerons par la ſuite.

On emploie les mêmes principes pour conſtruire les cartes qui, ſans repréſenter toute une moitié du globe, doivent en repréſenter une partie conſidérable, comme l'Europe, l'Aſie, &c.

32. Quant à celles qui doivent repréſenter des eſpaces d'une moindre étendue (du moins en latitude), c'eſt-à-dire, qui n'ont qu'un petit nombre de degrés en latitude, on s'y prend d'une manière differente, & qui les repréſente plus au naturel.

Suppoſons que *PEp*, *PQp* (*fig.* 14) ſoient les deux méridiens extrêmes de cet eſpace; & que *MN* & *RS* en ſoient les deux parallèles extrêmes. On conçoit que des milieux *I* & *K* des arcs *MR* & *NS* qui ſont la différence en

latitude, on mène les tangentes *IT*, *KT*, qui rencontrent l'axe *Pp* au point *T*. Les arcs *MR* & *NS* étant d'un petit nombre de degrés, se confondent sensiblement avec les tangentes *IT* & *KT*; & l'espace *MRSN* peut être considéré comme faisant partie de la surface d'un cône droit qui a son sommet en *T*; ainsi pour représenter cet espace, développé sur un plan, on décrit (*fig.* 15) d'un rayon égal à *TI*, un arc *KI* de même nombre de degrés que la différence en longitude, comprise entre les deux méridiens; & ayant tiré *TIM* & *TKN*, on prend de part & d'autre des points *I* & *K*, les droites *IM*, *IR*, & *KN*, *KS* égales chacune en longueur aux arcs *IM*, *IR* de la figure 14, ou à leurs cordes qui n'en diffèrent pas sensiblement. Puis partageant *MR* & *NS* en autant de parties égales qu'il y a de degrés dans la différence en latitude, on décrit par chaque point de division, & du point *T* comme centre, autant d'arcs qui représentent autant de parallèles. Enfin on divise aussi l'arc *IK*, en autant de parties égales qu'il y a de degrés dans la différence en longitude, & menant par les points de division & par le point *T*, des lignes droites, elles représentent les méridiens; après quoi on dessine chaque lieu, selon sa longitude & sa latitude.

33. On voit donc que dans ces dernières cartes, ainsi que dans les précédentes, tous les méridiens tendent à concourir en un même point. Dans les précédentes, les parties du globe sont dessinées en perspective, & les degrés de l'équateur, non plus que ceux des

méridiens, n'y ſont point repréſentés par des parties égales. Dans celles-ci les méridiens ſont repreſentés par des lignes droites; les degrés de longitude ſont égaux entre eux, & les degrés de latitude auſſi égaux entre eux, quoique différens des degrés de longitude qui diminuent à meſure que la latitude augmente. Ces dernières repréſentent donc les parties du globe d'une manière beaucoup plus naturelle que les autres. Néanmoins ce ne ſont pas celles dont on fait uſage dans la navigation, pour la réduction des routes, c'eſt-à-dire, pour repréſenter la route qu'on a ſuivie ou qu'on veut ſuivre. Comme cette route fait conſtamment un même angle avec chaque méridien qu'elle rencontre, elle ne pourroit être repréſentée que par une ligne courbe, ſi les méridiens n'étoient pas parallèles ſur la carte; & les opérations pour la réduction des routes deviendroient trop compliquées. Pour lever cette difficulté, on a d'abord imaginé les *cartes plates*; voici quelle eſt leur conſtruction.

34. La conſtruction précédente reſtant toujours la même, ſi l'on imagine que par les points *I* & *K* (*fig.* 15) du parallèle moyen, on ait mené les deux droites *AB* & *CD* parallèles au méridien *GT* qui paſſe par le milieu *G* de ce parallèle, les cartes plates différent des cartes précédentes, en ce que pour ſe diſpenſer d'avoir égard à la diminution des parallèles, de *M* en *R*, on ſuppoſe tous ces parallèles égaux au parallèle moyen *IK*; alors les parallèles *MR*, *NS* deviennent les droites *AB*, *CD* parallèles à *GT*; & le point de concours

T

T étant à une diſtance infinie, les arcs *MN*, *IK*, *RS* deviennent des droites *AC*, *IK*, *BD* perpendiculaires à *GT*; d'où réſulte la conſtruction ſuivante.

Ayant tiré arbitrairement une ligne *QT* (*fig.* 16) pour repréſenter le méridien qui doit paſſer par le milieu de la carte, on la diviſera en autant de parties égales qu'on a de degrés de différence en latitude. Sur le milieu *G* on élevera la perpendiculaire *IGK* qui repréſentera le moyen parallèle ; & pour déterminer de quelle longueur doivent être *GI* & *GK* pour marquer les degrés de différence en longitude, on ſe rappellera (*Geom.* 329) que les longueurs des arcs d'un même nombre de degrés, pris ſur différens parallèles, ſont proportionnelles aux coſinus des latitudes de ces parallèles ; c'eſt pourquoi, d'un rayon *CA* (*fig.* 17) égal à la grandeur que l'on a priſe pour un degré du méridien, qui eſt auſſi celle d'un degré de l'équateur, on décrira l'arc *AB* que l'on fera d'autant de degrés qu'en a la latitude moyenne; puis on abaiſſera ſur *CA* la perpendiculaire *BP* qui donnera *CP* pour la grandeur que doit avoir chaque degré du parallèle. Car dans le triangle rectangle *CBP*, on a (*Géom.* 295) *CB* ou *CA* : *CP* :: *R* : *ſin. CBP* ou *coſ. BCP*; or le rayon *R* eſt le coſinus de la latitude 0° de l'équateur. On portera donc *CP*, de *G* (*fig.* 16) vers *I* & vers *K* autant de fois qu'il y a de degrés dans la moitié de l'étendue que la carte doit avoir en longitude ; alors tirant par tous les points de diviſion de *QT* des parallèles à *IK*, & par tous les points de di-

viſion de *IK*, des parallèles à *QT*; on aura les parallèles & les méridiens, à l'aide deſquels il ſera facile de marquer les différens lieux, ſelon leur longitude & leur latitude.

35. Il eſt certain que ces cartes ſont plus commodes que les précédentes, pour les uſages de la navigation; mais on ne peut diſſimuler qu'elles ſont d'autant moins exactes, que la différence en latitude eſt plus grande, & qu'en même temps la latitude moyenne eſt plus grande. Elles donnent les degrés des parallèles, trop petits d'un côté, & trop grands de l'autre.

C'eſt pour remédier à ce défaut, en conſervant néanmoins les méridiens parallèles, qu'on a imaginé les *cartes réduites* dont l'uſage eſt tout à la fois exact & commode.

36. Les cartes réduites qui repréſentent le globe entier, ou du moins ſon contour dans le ſens de l'équateur, comme eſt celle que l'on voit *Planche III*, ne ſont à proprement parler, que le développement d'un cylindre qu'on imagine circonſcrit à la terre, & qui a par conſéquent pour diamètre, celui de l'équateur, mais qui eſt infini en longueur. Elles ne ſont pas comme quelques-unes des précédentes, une projection, ou une perſpective aſſujettie à un ſeul point. Le but de leur conſtruction eſt uniquement de rendre les méridiens parallèles, ſans néanmoins changer le rapport entre les parties du méridien & celles des parallèles.

Pour y parvenir, au lieu de diminuer l'étendue des degrés des parallèles, à meſure que la latitude augmente, on leur donne conſtamment la même grandeur; on les fait égaux aux de-

grés de l'équateur, ce qui rend néceſſairement les méridiens parallèles. Mais en même temps, on donne aux degrés d'un grand cercle quelconque du globe, une valeur plus grande à meſure que le parallèle dont il s'agit, eſt par une plus grande latitude. Ainſi, puiſque (*Géométrie* 329) la grandeur d'un degré pris ſur un parallèle quelconque, eſt à celle d'un degré pris ſur l'équateur, ou en général, à celle d'un degré de grand cercle, comme le coſinus de la latitude eſt au rayon, ou (*Géom.* 278) comme le rayon eſt à la ſécante de la latitude; ſi l'on fait conſtamment le degré de chaque parallèle, égal à celui de l'équateur, il faudra, lorſqu'il s'agira d'un point ſitué à une latitude quelconque, compter le degré de grand cercle, comme s'il avoit pour valeur, le degré de l'équateur, augmenté dans le rapport du rayon à la ſécante de la latitude, c'eſt-à-dire, multipliée par la ſécante de la latitude, diviſée par le rayon.

Cela poſé, il eſt aiſé de voir que ſi dans les cartes réduites, les degrés des parallèles ſont tous égaux à ceux de l'équateur, les degrés du méridien ou de latitude ne doivent pas être égaux, & qu'ils doivent augmenter à meſure que la latitude augmente. Mais on ſe tromperoit, ſi en ſuppoſant (*fig.* 14) que *MN* & *RS* étant deux portions de parallèles éloignés d'un degré, on concluoit de ce qui vient d'être dit, que l'arc *NS* d'un degré, qui meſure la diſtance de ces deux parallèles, doit être exprimé ſur la carte, par une ligne égale au degré de l'équateur multiplié par la ſécante de la latitude, diviſée par le rayon. En effet, il eſt bien vrai

qu'en N, le degré de grand cercle doit valoir $\frac{D \times sec. QN}{R}$, en appelant D le degré de l'équateur ; mais par la même raiſon, au point S le degré doit valoir $\frac{D \times sec. QS}{R}$: ces deux quantités n'étant point égales, ne peuvent ni l'une ni l'autre être la meſure de la diſtance des deux parallèles. L'une eſt plus petite, & l'autre plus grande qu'il ne convient. Mais ſi au lieu de ſuppoſer les deux parallèles, éloignés d'un degré, nous les ſuppoſons ſeulement éloignés d'une minute; alors la valeur de la minute, en N, ſera $\frac{M . sec. QN}{R}$, en repréſentant par M la minute de l'équateur, & la valeur de la minute en S ſera $\frac{M . sec. QS}{R}$; quantités qui ne diffèrent que très-peu l'une de l'autre, & qui par conſéquent pourront être priſes également pour la meſure de la minute de N en S, ou de l'intervalle qu'on doit mettre entre les deux parallèles ſur la carte réduite.

37. On voit donc que pour calculer les augmentations qu'on doit donner aux parties du méridien, relativement à celles qu'on donne aux parallèles dans la conſtruction des cartes réduites ; il faut concevoir le méridien partagé en parties très-petites, & multipliant la valeur de l'une quelconque de ces parties, par la ſécante de la latitude diviſée par le rayon, on a la valeur que cette partie doit avoir ſur la carte réduite ; & cela d'autant plus exactement, que cette partie a été priſe plus petite.

L'exactitude eſt ſuffiſante, lorſqu'on ſuppoſe le méridien diviſé en minutes. Ainſi pour avoir l'étendue qu'on doit donner au méridien pour marquer une certaine latitude, il ſuffit de prendre dans les Tables ordinaires, toutes les ſécantes, de minute en minute, depuis o degré, juſqu'au degré de latitude dont il s'agit. La ſomme de ces ſécantes étant diviſée par le rayon, donnera un nombre de minutes, qui étant porté depuis l'équateur ſur le méridien, déterminera le degré de latitude dont il s'agit, avec une exactitude ſuffiſante.

Ces parties du méridien, ſont ce qu'on appelle des *Parties Méridionales*; & on appelle *Latitudes croiſſantes*, les latitudes marquées ſuivant cette méthode. Les parties méridionales ont encore d'autres uſages que celui d'être employées à la conſtruction des cartes réduites: nous les verrons par la ſuite.

De la grandeur abſolue des degrés ſur la Terre.

38. Juſqu'ici nous n'avons conſidéré que les poſitions relatives des différentes parties du globe; c'eſt-à-dire, leurs diſtances réciproques meſurées en degrés. Mais pour être en état de repréſenter ſur les cartes les opérations que l'on fait, ou les meſures que l'on prend en mer pour connoître le chemin que fait le vaiſſeau, il faut de plus connoître la grandeur abſolue des degrés d'un grand cercle de la terre.

D'après les opérations faites pour connoître la figure & la grandeur de la terre, quoique

les degrés de grand cercle ne ſoient pas parfaitement égaux, néanmoins, vu le peu de différence entre la figure réelle de la terre, & la figure ſphérique, on peut les regarder comme étant égaux ; & par un milieu conclu des meſures qui ont été faites pour différens degrés de latitudes, prendre 57030 toiſes pour la valeur de chaque degré ; enſorte que la minute eſt de 950 toiſes & demie.

39. C'eſt ſur l'étendue d'un degré que l'on fixe celle de la lieue. En France, dans la navigation, on entend par lieue, la vingtième partie d'un degré ; ainſi la lieue marine eſt de 2851 toiſes & demie ; elle répond à trois minutes de degrés. D'où il ſuit que pour convertir en degrés & minutes un nombre de lieues propoſé, il faut prendre le vingtième, qui donnera les degrés, & tripler le reſte, ce qui donnera les minutes ; par exemple, le 20ᵉ de 753 étant 37 avec un reſte 13 dont le triple eſt 39, j'en conclus que 753 lieues valent 37° 39′. Réciproquement, pour convertir les degrés & minutes en lieues ; il faut multiplier par 20 le nombre des degrés, & pour chaque minute prendre le tiers de 20.

40. Les Hollandois font leur lieue marine de la quinzième partie d'un degré ; ainſi elle eſt de 3802 toiſes. Les Italiens & les Anglois ne comptent point par lieues, mais par *milles* ; & ils comptent 60 de ces milles dans un degré, enſorte que chaque mille répond préciſément à une minute, ou 950 toiſes & demie.

De la manière dont on mesure le chemin que fait le Navire : description du Loch, & son usage.

41. Après avoir expliqué la construction des cartes marines, il ne s'agit plus, pour être en état d'en faire usage, que de savoir comment on mesure le chemin que fait le navire, & comment on détermine la direction de sa route.

Tous les moyens qu'on a employés jusqu'ici pour mesurer la vîtesse du navire, ou son *sillage*, se réduisent à avoir en mer un point fixe, d'où l'on puisse compter l'espace parcouru pendant une partie connue de l'heure ou de la minute. On en conclut ensuite facilement ce que le navire fait dans une heure ou dans tout autre espace de temps connu, en supposant que sa vîtesse continue d'être la même que pendant l'expérience.

Ainsi la mesure du sillage suppose essentiellement deux choses ; un terme fixe sur la surface de la mer, & un moyen exact de mesurer le temps, ou du moins une portion déterminée de temps.

42. L'instrument qu'on emploie pour ce dernier objet est le sablier. Il est suffisant dans cette expérience dont la durée ordinaire n'est que d'une demi-minute, pourvu cependant qu'on observe de le vérifier de temps à autres ; parce que le sable en coulant use le trou qui est entre les deux ampoulettes, & l'agrandit insensiblement. Il est encore à propos de vérifier chacune des deux ampoulettes, car rarement sont-elles parfaitement égales. Voici comment

on peut faire cette vérification à terre.

43. Suſpendez une balle de plomb de trois ou quatre lignes de diamètre, à l'extrémité d'un fil de ſoie plate, ou de fil tors que vous cirerez pour l'empêcher de ſe détordre, & par conſéquent de s'alonger. Faites paſſer ce fil dans une fente pratiquée en *B* (*fig.* 18) dans quelque corps ſolide & fixe. Élevez ou abaiſſez la balle *A*, par le moyen du fil *AB*, juſqu'à ce que la diſtance *BA* depuis le point *B* où le fil commence à être pincé par la fente, juſqu'au centre *A* de la balle, ſoit de 9 pouces 2 lignes $\frac{1}{7}$ (*). Alors ſi après avoir écarté la balle *A* à peu de diſtance de ſa poſition naturelle *AB*, vous l'abandonnez à elle-même, elle fera chacune de ſes vibrations en une demi-ſeconde; c'eſt-à-dire, qu'elle mettra une ſeconde entière à faire une allée & un retour. Ainſi, en comparant le ſablier avec ce pendule, il ſera facile de voir s'il dure exactement la demi-minute, ou de combien il en diffère.

44. Quant à la manière de ſe procurer le point fixe d'où l'on doit compter le chemin du navire pendant l'expérience; on laiſſe tomber de la pouppe, & du côté oppoſé au vent, c'eſt-à-dire, *ſous-le-vent*, un morceau de bois (*fig.* 19) attaché à une longue ficelle qu'on lâche à meſure que le vaiſſeau avance, & qui, par la quantité dont elle a été lâchée peut faire juger du chemin qu'on a fait. Ce morceau de bois & ſa ficelle forment enſemble ce qu'on appelle le *Loch*.

(*) Cette meſure a été déterminée par pluſieurs expériences faites avec un très-grand ſoin.

Comme le morceau de bois, en tombant, a non-ſeulement la vîteſſe que lui donne la peſanteur, mais qu'il a encore dans le ſens du mouvement du vaiſſeau, une vîteſſe préciſément égale à celle du vaiſſeau, puiſque lorſqu'il a été lâché il étoit entraîné d'un mouvement commun avec le vaiſſeau, il s'enſuit que quand il tombe dans l'eau, il ne reſte pas au même endroit, mais ſuit encore le vaiſſeau pendant quelques inſtans; on ne doit donc pas juger le chemin du vaiſſeau, par la quantité de ficelle qui a été lâchée, depuis que le loch eſt tombé dans l'eau. Une autre raiſon détermine encore à attendre : l'eau, qui vers la pouppe tend à remplir le vuide que laiſſe le vaiſſeau en s'avançant, a dans cet endroit & à quelque diſtance en arrière, beaucoup d'agitation; & par ce mouvement qu'on nomme *Remoux*, elle donne au loch des mouvemens fort irréguliers. C'eſt pourquoi au lieu de compter les 30 ſecondes du ſablier dès l'inſtant que le loch eſt à la mer, on ne commence à les compter que lorſqu'il eſt éloigné de la pouppe, d'une quantité égale à la longueur du navire. Alors il eſt hors du Remoux, & ſtable, ſi d'ailleurs, la mer n'a aucun mouvement propre.

La figure du loch eſt ordinairement celle d'un triangle iſoſcèle de 6 à 7 pouces de hauteur. Sa baſe qui eſt un peu moindre, regarde le fond de la mer, & elle eſt chargée d'un peu de plomb, tant pour faciliter au loch le moyen de prendre une poſition verticale, que pour le faire plonger juſqu'à ſa pointe, pour ôter toute priſe au vent. C'eſt à cette pointe qu'eſt atta-

chée la ficelle, qui à quelque diſtance comme en *D*, pouſſe une branche *DC*, laquelle ſert à maintenir le morceau de bois *BAC* dans la poſition verticale, & peut s'en ſéparer lorſqu'on retire le loch, parce qu'elle ne tient au morceau de bois *BAC* qu'à l'aide d'une cheville qui ſe détache par les efforts oppoſés de la tenſion de la ficelle de *A* vers *E*, & de la réſiſtance de l'eau ſur la ſurface *AC*.

Lors donc que l'on juge le loch à la diſtance convenable du vaiſſeau, celui qui le jette avertit par le mot *vire*, de tourner le ſablier; & celui-ci, par le mot *ſtop*, donne au premier, le ſignal d'arrêter le loch lorſque le ſablier finit. Pendant l'expérience on lâche la ficelle en faiſant tourner plus ou moins vîte, ſelon la vîteſſe du vaiſſeau, l'eſpèce de touret ſur lequel elle eſt roulée. Il y a une marque ſur la ficelle pour terminer la longueur qui doit être lâchée avant que l'on commence à compter; depuis ce point, la ficelle eſt diviſée en parties égales diſtinguées par des nœuds, afin qu'on puiſſe les compter dans l'obſcurité comme dans le jour, & ces eſpaces s'appellent auſſi des nœuds. Leur grandeur a un rapport déterminé avec la lieue marine : elle en eſt la 360ᵉ partie, ou la 120ᵉ partie d'un tiers de lieue marine. Or comme l'expérience dure une demi-minute, & que dans une heure, il y a 120 demi-minutes, pendant leſquelles le vaiſſeau marchant toujours de même doit faire 120 fois autant de chemin, il s'enſuit que pour chaque nœud qui aura été filé le navire fait un tiers de lieue par heure. Enſorte que, ſi pendant l'expérience il y a eu 9 ou 10

nœuds de filés, le navire fait 9 ou 10 tiers de lieue par heure, c'eſt-à-dire, 3 lieues ou trois lieues & un tiers.

Comme la lieue marine (39) eſt de 2851 $\frac{1}{2}$ toiſes, ou de 17109 pieds; ſi l'on en prend la 360e partie, on aura 47 pieds 6 pouces pour la longueur que doit avoir chaque nœud. Ainſi tant que la durée de l'expérience ſera de 30 ſecondes, chaque nœud doit être de 47 pieds & demi, pour répondre à un tiers de lieue par heure.

45. Pendant le cours d'une campagne, la ficelle eſt ſujette à des raccourciſſemens & des alongemens alternatifs : il eſt donc très-néceſſaire de la vérifier de temps à autre, & de la rectifier lorſqu'on y apperçoit quelque changement, ou d'en tenir compte dans l'évaluation du chemin du navire. Par exemple, ſi l'on s'appercevoit que la ligne de loch, ou la ficelle, s'eſt alongée d'un 20e, il eſt clair qu'elle feroit eſtimer le chemin, d'un 20e plus court qu'il n'eſt réellement, il faudroit augmenter d'un 20e le nombre des nœuds que l'on auroit comptés pendant la demi-minute.

46. Si en vérifiant le ſablier, de la manière que nous avons décrite ci-deſſus, on trouvoit que ſa durée n'eſt pas exactement de 30 ſecondes, enſorte qu'elle fût par exemple, de 32 ſecondes : il eſt viſible qu'on auroit compté plus de nœuds qu'on ne devoit. On feroit donc cette proportion, 32 ſecondes ſont à 30 ſecondes, comme le nombre de nœuds qu'on a comptés, eſt à celui qui répond à 30 ſecondes. Il faut encore faire attention ſi le commence-

ment & la fin des nœuds qu'on a filés ont répondu exactement au commencement & à la fin de l'écoulement du ſablier, & tenir compte, autant qu'il eſt poſſible, de la différence, s'il y en a. Cette différence produit le même effet que ſi le ſablier duroit trop ou trop peu. En général les attentions que nous rappelons ici, ſont d'autant moins à négliger, que la durée de l'expérience eſt par elle-même fort courte.

47. Avec ces ſoins, & en obſervant de répéter l'expérience autant que le vaiſſeau paroîtra changer de vîteſſe, on pourroit faire une eſtime du ſillage, ſuffiſamment exacte, ſi le morceau de bois ou *bateau de loch*, pouvoit être regardé comme fixe. Mais il n'en eſt pas ainſi, & par pluſieurs cauſes dont les effets ſont fort variables & peu connus. La mer eſt ſujette à des mouvemens particuliers dont la direction & la vîteſſe n'ont rien de conſtant. Les courans qui naiſſent de ces mouvemens donnent au navire une vîteſſe que le loch ne fait pas découvrir puiſqu'il la reçoit auſſi; enſorte qu'il ne fait connoître que le mouvement du vaiſſeau par rapport à la mer, & non le mouvement à l'égard de la terre qui eſt celui qui importe véritablement.

Il y a quelques courans dont la direction ainſi que la vîteſſe ſont aſſez bien connus : on ſait par exemple, qu'à l'équateur & à quelque diſtance de part & d'autre, la mer ſe meut vers l'occident & forme un courant perpétuel dont la vîteſſe eſt de 3 lieues par jour. Mais il en eſt une infinité d'autres, qui, ne tenant pas à des cauſes auſſi générales, & auſſi régulières, laiſ-

ſeront toujours beaucoup d'incertitudes ſur le ſillage. Tels ſont par exemple les mouvemens que la mer peut prendre lorſque le vent a ſoufflé pendant un certain temps vers un même côté. On ne peut douter que ſa ſurface & les parties voiſines ne prennent une certaine partie de la vîteſſe du vent ; mais quelle eſt cette partie ? combien ne peut-elle pas varier dans le voiſinage des terres par la poſition des côtes ? comment reconnoître ſi elle n'eſt pas jointe à quelques autres mouvemens occaſionnés par le vent qui a régné auparavant, ou par toute autre cauſe, &c. Sur ce point l'expérience doit être beaucoup conſultée, & peut-être ſera-t-elle toujours le ſeul guide ; mais il faut encore beaucoup d'attention & de diſcernement pour bien juger ce que l'expérience décide véritablement ſur ces objets. Nous verrons par la ſuite comment on doit corriger les routes, de l'effet ſuppoſé connu, de ces différentes cauſes.

De la manière de connoître la direction de la route du Navire : de la Bouſſole & de ſes uſages.

48. C'eſt à l'aide de la bouſſole qu'on détermine la direction de la route du vaiſſeau. La bouſſole conſiſte principalement en une aiguille d'acier, qui ayant été frottée à une pierre d'aimant, en a reçu la propriété ſingulière de ſe diriger conſtamment vers un même point de l'horizon : c'eſt-à-dire, que dans un même lieu & dans un même temps, ſi ayant ſuſpendu cette aiguille, à l'aide d'un fil ou ſur un pivot, de manière qu'elle puiſſe tourner librement, on

l'écarte à droite ou à gauche de la position où elle seroit en repos, elle reviendra à cette position après quelques balancemens, & s'y arrêtera.

Cette ligne, dans laquelle l'aiguille se fixe ainsi d'elle-même, s'appelle le *Méridien Magnétique*.

49. Le méridien magnétique n'est pas le même dans tous les lieux de la terre. Et dans un même lieu, il n'est pas non plus toujours le même dans tous les temps. A la vérité, dans un court intervalle de temps, il ne change pas sensiblement si ce n'est par des causes accidentelles; mais d'année en année sa variation est sensible, paroît régulière, & se faire toujours vers le même côté.

50. C'est à la ligne méridienne qu'on rapporte la situation de l'aiguille, & on appelle *déclinaison* ou *variation* de l'aiguille, l'angle qu'elle fait dans le plan horizontal, avec la méridienne ou la ligne nord & sud. A Paris, cet angle étoit, en Avril 1766, de 19° 6′ du nord à l'ouest; en Avril 1767, il étoit de 19° 16′; & en Mars 1768, il étoit de 19° 25′. Il paroît qu'il augmente annuellement d'environ 10 minutes à Paris. Il y a environ un siècle, cet angle étoit entre le nord & l'est. Il est donc très-nécessaire de s'assurer de la variation de la boussole, selon le temps & selon les lieux. Nous en donnerons les moyens par la suite.

51. Pour les boussoles ordinaires, on suspend l'aiguille sur un pivot, dans une boîte que l'on recouvre d'une glace. Les bords de la boîte, ou le fond, sont divisés en degrés; & la ligne qui

paſſe par les points 0° & 180° repréſente la méridienne, ſur laquelle le nord eſt diſtingué par une fleur-de-lis. Sur le fond de la boîte, on colle, où l'on trace la roſe des vents dont nous allons parler.

52. Quant à la bouſſole dont on fait uſage à la mer, l'aiguille n'eſt pas libre comme dans la précédente ; on la charge d'un carton léger, ou d'un morceau de Talc taillé en rond, & collé entre deux morceaux de papier, enſorte que dans ſon mouvement elle eſt obligée d'entraîner avec elle ce cercle, qui par ſa maſſe modère la facilité qu'elle auroit à vaciller. On donne quelquefois à l'aiguille la figure d'un loſange évidé tel qu'on le voit (*fig.* 20). Mais cette forme peut la rendre infidelle, en ce que ſi par quelque cauſe que ce ſoit, comme la rouille, ou tout autre choſe, la vertu magnétique venoit à n'avoir pas la même action ſur les deux côtés *AD* & *DB* que ſur les deux côtés *AE*, *EB*, la ligne *AB* ne ſeroit pas la vraie direction ſuivant laquelle s'exerceroit l'effort total de la vertu magnétique. La *fig.* 21 eſt plus convenable.

53. C'eſt ſur le cercle dont nous venons de parler qu'eſt tracée la *Roſe des vents*. On appelle ainſi un cercle (*fig.* 22) diviſé en 32 parties égales, par des rayons qu'on nomme *Rhumbs* ou *Airs de vent*. On appelle auſſi Rhumbs, ou Airs de vent, les quantités angulaires compriſes entre ces rayons. Le nord eſt indiqué par une fleur-de-lis ; & le diamètre qui paſſe par ce point, eſt ſuppoſé repréſenter la méridienne qu'on appelle auſſi la *ligne nord & ſud* de la

boussole. A 90° de part & d'autre des extrémités de cette ligne sont les points d'est & d'ouest. Le diamètre qui joint ces deux-ci, s'appelle la *ligne est & ouest.*

Ces quatre points, nord, sud, est & ouest, partagent donc l'horizon en quatre parties égales; on les nomme les *Points* ou *les Vents Cardinaux*, parce qu'ils communiquent leurs noms à tous les autres vents.

On subdivise chaque quart de l'horizon, en deux parties égales : & le rayon ou l'air de vent qui part de chacune de ces nouvelles divisions, prend un nom composé de ceux des deux points cardinaux, entre lesquels il se trouve, & dans lequel on nomme le premier celui qui appartient à la ligne nord & sud. Ainsi pour nommer le milieu entre le sud & l'est, on dira *sud-est*, & non pas est-sud. On appellera de même *nord-ouest*, celui qui tient le milieu entre le nord & l'ouest.

On partage chacun de ces airs de vent, en deux parties égales, & l'on donne à chacun un nom composé des deux entre lesquels il se trouve, en nommant toujours le premier celui des quatre points cardinaux dont il est le plus voisin. Ainsi celui qui tient le milieu entre l'est & le nord-est, s'appellera *est-nord-est.* Celui qui tient le milieu entre le nord & le nord-ouest, s'appellera *nord-nord-ouest.*

Enfin, pour avoir les 32 airs de vent, on subdivise ces derniers, chacun en deux autres : & pour former le nom de chacun, on emprunte ceux des deux des huit premiers airs de vent, entre lesquels il tombe, en mettant toujours le

le premier celui dont il eſt le plus voiſin ; mais on ſépare ces deux noms par le mot *quart*. Par exemple, pour énoncer l'air de vent qui tient le milieu entre le nord & le nord-nord-eſt, on dira *nord-quart de nord-eſt*, parce qu'il eſt près du nord, mais avancé vers le nord-eſt, du quart du nord au nord-eſt : & l'on écrira $N\frac{1}{4}N\text{-}E$. Pour énoncer celui qui tient le milieu entre le nord-eſt, & le nord-nord-eſt, on diroit *nord-eſt quart de nord*, & l'on écriroit $N\text{-}E\frac{1}{4}N$.

54. L'aiguille eſt portée ſur un pivot, comme dans les autres bouſſoles; mais la boîte qui porte ce pivot eſt renfermée dans une autre boîte, dans laquelle elle eſt mobile dans deux ſens différens. *CDEF* (*fig.* 23) repréſente la boîte qui porte l'aiguille. Cette boîte au moyen de deux boulons *A* & *B* qui entrent dans le balancier *ARBS* peut tourner autour de la droite *AB* ; & le balancier lui-même peut tourner autour de la droite *RS* perpendiculaire à *AB*, au moyen des deux boulons *B* & *S* qui entrent dans une boîte quarrée extérieure : enſorte que la boîte intérieure peut ſe balancer en même temps, autour de *AB* & autour de *BS*. Pour diminuer ſa mobilité & lui donner plus de diſpoſition à garder ſa ſituation naturelle, on charge de plomb ſa concavité ; & ſa ſuſpenſion lui procure l'avantage de revenir à ſa ſituation naturelle, par un mouvement plus doux lorſqu'elle en a été dérangée par l'agitation du vaiſſeau.

55. Le pivot ſur lequel porte l'aiguille, la boîte intérieure, & le balancier, ſont communément de cuivre ; & en général, tant pour ces

pièces que pour toutes les autres parties de la bouſſole, on doit éviter d'y employer le fer ou l'acier; ils ne manqueroient pas d'altérer la poſition de l'aiguille; on doit même éviter d'en avoir dans le voiſinage de la bouſſole.

56. Lorſque la bouſſole eſt employée à diriger le navire, on l'appelle *Compas de route*. Sa boîte extérieure qui eſt quarrée, eſt placée dans une armoire ouverte, ſituée perpendiculairement à la quille; cette armoire s'appelle l'*habitacle*. La ſituation de la roſe à l'égard de la boîte, ſuffit pour faire connoître la direction de la quille du navire.

57. Quand la bouſſole ſert à relever les objets, c'eſt-à-dire, à reconnoître l'air de vent auquel ils répondent, on l'appelle *Compas de variation*. Alors on la garnit de deux pinnules, *A* & *B* (*fig.* 24) par leſquelles on viſe aux objets. Pendant qu'un obſervateur aligne les deux pinnules avec l'objet, un autre examine quelle eſt la ſituation de la ligne nord & ſud de la roſe, à l'égard d'un fil *MN*, tendu d'un bord à l'autre de la boîte, perpendiculairement à la ligne *AB* imaginée par les fentes des deux pinnules. L'angle que font ces deux lignes eſt préciſément égal à celui dont l'objet eſt écarté à l'égard de la ligne eſt & oueſt de la bouſſole. C'eſt ce qu'il eſt facile de voir, en jettant les yeux ſur la *figure* 25, où il eſt évident que ſi *SN* repréſente la ligne nord & ſud du compas, *OE* perpendiculaire à *SN* repréſentera la ligne eſt & oueſt; & puiſque le fil repréſenté par *PM*, eſt perpendiculaire au rayon viſuel *RC*, les angles *OCN*, *RCM* ſeront égaux; & retran-

chant respectivement les angles égaux *OCP*, *ECM*; les angles restans *PCN* & *RCE* seront égaux. Mais il faut observer que ces angles sont supposés dans un plan horizontal; ensorte que quand il s'agit d'un objet élevé sur l'horizon, comme du Soleil, par exemple, l'angle *RCE* que l'on mesure avec le compas, n'est pas l'angle compris entre le rayon visuel qui va au Soleil, & la ligne est & ouest du compas: c'est l'angle compris entre cette dernière ligne, & celle qui iroit du centre *C* de la rose des vents, au point où tomberoit la perpendiculaire abaissée de l'objet ou de l'astre, sur l'horizon.

58. Le compas de route sert à déterminer la position de la quille du vaisseau, à l'égard de la vraie ligne nord & sud, & à la maintenir ou à la ramener à cette position lorsqu'elle s'en écarte. Mais il ne fait pas connoître la direction de la route du vaisseau, qui le plus souvent, est différente de la direction de la quille. C'est le compas de variation qu'on emploie pour connoître l'angle que la route fait avec la quille, angle que l'on appelle la *dérive*: voici comment on la détermine.

Le vaisseau faisant route, laisse assez au loin en arrière de lui, une trace qu'on appelle la *houache*, qui étant l'effet de sa marche est sur la ligne même qu'il suit, du moins en supposant que la mer n'ait aucun mouvement propre. Il n'y a donc qu'à relever cette trace avec le compas de variation; on saura par-là quel angle elle fait avec la ligne est & ouest du compas; & comme on sait quel angle la quille fait avec

cette dernière, on connoîtra facilement l'angle de la dérive.

Principes fondamentaux de la réduction des routes.

59. Dans tout ce qui va être dit sur la réduction des routes, nous ferons abstraction des erreurs que l'on est exposé à commettre, tant sur le sillage que sur le rhumb de vent. Nous regarderons l'un & l'autre comme exactement connus; nous verrons dans la seconde section comment on détermine la variation de l'aiguille; mais nous supposons ici qu'on y a eu égard ainsi qu'à la dérive.

Lorsqu'un vaisseau fait route, il suit toujours la même direction ou le même air de vent, tant que la direction & la force du vent restent les mêmes, & que les voiles restent en même quantité & orientées de la même manière; ou si par intervalles il s'écarte, par les coups de lame, on le ramène par le moyen du gouvernail dont le timonier fait usage à mesure que les changemens indiqués par le compas de route, en font voir la nécessité.

Quand nous disons que le vaisseau suit toujours la même direction, nous n'entendons pas que pour se rendre d'un point à un autre, on prenne toujours le rhumb de vent direct, & qu'on y aille par ce seul rhumb; au contraire, cela n'arrive presque jamais: on est souvent obligé de prendre un rhumb fort différent, pour pouvoir *décaper*, c'est-à-dire, s'éloigner des caps, ou des écueils voisins du rhumb de vent direct, & sur lesquels

on s'exposeroit à être jeté si l'on suivoit celui-ci. D'autres fois on cherche à gagner des parages où soufflent les vents qui peuvent favoriser le reste de la navigation. En un mot il y a plusieurs motifs qui peuvent déterminer à préférer une route quelconque, à la route directe, & qui peuvent faire changer plusieurs fois dans le cours d'une traversée. Mais quoiqu'on coure par intervalles sur différens airs de vent, on reste néanmoins sur chacun pendant un certain espace de temps. Ainsi puisque la route est la somme de plusieurs routes plus ou moins longues, décrites chacune sur un certain air de vent, nous pouvons considérer chacune de ces routes partielles, comme si elle étoit la route totale ; il ne s'agira que de répéter, pour chacune, des opérations analogues à celles que l'on aura faites pour l'une d'entre elles.

60. Observons d'abord que puisque la surface de la terre est courbe, & qu'à mesure qu'on change de place, on change nécessairement d'horizon, les rhumbs de vent ne sont pas des lignes droites ; mais des lignes courbes. Cela est évident puisqu'ils sont tracés sur une surface courbe. Mais ils le sont encore par une autre raison ; parce que chacun doit faire constamment un même angle avec le méridien de chaque lieu. En effet, soient *A* & *B* (*fig.* 26) deux points infiniment voisins, placés sur deux méridiens différens. Soient *AB* & *BR* les lignes qui pour chaque point marquent le nord-oueſt ou tout autre rhumb de vent : les angles *BAP* & *RBP* sont donc égaux ; mais comme les arcs

BP & *AP* ne ſont point parallèles, & qu'au contraire l'arc *BP* ſe rapproche de l'arc *AP*, il eſt clair que l'angle *PBQ* qu'il forme avec *AB* prolongé, ſera plus grand que l'angle *PAQ*, & par conſéquent plus grand que *PBR*; donc puiſque *BR* marque le même rhumb de vent que *AB*, les parties *AB* & *BR* d'un même rhumb de vent ne ſont point ni en ligne droite ni dans un même plan.

61. Chaque rhumb de vent *AB* (*fig* 27) forme donc ſur la ſurface du globe, une ligne courbe : cette ligne s'appelle une *Loxodromie*. Un vaiſſeau qui ſuivroit conſtamment le même rhumb de vent, s'approcheroit ſans ceſſe du pôle, en tournant autour ; mais ſans pouvoir jamais y arriver, excepté le cas où il ſuivroit la ligne nord & ſud. Examinons maintenant la propriété de cette courbe, qui ſert de fondement à toutes les réductions des routes.

Concevons que *AB* ſoit une partie quelconque d'un rhumb de vent ; *PBN*, *PAM* les deux méridiens extrêmes ; *NM* l'équateur ; *PCK*, *PEL* deux méridiens qui coupent le rhumb de vent *AB* en deux points infiniment voiſins *C* & *E*. Si l'on conçoit que du pôle *P* on ait décrit les arcs *BS* & *CD* parallèles à l'équateur ; il eſt clair que ſi *AB* eſt le rhumb de vent ou la route qu'a ſuivie un vaiſſeau, *AS* ſera le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud, depuis le point de départ *A* juſqu'au point d'arrivée *B*, & que l'arc *MN* de l'équateur, marquera le changement ou la différence en longitude.

Donc, par la même raiſon, ſi *EC* marque

l'eſpace parcouru, pendant un inſtant, ſur le rhumb de vent *AB*, *DE* marquera le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud, pendant ce même inſtant, & *KL* ſera le changement en longitude. Or comme le triangle *CDE* rectangle en *D* eſt infiniment petit, on peut le regarder comme rectiligne. Et ſi l'on conçoit la route *AB* partagée en une infinité de parties égales telles que *CE*, & que pour chacune on conçoive un petit triangle tel que *CDE*, il eſt clair que tous ces triangles ſeront tous égaux entre eux, parce qu'outre l'angle droit & l'hypothénuſe, qui ſont les mêmes dans chacun, ils auront d'ailleurs chacun l'angle *CED* du rhumb de vent, le même. On pourra donc en conclure que la ſomme de toutes les hypothénuſes *CE*, ou la longueur *AB* de la route, eſt à la ſomme de tous les côtés *DE*, ou au chemin total fait ſuivant la ligne nord & ſud, comme une des hypothénuſes *CE*, eſt au côté correſpondant *DE*. Or puiſque le triangle *CDE* eſt rectiligne, il s'enſuit qu'il ſera ſemblable à tout autre triangle rectiligne qui auroit les mêmes angles; donc ſi (*fig.* 28) on conſtruit un triangle rectiligne rectangle *GIH* dont l'angle *G* ſoit égal à l'angle du rhumb de vent, ce triangle ſera ſemblable au triangle *CDE* (*fig* 27), & l'on aura par conſéquent *GH* : *GI* : : (*fig* 28) *CE* : *DE* : : *AB* : *AS*, ainſi qu'on vient de le voir; donc ſi l'on fait *GH* égal à la longueur *AB* de la route, *GI* ſera le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud.

On peut donc, quoique la route ſoit une ligne courbe, déterminer le chemin fait ſuivant la

ligne nord & ſud, en conſtruiſant un triangle rectiligne rectangle dont l'hypothénuſe ſoit égale à la longueur de la route, & dont un des angles ſoit égal au rhumb de vent; le côté adjacent à cet angle ſera le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud. C'eſt un des principes fondamentaux de la réduction des routes.

62. Voyons maintenant comment on détermine le chemin fait ſuivant la ligne eſt & oueſt.

Il eſt clair que ce chemin eſt repréſenté par *CD* lorſque *CE* repréſente celui que fait réellement le vaiſſeau. Or ſi l'on imagine, comme ci-deſſus, tous les triangles *CED* correſpondans aux différentes parties *CE* de la route, on verra de même, que la ſomme de toutes les hypothénuſes *CE*, ou la route entière *AB*, eſt à la ſomme de tous les côtés *CD* ou au chemin total fait ſuivant la ligne eſt & oueſt, comme *CE* eſt à *CD*, ou à cauſe des triangles ſemblables *CED* : *HGI* (*fig.* 27 & 28) : : *GH* : *HI*; donc *ſi l'on fait un triangle rectiligne rectangle dont l'hypothénuſe ſoit égal à la longueur de la route & dont un angle ſoit égal au rhumb de vent; le côté oppoſé à cet angle ſera le chemin fait ſuivant la ligne eſt & oueſt.*

On peut donc repréſenter par les parties d'un ſeul triangle rectiligne rectangle, la longueur de la route, le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud, le chemin fait ſuivant la ligne eſt & oueſt, & le rhumb de vent.

63. Ces deux propoſitions ſont vraies, quelle que ſoit la longueur de la route. Quoique la route, le chemin fait ſuivant la ligne nord &

ſud, & le chemin fait ſuivant la ligne eſt & oueſt, ſoient tous des lignes courbes, il n'en eſt pas moins rigoureuſement exact de les repréſenter par l'hypothénuſe & les côtés d'un triangle rectiligne tel qu'on vient de le dire. Mais on ſe tromperoit, ſi ayant vu que le côté *GI* (*fig.* 28) eſt égal à *AS* (*fig.* 27), on en concluoit que *HI* eſt égal à *BS*. En effet *HI* eſt la ſomme de tous les petits arcs *CD*, laquelle eſt plus grande que *BS*, puiſque *CD* eſt plus grand que *OQ*. Et ſi du pôle *P* on imagine l'arc *AR*, on verra de même, que *HI*, ou la ſomme des petits arcs *CD*, eſt plus petite que *AR*.

64. Lorſqu'une fois on a déterminé le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud, il eſt facile d'en conclure la différence en latitude; car ce chemin faiſant partie d'un grand cercle, on doit pour chaque vingtaine de lieues, compter un degré. Il ne s'agira donc (39) que de prendre le vingtième, pour avoir les degrés, & de tripler le reſte, pour avoir les minutes.

65. Quant à la différence en longitude, elle ne peut pas ſe conclure auſſi immédiatement, de la valeur du chemin fait ſuivant la ligne eſt & oueſt. En effet, ce dernier chemin a pour valeur *HI* (*fig.* 28) qui eſt la ſomme de toutes les petites parties *CD* (*fig.* 27), ſomme qui, comme nous venons de le voir, eſt plus grande que *BS* & plus petite que *AR*.

Si l'on ſavoit à quelle latitude *MT* ſe trouve l'arc *TV*, qui étant terminé par les deux méridiens *PM*, *PN*, ſeroit préciſément égal à la ſomme de tous les petits arcs *CD* ou à *HI*,

il feroit facile d'en conclure la longueur de l'arc *MN* qui mefure la différence de longitude, parce que nous favons (*Géom.* 329) que la longueur de l'arc *TV*, eft à celle de *MN*, comme le cofinus de l'arc *MT* eft au rayon. Ayant donc trouvé par cette proportion, la valeur de l'arc *MN*, en lieues, on la réduiroit en degrés & minutes comme il vient d'être dit pour la latitude. Mais on ne peut déterminer ce point, d'une manière généralement exacte, que par la même méthode qui donneroit immédiatement la différence en longitude fans exiger d'ailleurs cette dernière proportion. Voyons donc comment on peut déterminer directement & exactement la différence en longitude.

66. Puifque (*Géom.* 329) on a $CD : LK :: cof. RD : R$, ou $:: L : fec. LD$; que d'ailleurs le triangle rectangle *CED* (*Géométrie*, 296) donne $ED : CD :: R : tang. CED$, on aura en multipliant ces deux proportions, $ED : LK :: R^2 : fec. LD \times tang. CED$; donc $LK = \ldots$ $\frac{ED \times \text{fec.}\, LD \times \text{tang.}\, CED}{R^2} = \frac{ED \times \text{fec.}\, LD}{R} \times \frac{\text{tang.}\, CED}{R}$. Mais felon ce que nous avons vu (36) $\frac{ED \times \text{fec.}\, LD}{R}$ exprime la grandeur qu'on doit donner aux parties *ED* du méridien, pour avoir les latitudes croiffantes; donc en raifonnant de même pour tous les arcs *CD* correfpondans aux différentes parties de *AB*, on conclura que la fomme de tous les arcs *LK*, ou l'arc *MN*, eft égal à la fomme de toutes les parties méridionales de la différence *AS* en latitude, multipliée par

le rapport de la tangente du rhumb de vent, au rayon ; c'eſt-à-dire, eſt égal à la différence des latitudes croiſſantes du point d'arrivée & du point de départ, multipliée par le rapport de la tangente du rhumb de vent, au rayon ; ce qui donne cette règle fort ſimple, pour déterminer la différence en longitude. Faites cette proportion..... *Le rayon, eſt à la tangente du rhumb de vent, comme la différence des latitudes croiſſantes de l'arrivée & du départ, eſt à la différence en longitude.* Sur quoi il faut obſerver que ſi les deux latitudes étoient de dénomination contraire, c'eſt-à-dire, l'une auſtrale & l'autre boréale, au lieu de la différence des latitudes croiſſantes, on prendroit leur ſomme.

67. On peut exécuter cette même règle, par une opération graphique fort ſimple auſſi. En conſtruiſant un triangle rectangle *GKL* (*fig.* 28) dont l'angle *G* ſoit égal au rhumb de vent, & le côté *GK* égal à la différence des latitudes croiſſantes ; alors *KL* ſera la différence de longitude, puiſque (*Géom.* 296) *GK* : *KL* : : *R* : *tang. KGL.*

68. Le triangle *GKL* qui détermine la différence en longitude, eſt donc ſemblable à celui *GIH* qui (62) détermine le chemin fait ſuivant la ligne eſt & oueſt.

Quant à la différence des latitudes croiſſantes, elle eſt toujours facile à avoir, ſoit par la règle donnée (37), ſoit par une table calculée (& nous en donnerons une à la fin de ce volume), ſoit par les cartes réduites, ſoit enfin par les règles ou échelles graduées qui ſont

en usage dans la navigation, & dont nous parlerons plus bas.

69. Lorsque la route a peu d'étendue en longueur, comme lorsqu'elle n'excede pas 200 lieues, & qu'on ne passe pas au-delà du 60e degré de latitude, on peut sans erreur sensible (*) supposer que l'arc *TV* (*fig.* 27) du parallèle qui passe à distances égales des deux parallèles extrêmes *AR* & *BS*, est précisément égal au chemin *HI* (*fig.* 28) couru suivant la ligne est & ouest, & l'on appelle cet arc, le *Moyen Parallèle*. Lors donc qu'on a déterminé le chemin *GI* (*fig.* 28) fait en latitude, & qu'on la réduit en degrés, il ne s'agit plus que d'en ajouter la moitié à la plus petite latitude *AM* (*fig.* 27), & de faire cette proportion, le cosinus de la latitude *MT* du moyen parallèle, est au rayon, comme le chemin ou le nombre de lieues *TV* ou *HI* fait suivant la ligne est & ouest, est au nombre de lieues de l'arc *MN* que l'on réduit ensuite en degrés pour avoir la différence en longitude.

(*) La plus grande erreur qu'on puisse commettre sur la longitude, en prenant le moyen parallèle, est, en minutes, $\frac{2}{55}$ du cube du nombre des centaines de lieues de la route, vers le parallèle de 45°; elle est la moitié de ce cube vers le parallèle de 60°; mais elle seroit de 482 fois ce cube, vers le parallèle de 75°; nous le démontrerons vers la fin de ce volume. Donc si la route est de 200 lieues ou de deux centaines de lieues, la plus grande erreur sera un peu plus d'une minute vers le parallèle de 45°; elle sera de 4′ vers le parallèle de 60°; & de 392′ ou 6° 32′ vers le parallèle de 75°. Mais comme ces différences augmentent en raison du cube de la longueur de la route, il est clair qu'on ne doit guère se permettre l'usage du moyen parallèle, au-delà des limites que nous prescrivons ici.

Ou bien on forme un triangle rectangle *ABC* (*fig.* 29) dont l'angle *BAC* soit égal à la latitude du moyen parallèle, & dont le côté *AB* de l'angle droit adjacent à l'angle *BAC* soit égal au nombre de lieues de *TV* (*fig.* 27) ou de *HI* (*fig* 28); alors le côté *AC* est la valeur de l'arc *MN*, puisque (*Géom.* 295) *AB* : *AC* :: *sin. BCA* ou *cos. CAB* : *R*.

70. Les lieues qu'on a courues suivant la ligne est & ouest s'appellent *Lieues mineures*, quand elles sont courues sur un parallèle; & *Lieues majeures*, sur l'équateur. On leur a donné ce nom, parce qu'il faut un moindre nombre de lieues sur un parallèle, pour faire un certain nombre de degrés, qu'il n'en faut sur l'équateur; mais ces lieues ne diffèrent pas les unes des autres pour la grandeur.

71. Quelques auteurs ont proposé de prendre pour moyen parallèle, non pas celui qui répond au milieu de la différence en latitude, mais celui dont la latitude croissante tiendroit le milieu entre les latitudes croissantes de l'arrivée & du départ. Cette méthode n'est, ainsi que la précédente, qu'une méthode d'approximation, renfermée à peu près dans les mêmes limites. Mais comme la réduction par le moyen parallèle, n'est certainement pas plus facile, même pour les personnes les moins instruites, que ne l'est la réduction par les latitudes croissantes, il est clair, puisqu'elle n'est d'ailleurs qu'une approximation, qu'on ne doit l'employer que dans le cas (bien rare assurément) où l'on n'auroit ni tables ni échelles de latitudes croissantes, ni cartes réduites. Or, dans ce cas, la

ſeconde méthode du moyen parallèle ſeroit impraticable. La méthode des latitudes croiſſantes donne la différence des longitudes par un procédé fort ſimple & généralement exact; celle du moyen parallèle exige au moins une opération de plus, & n'eſt d'une exactitude ſuffiſante que juſqu'à un terme aſſez borné. Voyons maintenant comment on réduit ces règles en pratique.

De la manière de réſoudre les problêmes de Navigation, par le moyen des Cartes réduites.

72. La réſolution de ces différentes queſtions ſe réduit donc, ainſi qu'on vient de le voir, à former ſur la carte, le triangle *GIH* & le triangle *GKL* (*fig.* 28) dont nous avons parlé (61 *& ſuiv.*) Les roſes des vents que l'on marque en divers endroits des cartes marines facilitent les moyens de tracer ces triangles, ou ce qui revient au même, de déterminer la poſition & la grandeur de leurs côtés, ſans les tracer réellement ſur la carte, ce que l'on évite, en effet, pour en prolonger le ſervice. Faire ces opérations eſt ce qu'on appelle *pointer* la carte.

En expoſant comment on doit ſe conduire pour les cartes réduites, (que l'on doit toujours préférer à toutes les autres,) nous ferons remarquer à quoi ſe réduiroit l'opération ſur les cartes plates.

73. 1°. *Connoiſſant le point de départ (c'eſt-à-dire, ſa longitude & ſa latitude), le rhumb de vent qu'on a ſuivi, & le chemin qu'on a fait, ou les lieues de diſtance, il s'agit de déterminer le*

lieu de l'arrivée, sa longitude & sa latitude.

Par exemple, on est parti de l'Isle Saint-Michel, marquée *G* (*Planche IV*) sur la carte, & qui est située à 29° de longitude occidentale, comptée du méridien de Paris, & 38° 15′ de latitude nord. On a couru 154 lieues au *S-E* 8° 10′ *E*.

Comme le rhumb de vent qu'on a suivi n'est pas marqué sur la carte, & qu'il tombe entre le *S-E* & le *S-E* $\frac{1}{4}$ *E*, & à 3° 5′ de celui-ci, on estimera ces 3° 5′; en prenant depuis le *S-E* $\frac{1}{4}$ *E* une ouverture qui soit contenue 3 fois & $\frac{2}{3}$ dans un rhumb entier. Soit *AB* la ligne qui marque alors le *S-E* 8° 10′ *E*. Avec un compas on prendra la plus courte distance du point de départ *G* au rhumb de vent *AB*, & faisant glisser l'une des pointes le long de *AB* en tenant toujours les deux pointes dans une direction qui lui soit perpendiculaire, l'autre pointe tracera la route *GH* que l'on terminera en *H* en prenant avec un autre compas, un intervalle *GH* de 154 lieues ou de 7° 42′ pris sur l'échelle des longitudes qui est au bas de la carte. Le point *H* ne sera pas le point d'arrivée, quoique l'intervalle *GH* soit du nombre de lieues qu'on a courues; parce que, de même que les degrés de latitude sont augmentés sur les cartes réduites, de même les distances réciproques des lieux y sont aussi augmentées; mais ce point *H* servira à déterminer, de la manière suivante, le vrai point d'arrivée.

Par le même moyen qu'on a employé pour mener *GH* parallèle à *AB*, on mènera par les points *G* & *H*, les lignes *GI* & *HI* parallèles à

la ligne nord & ſud & à la ligne eſt & oueſt; *GI* (61) ſera le changement en latitude; portant donc *GI* ſur l'échelle des degrés de longitude, on connoîtra le nombre de degrés & minutes de la différence en latitude. On comptera cette différence de latitude ſur le méridien depuis la latitude du départ, en allant vers l'équateur, parce que dans cet exemple la route tend à diminuer la latitude; puis par le point où elle ſe terminera, on mènera une parallèle à la ligne eſt & oueſt, qui rencontrera *GH* prolongée en *L*; alors le point *L* ſera le vrai point d'arrivée, & dont il ſera facile de connoître la longitude en obſervant à quel point il répond ſur l'échelle des longitudes. On trouvera donc qu'on eſt arrivé par 32° 32′ de latitude nord, & par 19° 52′ de longitude occidentale; c'eſt-à-dire, qu'on eſt à Madère.

La raiſon de cette pratique eſt évidente après ce qui a été dit (61 *& ſuiv.*), & en obſervant que *GK* eſt la différence des latitudes croiſſantes d'arrivée & de départ.

Si après avoir couru les 154 lieues dont il vient d'être queſtion, on change de route; par exemple, ſi l'on court 53 lieues au *S-E* $\frac{1}{4}$ *S* 4° *S*: on prendra pour point de départ, non pas le point *H*, mais le point *L*; & ayant déterminé, comme dans l'exemple précédent, la ligne *LC* parallèle au *S-E* $\frac{1}{4}$ *S* 4° *S*, on prendra ſur cette ligne la partie *LF* de 53 lieues, ou 2° 39′ pris ſur l'échelle des longitudes; puis menant par les points *L* & *F* les lignes *LE*, *FE* parallèles à la ligne eſt & oueſt, & à la ligne nord & ſud, *FE*, portée ſur l'échelle des longitudes,

longitudes, fera connoître la différence de latitude, que l'on comptera enſuite ſur le méridien, depuis la latitude du départ, en allant vers l'équateur, parce que la route tend ici à diminuer la latitude. On aura donc la latitude d'arrivée. Par ce point on mènera une parallèle à la ligne eſt & oueſt, laquelle coupera *LF* prolongée en un point *C* qui ſera celui de l'arrivée. On trouvera dans cet exemple, qu'on eſt arrivé par 30° 10′ de latitude nord, & 18° 35′ de longitude occidentale, c'eſt-à-dire, qu'on eſt arrivé près l'Iſle Salvage.

74. Si le rhumb de vent qu'on a ſuivi étoit préciſément ſur la ligne eſt & oueſt, ou s'il en étoit extrêmement voiſin; alors pour trouver la différence en longitude, on compteroit depuis le centre de la roſe des vents, ſur la ligne eſt & oueſt, le nombre de lieues qu'on a courues, ou plutôt le nombre de degrés qui lui correſpond, ſur l'échelle des longitudes; par le point *M* où ſe termine ce nombre, on mèneroit une parallèle à la ligne nord & ſud, & obſervant en quel point elle coupe celui des rhumbs de vent, qui fait avec la ligne eſt & oueſt, un angle égal à la latitude du départ, on prendroit la diſtance *AN* de ce point au centre *A*, & la portant ſur l'échelle des longitudes, on auroit la différence de longitude. Par exemple on eſt parti de Porto-Santo, qui eſt par 18° 40′ de longitude occidentale comptée de Paris, & par 33° 35′ de latitude nord; on a couru à l'eſt, & on a fait 135 lieues. On prendra *AM*, de 6° 45′ valeur des 135 lieues ſur l'échelle des longitudes; & comme la latitude

vaut à très-peu près 3 rhumbs de vent, on examinera à quel point *N*, *MN* parallèle à la ligne nord & ſud, coupe le troiſième rhumb de vent *AN*; la diſtance *AN* étant portée ſur l'échelle des longitudes fera connoître que la différence de longitude eſt de 8° 15′; on eſt donc arrivé près du Cap Blanc.

La raiſon de cette pratique eſt évidente, en ſe rappelant que le nombre des lieues courues ſur un parallèle, eſt au nombre de lieues qui leur correſpondent ſur l'équateur, comme le cofinus de la latitude eſt au rayon. Or dans le triangle rectangle *NAM*, *AN* : *AM* : : *R* : *ſin. AMN* ou *coſ. NAM*; or ce dernier angle a été fait égal à la latitude.

75. *Sur les cartes plates*, on porte de *G* en *H* le nombre de lieues qu'on a courues; le point *H* eſt le point d'arrivée dont on connoîtra la longitude & la latitude, en obſervant ſur l'échelle de longitude & ſur le méridien, à quels points répond le point *H*.

76. Si dans le cours des opérations, il arrivoit que quelqu'une des routes dût ſortir de la carte, alors on partageroit celle-ci en deux parties qui auroient le même rhumb de vent, & ayant déterminé le point d'arrivée qui convient à la partie qui peut ſe trouver ſur la carte dont on s'eſt ſervi juſques-là, on le prendroit pour point de départ ſur la ſeconde carte. Bien entendu que pour chaque carte on doit employer l'échelle qui lui eſt propre.

77. 2°. *Connoiſſant le point de départ, le rhumb de vent, & la latitude de l'arrivée, on demande les lieues de diſtance, & le lieu de l'arrivée.*

Soit *G* le point de départ ; *AB* le rhumb de vent qu'on a ſuivi. On mènera, comme il a été dit dans l'article précédent, *GH* parallèle à *AB*, & *GI* parallèle à la ligne nord & ſud. Sur cette derniere on portera de *G* vers *I*, ſi la route tend à diminuer la latitude, (ou à l'oppoſite dans le cas contraire) la différence en latitude, priſe ſur l'échelle des longitudes ; puis menant par le point *I*, la ligne *IH* parallèle à la ligne eſt & oueſt, ſi l'on porte *GH* ſur l'échelle des longitudes, & qu'on réduiſe en lieues le nombre de degrés que *GH* occupera, on aura la longueur de la route.

Pour avoir le point d'arrivée; par la latitude d'arrivée comptée ſur le méridien, on mènera une parallèle à la ligne nord & ſud, laquelle rencontrera la route *GH* en un point *L* qui ſera celui d'arrivée, dont on aura par conſéquent la longitude, en obſervant à quel point de l'échelle des longitudes il répond.

78. Si la latitude d'arrivée étoit égale à celle du départ ; c'eſt-à-dire, ſi l'on avoit ſuivi la ligne eſt & oueſt ; alors l'énoncé de la queſtion ne ſeroit pas ſuffiſant pour trouver le point d'arrivée & la longueur de la route.

79. *Sur les cartes plates*, on fait *GI* parallèle à la ligne nord & ſud, & égale au nombre de lieues qui correſpond à la différence des latitudes (ou à leur ſomme quand elles ſont de dénominations différentes) ; le point *H* déterminé en menant *IH* parallèle à la ligne eſt & oueſt, eſt le point d'arrivée.

80. 3°. *Connoiſſant le point de départ, la longueur de la route & la latitude d'arrivée ; on*

demande le rhumb de vent, & le lieu de l'arrivée.

Par le point *G* du départ on mènera *GI* parallèle à la ligne nord & ſud, & égale au nombre de degrés & minutes de la différence des latitudes (ou de la ſomme quand les latitudes ſont de dénominations différentes), priſes ſur l'échelle des longitudes. Ayant mené par le point *I*, une parallèle à la ligne eſt & oueſt, on la coupera en un point *H* par un arc décrit du point *G* comme centre & d'un rayon *GH* égal au nombre des lieues de la route réduit en degrés & minutes, & compté ſur l'échelle des longitudes. Si par le centre *A* de la roſe, on mène *AB* parallèle à *GA*, *AB* ſera le rhumb de vent.

Pour avoir le point d'arrivée, par l'extrémité de la latitude d'arrivée priſe ſur le méridien, on mènera une parallèle à la ligne eſt & oueſt, laquelle coupera *GH* prolongée, en un point *L* qui ſera celui d'arrivée, dont il ſera facile de connoître la longitude.

81. Si la latitude d'arrivée étoit égale à celle du départ; alors pour avoir la longitude d'arrivée, on feroit, comme il a été dit (74) pour ce même cas.

82. *Sur les cartes plates*, *H* eſt le point d'arrivée, & *GI* ainſi que *GH* ſe comptent en lieues.

83. 4°. *Connoiſſant le point de départ & celui d'arrivée, on demande le rhumb qui conduit de l'un à l'autre, & le nombre de lieues qu'il y a à faire pour s'y rendre.*

Soient *G* & *L*, les lieues de départ & d'arrivée. Par le centre *A* de la roſe des vents, on

mènera *AB* parallèle à *GL* ; ce sera le rhumb de vent qu'on doit suivre.

Par le point, qui sur le méridien marque la latitude d'arrivée, & par celui, qui sur l'échelle des longitudes marque la longitude du départ, on mènera les lignes *LK*, *GK* parallèles à la ligne est & ouest, & à la ligne nord & sud. De *G* vers *K* on prendra *GI* égale au nombre de degrés de la difference en latitude comptée sur l'échelle des longitudes ; puis tirant par le point *I*, la ligne *IH* parallèle à la ligne est & ouest, la distance *GH* portée sur l'échelle des longitudes donnera un certain nombre de degrés & minutes, qui étant réduit en lieues exprimera la longueur de la route.

84. Si les latitudes du départ & de l'arrivée étoient égales, le rhumb de vent seroit la ligne est & ouest ; & pour avoir les lieues de distance, on feroit l'inverse de ce qui a été dit (74) pour ce cas; c'est-à-dire, qu'ayant compté la latitude, en rhumbs de vent, depuis la ligne est & ouest, on prendroit sur le rhumb *AN* qui la termine, la quantité *AN* égale à la différence de longitude prise sur l'échelle des longitudes ; alors menant *NM* parallèle à la ligne nord & sud, on porteroit *AM* sur l'échelle des longitudes, & réduisant en lieues le nombre de degrés qu'on trouveroit, on auroit les lieues de distance.

85. *Sur les cartes plates ; GL* mesuré en lieues donneroit les lieues de distance ; & *AB* parallèle à *GL* feroit le rhumb de vent.

86. 5°. *Connoissant le point de départ, le rhumb de vent, & la longitude d'arrivée, on de-*

mande le lieu de l'arrivée, & les lieues de diſtance.

La ſolution de cette queſtion peut être utile pour trouver la latitude d'arrivée, lorſqu'à l'aide d'une bonne montre marine, on eſt aſſuré de la longitude.

Par le point *G* du départ on mènera *GL* parallèle au rhumb de vent, que je ſuppoſe être *AB*. Par le point, qui, ſur l'échelle des longitudes, marque la longitude d'arrivée, on mènera une parallèle à la ligne nord & ſud; cette parallèle rencontrera *GL* en un point *L* qui ſera le point d'arrivée; on en aura la latitude en obſervant à quelle diviſion du méridien il répond.

Pour avoir les lieues de diſtance, on prendra ſur *GK* parallèle à la ligne nord & ſud, la partie *GI* égale à la différence des latitudes, connue par l'opération précédente, & meſurée ſur l'échelle des longitudes; puis menant *IH* parallèle à la ligne eſt & oueſt; ſi l'on porte *GH* ſur l'échelle des longitudes, & qu'on réduiſe en lieues le nombre de degrés & minutes que l'on trouvera, on aura les lieues de diſtance.

87. Si l'on avoit ſuivi la ligne eſt & oueſt, on auroit les lieues de diſtance comme il a été dit (84) pour ce cas.

88. *Sur les cartes plates.* Cette queſtion peut auſſi avoir ſa ſolution ſur les cartes plates; mais cette ſolution ainſi que celles des queſtions précédentes, ne peuvent être réputées ſuffiſamment exactes, que pour de petites diſtances; ainſi nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Sur la manière dont on détermine le point de départ ou de Partance, *ainsi que le lieu où l'on se trouve à la vue de deux terres.*

89. Le lieu de départ ne se prend pas toujours au lieu d'où l'on est parti d'abord. On ne le compte, le plus souvent, que de celui où l'on est prêt à perdre la terre de vue. Alors si l'on peut appercevoir sur la terre deux points qui soient marqués sur la carte, on les relevera avec la boussole. Puis sur la carte, on mènera par chacun de ces deux points une ligne parallèle au rhumb de vent sur lequel ce point a été apperçu. La rencontre de ces deux lignes déterminera le point de partance, ou en général le point duquel les deux autres ont été relevés (*).

Quand on ne peut observer qu'un seul point, comme il arrive lorsqu'on quitte une petite isle, & qu'elle est seule ; on estime la distance à laquelle on en est, & on la marque, depuis cette isle, sur le rhumb de vent sur lequel elle a paru.

(*) Cette pratique suppose tacitement que le rhumb de vent auquel un objet paroît, étant vu d'un certain point, est le même que celui qu'il faudroit suivre pour se rendre de l'un à l'autre, ce qui n'est pas rigoureusement vrai ; mais la distance à laquelle les objets qu'on veut relever, peuvent être vus, n'est jamais assez grande, pour que cette supposition puisse occasionner une erreur qui mérite attention.

Du quartier de réduction, & de ſon uſage pour la réſolution des Problêmes de Navigation.

90. Le quartier de réduction (*Planche VI*) eſt un quarré de carton, partagé en pluſieurs petits quarrés par des lignes parallèles à deux de ſes côtés contigus, dont l'un eſt ſuppoſé repréſenter la ligne eſt & oueſt, & l'autre la ligne nord & ſud.

Un des angles de ce quarré eſt le centre de pluſieurs circonférences concentriques, qui paſſent toutes par les diviſions des deux côtés contigus. L'une de ces circonférences, eſt diviſée en degrés : & les tranſverſales menées entre deux de ces circonférences, de la manière que le repréſente la Planche, donnent le moyen d'y évaluer la cinquième partie du degré. Le but de cet inſtrument eſt d'épargner la peine de tracer, ou de calculer le triangle qui (61 *& ſuiv.*) ſert à réſoudre les problêmes de navigation. Ce triangle ſe trouve tout formé ſur cet inſtrument, quel que ſoit le rhumb de vent.

On marque auſſi ſur le quartier, les principaux rhumbs de vent ; & les autres diviſions de la circonférence donnent le moyen de reconnoître les rhumbs intermédiaires, ce qui ſe fait en tendant un fil ſur le centre & ſur la diviſion qui convient à ce rhumb.

Dans l'uſage ordinaire du quartier, on détermine les differences en longitude, par le moyen parallèle ; ainſi conformément à ce que nous avons dit (69), on ne doit l'employer que

pour la réduction des routes qui n'excèdent pas 200 lieues, à moins qu'on ne les partage en plusieurs parties plus petites que 200 lieues, pour calculer séparément la différence de longitude qui convient à chaque partie. Mais on trouve ordinairement sur les bords du quartier une échelle des latitudes croissantes qui peut servir à en étendre l'usage à des routes assez grandes, ainsi que nous le dirons dans peu. Voyons d'abord comment on emploie le quartier de réduction, pour réduire les lieues mineures, en lieues majeures, & réciproquement.

91. *Pour réduire les lieues mineures d'un parallèle connu, en lieues majeures;* on comptera depuis le rayon *CB*, de *B* vers *A*, sur la circonférence graduée, le nombre des degrés de la latitude de ce parallèle; & ayant compté le nombre des lieues mineures sur *CB*, de *C* en *D*, en faisant valoir une lieue à chaque intervalle (ou deux lieues, ou trois lieues, si le quartier n'étoit pas assez grand), on remarquera en quel point *E* la parallèle à *CA*, qui passe ou qu'on imagine passer par *D*, couperoit le fil tendu sur le centre *C* & sur le point *F* qui termine la latitude; alors le nombre d'intervalles d'arcs compris depuis *C* jusqu'en *E*, comptés chacun pour autant de lieues qu'on en a fait valoir à chaque intervalle de *CB*, donnera le nombre de lieues majeures.

Par exemple, si l'on demande à combien de lieues majeures répondent 34 lieues courues sur le parallèle de 50° 18′; on comptera 50° 18′, de *B* en *F*, & 34 lieues, de *C* en *D*, sur

CB ; alors on trouvera que de *C* en *E*, il y a 53 intervalles, les 34 lieues mineures, sur ce parallèle, valent donc 53 lieues majeures.

La raison de cette pratique est évidente, après ce qui a été dit (69) ; en effet, dans le triangle rectangle *CDE*, on a (*Géom.* 295) *CD* : *CE* : : *sin. CED* ou *cos. DCE* : *R*.

92. *Pour réduire les lieues majeures, en lieues mineures d'un parallèle connu*, on comptera, comme dans le cas précédent, la latitude de ce parallèle de *B* en *F* ; & sur le fil tendu suivant *CF*, on comptera par le nombre des intervalles d'arcs, le nombre *CE* des lieues majeures. Observant ensuite sur *CB* à quel point *D* tomberoit la parallèle *ED*, à *CA* ; le nombre des intervalles compris de *C* en *D* donnera le nombre des lieues mineures.

93. Voyons maintenant la manière de résoudre par le quartier, les questions que nous avons résolues ci-dessus par les cartes réduites.

1°. *Connoissant le lieu du départ, la longueur de la route, & le rhumb de vent ; trouver la latitude & la longitude d'arrivée.*

Tendez le fil sur le rhumb de vent connu, & comptez depuis le centre, sur ce rhumb, les lieues que vous avez courues, en faisant valoir à chaque intervalle, une ou plusieurs lieues selon que la distance totale pourra ou ne pourra être comprise dans le quartier. Au point *G* où elles se terminent, plantez une épingle, & voyez combien il y a d'intervalles depuis *C* jusqu'au point *H* qui sur *CA* répond perpendiculairement à *G* ; ce sera le nombre des lieues courues suivant la ligne nord & sud, en comp-

tant chaque intervalle pour autant de lieues que vous en avez ſuppoſé à ceux qui repreſentent les lieues de diſtance.

Comptez de même, combien il y a d'intervalles depuis *C* juſqu'au point *I* qui, ſur *CB* répond perpendiculairement à *G*; & vous aurez les lieues courues ſuivant la ligne eſt & oueſt. Réduiſez-les (91) en lieues majeures. Puis réduiſez, en degrés, ces lieues majeures & les lieues courues ſuivant la ligne nord & ſud, & vous aurez la différence en longitude & la différence en latitude.

EXEMPLE.

Latitude du départ. . 48° 53′	Longitude du départ. . 22° 12′
Rhumb de vent. . . N-N-O	Lieues de diſtance. 64
Donc, lieues N. . . . . 59 $\frac{1}{5}$	Lieues O. . . . . 24 $\frac{2}{5}$
Différence en lat. . . . 2° 58′	Lieues majeures. . . . . 38 $\frac{2}{5}$
Latitude d'arrivée N... 51° 51′	Différence en longitude. 1° 56′
Moyen parallèle. . . 50° 22′	Longitude d'arrivée. . 20° 16′

A la latitude du départ, nous avons ajouté la différence de latitude; & de la longitude du départ nous avons ôté la différence de longitude, parce que la route ayant été faite au *NNO*, tend à augmenter la latitude & à diminuer la longitude.

94. 2°. *Connoiſſant le point de départ, le rhumb de vent, & la latitude d'arrivée; on demande la longueur du chemin qu'on a fait, & la longitude de l'arrivée.*

Tendez le fil ſur le rhumb de vent connu, & ayant compté ſur *CA* le nombre de lieues qui convient au changement en latitude, ſuppoſons

qu'il se termine en *H*. Plantez une épingle sur le rhumb de vent, vis-à-vis de *H* : je suppose que ce soit en *K*. Comptez le nombre d'intervalles d'arcs de *C* en *K*; ce sera le nombre des lieues qu'on a courues en droite ligne. Comptez pareillement le nombre d'intervalles, qui sur *CB*, répondent à *KH*; ce sera le nombre de lieues courues est & ouest, que vous réduirez en lieues majeures (91), puis en degrés (89), & vous aurez la différence en longitude.

EXEMPLE.

Latitude du départ N... 1° 19′	Longitude du départ... 1° 17′
Latitude d'arrivée S... 1°. 38′	Rhumb de vent. . S-O 3° O
Donc, changeant en lat. 2° 57′	Lieues O. . . . . 71′
Lieues N & S. 59	Lieues majeures. . . . . 71′
Lieues de distance. . . . 89	Différence en longitude. 3° 33′
Moyen parallèle. . . . 1° 28′	Longitude d'arrivée. 357° 44′

Pour avoir le changement en latitude, nous avons ajouté les deux latitudes; parce qu'elles sont l'une nord, l'autre sud. Et pour avoir la longitude d'arrivée, nous avons retranché la différence de longitude, de la longitude du départ, augmentée de 360°; parce que le changement en longitude s'étant fait vers l'ouest, & étant plus grand que la longitude du départ, il est clair qu'on a passé le premier méridien, en allant vers l'ouest.

95. 3°. *On connoît le point de départ, le chemin qu'on a fait & la latitude d'arrivée : on demande quel rhumb on a suivi, & la longitude d'arrivée.*

Comptez de *C* vers *A* le nombre de lieues

qui convient au changement en latitude ; je ſuppoſe qu'il ſe termine en *L*. Comptez les lieues de diſtance, par les intervalles d'arcs ; & voyez où l'arc qui termineroit cette diſtance, rencontre ou peut rencontrer la parallèle à *CB*, qui paſſeroit par le point *L* ; je ſuppoſe que ce ſoit en *M*. Arrêtez le fil ſur *CM* : vous verrez ſur l'arc gradué, quel eſt le rhumb de vent ; & le nombre des intervalles que comprendra *LM* vous donnera les lieues mineures que vous réduirez (91) en lieues majeures, puis (39) en degrés & vous aurez la différence en longitude.

EXEMPLE.

Latitude du départ N. 50° 30′	Longitude du départ... 35° 10′
Latitude d'arrivée N. 48° 10′	Lieues de diſt. entre S & O. 85
Donc, différ. en lat. 2° 20′	Lieues O. 71
Lieues S. . . . . 46 $\frac{2}{5}$	Lieues majeures. 109
Rhumb de vent. S-O $\frac{1}{2}$ O 30′ O	Différence en longitude. 5° 27′
Moyen parallèle. . 49° 20′	Longitude d'arrivée. . 29° 43′

96. 4°. *On connoît le lieu du départ, & celui de l'arrivée ; on demande quel rhumb de vent on doit ſuivre pour ſe rendre de l'un à l'autre, & le chemin qu'il y a à faire.*

Par la différence des latitudes (ou par leur ſomme ſi elles ſont de dénomination contraire) on connoîtra le chemin qu'on doit faire ſuivant la ligne nord & ſud. Il ſera facile auſſi d'avoir le moyen parallèle.

Par la différence des longitudes, on connoîtra les lieues majeures que l'on réduira (92) en lieues mineures. Alors on comptera de *C* vers

A, les lieues nord & ſud ; ſuppoſons qu'elles ſe terminent en *L* : on prendra, ſur *LM* parallèle à *CB*, le nombre des lieues mineures ; *CM* ſera le rhumb qu'on doit ſuivre ; & le nombre d'intervalles d'arcs compris entre *C* & *M*, ſera le nombre de lieues que l'on a à courir ſur ce rhumb.

EXEMPLE.

Latitude du départ N. 50° 30′	Longitude du départ. 35° 10′
Latitude d'arrivée N. 48° 10′	Longitude d'arrivée. 29° 43′
Donc, différ. en latit. 2° 20′	Différence de longitude. 5° 27′
Lieues S. . . . . 46 $\frac{2}{3}$	Lieues majeures. 109
Moyen parallèle. . . 49° 20′	Lieues O. 71
Rhumb de vent. S-O $\frac{1}{4}$ O 30′ O	Lieues de diſtance. . . . 85

La cinquième queſtion, que nous avons énoncée (86), ne peut être réſolue par le quartier de réduction, ſi ce n'eſt par un tâtonnement que nous propoſerons d'autant moins que toutes les ſolutions qu'on obtient par le quartier de réduction ne ſont déjà, par elles-mêmes, que des approximations.

Uſage de l'Échelle des latitudes croiſſantes, qui accompagne le Quartier de réduction.

97. On peut réſoudre les queſtions précédentes avec plus d'exactitude pour des diſtances plus grandes, en y employant l'échelle des latitudes croiſſantes. Elle ſe conſtruit d'après le principe expoſé (37), en donnant pour valeur à ſon premier degré, un des intervalles du quartier ; c'eſt-à-dire, qu'ayant pris un des

intervalles du quartier, pour repréſenter le premier degré de latitude, on aura le ſecond degré de latitude, par cette proportion..... La ſomme des ſécantes, de minute en minute, depuis 0° juſqu'à 1°, eſt à l'un des intervalles du quartier, comme la ſomme des ſécantes, de minute en minute, depuis 0° juſqu'à 2°, eſt au nombre d'intervalles du quartier, que l'on doit porter ſur l'échelle pour avoir l'étendue des deux premiers degrés de latitude; & ainſi des autres.

Ayant ainſi conſtruit l'échelle des latitudes croiſſantes qui convient au quartier dont on veut faire uſage, voici comment on l'emploie.

98. *Pour la première queſtion* (93). On opérera comme il eſt dit dans cet article, juſqu'à ces mots..... *Comptez de même :* & ayant réduit le nombre des lieues de *CH*, en degrés de latitude, pour connoître la latitude d'arrivée, on prendra ſur l'échelle des latitudes, l'intervalle depuis la latitude du départ, juſqu'à celle d'arrivée, & l'ayant porté de *C* vers *A*; ſi *N* eſt le point où elle tombe, *NO* parallèle à *CB*, & terminée au rhumb de vent, exprimera par le nombre & les parties d'intervalles, le nombre des degrés & parties de degré de la différence en longitude, chaque intervalle étant compté pour un degré. Cette pratique n'eſt évidemment que l'exécution de la proportion énoncée (66), puiſque $CN : NO :: R : tang. NCO$, (*Géom.* 296).

99. *Pour la ſeconde queſtion* (94). Opérez comme il eſt dit dans cet article, juſqu'à ces

mots..... *Comptez pareillement* ; puis achevez comme il vient d'être dit (98).

100. *Pour la troisième question* (95). Opérez comme il est dit dans cet article, jusqu'à ces mots..... *& le nombre des intervalles ;* puis achevez comme il a été dit (98).

101. *Pour la quatrième question* (96). Comptez de *C* en *H* sur *CA*, les lieues faites en latitude. Marquez aussi, de *C* en *N* sur *CA*, l'intervalle pris sur l'échelle, entre la latitude du départ & celle de l'arrivée. Comptez sur *NO* parallèle à *CB*, les degrés & parties de degré de la différence en longitude, en faisant valoir un degré à chaque intervalle ; alors le fil tendu sur *CO*, marquera le rhumb de vent ; & *CG* déterminé par la parallèle *HG* qui passe par *H*, marquera les lieues de distance.

102. *Pour la cinquième question* (86). Tendez le fil sur le rhumb de vent *CO*; & ayant compté sur *CB*, la différence *CP* en longitude, en prenant chaque intervalle pour un degré, observez le point *O* du rhumb de vent qui répond perpendiculairement au point *P*, & fixez-y une épingle. Prenez sur *CA* la distance *CN* au point *N* qui répond perpendiculairement à *O* ; portez-la sur l'échelle des latitudes croissantes, depuis la latitude d'arrivée, en montant ou en descendant, selon que la route tend à augmenter ou à diminuer la latitude ; vous connoîtrez la latitude d'arrivée. Réduisez le changement en latitude, en lieues, que vous compterez de *C* en *H*; alors le point *G*, qui sur *CO* répond perpendiculairement à *H* déterminera, par le nombre des intervalles de *CG*, les lieues de distance.

Des

Des routes composées, par le Quartier de Réduction.

103. On a donné le nom de *Règle composée*, à celle que l'on suit pour réduire en une seule, plusieurs routes que l'on a courues successivement. Elle consiste à chercher, par ce qui a été dit ci-devant, le chemin fait, pour chaque route, tant suivant la ligne nord & sud, que suivant la ligne est & ouest; d'où l'on conclut le chemin total fait suivant chacune de ces deux lignes, en prenant la somme des quantités qui ont été courues dans un même sens, & la différence de celles qui ont été courues en sens opposés. Par le chemin total fait suivant la ligne nord & sud, on a la différence en latitude, qui avec la latitude du départ, fait connoître le moyen parallèle. Par le moyen parallèle & le chemin total fait suivant la ligne est & ouest, on trouve, comme il a été dit (91), les lieues majeures, & par conséquent la différence totale de longitude. D'où, par ce qui a été dit (96), il est facile de conclure le rhumb de vent & le nombre de lieues de la route directe. En voici un exemple : le lieu de départ est supposé à 45° de latitude *N*, & 110° de longitude.

EXEMPLE.

	N	S	E	O
I. Route.. 100 lieues au N-E $\frac{1}{2}$ N.	$83^{li.}$	$0^{li.}$	$55\frac{1}{2}^{li.}$	0
II. Route.. 230 lieues à l'O-N-O.	$88\frac{1}{2}$	0	0	212
III. Route.... 80 lieues à l'E $\frac{1}{4}$ S-E.	0	$15\frac{3}{4}$	$78\frac{1}{2}$	0
Sommes.	$171\frac{1}{2}$	$15\frac{3}{4}$	134	212
	$15\frac{3}{4}$			134
Reste des lieues N & des lieues O..	$155\frac{3}{4}$			78

Rhumb de vent direct... N-N-O 4° 12′ O... lieues de dist. 174.

Cette manière d'opérer a pour but d'abréger le travail, en ne faisant qu'une seule fois la réduction des lieues mineures en lieues majeures; mais par cela même elle peut être souvent très-défectueuse. On ne doit s'en permettre l'usage que pour réduire à une seule, toutes les différentes routes que l'on auroit pu faire dans un jour, & non pas pour réduire celles qu'on auroit faites en plusieurs jours consécutifs. On doit sur-tout s'en abstenir lorsque quelques-unes des routes ayant été très-voisines de la ligne nord & sud, d'autres ont été très-voisines de la ligne est & ouest. L'application de la méthode du moyen parallèle, à la réduction totale, pourroit alors être très-fautive.

Résolution des questions précédentes, par le calcul.

104. Les méthodes précédentes ont été imaginées en faveur de ceux qui, n'étant point instruits des principes d'Arithmétique & de Géométrie, ont besoin d'être guidés dans leur

travail, par quelque chose de sensible, & qui leur presente une espèce de tableau de leurs routes. Mais lorsqu'on a les principes nécessaires pour appliquer le calcul à la résolution de ces mêmes questions, on seroit blâmable de ne pas le faire : 1°. parce que ces opérations sont au moins aussi faciles par le calcul. 2°. Parce que les méthodes de calcul ne sont assujetties à aucune limitation, & qu'il n'en est pas de même de celles que l'on suit dans l'usage des instrumens. 3°. Parce que les résultats du calcul ne peuvent être affectés d'autres erreurs que de celles qui affecteroient les données ; au lieu que les opérations graphiques joignent à ces mêmes erreurs, celles qui résultent nécessairement des défauts des instrumens, des bornes que doit avoir l'étendue de leurs divisions, & de plusieurs causes semblables. En vain diroit-on que les erreurs qu'on peut commettre en vertu de ces dernières causes, sont au-dessous de celles qui peuvent résulter des défauts dans la mesure du sillage, & dans celle du rhumb de vent. Les erreurs inévitables ne sont pas la mesure de celles qu'on peut se permettre.

105. On peut résoudre par le calcul trigonométrique, toutes les questions qu'on résout par le quartier de réduction, puisque toutes se réduisent à la résolution d'un triangle rectangle, qui a pour hypothénuse, la longueur de la route ; pour côtés de l'angle droit, le chemin fait suivant la ligne nord & sud, & le chemin fait suivant la ligne est & ouest ; & pour angles aigus adjacens à ces côtés, le rhumb de vent & son complément. Connoissant dans ce trian-

gle, deux choſes, outre l'angle droit, & dont l'une ſoit un côté, nous avons vu en Géométrie, comment on calcule tout le reſte; ainſi nous ne le répéterons point ici.

106. Quant à la manière de réduire les lieues mineures en lieues majeures, & réciproquement; elle ſe réduit à la proportion que nous avons donnée (69), & par conſéquent à une ſimple addition & une ſouſtraction, en employant les logarithmes. Cela eſt trop facile d'après ce que nous avons dit en Arithmétique & en Géométrie, pour qu'il ſoit beſoin d'en donner un exemple.

107. La meilleure méthode qu'on puiſſe employer pour réſoudre les queſtions de Navigation, eſt la méthode des latitudes croiſſantes. On trouvera à la fin de cet Ouvrage, une Table de ces latitudes (Table XIX). Dans le cas où n'en ayant point, on voudroit en former une, on le pourra par ce qui a été dit (37), ou plus exactement & plus brièvement, par la règle ſuivante (*).

Prenez dans les Tables le logarithme de la cotangente de la moitié du complément de la latitude, avec cinq chiffres ſeulement, après la caractériſtique; ôtez en le logarithme du rayon, multipliez le reſte, par 7915, 7; ſupprimez les cinq dernières décimales du produit, & vous aurez, en minutes & dixièmes de minute, la latitude croiſſante qui convient à la latitude propoſée.

(*) Voyez, pour la démonſtration, les *Principes de Calcul qui ſervent d'introduction aux ſciences phyſico-mathématiques.*

Par exemple on demande la latitude croiſſante qui convient à 70° ; le complément de 70° eſt 20° dont la moitié 10°. Je trouve dans les Tables ordinaires, que le logarithme de la cotangente de 10°, diminué du logarithme 10,00000 du rayon, eſt 0,75368. Je multiplie ce dernier nombre par 7915,7, & rejettant les cinq dernières décimales du produit, j'ai 5965',9 ou 5966 minutes pour la latitude croiſſante qui convient à 70° de latitude.

108. Chacune des queſtions que nous allons réſoudre, n'exige que deux proportions, & par conſéquent, en employant les logarithmes, ſe réduit à des additions & des ſouſtractions. On peut même réduire le tout à des additions, en employant, au lieu des logarithmes qu'on doit ſouſtraire, leurs complémens arithmétiques. Ce complément qui n'eſt autre choſe que le nombre même qu'on doit ſouſtraire, retranché de l'unité ſuivie d'autant de zéros qu'il a de chiffres, ſe trouve facilement en prenant la différence entre 9, & chacun de ſes chiffres, excepté le dernier qu'on retranche de 10. Par exemple, le complément arithmétique de 9,523526 eſt 0,476474, que l'on trouve en retranchant 9, 5, 2, 3, 5, 2, chacun de 9 & le dernier chiffre 6, de 10. Lors donc qu'on aura une ſouſtraction à faire, on pourra la changer en une addition, en ſubſtituant au nombre qu'on doit retrancher, ſon complément arithmétique; mais il faudra obſerver de diminuer d'une unité le premier chiffre ſur la gauche de la ſomme, parce que lorſqu'au lieu de retrancher 9,523526, par exem-

ple, de 9,872345, j'ajoute au contraire à celui-ci, le complément arithmétique du premier, c'eſt ajouter 10,000000 moins 9,523526; c'eſt donc augmenter le réſultat, de 10,000000; ou l'augmenter d'une unité à ſon premier chiffre. Au reſte on peut tenir compte de cette unité de trop, en comptant dans l'opération, le premier chiffre du réſultat, avec une unité de moins.

Dans les opérations ſuivantes, nous emploierons donc les complémens arithmétiques, lorſqu'il y aura des ſouſtractions de logarithmes; excepté le cas où le logarithme à retrancher ſeroit celui du rayon, parce qu'alors l'opération ſe réduit à ôter une unité du premier chiffre de la ſomme, ou à écrire ce premier chiffre avec une unité de moins. Ainſi dans les exemples ci-deſſous, le mot *ſomme* ſignifie la ſomme des nombres ſupérieurs diminuée d'une unité à ſon premier chiffre. Venons à la réſolution de nos queſtions.

109. 1°. *Étant donnés, le point de départ, le rhumb de vent, & la longueur de la route, trouver la latitude & la longitude d'arrivée.*

Faites cette proportion... Le rayon eſt au nombre de lieues de la route, comme le coſinus du rhumb de vent eſt à un quatrième terme qui ſera le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud (61). Réduiſez-le en degrés & minutes, & vous aurez le changement en latitude, & par conſéquent la latitude d'arrivée.

Cherchez par le moyen de la Table des latitudes croiſſantes (Table XIX), la différence des latitudes croiſſantes d'arrivée & départ

(ou leur somme si elles sont de dénomination contraire); puis faites cette proportion (66)..... Le rayon est à la tangente du rhumb de vent, comme la différence ou la somme des latitudes croissantes (selon que les latitudes sont de même ou de différente dénomination), est à la différence de longitude.

EXEMPLE.

On est parti de 325° de longitude, & de 45° de latitude nord : on a couru 652 lieues au N O 9° 44′ N, c'est-à-dire que le rhumb est de 35° 16′.

Log. 652.	2,81425	Donc, lieues N. . .	532,3
Log cos. 35° 16′. .	0,91194	Différence en latit. .	26° 37′
Somme. . . .	2,72619	Latitude d'arrivée. .	71° 37′
		Différ. lat. croissante.	3232
Log. 3232.	3,50947	Donc, diff. en longitude	2286′
Log. tang. 35° 16′. .	9,84952	ou	38° 6′
Somme. . . .	3,35899	Longitude d'arrivée.	286° 54′

Si l'on avoit calculé cette différence de longitude, par le moyen parallele, on auroit trouvé 35° 49′; l'erreur seroit donc de 2° 17′.

110. 2°. *Connoissant le point de départ, le rhumb de vent, & la latitude d'arrivée, on demande le chemin qu'on a fait, & la longitude d'arrivée.*

Réduisez en lieues, la différence en latitude (ou leur somme si les deux latitudes sont de dénomination différente). Faites cette proportion.... Le cosinus du rhumb de vent, est au rayon, comme le nombre de lieues qui répond au

changement en latitude, eſt au nombre de lieues de diſtance.

Cherchez, par la Table des latitudes croiſſantes, la différence des latitudes croiſſantes du départ & de l'arrivée (ou leur ſomme ſi les latitudes ſont de dénomination différente), & faites cette proportion (66).... Le rayon, eſt à la tangente du rhumb de vent, comme la différence (ou la ſomme, dans le ſecond cas) des latitudes croiſſantes, eſt à la différence en longitude.

EXEMPLE.

On eſt parti de 14° 50′ de latitude nord, & 297° de longitude; on a couru à l'*E-N-E*, & l'on eſt arrivé par 26° 20′ de latitude nord. Le rhumb eſt donc de 67° 30′.

Différence de lat. . . 11° 30′	Log. 230. 2,36173
Lieues N. 230	Log. du rayon. . . 10, . . .
Diff. des lat. croiſſantes. . 739	Complément arithm.
	log. coſ. 67° 30′ 0,41716
	Somme. 2,77889
Donc, lieues de diſt. . . 601	Donc, diff. de long. 1784′. E
Log. 739. 2,86864	ou. . . . . 29° 44′
Log. tang. 67° 30′. 10,38278	Longitude d'arr. . 326° 44′
Somme. . . . 3,25142	

III. 3°. *On connoît le point de départ, le chemin qu'on a fait, & la latitude d'arrivée; on demande quel rhumb on a ſuivi, & la longitude d'arrivée.*

Réduiſez en lieues la différence des latitudes (ou leur ſomme ſi elles ſont de dénomination différente). Faites cette proportion....

Le nombre des lieues de diſtance, eſt au nombre des lieues nord & ſud, comme le rayon eſt au coſinus du rhumb de vent.

Cherchez, par la Table des latitudes croiſſantes, la différence des latitudes croiſſantes de départ & d'arrivée (ou leur ſomme, ſi ces latitudes ſont de dénomination différente), & faites cette proportion.... Le rayon, eſt à la tangente du rhumb de vent, comme la différence des latitudes croiſſantes (ou leur ſomme, dans le ſecond cas), eſt à la différence en longitude.

EXEMPLE.

On eſt parti de 4° 30′ de latitude nord, & de 351° 33′ de longitude. On a couru 659 $\frac{2}{3}$ lieues entre le *S* & l'*O*, & on eſt arrivé par 20° 20′ de latitude ſud.

Somme des lat. . . .	24° 50′	Log. 496 $\frac{2}{3}$.	2,69607
Lieues S.	496 $\frac{2}{3}$	Log. du rayon. . .	10,
Somme des lat. croiſſ.	1516	Compl. arit. log. 659 $\frac{2}{3}$.	7,18067
Lieues de diſtance. . .	659 $\frac{2}{3}$	Somme.	9,87674
Donc, rhumb de vent. . .	41° 9′ ou S-O 3° 51′ S		

Log. 1516.	3,18070	Donc, diff. en longit.	1325′ O
Log. tang. 41° 9′. .	9,94146	ou.	22° 5′ O
Somme.	3,12216	Longit. d'arrivée. .	329° 28′

112. 4°. *On connoît le lieu du départ & celui de l'arrivée. On demande le rhumb de vent qu'on doit ſuivre, & le chemin qu'il y a à faire.*

Réduiſez en minutes, la différence en longitude. Cherchez, par la Table des latitudes croiſſantes, la différence des latitudes croiſ-

ſantes de départ & d'arrivée (ou leur ſomme, ſi les latitudes ſont de dénomination différente), & faites cette proportion.... La différence des latitudes croiſſantes (ou leur ſomme dans le ſecond cas), eſt à la différence en longitude, comme le rayon eſt à la tangente du rhumb de vent.

Réduiſez en lieues, la différence en latitude (ou la ſomme des latitudes, dans le ſecond cas), & faites cette proportion.... Le coſinus du rhumb de vent, eſt au rayon, comme le nombre des lieues nord & ſud, eſt au nombre des lieues de diſtance.

EXEMPLE.

On veut partir de 32° 40′ de latitude nord, & de 339° 12′ de longitude, pour ſe rendre en un lieu ſitué par 14° 37′ de latitude nord, & 297° 6′ de longitude.

Diff. de longitude. . . 42° 6′	Log. 2526. 3,40243
ou. . . . . 2526′	Log. du rayon. . . 10,
Diff. des latitudes croiſſ. 1189′	Compl. arit. log. 1189. 6,92482
	Somme. . . . 10,32725

Donc, rhumb de vent. 64° 48′ ou O-S-O 2° 42′ S

Diff. en latitude. . . 18° 3′	Log. 361. 2,55751
Lieues S. 361	Log. du rayon. . . 10, . . .
	Complément arithm.
	log. coſ. 64° 48′. 0,37082
Donc, lieues de diſt. 848	Somme. . . . 2,92833

113. 5°. *On connoît le lieu de départ, le rhumb de vent, & la longitude d'arrivée. On demande la latitude d'arrivée, & les lieues de diſtance.*

Réduiſez en minutes, la différence de longitude, & faites cette proportion.... La tangente du rhumb de vent, eſt au rayon, comme la différence en longitude, eſt à un quatrième terme qui ſera la différence des latitudes croiſſantes ſi l'on n'a pas changé d'hémiſphère, ou leur ſomme, dans le cas contraire. Dans le premier cas, ajoutez cette différence à la latitude croiſſante du départ ſi la route tend à augmenter la latitude, ou retranchez-l'en ſi la route tend à diminuer la latitude. Dans le ſecond cas, retranchez de cette ſomme, la latitude du départ, & vous aurez la latitude d'arrivée.

Réduiſez en lieues, le changement en latitude; & faites cette proportion.... Le coſinus du rhumb de vent, eſt au rayon, comme le nombre de lieues du changement en latitude, eſt au nombre de lieues de la route.

EXEMPLE.

On eſt parti de 38° 10′ de latitude nord, & de 329° de longitude : on a couru au $N\text{-}E\frac{1}{4}E$ juſques par 348° 32′ de longitude, c'eſt-à-dire, que le rhumb de vent eſt de 56° 15′.

Diff. de longitude. . 19° 32′	Log. 1172. 3,06893
ou. . . . . 1172′	Log. du rayon. . . 10, . . .
Latit. croiſſ. du départ. 2481′	Complément arithm.
	log. tang. 56° 15′. 9,82489
	Somme. 2,89382
Donc, diff. des lat. croiſſ. 783′	Log. 190 $\frac{1}{3}$. 2,27952
Latit. croiſſante d'arriv. 3264	Log. du rayon. . . 10, . . .
Latitude d'arrivée. . . 47° 41′	Complément arithm.
Différence de latitude. 9° 31′	log. coſ. 56° 15′. 0,25526
Lieues N. . . . . 190 $\frac{1}{3}$	Somme. 2,53478
	Donc, lieues de diſt. 342 $\frac{1}{3}$.

Cette dernière queſtion pourra être d'uſage lorſqu'on aura de bonnes montres marines. Nous pourrions en ajouter ici une ſixième, qui ne diffère de la précédente qu'en ce que le rhumb de vent y eſt inconnu, & les lieues de diſtance, au contraire, ſont ſuppoſées connues. Elle a également pour objet de faire conclure la latitude, de la longitude. Mais l'uſage n'en ſeroit pas auſſi ſûr, parce que l'incertitude ſur la meſure du ſillage, eſt plus grande que ſur celle du rhumb de vent. D'ailleurs cette queſtion ne pouvant être réſolue que par approximation, nous n'en dirons rien ici. Au reſte, ceux qui deſireront ſavoir comment on peut réſoudre cette queſtion, le trouveront vers la fin de cet Ouvrage.

REMARQUE.

114. Les ſolutions des queſtions précédentes ſuppoſant une meſure exacte du ſillage, ou du rhumb de vent, on doit bien ſe garder de négliger les autres moyens qui peuvent s'offrir pour en confirmer ou en corriger les ré-

ſultats. Nous nous occuperons, dans la Section ſuivante, de ceux que l'Aſtronomie fournit. Mais nous ne devons pas omettre de faire mention de l'uſage qu'on peut faire de la ſonde. On trouve dans les Routiers, des états ou mémoires détaillés des différentes profondeurs de l'eau, & des qualités du fond de la mer, dans un grand nombre d'endroits. On ne doit pas négliger de les conſulter. Ces renſeignemens, joints aux autres obſervations qu'on aura eu lieu de faire, peuvent ſervir beaucoup à connoître le lieu où l'on eſt. Dans certains parages, on trouve le fond lorſqu'on eſt encore à plus de 150 lieues des côtes, & il monte inſenſiblement à meſure qu'on avance. On doit donc, lorſque d'après l'eſtime faite par les méthodes précédentes, on a lieu de ſe juger à une certaine proximité des terres, ſe tenir ſur ſes gardes, n'aller de nuit qu'à petites voiles, reprendre même quelquefois le large, conſulter les routiers, & ſonder.

Pour cette dernière opération, on fait deſcendre, au fond de la mer, un poids qui eſt communément de 20 ou 30 livres de figure conique, & dont la baſe eſt creuſée & garnie de ſuif pour rapporter des échantillons de la nature du fond. Pour pouvoir juger de la profondeur de l'eau, il faut que le poids deſcende verticalement; c'eſt pourquoi, lorſqu'on veut ſonder, il faut s'arrêter, ou mettre côté en travers; car outre que dans le cas où l'on ſonderoit en faiſant route, on eſtimeroit la profondeur plus grande qu'elle n'eſt réellement, on s'expoſeroit d'ailleurs à faire rompre la ligne de ſonde.

SECONDE SECTION,

Dans laquelle on donne les connoiſſances d'Aſtronomie utiles aux Navigateurs.

115. Les méthodes que nous avons expoſées dans la Section précédente, pour la réduction des routes, ſeroient ſuffiſantes, & l'obſervation des aſtres n'auroit guères d'autre utilité dans la navigation, que pour la conſtruction des cartes, ſi l'on étoit sûr de la meſure du ſillage, & du rhumb de vent. Mais le premier de ces deux élémens peut (47) être altéré par des cauſes dont les effets ſont trop peu connus, pour qu'on ne ſoit pas obligé d'y appliquer des corrections. Le ſecond, ſuſceptible de meſures moins douteuſes à la vérité, exige néanmoins des vérifications très fréquentes, puiſque l'aiguille aimantée qui le détermine eſt ſujette à une déclinaiſon qui change preſque ſans ceſſe. Or ces corrections & ces vérifications ne peuvent être puiſées ailleurs que dans l'obſervation des aſtres.

Tout rend donc indiſpenſable la néceſſité de connoître le Ciel, la ſituation & les mouvemens des aſtres que nous y voyons.

Du mouvement annuel du Soleil ; de la vraie mesure du temps ; & de la distinction des années communes & des années Bissextiles.

116. Outre le mouvement dont nous avons parlé (7 *& suiv.*), en vertu duquel le Soleil & les autres astres paroissent décrire, chaque jour, un cercle parallèle à l'équateur, la terre a encore un autre mouvement qui s'achève en 365 jours 5^h 49′; mais qui, par les mêmes raisons que nous avons données (8), semble appartenir au Soleil. Ce mouvement, sur lequel on règle la grandeur de l'année, est celui qui donne lieu à la différence des saisons & à l'inégalité des jours & des nuits, dans les différentes saisons.

117. Pour peu qu'on ait donné d'attention au ciel, on sait que la hauteur à laquelle le Soleil paroît lorsqu'il passe au méridien, n'est pas la même chaque jour : qu'elle augmente pendant un certain espace de temps, après lequel elle diminue pendant un certain autre espace de temps, pour croître ensuite de nouveau ; ensorte que pendant le cours d'une année, le Soleil s'approche & s'éloigne alternativement de l'un & de l'autre pôle ; mais sans jamais passer au-delà d'un certain terme.

Si l'on compare aussi, pendant quelque temps, l'intervalle entre le passage du Soleil, & celui d'une même étoile quelconque, par le méridien ; on s'apperçoit que si, par exemple, le Soleil & l'étoile se sont trouvés une fois au méridien ensemble, le lendemain l'étoile a déjà

paſſé à l'occident du méridien lorſque le Soleil y arrive ; le ſurlendemain elle en eſt encore plus éloignée vers l'occident. Si donc cette étoile n'a par elle même aucun mouvement (& le plus grand nombre eſt dans ce cas, comme nous le dirons dans peu), on en conclura que le Soleil a, par rapport aux étoiles, un mouvement propre d'occident en orient, par lequel, indépendamment du mouvement journalier ou diurne qu'il a en ſens contraire, ſon paſſage au méridien retarde chaque jour d'une certaine quantité par rapport aux étoiles fixes ; & cette quantité eſt telle qu'au bout d'un an l'étoile a gagné un jour entier ou 360° ſur le Soleil.

118. Il paroît d'abord, par cette expoſition, qu'au lieu d'un ſeul mouvement annuel, le Soleil en auroit deux ; l'un par lequel il va alternativement vers l'un & l'autre pôle, l'autre par lequel il répond chaque jour à différens points de l'équateur. Il a bien, en effet, ces deux mouvemens ; mais ces deux mouvemens ſont l'effet d'un ſeul, comme nous allons le voir.

119. Concevons que *EAQ* (*fig.* 30) ſoit l'équateur céleſte ; *DPEp* un méridien céleſte que je ſuppoſe fixe. Que *CADBC* ſoit un grand cercle formant avec l'équateur un angle quelconque *EAC*. Si l'on imagine que le Soleil ſe meuve dans le cercle *CADBC*, dans le ſens *ADB*, & qu'il le parcoure en un an ; de ce mouvement combiné avec le mouvement journalier du Soleil, il réſultera les apparences que nous venons de rapporter.

En

En effet, concevons que le Soleil ſoit actuellement en un point quelconque *S*, & que demain à pareil inſtant il ſoit en un point *T* plus éloigné de *A*. Si par les points *S* & *T* on imagine les parallèles *GSI*, *HTK*; ce ſont les cercles que le Soleil paroîtra décrire aujourd'hui & demain; enſorte que lors du paſſage au méridien, aujourd'hui, le Soleil paroîtra éloigné de l'équateur, de la quantité *EG*; & demain il en paroîtra éloigné de la quantité *EH*. Mais on voit en même temps, que ces éloignemens ſucceſſifs auront un terme; car dès que le Soleil aura décrit l'arc *AD* de 90°, & qu'il parcourra l'autre quart *DE* de ſa circonférence, le parallèle qu'il paroîtra décrire chaque jour, approchera de plus en plus de l'équateur, juſqu'à ce que le Soleil ſoit arrivé en *B*, où continuant ſon mouvement dans le demi-cercle *BCA*, il s'éloignera de l'équateur juſqu'à ce qu'il ſoit en *C*, & s'en rapprochera enſuite de la même manière.

Si par les mêmes points *S* & *T* on conçoit les deux méridiens *PSQ*, *PTR*; & ſi en même temps on imagine une étoile fixe placée ſur le méridien *PSQ*; il eſt clair que le Soleil étant ſuppoſé reſter au point *S* du cercle *DACB*, paroîtra par le mouvement journalier, arriver au méridien fixe, en même temps que cette étoile; mais que le lendemain, le Soleil étant parvenu en *T* ſur le méridien *PTR*, tandis que l'étoile reſte conſtamment ſur le méridien *PSQ*, lorſque le point *T* paſſera au méridien fixe, l'étoile y aura déjà paſſé, & en ſera éloignée vers l'occident, de toute la quantité

angulaire *QPR*, mesurée par l'arc *QR*.

120. Nous avons dit (11) que le jour étoit déterminé par l'intervalle de temps qui s'écoule entre le passage du Soleil par le méridien, & son retour au même méridien. Mais le passage du Soleil au méridien lorsqu'il est en *S*, a lieu lorsque le méridien *PSQ* passe sous le méridien fixe *PEp*; & son retour a lieu le lendemain, lorsque le méridien *PTR* passe sous le même méridien fixe *PEp*; donc l'intervalle entre le passage du Soleil au méridien, & son retour au même méridien, est composé de la durée de la révolution d'une étoile, & de la durée qui répond à la quantité *QR* dont le Soleil s'avance dans un jour vers l'Orient, dans le sens de l'équateur, par son mouvement annuel.

Ainsi quoique dans l'intervalle d'un jour, le Soleil ne décrive autour de la terre que 360°, le ciel étoilé décrit davantage; il décrit, en outre, une quantité égale à l'arc *QR* qui mesure dans le sens de l'équateur, la quantité dont le Soleil, par son mouvement annuel, s'avance d'occident en orient dans un jour. Si cet arc *QR* qui sur l'équateur, répond à l'arc *ST* que le Soleil décrit chaque jour par son mouvement annuel, étoit toujours le même, la quantité dont les étoiles s'avancent chaque jour vers l'Occident, par rapport au Soleil, seroit constamment la même & égale à 360° divisés par 365 jours 5 heures 49 minutes; c'est-à-dire, qu'elle seroit de 59′ 8″. Mais cette quantité varie, tant parce que la quantité *ST* que le Soleil décrit chaque jour n'est pas la même tous les jours de l'année, que parce que, quand

elle feroit la même, l'obliquité du cercle *CAD* à l'égard de l'équateur *EAQ* feroit que l'arc *QR* ne feroit pas toujours le même ; enforte que ces 59′ 8″ font la quantité moyenne dont les étoiles anticipent chaque jour fur le Soleil.

Les étoiles paroiffent donc, chaque jour, décrire 360° 59′ 8″ d'orient en occident ; & par conféquent le temps qu'elles emploient à décrire 360°, ou à revenir au méridien, n'eft pas de 24 heures, mais de 23 heures 56′ 4″ ; puifque les 360° 59′ 8″ employant 24 heures, 360° ne doivent employer que 23 heures 56′ 4″.

121. Il fuit de ce que nous venons de dire, que les jours proprement dits, c'eft-à-dire, les intervalles de temps qui s'écoulent entre deux paffages confécutifs du Soleil au méridien, ne font point égaux ; car ils font compofés (120) de la durée de la révolution d'une étoile, & de l'intervalle de temps que l'arc *QR* de l'équateur qui répond au mouvement *ST* du Soleil dans un jour, emploie à paffer au méridien, & qui, comme nous venons de le voir, n'eft pas conftamment le même. C'eft ce qui a obligé de diftinguer deux fortes de jour : l'un qu'on appelle jour *vrai* ; & c'eft celui qui eft mefuré par l'intervalle exact entre deux paffages confécutifs du Soleil au méridien ; l'autre qu'on appelle jour *moyen*, qui eft celui que doivent marquer les horloges bien réglées, qui eft conftamment le même, & qui eft mefuré par l'intervalle de temps qui s'écouleroit entre deux midis confécutifs, fi la quantité *QR* dont le Soleil s'avance chaque jour vers l'orient, étoit conftamment la même. C'eft ce temps,

que l'on appelle *temps moyen*, que l'on compte dans la vie civile. L'autre, ou le *temps vrai*, eſt celui que marquent les cadrans ſolaires. La différence d'un jour vrai à un jour moyen, eſt fort petite ; mais en s'accumulant elle peut mettre une différence de 16′ 10″ entre le temps vrai & le temps moyen. Cette différence eſt ce qu'on appelle l'*Équation du temps ;* elle eſt tantôt dans un ſens, tantôt dans un autre ; c'eſt-à-dire, que le temps vrai eſt tantôt plus grand, tantôt plus petit que le temps moyen ; & il y a quatre jours dans l'année où ces deux temps ſont les mêmes.

122. La grandeur de l'année eſt déterminée par l'intervalle de temps entre le paſſage du Soleil par un point quelconque du cercle *CADBC*, qu'on appelle *l'Écliptique*, & ſon retour au même point. Comme cet intervalle eſt de $365^{j}\ 5^{h}\ 48'\ 48''$; c'eſt-à-dire, eſt compoſé d'un nombre entier de jours, & d'une fraction ; on eſt convenu, pour plus de facilité, de négliger cette fraction pendant quelques années de ſuite, & de n'en tenir compte que lorſqu'en s'accumulant elle pourroit former un jour entier ou environ. Comme cette fraction eſt d'environ 6 heures qui ſont le quart d'un jour, on eſt convenu de compter de ſuite, trois années de 365 jours ſeulement, & de compter 366 jours dans la quatrième. Ces trois premières années ſont ce qu'on appelle des *années communes ;* & la quatrième s'appelle *année biſſextile*. Le jour qu'on ajoute à la quatrième année, s'ajoute au mois de Février qui, dans les années communes, n'a que 28 jours, & qui en a

par conſéquent 29 dans les années biſſextiles.

Cet arrangement, qui fut preſcrit par Jules-Céſar, en a pris le nom de *Style Julien*. L'année 1re de l'ère chrétienne s'étant trouvée être la première des années communes, toutes les années biſſextiles tombent ſur des nombres multiples de 4, ou diviſibles par 4; ainſi les années 1768, 1772, 1776, &c. ſont biſſextiles, parce que ces nombres ſont diviſibles par 4.

Comme cette diſpoſition ſuppoſe l'année de $365^j\ 6^h$, tandis qu'elle n'eſt réellement que de $365^j\ 5^h\ 48'\ 48''$, ce qui fait une différence de $11'\ 12''$; il s'enſuit qu'à chaque biſſextile, on ajoute $44'\ 48''$, de trop, & que par conſéquent au bout d'un ſiècle ou de 25 années biſſextiles, on compte $18^h\ 40'$ de trop. C'eſt pour en tenir compte que le pape Grégoire XIII qui en 1582 s'occupa de la réformation du Calendrier, établit que l'on rendroit commune, chaque centième année, au lieu de biſſextile qu'elle devoit être ſuivant le premier arrangement. Mais comme cette ſuppreſſion de l'année biſſextile au commencement du ſiècle, eſt trop forte de $5^h\ 20'$, puiſqu'il n'y a que $18^h\ 40'$ à retrancher, on ne fait la centième année commune que pendant trois ſiècles conſécutifs, & dans le quatrième elle redevient biſſextile. Ainſi les années 1700, 1800 & 1900 ſont des années communes, & 2000 eſt biſſextile.

Comme tous les peuples n'ont pas adopté cette réforme, on a diſtingué le *nouveau ſtyle*, & le *vieux ſtyle*. Ceux qui ſuivent le vieux ſtyle comptent 11 jours de moins que nous; ils en compteront 12 dans le 19e ſiècle : c'eſt-

à-dire, par exemple, que le 21 Avril pour nous, eſt le 10 Avril pour eux.

Des cercles & des points de la Sphère qui répondent aux différentes époques du mouvement annuel du Soleil.

123. Le cercle *CADBC* (*fig.* 30) dans lequel nous venons de dire que le Soleil fait ſa révolution annuelle, & que nous avons appelé l'Écliptique, fait avec l'équateur, un angle de 23° 28′. Quoique cet angle ne ſoit pas toujours exactement de cette quantité, les variations qu'il ſubit ſont trop petites pour nous intéreſſer dans la matière que nous traitons. Ainſi nous le ſuppoſerons conſtamment de 23° 28′.

L'écliptique eſt donc un grand cercle de la ſphère, dans lequel le Soleil fait ſa révolution annuelle, & qui coupe l'équateur ſous un angle de 23° 28′.

Les points *A* & *B* où l'écliptique coupe l'équateur, s'appellent les points *Equinoxiaux*; parce que lorſque le Soleil, par ſon mouvement annuel, arrive à l'un de ces points, le jour eſt égal à la nuit pour tous les différens lieux de la terre. En effet, tous les différens horizons coupant l'équateur en deux parties égales, il eſt clair que lorſque le Soleil, par ſon mouvement journalier, décrit l'équateur, il eſt autant de temps ſur chaque horizon, qu'au-deſſous.

Le paſſage du Soleil, par l'un de ces points, eſt l'époque du printemps; & par l'autre, c'eſt

l'automne. Le jour de ce paſſage s'appelle *l'équinoxe.*

L'arc *AS* de l'écliptique que le Soleil a parcouru depuis ſon paſſage par l'équinoxe du printemps, qu'on appelle autrement le point d'*Aries* ou du *Bélier*, s'appelle la *Longitude* du Soleil : elle ſe compte en ſignes, degrés, minutes, &c. Ces ſignes, qui ſont de 30° chacun, ont les noms latins & françois, & ſont déſignés par les caractères ſuivans.....

Aries	le Bélier	♈	*Libra*	la Balance. . . .	♎
Taurus . . .	le Taureau. . . .	♉	*Scorpius* . . .	le Scorpion. . .	♏
Gemini . . .	les Gemeaux. . .	♊	*Arcitenens* . .	le Sagittaire. . .	♐
Cancer . . .	l'Écreviſſe. . . .	♋	*Caper*. . . .	le Capricorne . .	♑
Leo	le Lion.	♌	*Amphora*. . .	le Verſeau . . .	♒
Virgo. . . .	la Vierge. . . .	♍	*Piſces*. . . .	les Poiſſons. . .	♓

Les ſix premiers de ces ſignes ſont dans la partie du nord, & les ſix autres dans la partie du ſud.

Le commencement de chacune des quatre ſaiſons, *Printemps*, *Été*, *Automne* & *Hiver*, eſt déterminé par l'entrée du Soleil dans les ſignes du Bélier, de l'Écreviſſe, de la Balance, & du Capricorne ; ce qui arrive le 20 Mars, le 21 Juin, le 22 Septembre, & le 21 Décembre.

Si par les pôles *P* & *p* de l'équateur (*fig.* 31) & par les points équinoxiaux *A* & *B*, on conçoit un grand cercle *PApB* ; ce cercle eſt ce qu'on appelle le *Colure des équinoxes.*

Et ſi par le centre de l'écliptique, on conçoit une droite *P'p'* perpendiculaire à ce plan, & qui rencontre la ſphère en *P'* & *p'* ; cette droite

s'appelle l'axe de l'écliptique, & les points P' & p' sont les pôles de l'écliptique.

Si par les pôles P & P' de l'équateur & de l'écliptique on imagine un grand cercle $PP'Ep$; ce cercle qui sera en même temps perpendiculaire à l'équateur & à l'écliptique, est ce qu'on appelle le *Colure des Solstices.*

Les points C & D où le colure des solstices rencontre l'écliptique, se nomment les *points solsticiaux*; & le moment où le Soleil arrive à l'un ou à l'autre de ces points, s'appelle le *Solstice.*

Lorsque le Soleil arrive aux points solsticiaux D & C, son mouvement dans l'écliptique est parallèle à l'équateur; ensorte que pendant quelques jours, il paroît ne s'éloigner, ni ne s'approcher de l'équateur; il est comme stationnaire: c'est ce qui a fait donner à ces points le nom de points solsticiaux.

Puisque le colure des solstices est perpendiculaire à l'équateur & à l'écliptique; l'arc EC ou QD de ce colure, compris entre ces deux cercles, est donc la mesure de leur inclinaison; il est donc (123) de 23° 28′. Et comme il est évident qu'il mesure aussi la plus grande distance à laquelle le Soleil puisse se trouver, de part & d'autre de l'équateur, il s'ensuit que par son mouvement annuel, le Soleil ne s'éloigne jamais de l'équateur de plus de 23° 28′.

124. Jusqu'ici nous avons regardé le Soleil comme décrivant, chaque jour, un parallèle à l'équateur, en vertu du mouvement diurne. Mais comme son mouvement dans l'écliptique est continuel, on voit qu'à la rigueur, il décrit

depuis un équinoxe jusqu'au solstice suivant, une espèce de spirale dont les différentes spires qui répondent à chaque révolution diurne sont très-peu inclinées à l'égard de l'équateur. En effet le Soleil ne s'avance chaque jour dans l'écliptique que d'environ un degré, tandis que par le mouvement diurne il décrit 360° parallèlement à l'équateur. Ainsi nous continuerons d'appeler parallèle du Soleil, la route que cet astre décrit chaque jour autour de la terre.

125. On a donné aussi des noms particuliers à chacun des parallèles que paroissent décrire, en vertu du mouvement diurne, chacun des principaux points où passe le Soleil par son mouvement annuel.

Par exemple, on a nommé *Tropiques* les deux parallèles *MD*, *CN* que le Soleil décrit, lorsqu'il est dans les points solsticiaux. Ainsi les tropiques sont deux petits cercles de la sphère, parallèles à l'équateur, & qui en sont éloignés chacun de 23° 28′. Celui qui est vers le nord s'appelle *Tropique du Cancer*, & celui qui est vers le sud, s'appelle *Tropique du Capricorne*.

On a nommé *Cercles polaires*, les parallèles *P′G*, *p′g′* que paroissent décrire, en vertu du mouvement diurne, les pôles *P′* & *p′* de l'écliptique. Ces pôles sont éloignés de ceux de l'équateur, d'une quantité égale à l'inclinaison de ces deux plans. Ainsi les cercles polaires, sont deux parallèles à l'équateur, & qui sont éloignés de ses pôles, de 23° 28′, ou qui sont éloignés de l'équateur, de 66° 32′. Celui qui est vers le nord, s'appelle cercle polaire *Arcti-*

que; & celui qui eſt vers le ſud, s'appelle cercle polaire *Antarctique.*

Conſéquences qui réſultent du mouvement annuel du Soleil, par rapport aux climats, aux zones, à la durée des jours, &c.

126. On a imaginé ſur la ſurface de la terre, des cercles analogues à ceux que nous venons de faire connoître dans le ciel. Ainſi, on appelle tropiques terreſtres, les deux cercles parallèles à l'équateur terreſtre, & qui en ſont diſtans de 23° 28′ de part & d'autre. Ces cercles marquent ſur la terre, les lieux qui ont le Soleil à leur zénith, le jour du ſolſtice. Car ſi de tous les points du tropique céleſte *CN* (*fig.* 31) on imagine des rayons tels que *CI* menés au centre de la terre, le parallèle qu'ils traceront ſur la ſurface de la terre ſera éloigné de l'équateur, de 23° 28′; & tous les lieux ſitués ſur ce parallèle, auront leur zénith dans le parallèle céleſte correſpondant.

On appelle de même, cercles polaires terreſtres, deux parallèles à l'équateur terreſtre, & qui en ſont diſtans de part & d'autre, de 66° 32′.

Ces quatre cercles partagent la terre en cinq parties qu'on appelle *Zones.* La première, qu'on appelle *Zone torride*, eſt compriſe entre les deux tropiques, & ſon étendue eſt par conſéquent de 23° 28′ de part & d'autre de l'équateur. Les peuples qui habitent cette zone ont, dans le cours de l'année, deux fois le Soleil à leur zénith; une fois lorſqu'il

va de l'équateur au tropique le plus voisin; & la seconde fois lorsqu'il revient de ce tropique vers l'équateur. Cette zone a été nommée torride, parce que la chaleur y est grande & continuelle, attendu que le Soleil est toujours au-dessus de cette zone.

L'espace compris entre chaque pôle & le cercle polaire du même hémisphère, s'appelle *Zone glaciale*. Comme le Soleil ne sort point de la zone torride, il ne peut éclairer que très-obliquement les zones glaciales; & par conséquent il doit y faire, & il y fait en effet très-froid.

Enfin on a donné le nom de *Zones tempérées*, à l'espace compris, sur chaque hémisphère, entre le tropique & le cercle polaire du même hémisphère. Chacune de ces zones a donc une étendue de 43° 4′ en latitude.

127. Puisque le Soleil décrit successivement différens parallèles, il est clair, d'après ce que nous avons dit (9), qu'à l'exception des lieux situés sous l'équateur, la durée du jour & celle de la nuit doivent varier continuellement pendant l'année, pour un même lieu : ensorte que les jours seront plus longs que les nuits, lorsque le Soleil sera dans l'hémisphère que l'on habite; & au contraire les nuits seront plus longues que les jours, lorsqu'il sera dans l'hémisphère opposé. Les jours seront le plus longs lorsque le Soleil sera dans le tropique de l'hémisphère que l'on habite, & le plus courts lorsqu'il sera dans le tropique de l'hémisphère opposé.

La durée d'un jour quelconque sera la mê-

me pour tous les peuples ſitués ſur un même parallèle ; mais elle ſera d'autant plus grande que ce parallèle ſera par une plus grande latitude, quand le Soleil & le parallèle du lieu ſeront dans le même hémiſphère, ou d'autant plus petite dans le cas contraire. Par exemple, les peuples qui habitent les cercles polaires voient le Soleil pendant 24 heures de ſuite, à leur ſolſtice d'été, & en ſont privés pendant 24 heures, à leur ſolſtice d'hiver. Ceux qui ſont plus voiſins du pôle, voient le Soleil, & en ſont privés pendant pluſieurs jours de ſuite; enſorte qu'au pôle, le Soleil eſt viſible pendant ſix mois, & inviſible pendant les ſix autres mois. Tout cela eſt une ſuite évidente du mouvement annuel du Soleil, & de ce que nous avons dit (9).

Des Planètes & des Étoiles fixes.

128. On a donné le nom *d'Étoiles fixes*, à celles des étoiles que l'on a obſervé n'avoir d'autre mouvement que celui que doivent paroître avoir toutes les parties fixes du ciel, en vertu du mouvement diurne de la terre. Et on a, au contraire, nommé *Étoiles errantes* ou *Planètes*, celles qui, outre ce mouvement, en ont un particulier. On en compte ordinairement ſept de cette dernière eſpèce; on leur a donné les noms, & on les a déſignées par les caractères qui ſuivent.....

Saturne,	Jupiter,	Mars,	le Soleil,	Vénus,	Mercure,	la Lune.
♄	♃	♂	☉	♀	☿	☾

De ces ſept aſtres, il n'y a véritablement que la Lune dont le mouvement propre ſe faſſe autour de la terre. Les autres font leurs révolutions autour du Soleil qui eſt fixe ou ſenſiblement fixe, & autour duquel la terre fait une révolution en un an.

Ces planètes font leur cours autour du Soleil, d'occident en orient, tandis que par le mouvement diurne de la terre elles paroiſſent ſe mouvoir d'orient en occident. Les durées de leurs révolutions ſont inégales & ſubordonnées à leurs diſtances au Soleil. Saturne emploie 10759 jours 8 heures à achever la ſienne; Jupiter en emploie 4332 $\frac{1}{2}$; Mars, 687; la Terre, 365 $\frac{1}{4}$; Vénus, 225; Mercure, 87. Saturne & Jupiter ſont accompagnés de lunes ou ſatellites qui en même temps qu'ils tournent avec ces planètes autour du Soleil, tournent auſſi autour d'elles, comme la Lune tourne autour de nous, en même temps qu'elle nous accompagne dans notre courſe annuelle autour du Soleil. Ces petites lunes ſont ſujettes à de fréquentes éclipſes qui peuvent (particulièrement celles de Jupiter) devenir fort utiles pour la détermination des longitudes en mer, ſi on parvient enfin à pouvoir les obſerver malgré l'agitation du vaiſſeau.

129. Les planètes ſont faciles à diſtinguer des étoiles fixes, par leur lumière qui eſt moins étincelante, parce qu'elles l'empruntent du Soleil; au lieu que les étoiles fixes ſont lumineuſes par elles-mêmes, & paroiſſent être autant de ſoleils, que nous ne voyons auſſi petits, que parce qu'ils ſont à une diſtance immenſe

de nous. Elles ſont encore faciles à trouver dans le ciel, par une autre raiſon ; c'eſt que quoique leur mouvement autour du Soleil ſe faſſe dans un plan particulier pour chacune, néanmoins ces plans ou cercles, s'écartent peu de celui que le Soleil paroît décrire en un an : Vénus qui s'en écarte le plus, n'en eſt jamais éloignée de plus de 8 degrés, tantôt d'un côté de l'écliptique, tantôt de l'autre.

130. Cette propriété des mouvemens des planètes, de ne point s'écarter au-delà de 8 degrés de part & d'autre de l'écliptique, a donné lieu d'imaginer dans le ciel, une zone ou bande à laquelle on a donné le nom de *Zodiaque*, & qui occupe, en tout, un eſpace de 16 degrés, 8 de part & d'autre de l'écliptique. Le Zodiaque comprend donc tout l'eſpace que les planètes parcourent dans le ciel.

De toutes les planètes, celle dont les mouvemens nous intéreſſent le plus, eſt la Lune. Nous en parlerons dans peu.

131. A l'égard des étoiles fixes, elles ſont répandues dans toutes les parties du ciel. Comme il auroit été impoſſible de donner un nom particulier à toutes, on eſt convenu d'en raſſembler un certain nombre ſous un nom commun qui eſt celui d'une figure que l'on a conçue deſſinée ſur l'eſpace qu'elles occupent. Cet aſſemblage d'étoiles, s'appelle une *Conſtellation*.

La figure que l'on a imaginée pour chaque conſtellation, ne repréſente pas toujours l'ordre de la diſtribution naturelle des étoiles. Par exemple, on ne doit point s'imaginer que l'eſpace qu'on appelle *la grande Ourſe*, reſſemble

à un ours : il ne lui reſſemble que ſur les cartes.

Quoi qu'il en ſoit, c'eſt de cette manière qu'on partage d'abord le ciel étoilé ; & les noms des ſignes de l'écliptique que nous avons rapportés ci-deſſus, qu'on appelle plus communément les ſignes du zodiaque, ſont ceux des conſtellations qui ſe trouvent compriſes dans le zodiaque. Quoique, depuis que ces noms ont été imaginés, les ſignes de l'écliptique conſidérés comme meſure de la longitude du Soleil, ne répondent plus aux conſtellations dont ils portent le nom, on ne continue pas moins d'appeler le Bélier, le Taureau, &c. le premier, le ſecond &c. ſignes de la longitude du Soleil.

Quoiqu'on puiſſe toujours trouver facilement une étoile quelconque dans le ciel, à l'aide des catalogues que les Aſtronomes en ont dreſſé, il eſt néanmoins utile de ſe rendre les principales familières à la vue : c'eſt pour cette raiſon que nous plaçons à la fin de ce volume, les Planches VII & VIII qui repréſentent les étoiles principales de chaque hémiſphère. Pour s'en ſervir à reconnoître les étoiles, il faut faire attention, ſur la carte, à ce que la diſpoſition des étoiles de chaque conſtellation, a de particulier, tant par rapport à cette conſtellation, que par rapport à ſes voiſines ; & pour plus d'ordre, il faut commencer par celles qui ſont voiſines du pôle élevé. C'eſt ainſi que vers le nord, on reconnoîtra *la grande Ourſe*, autrement appelé *le grand Chariot*, aux caractères ſuivans. Elle eſt formée de ſept étoiles principales, dont quatre forment un quadrila-

tère presque rectangle. Si l'on imagine le côté de ce quadrilatère qui est le plus près de l'épaule, prolongé vers le nord; ce côté passera très-près d'une étoile assez belle qui est précisément l'étoile polaire. Cette étoile n'est pas exactement au pôle, elle en est à deux degrés environ. Les trois autres étoiles sont presque en ligne droite. *Cassiopée* est remarquable par cinq étoiles principales qui forment à peu près la lettre *M*. On reconnoîtra le *Taureau* par un amas de petites étoiles fort serrées, & par une étoile remarquable par sa grandeur, son éclat & sa couleur rouge; cette étoile s'appelle *Aldébaran*.

De la Lune; de ses Phases & de ses Éclipses; du Nombre d'or, & des Épactes.

132. La Lune, indépendamment du mouvement diurne qui lui est commun avec tous les astres, a encore un mouvement autour de la terre, qui lui est particulier, & qui se fait d'occident en orient. Ce mouvement ne se passe point dans l'écliptique même, comme celui du Soleil, mais il s'en écarte peu; car la trace que décrit la Lune, & qu'on appelle son *Orbite*, n'est jamais inclinée à l'écliptique, de plus de $5^{\circ}\frac{1}{3}$.

133. La Lune emploie $27^{j}\ 7^{h}\ 43'\ 12''$ à revenir à un même point du Ciel, à une même étoile : & cet espace de temps s'appelle sa révolution ou son *mois périodique*.

Si la Lune avoit toujours la même vîtesse, elle

elle avanceroit donc chaque jour, vers l'orient, de 13° 10′ 35″.

134. La révolution de la Lune, à l'égard du Soleil, eſt plus longue : elle eſt de 29ʲ 12ʰ 44′ 3″; c'eſt-à-dire, que ſi la Lune eſt aujourd'hui au méridien avec le Soleil, elle ne ſe retrouvera au méridien avec lui, qu'au bout de 29 jours & demi, environ. Enſorte que la quantité moyenne dont la Lune avance chaque jour vers l'orient, à l'égard du Soleil, eſt de 12° 11′ 27″.

La différence de ces deux révolutions, vient de ce que le Soleil s'avançant, par ſon mouvement annuel, dans le même ſens que la Lune ; celle-ci, dans un intervalle de temps donné, s'éloigne moins du Soleil que des étoiles. Auſſi voit-on que la différence de 13° 10′ 35″ à 12° 11′ 27″, eſt de 59′ 8″ qui (120) eſt préciſément la quantité moyenne dont le Soleil s'avance vers l'orient dans un jour.

Cette révolution de la Lune, à l'égard du Soleil, eſt ce qu'on appelle une *Lunaiſon*, un *Mois ſinodique*, une *Révolution ſinodique*. C'eſt l'intervalle d'une nouvelle Lune, à la nouvelle Lune ſuivante, ou d'une pleine Lune, à la pleine Lune ſuivante.

135. La vîteſſe de la Lune n'eſt pas conſtamment la même pendant la durée de ſa révolution. La plus grande vîteſſe a lieu lorſque la Lune eſt le plus près de la terre ; & ce point de la plus grande proximité, s'appelle le *Périgée* de la Lune. Depuis le périgée, la Lune s'éloigne de la terre, & diminue de vîteſſe, juſqu'à un certain terme qu'on appelle

l'*Apogée*, où sa distance est la plus grande. Passé ce terme, la vîtesse augmente jusqu'au périgée.

Ainsi, les principales inégalités du mouvement de la Lune, dépendent de sa distance à l'apogée; c'est-à-dire, de l'angle formé au centre de la terre, par la droite qui iroit de ce centre au point de l'apogée, & par celle qui iroit de ce même centre, à la Lune. Cet angle s'appelle l'*Anomalie*.

136. L'apogée & le périgée de la Lune ne répondent pas toujours aux mêmes points du ciel; c'est ce qui fait que la révolution de la Lune à l'égard de son apogée, & qu'on appelle sa révolution *anomalistique*, n'est pas la même qu'à l'égard des étoiles : elle est de $27^j\ 13^h\ 18'\ 34''$.

137. Enfin, le mouvement de la Lune se faisant dans un plan incliné à l'écliptique, elle est au nord de l'écliptique pendant environ une moitié de sa révolution, & au sud, pendant un pareil intervalle, à peu près. Les points où elle passe du nord au sud de l'écliptique, c'est-à-dire, où son orbite coupe l'écliptique, s'appellent les *Nœuds*.

138. La distance de la Lune à la terre varie depuis $55\frac{3}{4}$ demi-diamètres de la terre, jusqu'à $64\frac{3}{4}$; ensorte que sa distance moyenne est à peu près de $60\frac{1}{4}$ demi-diamètres terrestres. Cette distance est environ la 340e partie de celle de la terre au Soleil.

139. La Lune est visible à nos yeux, non par elle-même, mais par la lumière qu'elle reçoit du Soleil, & que sa surface renvoie ensuite vers nous. C'est par cette raison que nous

ne voyons pas toujours en entier l'hémiſphère de la Lune qui ſe préſente directement à nous, & ce qui, par conſéquent, donne lieu à ce qu'on appelle les *Phaſes* de la Lune, ou les différens aſpects ſous leſquels nous la voyons.

En effet, concevons que *QKOI* (*fig.* 32) ſoit l'orbite de la Lune; *T* le centre de la terre; & que le Soleil ſoit dans la droite *TS*, mais à une diſtance immenſe de *T*. Les rayons qui partent de cet aſtre, & qui tombent ſur la Lune, en quelque endroit que ce ſoit de ſon orbite, peuvent, ſans erreur ſenſible, être conſidérés comme parallèles.

Suppoſons que la Lune ſe trouve ſucceſſivement en *Q*, *K*, *O* & *I*; les points *Q* & *O* étant dans le plan qui paſſe par la terre & par le Soleil; & les points *K* & *I* étant à 90° de ce plan.

Si l'on conçoit dans chaque poſition de la Lune, des tangentes à ſon globe & qui ſoient parallèles à la ligne *TS*; il eſt évident que *ERF*, *LGV*, *NPM*, *ACB*, ſeront pour chaque poſition, la partie de la ſurface de la Lune qui reçoit les rayons du Soleil. Mais un obſervateur placé en *T*, ne verra tout l'hémiſphère éclairé de la Lune que lorſqu'elle ſera en *O*. Quand elle ſera en *I*, il ne pourra voir que la partie *BC* du diſque éclairé *BCA*. Quand la Lune ſera en *Q*, comme elle ne préſentera à l'obſervateur que l'hémiſphère oppoſé à celui *ERF* qui eſt éclairé, elle ne ſera pas viſible. Enfin quand elle ſera en *K*, l'obſervateur verra ſeulement la partie *LG* du diſque éclairé *LGV*; enſorte qu'en allant de *O* en

I, & de *I* en *Q*, la partie visible de la Lune diminuera continuellement, jusqu'à disparoître; puis elle augmentera continuellement de *Q* en *K*, & de *K* en *O* où l'on verra tout l'hémisphère éclairé.

140. Quand la Lune est en *Q*, entre le Soleil & la terre, cette phase s'appelle la *nouvelle Lune*. C'est de ce point qu'on compte *l'âge* de la Lune, ou le nombre de jours écoulés depuis son renouvellement. Le jour de la nouvelle Lune, cette planète se lève & se couche à peu près en même temps que le Soleil, & passe aussi au méridien à peu près en même temps que lui. Mais dans les jours suivans, son passage au méridien retarde, & la quantité moyenne de ce retard est de 49′ environ.

Lorsque la Lune est parvenue en *K*, à 90° du Soleil, on dit qu'elle est dans son *premier Quartier*; alors elle se lève vers le temps où le Soleil est au méridien. En *O*, au-delà de la terre, par rapport au Soleil, arrive la *pleine Lune*: à cette phase la Lune se lève lorsque le Soleil se couche. Enfin lorsqu'elle arrive en *I* où il ne reste plus que 90° à décrire pour se renouveler, on dit qu'elle est à son *dernier Quartier*; alors elle se lève vers minuit.

On appelle aussi, le point *Q*, la *Conjonction*; parce que la Lune & le Soleil paroissent se confondre lorsque la Lune arrive en ce point: & le point *O* s'appelle l'*Opposition*. Ces deux points sont nommés aussi les *Sizigies*; & la ligne *OQS* s'appelle la ligne des sizigies: les deux points *K* & *I* s'appellent les *Quadratures*.

141. Dans ce que nous venons de dire, nous

avons tacitement regardé la Lune comme faisant son mouvement dans le plan même où se trouvent continuellement le Soleil & la Lune ; ce qui n'est pas rigoureusement vrai, puisque (132) la Lune se meut dans un plan incliné à l'écliptique, d'environ 5°. Mais la modification que cette circonstance apporte à la description que nous venons de faire des phases de la Lune, est facile à appercevoir ; car il est clair, par exemple, que dans la nouvelle Lune on pourra voir une petite partie du disque éclairé ; que dans la pleine Lune, on verra un peu moins que le disque entier ; & dans les autres phases à proportion.

Le seul cas où la Lune soit véritablement dans le plan de l'écliptique, c'est lorsqu'elle passe par ses nœuds. Si cette circonstance concourt avec les sizigies, alors il y aura *Éclipse* ; c'est-à-dire, *Éclipse de Soleil* si la Lune passe à l'un de ses nœuds lorsqu'elle se renouvelle ; & *Éclipse de Lune* si elle passe à l'un de ses nœuds lorsqu'elle est pleine. Parce que dans le premier cas, la Lune cache à la terre, le Soleil ou une partie du Soleil, selon que sa distance à la terre fait paroître son diamètre plus ou moins grand que celui du Soleil. Et dans le second cas, la Lune passant au-delà de la terre, par rapport au Soleil, traverse un espace où les rayons du Soleil arrêtés par la terre ne pénètrent pas ; elle est donc dans l'ombre & par conséquent invisible. Au reste, il n'est pas absolument nécessaire pour qu'il y ait éclipse, que la Lune soit exactement dans l'un de ses nœuds, lors des sizigies. Il peut y avoir, & il y a en

effet ſouvent éclipſe, lorſque la Lune eſt dans le voiſinage de ſes nœuds lors des ſizigies; mais il ne peut y avoir éclipſe que vers les ſizigies.

142. Si l'on compare la durée de la révolution ſinodique de la Lune, avec celle de l'année, on voit qu'une année ne peut pas comprendre un nombre exact de lunaiſons; mais que chaque lunaiſon étant de 29 jours 12 heures $\frac{3}{4}$ à peu près, 12 lunaiſons ne ſont qu'un peu moins de 354 jours $\frac{1}{2}$; enſorte que ſi, par exemple, la Lune étoit nouvelle au premier janvier d'une année, elle ſe trouveroit âgée de près de 11 jours, à la fin de cette même année. A la fin de l'année ſuivante, elle le ſeroit d'environ 22 jours; & au bout de trois ans il y auroit eu 37 lunaiſons & environ trois jours. Ce n'eſt qu'après un nombre d'années plus conſidérable, que la Lune ſe retrouve dans les mêmes poſitions à l'égard de la terre & du Soleil, les mêmes jours de l'année.

Si l'on prend 235 lunaiſons, qui comme nous l'avons dit (134), ſont de $29^j\ 12^h\ 44'\ 3''$ chacune, on verra qu'elles répondent à $6939^j\ 16^h\ 32'$. Or 19 années de $365^j\ \frac{1}{4}$, comme on les compte dans l'état actuel du Calendrier, ſont $6939^j\ 18^h$; donc au bout de 19 ans, les nouvelles & pleines Lunes, & en général les phaſes ſemblables de la Lune, arrivent aux mêmes jours du mois, & preſque à la même heure, car la différence n'eſt que de $1^h\ 28'$. On a donné à cette période remarquable, le nom de *Cycle d'or*. Nous ne la conſidérerons ici que par rapport à ſon uſage pour trouver les nouvelles & les pleines Lunes. Mais avant de faire connoître cet uſage, il faut

enſeigner la manière de trouver la date du cycle d'or, c'eſt-à-dire, de trouver le *nombre d'or* qui répond à une année propoſée.

143. *Pour trouver le nombre d'or*, il faut ajouter 1 à l'année propoſée ; & diviſant le tout par 19, le reſte, ſans aucun égard au quotient, marquera le nombre d'or. Par exemple, pour 1781, je diviſe 1782 par 19 ; le reſte de la diviſion eſt 15 ; 15 ſera donc le nombre d'or en 1781.

On ajoute 1 à l'année propoſée, parce qu'au commencement de l'ère chrétienne, il y avoit déjà une année que le cycle d'or étoit révolu.

144. Les *Épactes* ſont des nombres qui marquent, pour chaque année, quel âge avoit à peu près la Lune à la fin de l'année précédente. L'âge de la Lune, & par conſéquent l'épacte, augmente chaque année d'environ 11 jours (142). Ainſi lorſque la première année du nombre d'or eſt écoulée, la Lune a onze jours. L'épacte de la ſeconde année eſt donc 11 ; celle de la troiſième 22 ; celle de la quatrième 33, ou ſimplement 3, en retranchant 30, quoique la révolution de la Lune ne ſoit que de 29 jours $\frac{1}{2}$; parce que l'épacte augmentant de moins de 11 jours, chaque année, pour tenir compte à peu près de ce qu'il y a de trop, on compte dans ce calcul, les révolutions de la Lune, comme ſi elles étoient de 30 jours.

Ainſi, *pour trouver l'épacte* correſpondante au nombre d'or, il faut diminuer le nombre d'or d'une unité, & multipliant le reſte par 11, ſi du produit on retranche 30 autant de fois qu'il y eſt compris, le reſte ſera l'épacte. Par

exemple, en 1781, où le nombre d'or (143) eſt 15; je multiplie 14 par 11, & j'ai 154, dont ôtant 5 fois 30, il reſte 4 pour l'épacte de 1781, ou l'âge qu'aura la Lune à la fin de 1780. Il faut ſeulement obſerver, que pour la première année du nombre d'or, où l'on auroit zéro ſuivant cette règle, on écrit 29. Cela revient au même, car l'un & l'autre repréſentent également la fin ou le renouvellement d'une lunaiſon.

La règle que nous venons de donner, peut être d'uſage depuis 1700 juſqu'à 1800. Mais elle ſouffre une modification à chaque ſiècle, à cauſe de l'omiſſion de la biſſextile (122), qui ôtant un jour à l'année, change néceſſairement l'âge de la Lune.

145. Nous avons vu (143) comment on trouve le nombre d'or, & comment on en déduit l'épacte. Voici l'uſage qu'on peut en faire pour trouver à peu près l'âge de la Lune, pour un jour propoſé.

Pour trouver l'âge de la Lune. Ajoutez enſemble l'épacte, le nombre des mois écoulés depuis Mars incluſivement, juſqu'à celui dont il s'agit, auſſi incluſivement, & le quantième du mois. La ſomme, ſi elle eſt au-deſſous de 30, ſera l'âge de la Lune. Mais ſi elle eſt au-deſſus de 30, l'âge de la Lune ſera l'excès au-deſſus de 30 ſi le mois a 31 jours, & l'excès au-deſſus de 29, s'il n'a que 30 jours. Par exemple, on demande l'âge de la Lune, le 17 Juin 1781: j'ajoute enſemble les nombres 4, 4 & 17, qui ſont l'épacte, le nombre des mois depuis Mars, & le quantième du mois; la ſomme 25 me

fait voir que la Lune aura 25 jours, le 17 Juin 1781.

S'il s'agiſſoit de Janvier ou Février, on ajouteroit ſeulement l'épacte & le quantième du mois.

Ces pratiques ſont fondées ſur ce que l'âge de la Lune augmentant de 11 jours chaque année, cela donne environ un jour d'augmentation par mois.

S'il s'agit de trouver la nouvelle Lune pour un mois propoſé, on le peut donc facilement par un moyen ſemblable, en ajoutant ſeulement l'épacte & le nombre des mois écoulés depuis Mars, & retranchant la ſomme de 29 ou de 30 jours, ſelon que le mois a 31 ou 30 jours. Si la ſomme étoit trop forte, on la retrancheroit de 60.

Ainſi, ſi l'on demande la nouvelle Lune de Juin 1781; j'ajoute 4 & 4, & je retranche la ſomme 8, de 30, parce que le mois n'a que 30 jours; le reſte 22 me fait voir que la Lune ſera nouvelle le 22 Juin.

Nous ne nous arrêterons pas à donner une explication plus détaillée de ces pratiques, tant parce que ce qui précède en fait aſſez appercevoir le fondement, que parce que les réſultats qu'elles fourniſſent, ne ſont que des approximations ſur leſquelles on ne doit compter qu'à un ou deux jours près, dans pluſieurs cas. Nous paſſons à une méthode plus exacte.

De la manière de calculer les Phaſes de la Lune.

146. La méthode que nous allons expoſer,

donne le temps des phases à une heure & demie près. Cette exactitude est suffisante pour l'objet que nous nous proposons, & qui est de déterminer l'heure du flux & reflux de la mer, ce que nous ferons dans la Section suivante. Trois heures d'incertitude sur le vrai temps des phases, ne peuvent produire qu'environ dix minutes d'erreur sur le temps de la haute ou de la basse mer.

Cette méthode est fondue sur l'usage des Tables XIV, XV & XVI que l'on trouve à la fin de ce volume, & dont voici l'explication. Les nombres de la colonne marquée, *P* dans la Table XIV, indiquent quelle est la première phase qui a eu lieu ou qui aura lieu en Janvier de l'année correspondante. 1 marque une nouvelle Lune; 2, un premier quartier ou la seconde phase; 3, une pleine Lune; 4, un dernier quartier. Et dans l'usage que nous en ferons, la nouvelle Lune suivante seroit marquée par 5; le premier quartier suivant, par 6; la pleine Lune suivante, par 7; le dernier quartier suivant, par 8.

Par exemple, vis-à-vis de l'année 1769, on trouve 1 dans la colonne *P*; cela signifie que la première des phases de la Lune, qui auront lieu en Janvier 1769, sera la nouvelle Lune.

Les nombres de la colonne marquée *A*, expriment quelle est l'anomalie de la Lune, lors de cette phase. Cette anomalie, pour plus de commodité, est comptée en millièmes; ensorte que 1000 des parties qui l'expriment, font 360°, ou une révolution entière.

Les jours, heures & minutes qui sont à côté

de l'année, marquent à quelle date de l'année tombe la phase correspondante dans la colonne *P*.

Dans la Table XV, les jours, heures & minutes que l'on voit à côté des mois, marquent (en y comprenant les mois) le temps qui a dû s'écouler depuis la première phase de l'année, jusqu'à la phase marquée par le nombre correspondant *P*. Par exemple, à côté d'Avril & dans la quatrième ligne de ce mois, on trouve $28^j\ 5^h\ 52'$, & le nombre *P* correspondant est 4. Cela signifie que depuis la première phase de l'année jusqu'au dernier quartier en Avril, lorsqu'il doit y en avoir un, il s'écoule $28^j\ 5^h\ 52'$ outre les mois.

Les nombres de la colonne *A* de cette même Table XV marquent l'augmentation que prend l'anomalie, dans cet intervalle; on en a rejeté les révolutions complettes.

Si les mouvemens de la Lune conservoient toujours le rapport que supposent ces deux Tables, il suffiroit, pour calculer le moment d'une phase quelconque, d'ajouter les jours, heures & minutes qui conviennent à l'année, avec les jours, heures & minutes qui, dans la Table des mois, répondent au nombre *P* qui avec le nombre *P* de la Table des années forme le nombre qui marque la phase dont il s'agit.

Par exemple, pour avoir la pleine Lune ou la phase 3 de Janvier 1769; j'ajouterois comme il suit.....

Pour 1769.	6^j	14^h	$13'$
Janvier.	14	19	6
Somme.	21^j	9^h	$19'$

C'eſt-à-dire, que je prendrois, dans la Table XIV, les nombres qui correſpondent à 1769; & comme le nombre *P* pour 1769 eſt 1, celui qui avec ce nombre *P* fera la phaſe 3 dont il s'agit, eſt 2; je prendrois donc dans la Table des mois, les jours, heures & minutes qui pour Janvier répondent au nombre 2 de la colonne *P*. Et la ſomme $21^j\ 9^h\ 19'$ ſeroit l'heure de la pleine Lune de Janvier 1769, ſi les mouvemens de la Lune étoient tels que nous venons de dire.

Mais à cauſe de leur irrégularité, ce premier calcul a beſoin d'une correction que fournit la Table XVI, en opérant comme il ſuit.

En même temps qu'on ajoutera les heures & minutes qui conviennent à l'année & au mois, on ajoutera auſſi les nombres *A* qui leur correſpondent; & après avoir rejetté les mille s'il y en a, on cherchera dans la Table XVI, les jours, heures & minutes correſpondans à la ſomme des nombres *A*, & on les ajoutera aux heures & minutes déjà trouvées.

Si l'on calcule pour un autre méridien que Paris, on ajoutera à cette ſomme, la différence des méridiens, ou on la retranchera, ſelon que le lieu ſera plus oriental, ou plus occidental que Paris.

EXEMPLE Ier.

On demande le moment de la pleine Lune de Janvier 1769, pour Paris.

La phaſe dont il s'agit eſt 3; & comme le nombre *P* pour 1769 eſt 1, le nombre *P* qu'on doit prendre pour Janvier eſt 2. Donc

	Nombres A.	
Pour 1769.	$6^j\ 14^h\ 13'$...174	Tables XIV
Janvier.	14 19 6...536	& XV.
Somme.	$21^j\ 9^h\ 19'$...710	
Correction correspondante à la somme des nombres A.	....5 35...	Table XVI.
Temps de la pleine Lune. .	$21^j\ 14^h\ 54'$	

EXEMPLE II.

Étant à Québec, c'eſt-à-dire, à $4^h\ 49'$ à l'occident de Paris, on demande le temps du premier quartier en Juin 1765.

La phaſe dont il s'agit eſt naturellement 2; mais comme la première phaſe de l'année eſt 3, c'eſt-à-dire, eſt marquée par un nombre plus grand que celui de la phaſe dont il s'agit, la phaſe actuelle doit êtrecomptée pour 2 plus 4 ou 6. Ainſi le nombre *P* qui, pour les mois, fait 6 avec le nombre *P* pour l'année, étant 3, nous devons prendre dans Juin, les nombres qui répondent au nombre 3 de la colonne *P*. Donc

		Nombres A.
Pour 1765.	$5^j\ 19^h\ 52'$. . .	124
Pour Juin.	18 19 47. . .	162
Somme.	24 15 39	286
Correction pour les nombres A. .	1 5 26	
Différence des méridiens. . . .	0 4 49	
Temps du premier quartier. . .	$25^j\ 16^h\ 16'$	

147. On peut, par la même méthode, déterminer la phaſe la plus prochaine d'une date propoſée; & nous en aurons beſoin par la ſuite.

Par exemple, s'agit-il de trouver quelle ſera la phaſe la plus prochaine du 17 Octobre 1769?

On cherchera dans la Table des mois, quel eſt le jour & l'heure d'Octobre qui avec les jours & heures qui dans la Table pour les années, répondent à l'année propoſée, approche le plus de 17; le nombre correſpondant *P*, joint au nombre *P* qui convient à l'année, fera connoître la phaſe; & alors on calculera l'heure & la minute de cette phaſe, comme ci-deſſus. Si ce temps diffère de moins de quatre jours de la date propoſée, ce ſera celui de la phaſe la plus prochaine; mais s'il en diffère de quatre jours, ou plus, alors on calculera l'heure de la phaſe ſuivante ou précédente, ſelon celle de ces deux qui ſera la plus prochaine. Ainſi je vois que pour 1769, le nombre *P* eſt 1, auquel répondent $6^j\ 14^h\ 13'$. Je trouve dans la Table des mois, que les jours & heures d'Octobre qui ajoutés à $6^j\ 14^h\ 13'$, approchent le plus de 17^j, ſont $7^j\ 9^h\ 51'$, & le nombre correſpondant *P*, étant 2, qui joint avec le nombre *P* ou 1 de l'année, fait 3, j'en conclus que la phaſe la plus prochaine du 17 Octobre 1769, ſera la pleine Lune.

Pour en déterminer le temps précis, j'opère donc comme il ſuit, ſelon ce qui a été dit ci-deſſus.

				Nombres A.
Pour 1769.	6^j	14^h	$13'$ . . .	174
Octobre.	7	9	51 . . .	181
Somme.	14^j	0^h	$4'$	355
Correction pour les nombres A.	0	22	24	
Temps de la pleine Lune. . .	14^j	22	$28'$	

De la manière dont on détermine la position des Astres à l'égard de l'Écliptique & à l'égard de l'Équateur.

148. Pour fixer la position des astres dans le ciel, on peut employer deux méthodes principales : la première consiste à déterminer leur longitude & leur latitude ; & dans la seconde, c'est par leur ascension droite & leur déclinaison qu'on fixe leur position.

Concevons que *QET* (*fig.* 33) soit l'équateur ; *CED* l'écliptique ; *PCT* le colure des solstices ; *P* & *P'* les pôles de l'équateur & de l'écliptique. Soit *S* un astre quelconque. Si par le pôle *P'* de l'écliptique on conçoit l'arc de grand cercle *P'SA*, qui sera nécessairement perpendiculaire à l'écliptique, il est clair que la position de l'astre *S* sera connue si, sachant d'ailleurs dans quel hémisphère il est placé, on connoît l'arc *SA* qui mesure sa distance à l'écliptique, & l'arc *EA* qui mesure la distance de l'arc *P'SA* au point équinoxial *E* ; & ce sont en effet ces arcs que l'on prend pour fixer la position des astres.

149. L'arc *SA* de grand cercle prependiculaire à l'écliptique, compris entre un astre *S* & l'écliptique, s'appelle la *Latitude* de cet astre. Et le cercle *P'SA* s'appelle *Cercle de latitude*. La latitude est australe, ou boréale, selon que l'astre est dans l'hémisphère austral ou dans l'hémisphère boréal.

Quant à la *longitude* d'un astre, c'est l'arc *EA* de l'écliptique compris entre le point équi-

noxial *E* du Bélier, ou du Printemps, & le cercle *PSA* de latitude de l'aſtre, cet arc étant compté d'occident en orient.

150. Dans la ſeconde manière de déterminer la poſition des aſtres; au lieu de les rapporter à l'écliptique, comme dans la précédente, on les rapporte à l'équateur, de la manière ſuivante.

On conçoit par le pôle *P* de l'équateur, & par l'aſtre *S*, le méridien *PSI*, qu'on appelle alors un cercle de *déclinaiſon*. Il eſt clair que la poſition de l'aſtre ſera connue ſi, ſachant d'ailleurs dans quel hémiſphère il eſt placé, on connoît l'arc *SI* qui meſure ſa diſtance à l'équateur, & l'arc *EI* qui meſure la diſtance de l'arc *PSI* au point équinoxial du Bélier.

151. On appelle *déclinaiſon* d'un aſtre, l'arc *SI* de grand cercle perpendiculaire à l'équateur, compris entre cet aſtre & l'équateur. La déclinaiſon eſt auſtrale ou boréale, ſelon que l'aſtre eſt dans l'hémiſphère auſtral ou dans l'hémiſphère boréal.

152. *L'Aſcenſion droite* d'un aſtre eſt l'arc de l'équateur compris entre le point équinoxial du Bélier, & le cercle de déclinaiſon de cet aſtre, cet arc étant compté d'occident en orient.

153. Quand on veut déterminer le lieu d'un aſtre par le calcul, c'eſt ordinairement par ſa longitude & ſa latitude; parce que c'eſt au plan de l'écliptique que les mouvemens des aſtres ſont rapportés dans les Tables aſtronomiques.

Mais lorſqu'on veut déterminer le lieu d'un aſtre par obſervation, c'eſt ordinairement ſon

aſcenſion

aſcenſion droite & ſa déclinaiſon que l'on cherche.

154. Mais de ces deux plans, l'écliptique & l'équateur, dès que l'on connoît la poſition d'un aſtre à l'égard de l'un, il eſt toujours facile d'en conclure ſa poſition à l'égard de l'autre. En effet, le triangle ſphérique *PP'S* (*fig.* 33) a pour côtés, 1°. *PP'* qui étant la diſtance du pôle de l'équateur à celui de l'écliptique, eſt la meſure de l'inclinaiſon de ces cercles, & par conſéquent eſt de 23° 28'. 2°. *P'S* qui eſt le complément de la latitude de l'aſtre. 3°. *PS* qui eſt le complément de la déclinaiſon. De plus, l'angle *PP'S* a pour meſure l'arc *AD* qui eſt le complément de la longitude; & l'angle *P'PS* a pour ſupplément *DPS* meſuré par l'arc *TI* qui eſt le complément de l'aſcenſion droite. On voit donc que dès qu'on connoîtra la latitude & la longitude, ou la déclinaiſon & l'aſcenſion droite, comme on connoît toujours le côté *PP'*, on aura trois choſes connues dans le triangle *P'PS*; & que par conſéquent il ſera facile d'en conclure, par les règles données dans la Trigonométrie ſphérique, les deux choſes inconnues, qui ſont toujours des parties de ce triangle.

Pour le Soleil, le calcul eſt plus ſimple; parce que les mouvemens de cet aſtre ſe faiſant dans l'écliptique, ſa latitude eſt toujours zéro. Alors la longitude, l'aſcenſion droite, & la déclinaiſon forment les trois côtés d'un triangle ſphérique rectangle *AQS* (*fig.* 30) dont l'angle *SAQ* oppoſé à la declinaiſon *QS* eſt de 23° 28'; c'eſt-à-dire, eſt l'inclinaiſon de l'écliptique à

l'équateur ; ainſi l'une quelconque de ces trois choſes étant donnée, la longitude, l'aſcenſion droite, & la déclinaiſon, on pourra toujours trouver chacune des deux autres par l'une des trois proportions ſuivantes, fondées ſur ce qui a été dit (*Géom.* 350, 51 & 52).

R : *ſin.* AS : : *ſin.* QAS ou *ſin.* 23° 28′ : *ſin.* QS
R : *coſ.* 23° 28′ : : *cot.* AQ : *cot.* AS
R : *ſin.* AQ : : *tang.* 23° 28′ : *tang.* QS

Nous donnerons, dans peu, le moyen de calculer la longitude du Soleil, d'après les Tables aſtronomiques que l'on trouvera à la fin de cet ouvrage. On y trouvera auſſi des Tables de la déclinaiſon & de l'aſcenſion droite, déduites de ces analogies.

155. A l'égard des étoiles, la Table de leurs poſitions, que l'on trouvera auſſi à la fin de ce Volume, eſt fondée ſur les obſervations, à quelques petites réductions près, dont ce n'eſt pas ici le lieu de parler.

Quoiqu'elles ſoient fixes dans le ciel, on voit néanmoins par ce Catalogue (Table XIII) que leurs aſcenſions droites & leurs déclinaiſons varient ; mais cela vient de ce que le point du Bélier rétrograde tous les ans d'une certaine quantité ; & comme les aſcenſions droites ſe comptent de ce point, elles doivent changer lorſqu'il change. Ce changement, qui ſe fait dans le ſens de l'écliptique, en produit un auſſi dans les déclinaiſons. Ce mouvement du point du Bélier eſt ce qu'on appelle la *préceſſion des Équinoxes*. Les étoiles ont encore quelques autres petits mouvemens apparens.

156. Voici comment on peut concevoir qu'on a pu, par obſervation, déterminer les déclinaiſons & les différences d'aſcenſion droite des étoiles.

Soit *HOR* (*fig.* 34) l'horizon; *QT* l'équateur; *P* le pôle; *CM*, *DN* les paralleles que décrivent deux étoiles en vertu du mouvement diurne.

Concevons que dans le plan du méridien *RQH*, on ait placé un inſtrument propre à meſurer les angles. En quelque endroit que cet inſtrument ſoit placé, ſon centre pourra être regardé comme le centre de l'horizon à cauſe de la petiteſſe de la terre, en comparaiſon de ſa diſtance aux aſtres. Donc ſi ayant dirigé horizontalement un des diamètres de cet inſtrument, on fait mouvoir l'autre diamètre juqu'à ce qu'il rencontre l'étoile lors de ſon paſſage au méridien, on aura la meſure de l'arc *HC*. Il ne s'agira plus, pour avoir la déclinaiſon *QC* de cette étoile, que de retrancher de *HC*, l'arc *HQ* qui meſure l'inclinaiſon de l'équateur à l'horizon, inclinaiſon qui ſera connue ſi l'on connoît la latitude ou la hauteur du pôle, puiſque *PQ* étant de 90°, *HQ* & *PR* doivent être enſemble de 90°, enſorte que *HQ* eſt le complément de la hauteur *PR* du pôle. Or nous avons vu (22) & nous verrons plus particulièrement, dans peu, comment on détermine la hauteur du pôle. On fera la même choſe pour chacune des étoiles, & on aura leurs déclinaiſons. Mais ces déclinaiſons ont beſoin de quelques corrections : nous en parlerons dans peu.

Quant à la différence d'aſcenſion droite entre

deux étoiles E & E' ; c'eſt par la différence des temps auxquels elles arrivent au méridien, qu'on la détermine. Puiſque (120) les étoiles emploient $23^h\ 56'\ 4''$ à faire leur révolution ou $360°$, il s'enſuit que, par heure, elles font $15°\ 2'\ 28''$; que par minute, elles font $15'\ 2''\ 28'''$, & ainſi à proportion. Donc ſi la différence des temps entre le paſſage de l'étoile E, & celui de l'étoile E', eſt de 1 heure, on en conclura que l'étoile E' a $15°\ 2'\ 28''$ d'aſcenſion droite de plus que l'étoile E, ſi elle paſſe après celle-ci ; ou de moins, ſi elle paſſe avant.

Du calcul de la Longitude, de l'Aſcenſion droite ; & de la Déclinaiſon du Soleil, pour un temps & un lieu propoſés quelconques.

157. Si le Soleil s'avançoit dans l'écliptique avec une vîteſſe conſtante, une opération fort ſimple ſuffiroit pour déterminer ſa longitude pour un inſtant propoſé quelconque. Mais cette vîteſſe varie ſans ceſſe depuis le point du périgée ou de la plus grande proximité à l'égard de la terre, juſqu'à l'apogée ou le point de la plus grande diſtance : elle va en diminuant depuis le premier de ces points juſqu'au ſecond, & croît enſuite depuis le paſſage par ce ſecond point juſqu'au retour au premier ; mais de manière qu'à diſtances égales de part & d'autre de la ligne qui joint ces deux points, & qu'on appelle la ligne des *Abſides*, la vîteſſe eſt la même.

Comme les inégalités dans le mouvement du Soleil, dépendent de la diſtance angulaire à la

ligne des abſides, c'eſt-à-dire, de l'angle que forme avec la ligne des abſides, la ligne droite qu'on peut imaginer menée de la terre au Soleil; c'eſt à cette première ligne qu'on rapporte, en effet, le calcul de ces inégalités. Et l'on appelle *Anomalie*, l'angle compris entre la ligne des abſides, & la diſtance actuelle de la terre au Soleil, cet angle étant compté depuis l'apogée.

Or la longitude étant comptée (149) depuis le point du Bélier, il s'enſuit que la longitude dépend de deux choſes, de la diſtance de la ligne des abſides au point du Bélier, & de l'anomalie.

158. Pour calculer plus commodément cette longitude, on a dreſſé des Tables qui repréſentent les arcs que le Soleil décriroit dans des intervalles de temps connus ſi ſon mouvement étoit uniforme; & des Tables qui repréſentent la poſition de l'apogée pour une même époque d'année en année, qui eſt le 31 Décembre à midi de l'année précédente, dans les années communes, & le 1er Janvier à midi de l'année courante, dans les années biſſextiles.

La différence de ces deux arcs fait donc connoître pour un inſtant quelconque, quelle ſeroit l'anomalie du Soleil à cet inſtant, ſi le mouvement de cet aſtre étoit uniforme, & cette anomalie s'appelle *Anomalie moyenne*.

Par des calculs fondés tant ſur les obſervations que ſur la Géométrie, on a déterminé pour chaque degré & partie de degré de l'anomalie moyenne, la différence qu'il devoit y avoir entre cette anomalie moyenne & l'ano-

malie vraie ; on a formé des Tables de cette différence qu'on appelle *Équation du centre*, au moyen desquelles tout le calcul de la longitude se réduit à de simples additions & soustractions comme on va le voir. Mais avant que d'enseigner cet usage des Tables du Soleil, il faut rendre compte de quelques autres points qu'elles supposent.

1°. Les 24 heures du jour y sont supposées comptées astronomiquement ; c'est-à-dire, de suite, & d'un midi à l'autre.

2°. Ces Tables sont calculées pour le méridien de Paris, ensorte que s'il s'agit d'un autre lieu, il faut avoir égard à la différence des méridiens, en ajoutant cette différence réduite en temps (18) à l'heure proposée, si le lieu est plus occidental que Paris, ou la retranchant s'il est plus oriental.

3°. Les temps correspondans aux mouvemens que ces Tables représentent, sont des temps moyens (121) ; ensorte que lorsqu'il s'agira de calculer le lieu du Soleil pour un temps vrai proposé quelconque ; comme si l'on demandoit le lieu du Soleil dans l'écliptique, ou son ascension droite, ou sa déclinaison, au midi vrai, c'est-à-dire, lorsqu'il passe véritablement au méridien, un jour proposé ; il faudroit réduire le temps vrai en temps moyen, en ajoutant à celui-là, ou en retranchant la différence de ces deux temps que l'on connoîtra par la Table I, qui a pour titre *Table de l'Équation du temps*. Mais comme cette Table suppose que l'on connoisse déjà à peu près le lieu du Soleil, s'il n'en étoit pas ainsi, on calculeroit le lieu

du Soleil pour le temps vrai propofé, comme fi c'étoit un temps moyen : avec cette longitude qui différera très-peu de la véritable, on trouvera l'équation du temps, à l'aide de laquelle & de la Table des mouvemens du Soleil, il fera facile de voir ce qu'on doit ajouter ou retrancher à la longitude déjà calculée, pour avoir celle qui convient à la correction du temps. On en va voir des exemples.

4°. Enfin, fi l'année pour laquelle on calcule eft biffextile, on retranchera un jour, de la date propofée, dans les mois de Janvier & Février feulement.

Cela pofé, voici comment, à l'aide des Tables dont il s'agit, & que nous avons raffemblées à la fin de ce volume, on pourra calculer la longitude, l'afcenfion droite & la déclinaifon du Soleil.

159. *Pour la longitude.* On ajoutera enfemble d'une part, les mouvemens moyens du Soleil qui conviennent à l'année (Table II); ceux qui conviennent aux mois (Table III); ceux qui conviennent aux jours du mois, aux heures, minutes & fecondes (Table IV). Et l'on aura la longitude moyenne du Soleil.

On ajoutera d'une autre part, les mouvemens correfpondans de l'apogée, que l'on trouvera dans les mêmes Tables.

On retranchera la feconde fomme de la première, pour avoir l'anomalie moyenne, avec laquelle on trouvera (Table V) l'équation du centre que l'on ajoutera à la longitude moyenne, ou que l'on en retranchera, felon que l'indiqueront les titres qui font au haut de cha-

que colonne, & l'on aura la longitude vraie du Soleil.

Sur quoi il faut obſerver que l'équation du centre que donne cette Table, n'etant calculée que pour chaque degré de l'anomalie moyenne, ſi celle-ci avoit, en outre, des minutes & ſecondes, on calculeroit, à l'aide de la difference qui ſe trouve à côté de l'équation, le ſurplus qui convient aux minutes & ſecondes, par cette proportion..... Si 60 minutes ou 3600″ de difference dans l'anomalie moyenne, donnent, dans l'équation, la différence marquée dans la Table, combien le nombre de minutes & ſecondes dont il s'agit, donnera t-il? & à l'inſpection de la Table, on jugera facilement ſi ce ſurplus doit être ajouté ou retranché.

EXEMPLE I.

On demande la longitude vraie du Soleil, à Paris, le 18 Février 1768, à midi temps vrai.

Mouvemens moyens du Soleil.		*Mouvem. de l'Apogée.*
Pour 1768.	9s 10° 38′ 34″	3s 8° 57′ 43″
Février.	1 0 33 18	. . . 5
Le 17 (à cauſe de la biſſ.)	0 16 45 22	. . . 3
Long moy du Soleil.	10s 27° 57′ 14″	3s 8° 57′ 51″
Equation du centre. .	0 1 28 24	10 27 57 14
Long. vraie approchée.	10s 29° 25′ 38″	7s 18° 59′ 23″ Anom. moy.

Ce ſeroit la longitude vraie s'il s'agiſſoit du temps moyen. Mais la Table I fait voir que pour cette longitude il faut ajouter 14′ 22″ au temps vrai pour avoir le temps moyen correſpondant : or pendant cet intervalle, le Soleil (Table IV) décrit 36″ ; il faut donc ajouter

ces 36″ à la longitude trouvée, pour avoir enfin la véritable, de $10^s\ 29^\circ\ 26'\ 14''$.

EXEMPLE II.

On demande la longitude vraie du Soleil pour le 22 Mai 1769 à $7^h\ 42'$ du matin, temps vrai à Breſt.

Ce temps compté aſtronomiquement, répond au 21 Mai à $19^h\ 42'$; & réduit au méridien de Paris plus oriental que Breſt, de 27′ 23″, c'eſt le 21 Mai 1769 à $20^h\ 9'\ 23''$. Donc.....

Mouvemens moyens du Soleil.					*Mouvem. de l'Apogée.*
Pour 1769.	9^s	10°	$24'$	$14''$	$3^s\ 8^\circ\ 58'\ 48''$
Mai.	3	28	16	40	. . . 22
Le 21.	0	20	41	55	. . . 4
20 heures.			49	17	$3^s\ 8^\circ\ 59'\ 14''$
9 minutes.				22	2 0 12 29
23 ſecondes.				1	$10^s\ 21^\circ\ 13'\ 15''$ Anom. moy.
Long. moy. du Soleil.	2^s	0°	$12'$	$29''$	Equat. du temps. 3′ 48″ ſouſt.
Equation du centre. . .	1	11	11		Mouv. correſp. . 9″
Long. vraie approchée.	2^s	1°	$23'$	$40''$	Donc, long. vraie. $2^s\ 1^\circ\ 23'\ 31''$

Lorſque la ſomme des mouvemens de l'apogée excède la longitude moyenne, on ajoute à celle-ci, 12 ſignes, comme dans le dernier exemple.

160. *Pour l'Aſcenſion droite.* On calculera, ſelon ce qui précède (159), la longitude du Soleil, pour l'inſtant propoſé. Avec cette longitude, on trouvera dans la Table VI, la quantité que l'on doit ajouter à cette longitude, ou en retrancher, pour avoir l'aſcenſion droite.

Par exemple, ſi l'on demande l'aſcenſion droite du Soleil pour le 22 Mai 1769, à $7^h\ 42'$ du matin, temps vrai, à Breſt. Après avoir

réduit ce temps, au 21 Mai, $20^h\ 9'\ 23''$ à Paris, comme dans l'exemple précédent, on calculera de même la longitude qui convient à cet instant, & l'on trouvera $2^s\ 1^\circ\ 23'\ 31''$, avec lesquels (Table VI) on trouvera qu'il faut ôter $2^\circ\ 7'\ 40''$ de cette longitude, pour avoir l'ascension droite, qui sera par conséquent de $1^s\ 29^\circ\ 15'\ 51''$.

161. *Pour la déclinaison.* Calculez par ce qui a été dit (159) la longitude du Soleil pour l'instant proposé ; & avec cette longitude, cherchez dans la Table VII, la déclinaison correspondante.

Ainsi, pour la même époque que dans l'exemple précédent, où la longitude étoit de $2^s\ 1^\circ\ 23'\ 31''$, on trouvera (Table VII) que la déclinaison correspondante est boréale, & de $20^\circ\ 27'\ 56''$.

De la manière dont on détermine la position des Astres à l'égard de l'horizon.

162. Pour déterminer la situation d'un astre, à l'égard de l'horizon, on conçoit que par le zénith Z (*fig.* 35) & par l'astre S, on ait fait passer l'arc de grand cercle ZST, qui est nécessairement perpendiculaire à l'horizon. La partie ST de cet arc, comprise entre l'astre & l'horizon, est ce qu'on appelle la *hauteur* de l'astre. ZST s'appelle un *Vertical*, ou un *Cercle de hauteur.*

Ainsi, les *Verticaux* sont des grands cercles de la sphère, perpendiculaires à l'horizon, & qui par conséquent passent tous par le zénith & par le nadir.

163. La hauteur *ST* d'un aſtre ſur l'horizon, ne ſuffit pas pour connoître la poſition de cet aſtre par rapport à l'horizon. Il faut connoître encore la diſtance *RT* ou *HT* de ſon vertical, au méridien; c'eſt-à-dire, au ſud ou au nord de l'horizon. Cet arc *RT* eſt ce qu'on appelle l'*Azimuth* de l'aſtre, lequel, ainſi que la hauteur, change continuellement à meſure que l'aſtre décrit ſon parallèle. On donne auſſi le nom d'azimuth à l'angle *RZT*, ou *HZT* formé au zénith, & compris entre le vertical & le méridien.

164. On peut encore fixer la poſition d'un aſtre ſur l'horizon, en employant au lieu de l'arc *RT*, l'arc *TE* qui meſure la diſtance du vertical *ZT* de l'aſtre, au *premier Vertical ZE*. On appelle premier vertical, celui qui paſſe par le vrai point d'eſt & le vrai point d'oueſt, c'eſt-à-dire, par les interſections de l'équateur & de l'horizon.

L'arc *TE*, ou l'angle *TZE* qui meſure la diſtance du vertical d'un aſtre, au premier vertical, s'appelle *l'Amplitude* de l'aſtre. Elle varie à meſure que l'aſtre ſe meut dans ſon parallèle.

165. L'amplitude *EI* d'un aſtre qui ſe lève, c'eſt-à-dire, l'arc de l'horizon compris entre le vrai point d'eſt, & celui où le parallèle de cet aſtre coupe l'horizon, s'appelle *l'Amplitude ortive*. Et l'amplitude d'un aſtre qui ſe couche, s'appelle *Amplitude occaſe*.

Si par le point *S* où ſe trouve un aſtre, on conçoit un cercle de la ſphère parallèle à l'horizon; ce cercle s'appelle un *Almicantarath*.

De l'effet que la position de l'Observateur peut produire dans la position apparente des astres; ou de la Parallaxe.

166. Comme le mouvement journalier de la terre se fait autour d'un de ses diamètres, le mouvement apparent que les astres ont chaque jour, en vertu de celui-là, se fait donc aussi autour d'un diamètre, & par conséquent autour du centre de la terre. Et puisque nous ne pouvons observer que de dessus la surface, il est clair qu'à moins que les astres ne soient à une distance immense de nous, nous ne devons pas voir leurs mouvemens & leurs situations tels qu'ils sont réellement.

En effet, soit *C* (*fig.* 36) le centre de la terre; *T* un point de sa surface; *L* un astre quelconque; & *ZQM* le ciel. Si l'on observe l'astre *L*, du point *T*, il est visible que le point du ciel auquel il paroîtra répondre, est *B*. Mais si l'on observe du centre *C* de la terre, le point auquel il paroîtra répondre est *D*. Ensorte que si l'on compare l'astre à l'horizon, il paroîtra dans le premier cas, n'être élevé que de la quantité *OB*, ou de la quantité angulaire *OTB*; tandis que du centre *C*, il paroîtroit élevé de la quantité *QCD* égale à *OTA*, (en menant *TA* parallèle à *CD*). D'où l'on voit que la différence d'aspect, est mesurée par l'angle *BTA* égal à *TLC*, à cause des parallèles.

167. Cet angle *BTA* ou *TLC* qui mesure la différence de la hauteur d'un astre vu de la surface, à sa hauteur vu du centre de la terre,

s'appelle la *Parallaxe* de hauteur; & on appelle, en général, parallaxe, la différence des lieux auxquels paroît un objet vu de deux points différens.

168. Le rayon *CT* étant perpendiculaire à l'horizon *TO*, il s'enſuit que le plan du triangle *LTC* qui paſſe par la verticale *CT*, eſt lui-même un plan vertical. Donc quoique la parallaxe altère la hauteur des aſtres, elle ne les écarte nullement du vertical où ils ſe trouvent. Ainſi elle ne change rien à leur azimuth, ni à leur amplitude. L'effet de la parallaxe à l'égard de l'horizon, eſt donc ſeulement de faire paroître l'aſtre moins élevé qu'il n'eſt réellement.

169. La parallaxe diminue à meſure que l'aſtre s'élève ſur l'horizon. Elle eſt la plus grande lorſque l'aſtre paroît être à l'horizon, & elle eſt nulle au zénith.

En effet, ſoit *H* le point de l'horizon où l'aſtre ſe lève; dans le triangle *HTC* on a *ſin. THC* : *R* : : *TC* : *HC*; & dans le triangle *LTC*, où *LC* eſt égale à *HC* comme rayons du parallèle de l'aſtre, on a *ſin. TLC* : *ſin. LTC* ou *ſin. LTZ* : : *TC* : *LC* ou *HC*; donc *ſin. THC* : *R* : : *ſin. TLC* : *ſin. LTZ*, ou *R* : *ſin. LTZ* : : *ſin. THC* : *ſin. TLC*; d'où l'on voit que le ſinus de la parallaxe *TLC*, ſera d'autant plus petit que le ſinus de la parallaxe horizontale *THC*, ou que la parallaxe actuelle ſera d'autant plus petite que la parallaxe horizontale, que le ſinus de la diſtance apparente *LTZ* au zénith ſera plus petit par rapport au rayon.

170. Si l'aſtre change de diſtance à la terre,

restant néanmoins à même hauteur angulaire apparente au-dessus de l'horizon ; alors le sinus de la parallaxe diminue comme la distance augmente. Car soient LC, $L'C$ deux distances différentes auxquelles un astre se trouve à même hauteur apparente au-dessus de l'horizon. Dans le triangle LTC on aura *sin.* TLC : *sin.* LTC : : TC : CL ; & dans le triangle $TL'C$, on a *sin.* $L'TC$ ou *sin.* LTC : *sin.* $TL'C$: : CL' : TC ; donc (*Géom.* 100) *sin.* TLC : *sin.* $TL'C$: : CL' : CL.

171. On voit donc que plus un astre est loin de la terre & plus sa parallaxe est petite. C'est par cette raison que les étoiles fixes n'ont aucune parallaxe sensible. Le Soleil quoique très-loin, est incomparablement plus près de nous que les étoiles ; néanmoins sa distance excède 30 millions de lieues. Aussi la parallaxe horizontale du Soleil n'est-elle que d'environ 10″. Cette quantité est trop petite pour mériter qu'on y ait égard dans les observations qui ont rapport à la Navigation.

172. Il n'en est pas de même de la parallaxe de la Lune. Comme cette planète n'est éloignée de la terre que d'environ 60 demi-diamètres de celle-ci, l'angle TLC ou THC, quoique petit, a néanmoins une grandeur sensible. La parallaxe horizontale de la Lune n'est pas plus petite que 54′, & elle va quelquefois jusqu'à $1^{\circ}\ 1' \frac{1}{2}$. On est donc obligé d'y avoir égard.

173. L'astronomie fournit différens moyens pour déterminer la parallaxe ; ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans ce détail ; il nous suffit de dire que les Tables des mouvemens de la Lune

fournissent les moyens de la calculer pour chaque instant. On la trouve, d'ailleurs, toute calculée pour chaque jour, dans le livre de *la Connoissance des temps* que l'Académie publie chaque année.

174. Quoique la parallaxe n'affecte point les amplitudes ni les azimuths des astres, elle altère néanmoins les ascensions droites, les déclinaisons, les longitudes & les latitudes. Nous donnerons, plus bas, les moyens de calculer ces effets.

De l'effet que doit produire sur la hauteur apparente des astres, l'élévation de l'œil de l'observateur au-dessus de la surface de la mer.

175. Lorsqu'on observe les astres à terre, on les compare facilement à l'horizon, par le moyen du fil à plomb, sans être obligé de voir l'horizon. Mais à la mer, l'agitation du vaisseau interdit l'usage de ce moyen. On est obligé de regarder le terme de l'horizon visible, c'est-à-dire, de viser à l'endroit où cet horizon paroît couper le ciel.

De-là il arrive qu'on estime la hauteur des astres plus grande ou plus petite qu'elle n'est en effet, selon que le point où l'on vise, est de même côté que l'astre, ou du côté opposé.

En effet, soit A (*fig.* 38) le lieu d'un astre dans le ciel, & soit T le lieu d'où on l'observe, lequel est élevé au-dessus de la surface D de la mer, de la quantité DT. Si par le point T on conçoit l'horizontale TB, AB sera la vraie hauteur de l'astre. Mais si l'on vise au point R ou

R', où l'horizon visible semble couper le ciel; alors on vise suivant la droite *TRE*, ou *E'TR'*, tangente à la surface de la mer; ce qui augmente la distance apparente de l'astre à l'horizon, de la quantité *BE*, ou la diminue de la quantité *BE'*, nous avons vu en Géométrie comment on calcule l'angle *BTE* & par conséquent son égal *BTE'*, pour les différentes hauteurs *DT* de l'œil, & l'on en trouvera une Table toute calculée vers la fin de cet ouvrage, (Table X). Il sera donc facile, à l'aide de cette Table, de corriger les hauteurs observées, en retranchant la valeur de l'angle *BTE* quand l'observation aura été faite par devant, c'est-à-dire, en regardant l'horizon du côté de l'astre; ou au contraire en ajoutant cet angle, quand l'observation aura été faite par derrière, c'est-à-dire, en regardant l'horizon du côté opposé à l'astre.

De la Réfraction.

176. La hauteur des astres sur l'horizon, est altérée par une cause différente de la parallaxe, & dont l'effet se fait en sens contraire; c'est la *réfraction*.

L'air qui environne la terre, & qu'on nomme *Atmosphère*, a la propriété de rompre les rayons de lumière, c'est-à-dire, de les détourner de la route qu'ils suivoient en y arrivant.

Soit *SB* (*fig.* 37) un rayon qui, parti du Soleil ou de tout autre astre, rencontre l'atmosphère en *B*: au lieu de suivre la même route *SBD*, il se détourne à commencer du point

point *B*, & pénétrant ſucceſſivement dans des couches d'air de plus en plus denſes, il continue de ſe rompre, & arrive en *T*, à l'œil, après avoir décrit dans l'air une ligne courbe *BT* qui a pour tangente, au point *T*, la ligne *TO*; enſorte que l'objet, au lieu de paroître en *S*, paroît en *O* ſur la ligne ſuivant laquelle le rayon a fait ſon impreſſion dans l'œil.

177. Tous les différens détours ſucceſſifs qu'éprouve un rayon de lumière qui pénètre dans l'atmoſphère, ſe font dans un plan vertical; c'eſt-à-dire, dans le plan qui paſſe par l'aſtre, par le centre de la terre, & par le zénith; enſorte que la réfraction, comme la parallaxe, ne change rien aux azimuths, ni aux amplitudes des aſtres; mais elle les fait paroître plus elevés qu'ils ne le ſont réellement, ou qu'ils ne le paroîtroient ſi la parallaxe ſeule altéroit leur hauteur.

178. Comme les rayons ont d'autant plus de trajet à faire dans l'air, que les aſtres ſont moins élevés ſur l'horizon, ils doivent donc être d'autant plus rompus ou plus réfractés qu'ils ſont plus près de l'horizon; enſorte que la différence du lieu apparent d'un aſtre, à ſon lieu vrai, cauſée par la réfraction, diminue à meſure que les aſtres ſont plus voiſins du zénith où elle devient nulle, parce que les rayons qui entrent perpendiculairement à la ſurface de l'atmoſphère ne ſouffrent aucune réfraction.

179. La propriété qu'a l'air de rompre les rayons de lumière, dépend beaucoup de ſa denſité. Dans les régions les plus elevées, où

il eſt plus rare, c'eſt-à-dire, où dans le même eſpace, il y a une moindre quantité d'air, les rayons ſont moins réfractés que dans le voiſinage de la ſurface de la terre. Les vapeurs qui s'élèvent de l'horizon contribuent à augmenter l'effet de la réfraction près de la terre. En hiver, où l'air eſt plus denſe qu'en été, la réfraction eſt plus forte, toutes choſes d'ailleurs égales, qu'en été. Mais dans le voiſinage de l'horizon la réfraction eſt plus variable que partout ailleurs, parce que les vapeurs qui s'élèvent de la terre, y ſont en plus grande quantité & plus variables que dans les régions plus élevées. En général, les réfractions étant dépendantes de l'état de l'air, ne ſont pas les mêmes dans tous les lieux de la terre, ni à différentes élévations, ni à différens intervalles de temps.

180. Les différences de réfraction, occaſionnées par la différence de la température de l'air, peuvent être négligées pour l'uſage de la Navigation. Mais les irrégularités de cette réfraction dans le voiſinage de l'horizon, doivent faire éviter, autant qu'il eſt poſſible, de prendre les hauteurs des aſtres lorſqu'ils ſont près de l'horizon.

181. La réfraction horizontale élève communément les aſtres, de 32 ou 33′; enſorte qu'un aſtre qui n'a point de parallaxe ſenſible, paroît à l'horizon lorſqu'il eſt encore de 32 ou 33′ au-deſſous. On trouvera vers la fin de ce volume, une Table des réfractions à différentes hauteurs (Table XI).

182. L'atmoſphère donne encore lieu à un

autre phénomène : c'eſt le *Crépuſcule* ; ce jour que l'on voit aſſez long-temps avant le lever du Soleil & après ſon coucher. Il eſt occaſionné par des rayons du Soleil qui, rencontrant l'atmoſphère, s'y rompent d'abord, puis ſont réfléchis vers la terre par d'autres particules d'air. On a remarqué que le crépuſcule du matin, ou l'aurore, commence lorſque le Soleil eſt encore 18° au-deſſous de l'horizon, & ne finit le ſoir qu'au même terme.

Des diamètres du Soleil & de la Lune.

183. Ce qu'on entend par le *Diamètre* des aſtres, ce n'eſt pas la grandeur abſolue du diamètre de leur Globe, mais ſeulement l'angle ſous lequel on voit ce diamètre. Cet angle diminue à meſure que la diſtance de l'aſtre augmente, & en même raiſon que cette diſtance, lorſqu'il eſt petit.

En effet, ſoit *AB* (*fig.* 39) le demi-diamètre réel d'un objet : les angles *ACB*, *ADB*, ſeront ceux ſous leſquels on peut voir ce demi-diamètre, des points *C* & *D* ; c'eſt-à-dire, ſeront les demi-diamètres apparens. Or dans le triangle rectangle *ACB*, il eſt viſible que *ſin.* *ACB* : *R* : : *AB* : *AC*; & dans le triangle rectangle *ADB*, *R* : *ſin.* *ADB* : : *AD* : *AB* ; donc *ſin.* *ACB* : *ſin.* *ADB* : : *AD* : *AC*. Mais quand les angles ſont petits, les ſinus ſont en même rapport que ces angles ; donc *ACB* : *ADB* : : *AD* : *AC*.

184. Nous avons vu (170) qu'à hauteurs angulaires apparentes égales au-deſſus de l'hori-

zon, les parallaxes d'un aſtre diminuoient comme la diſtance augmente ; donc à même hauteur apparente ſur l'horizon, les diamètres ſont comme les parallaxes. A des hauteurs différentes au-deſſus de l'horizon, il n'en eſt pas de même. Car nous avons vu (169) que les parallaxes diminuoient comme le ſinus de la diſtance apparente au zénith. Mais à meſure qu'un aſtre s'élève ſur l'horizon TH (*fig.* 36), ſa diſtance LT à l'obſervateur T, diminue, & par conſéquent ſon diamètre augmente en même raiſon.

Soit par exemple D ſon diamètre lorſqu'il eſt en H dans l'horizon ; & d ſon diamètre en L. On aura $D : d :: TL : TH$ ſuivant ce qui vient d'être démontré. Or dans le triangle LTC on a $TL : TC :: \mathit{ſin.}\ LCT : \mathit{ſin.}\ CLT$; & dans le triangle HTC on a $TC : HT :: \mathit{ſin.}\ THC : \mathit{ſin.}\ HCT$. Multipliant ces deux proportions, on aura $TL : TH$, & par conſéquent $D : d :: \mathit{ſin.}\ LCT \times \mathit{ſin.}\ THC : \mathit{ſin.}\ HCT \times \mathit{ſin.}\ CLT$, ou parce que les angles THC, TLC qui ſont les parallaxes, étant fort petits, ſont entre eux comme leurs ſinus, on a $D : d :: \mathit{ſin.}\ LCT \times THC : \mathit{ſin.}\ HCT \times CLT$; ou en diviſant, $:: \frac{THC}{\mathit{ſin.}\ HCT} : \frac{CLT}{\mathit{ſin.}\ LCT}$; c'eſt-à-dire, que les diamètres d'un aſtre à différentes hauteurs au-deſſus de l'horizon, ſont comme la parallaxe diviſée par le ſinus de la diſtance réelle au zénith.

185. Les étoiles fixes n'ont pas de diamètre ſenſible. Le diamètre du Soleil varie pendant l'année, puiſque la diſtance de cet aſtre à la terre varie ; mais ces variations ſont fort peti-

tes. On en trouvera une Table, vers la fin de ce volume, (Table XII). Quant aux changemens de ce diamètre, à différentes hauteurs sur l'horizon, ils sont absolument insensibles.

A l'égard de la Lune, son diamètre varie sensiblement pendant le cours de chaque lunaison, parce que sa distance à la terre varie sensiblement dans cet intervalle : il varie aussi à mesure que la Lune s'élève sur l'horizon. Sa distance à la terre n'est pas assez grande, pour que la différence entre sa distance au centre & sa distance à la surface de la terre, n'en produise pas une sensible sur le diamètre vu de différens points du globe terrestre.

Mais comme les variations de ce diamètre exigent beaucoup de calculs, le meilleur expédient, & celui que nous supposerons par la suite, est d'avoir recours au livre de la *Connoissance des temps*, où l'on trouve ces diamètres calculés, pour chaque jour, tels qu'ils seroient vus à l'horizon. On y trouve aussi une Table, fondée sur les principes que nous venons d'exposer, & qui fait connoître les changemens qu'il faut faire à ce diamètre, pour les différentes hauteurs de la Lune au-dessus de l'horizon.

De la manière de calculer les différentes circonstances du mouvement diurne des Astres, leur lever, leur passage au Méridien, leur coucher, & leur situation à l'égard de l'horizon.

186. *Pour déterminer l'heure du passage d'une étoile au méridien, un jour proposé;* il faut re-

trancher l'aſcenſion droite du Soleil calculée pour le midi de ce jour, par la méthode donnée (160), de l'aſcenſion droite de l'étoile, (augmentée de 360° ou 12 ſignes, ſi elle eſt trop petite); le reſte réduit en temps a raiſon de 15° par heure, donnera l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, à moins de 4′ près. Ce ſeroit l'heure vraie du paſſage, ſi les étoiles n'anticipoient pas, chaque jour ſur le Soleil. Mais comme (120) elles gagnent, chaque jour, environ 3′ 56″ de temps, ſur le Soleil, il eſt évident que de ſix heures en ſix heures, elles ont environ une minute d'avance; c'eſt pourquoi, ſi l'heure trouvée, comme il vient d'être dit, approche de 6 ou de 12, ou de 18, ou de 24 heures, on en retranchera 1′, ou 2′, ou 3′, ou 4′, & l'on aura l'heure du paſſage au méridien, à moins d'une minute près.

Par exemple on demande l'heure du paſſage d'*Aldébaran* au méridien de Breſt, le 23 Juin 1769. Par le Catalogue des étoiles (Table XIII) je trouve qu'à la fin de Juin 1769, l'aſcenſion droite d'Aldébaran ſera de 2^s 5° 40′ 40″. Et d'après les préceptes donnés (160), ayant de plus égard à la différence des méridiens, je trouve que l'aſcenſion droite du Soleil le 23 Juin à midi ſera de 3^s 2° 21′ 30″; retranchant donc celle-ci de celle de l'étoile augmentée de 12^s, nous aurons 11^s 3° 19′ 10″ qui réduits en temps donnent 22^h 13′ $\frac{1}{3}$ dont je retranche 3′ $\frac{2}{3}$ d'après ce qui vient d'être obſervé ci-deſſus, & j'ai 22^h 10′, pour l'inſtant demandé, à moins d'une minute près. C'eſt-à-dire, qu'Aldébaran paſſera au méridien de Breſt, le 23 Juin 1769,

à 22^h 10′, ou le 24 Juin à 10^h 10′ du matin.

187. Si l'on vouloit connoître l'inſtant de ce paſſage avec plus de préciſion, il faudroit calculer l'aſcenſion droite du Soleil, pour l'inſtant déterminé par cette première opération ; & la retranchant de celle de l'étoile, le reſte réduit en temps à raiſon de 15° par heure, donneroit l'heure, la minute, & la ſeconde de ce paſſage.

188. *Pour déterminer l'heure du lever ou du coucher du Soleil, ou d'une étoile.* Dans la *figure* 35 où *QA* repréſente l'équateur, *BC* le parallèle d'un aſtre, *P* le pôle, *RH* l'horizon, *Z* le zénith ; concevez que *I* ſoit le point où le parallèle coupe l'horizon, & par conſéquent le lieu du lever ou du coucher, ſelon que *I* eſt à l'eſt, ou à l'oueſt. Si vous imaginez le cercle de déclinaiſon *PIO*; l'angle *QPI* qu'on appelle *Angle horaire*, réduit en temps à raiſon de 15° par heure, s'il s'agit du Soleil, donnera l'intervalle de temps entre midi, & le lever ou le coucher du Soleil. Mais s'il s'agit d'une étoile, après avoir réduit en temps, à raiſon de 15° par heure, l'angle *QPI*, on en retranchera autant de minutes qu'il contiendra de fois ſix heures ; le reſte étant retranché de l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, trouvé comme il vient d'être dit (187), donnera l'heure & la minute du lever de l'étoile ; & on aura le coucher, en ajoutant au contraire, ces deux quantités.

189. Si l'on veut avoir plus de préciſion, on retranchera de l'angle *QPI*, le mouvement que le Soleil doit avoir en aſcenſion droite pendant l'intervalle de temps qui répond à l'an-

gle *QPI* réduit en temps à raiſon de 15° par heure. Or l'on aura ce mouvement en calculant l'aſcenſion droite du Soleil pour le midi du jour même, & pour celui du jour ſuivant ou du précédent, ce qui fera connoître le mouvement pour 24 heures, & par conſéquent pour l'intervalle en queſtion, parce qu'en 24 heures le mouvement en aſcenſion droite, eſt ſenſiblement uniforme.

190. Il reſte donc à ſavoir comment on détermine l'angle horaire *QPI*. S'il s'agit du lever *réel*, c'eſt-à-dire, de l'inſtant précis où un aſtre eſt véritablement à l'horizon, inſtant qui retarde ſur celui du lever *apparent*, parce que (176) la réfraction fait paroître les aſtres à l'horizon plutôt qu'ils n'y ſont réellement; on remarquera que le cercle de déclinaiſon *PIO* forme avec le méridien & avec l'horizon, un triangle ſphérique *PHI* rectangle en *H*, dans lequel *PH* eſt la hauteur du pôle ſur l'horizon, & l'angle *HPI* eſt le ſupplément de l'angle horaire. Suppoſant donc que l'on connoiſſe la hauteur du pôle, & la déclinaiſon de l'aſtre, on trouvera (*Géom.* 351 & 352) l'angle *HPI* par cette proportion.... *cot. PH* : *cot. PI* : : *R* : *coſ. HPI* ou *coſ. ZPI*; c'eſt à-dire, *la cotangente de la hauteur du pôle ou de la latitude, eſt à la tangente de la déclinaiſon, comme le rayon eſt au coſinus de l'angle horaire.* Cet angle horaire ſera de moins de 90° ſi la déclinaiſon & la latitude ſont de dénomination différente; & de plus de 90° ſi elles ſont de même dénomination.

Par exemple, on demande l'heure du lever *d'Aldébaran* à Breſt, le 23 Juin 1769. Je trouve

dans le catalogue (Table XIII) que la déclinaiſon d'Aldébaran, en Juin 1769, eſt de 16° 2′ *N*; & comme la latitude de Breſt eſt de 48° 23′ *N*, je fais cette proportion.... *cot.* 48° 23′ : *tang.* 16° 2′ : : *R* : coſinus de l'angle horaire.

J'opère donc comme il ſuit.....

Log. tang. 16° 2′.	9,45845
Log. du rayon.	10,. . . .
Complément Arithm. log. cot. 48° 23′.	0,05141
Somme, log. coſ. angle horaire. . .	9,50986

Qui répond à 18° 52′; c'eſt donc le complément de l'angle horaire, lequel devant être de plus de 90° ſelon ce qui vient d'être dit, ſera donc de 90° plus 18° 52′, ou de 108° 52′; ce qui, à raiſon de 15° par heure, donne 7^h 15′ 28″, dont retranchant 1′ $\frac{1}{3}$ environ pour l'anticipation des étoiles, dans cet intervalle, il reſte 7^h 14′ pour l'intervalle entre le lever d'Aldébaran & ſon paſſage au méridien. Or ce paſſage au méridien de Breſt le 23 Juin 1769, eſt à 22^h 10′; donc le lever ſera à 14^h 56′, c'eſt-à-dire le 24 à 2^h 56′ du matin.

191. A l'égard du Soleil, comme il change de déclinaiſon entre ſon lever, ſon coucher, & ſon paſſage au méridien, on doit à la rigueur, employer pour ſa déclinaiſon, non pas celle qu'il doit avoir à midi, mais celle qu'il doit avoir à ſon lever ou à ſon coucher. Cependant comme le changement en déclinaiſon eſt toujours aſſez petit, il ſuffira d'employer la déclinaiſon qui convient à l'heure du lever ou du coucher groſſièrement eſtimée.

192. S'il s'agit du lever ou du coucher *apparent*; alors il faut concevoir que *RIH* eſt un parallèle à l'horizon, & qui en eſt éloigné en deſſous, d'une quantité égale à la réfraction, c'eſt-à-dire, d'une quantité égale à $32' \frac{1}{2}$, plus à l'abaiſſement de l'horizon dû à la hauteur de l'œil au-deſſus de la ſurface de la mer, & qui eſt de $4' \frac{1}{4}$ pour 15 pieds que nous ſuppoſerons être la hauteur de l'œil. Ayant imaginé le vertical *ZI*, le triangle ſphérique *ZPI* ſervira à calculer l'angle horaire.

En effet, on connoît dans ce triangle le côté *ZI* qui eſt alors de $90^\circ\ 37'$, le côté *PI* qui eſt le complément de la déclinaiſon, & le côté *ZP* qui eſt le complément de la hauteur du pôle. On connoît donc les trois côtés de ce triangle, & il ſera par conſéquent facile d'en calculer l'angle *ZPI* par la règle donnée (*Géom.* 361, Queſtion VI.) & démontrée (*Alg.* 420), laquelle en opérant par logarithmes ſe réduit à ceci.....

On ajoutera enſemble les trois côtés ZP, PI, ZI, *& ayant pris la moitié de la ſomme, on en retranchera ſucceſſivement chacun des deux côtés* ZP, PI, *de l'angle cherché, ce qui donnera deux reſtes. Alors on ajoutera enſemble les logarithmes des ſinus des deux reſtes qu'on vient de trouver, & les complémens arithmétiques des logarithmes des ſinus des deux côtés de l'angle cherché. Prenant la moitié de cette ſomme, on aura le logarithme du ſinus de la moitié de l'angle cherché.*

Par cette règle on pourra calculer le lever &

le coucher apparent des étoiles, & du centre du Soleil.

193. S'il s'agiſſoit du lever ou du coucher apparent d'un des bords du Soleil : on calculeroit l'angle horaire *ZPC* (*fig.* 40) ſelon la dernière règle qu'on vient de donner, & en prenant pour *ZC*, 90° 37′ moins ou plus le demi-diamètre du Soleil, ſelon qu'il s'agit du bord inférieur, ou du bord ſupérieur.

194. *Pour calculer l'amplitude ortive, ou occaſe.* S'il s'agit de l'amplitude vraie ; c'eſt-à-dire, abſtraction faite de la réfraction, & de la hauteur de l'œil au-deſſus du niveau de la mer, on calculera l'arc *IH* (*fig.* 35) complément de cette amplitude *EI*, à l'aide du triangle *PHI* rectangle en *H*, dans lequel on ſuppoſe que l'on connoît la hauteur *PH* du pôle, & le complément *PI* de la déclinaiſon : on trouvera (*Géom.* 350 & 352) que la proportion à faire, eſt *coſ. PH : R : : coſ. PI : coſ. HI* ; c'eſt-à-dire, *le coſinus de la latitude, eſt au rayon, comme le ſinus de la déclinaiſon, eſt au ſinus de l'amplitude ortive ou occaſe.*

195. Mais s'il s'agit de l'amplitude ortive ou occaſe apparente, on imaginera que *RH* (*fig.* 35) ſoit un parallèle à l'horizon, & qui en ſoit éloigné en deſſous, de 37′ valeur de la réfraction, y compris l'abaiſſement de l'horizon, dû à la hauteur de l'œil. Alors dans le triangle *ZPI* où l'on connoît les trois côtés, ſavoir *ZP* complément de la hauteur du pôle, *PI* complément de la déclinaiſon, & *ZI* de 90° 37′, on calculera l'angle *PZI*, par la règle que nous

venons de donner (192). Son complément *IZE* ſera l'amplitude apparente.

196. Si l'on veut avoir l'amplitude apparente d'un des bords du Soleil, toute la différence dans le calcul, conſiſtera à n'employer pour *ZC* (*fig.* 40), que 90° 37′ moins ou plus le demi-diamètre du Soleil, ſelon qu'il s'agira du bord inférieur ou du bord ſupérieur.

197. Quant aux autres circonſtances du mouvement diurne; voici comment on les déterminera.

Soit *S* le lieu de l'aſtre dans ſon parallèle (*fig.* 35). Si l'on imagine le cercle de déclinaiſon *PSV*, on aura un triangle *ZSP* dont le côté *ZP* eſt le complément de la hauteur du pôle, ou de la latitude; le côté *PS* eſt le complément de la déclinaiſon; le côté *ZS* diſtance de l'aſtre au zénith, eſt le complément de la hauteur de l'aſtre ſur l'horizon; l'angle *ZPS* eſt l'angle horaire ou la diſtance de l'aſtre au méridien; l'angle *PZS* eſt l'azimuth. Ainſi connoiſſant trois de ces cinq choſes, on pourra, par les règles de la Trigonométrie ſphérique, trouver les deux autres : nous en verrons plus bas des exemples.

TROISIÈME SECTION,

Dans laquelle on enseigne l'usage des connoissances précédentes, dans la Navigation.

Du flux & reflux de la mer.

198. C'EST sur les mouvemens du Soleil & de la Lune qu'est réglée l'inondation périodique que la mer fait sur les côtes, deux fois le jour. On sait que les eaux de la mer s'élèvent, chaque jour, pendant environ six heures : que parvenues à leur plus grande hauteur, elles restent en cet état, pendant environ un demi-quart d'heure; baissent ensuite pendant un peu plus de six heures, après quoi elles recommencent à s'elever.

199. Le mouvement par lequel les eaux de la mer s'élèvent & se répandent sur les côtes, s'appelle le *Flux*, ou le *Flot*; & l'on appelle *Reflux*, *Ebe* ou *Jusant*, celui par lequel elles baissent ou se retirent. Lorsqu'elles ont atteint le terme de leur plus grande hauteur, on dit alors que la mer est *pleine*, ou qu'elle est *étale*; & le moment où elle cesse de se retirer, s'appelle le moment de la *Basse-Mer*. Tous ces dis-

ferens états de la mer ſont compris ſous le nom général de *Marée*.

200. On a reconnu que les marées étoient dépendantes des mouvemens de la Lune, à ce que, 1°. les temps moyens de leurs retours ſuivent les mêmes loix que ceux de la Lune à l'égard du Soleil. Nous avons vu (134) que ſi les mouvemens de la Lune étoient uniformes, la quantité dont elle s'avanceroit chaque jour vers l'orient, par rapport au Soleil, ſeroit de 12° 11′ 27″; enſorte que ſon retour au méridien retarderoit chaque jour, de 48′ 46″ de temps, ſur celui du Soleil, & c'eſt en effet la quantité moyenne dont la marée retarde chaque jour.

2°. Au bout de 29 jours $\frac{1}{2}$ environ, qui font la durée d'une lunaiſon, ou le temps que la Lune met à revenir dans une même poſition à l'égard du Soleil, les marées reviennent à la même heure. Elles reviennent encore à la même heure, tous les 15 jours environ; c'eſt-à-dire, que ſi 15 jours environ auparavant, il y a eu haute mer à midi, il y aura auſſi haute mer, aujourd'hui à midi; mais la haute mer d'aujourd'hui à midi, ſera celle qui a eu lieu à minuit il y a 15 jours.

3°. L'époque des nouvelles & des pleines Lunes, eſt non-ſeulement celle du retour des marées à la même heure; c'eſt auſſi celle de la plus forte marée d'une même lunaiſon. On donne le nom de *grandes eaux*, *malines*, ou *reverdies*, à ces plus grandes marées. Plus la mer s'élève lors du flux, plus auſſi elle ſe retire lors du juſant, c'eſt-à-dire, qu'elle laiſſe à dé-

couvert une plus grande partie de la plage, que dans les autres marées.

201. Quant à la part que le Soleil peut avoir aux marées, elles eſt fondée, 1°. ſur ce que les marées ſont réglées, comme nous venons de le dire, non ſur le retour de la Lune à un même point du ciel étoilé, mais ſur ſon retour à une même poſition à l'égard du Soleil. La Lune s'avançant (133) chaque jour vers l'orient, de 13° 10′ 35″ par ſon moyen mouvement à l'égard des étoiles, retarde chaque jour à leur égard de la quantité moyenne de 52′ 42″ de temps; mais le retard moyen des marées n'eſt que de 48′ 46″, qui eſt auſſi le retard moyen de la Lune à l'égard du Soleil; donc les marées dépendent auſſi du Soleil.

2°. D'ailleurs nous venons de voir que les plus fortes marées ont lieu lors des ſizigies, ou des nouvelles & pleines Lunes; c'eſt-à-dire, lorſque le Soleil & la Lune étant à peu près ſur une même ligne, ſont dans la poſition la plus favorable pour réunir leur action. Si la Lune ſeule agiſſoit, il n'y auroit aucune raiſon pour que ſon action fût plus grande dans la ligne des ſizigies, qu'à toute autre diſtance de cette ligne.

3°. Les grandes marées, celles des nouvelles & des pleines Lunes, ſont plus grandes vers l'équinoxe, ou peu de temps après, que dans tout autre temps de l'année; c'eſt-à-dire lorſque le Soleil étant voiſin de l'équateur, répond au milieu de la terre.

202. La raiſon générale de ces faits eſt fondée ſur ce que les parties de la terre & des eaux

ont vers le Soleil & vers la Lune, une tendance ou pesanteur semblable à celle qu'elles ont vers le centre de la terre, quoique beaucoup moindre que cette dernière pesanteur. Cette force qui porte ou tend à porter les eaux vers chaque astre, agit d'autant plus fortement sur chaque particule, que le quarré de la distance à l'astre est plus petit. Elle diminue donc davantage la pesanteur à l'égard de la terre, pour les parties plus voisines de l'astre, que pour celles qui en sont plus éloignées, l'équilibre des eaux doit donc en être troublé; & par conséquent dans la partie du globe qui est du côté de l'astre, les parties les plus éloignées, doivent par leur excès de pesanteur à l'égard de la terre, soulever celles qui sont plus voisines de l'astre, & les faire élever vers lui. Dans l'hémisphère opposé, la pesanteur vers l'astre ajoute à la pesanteur vers le centre de la terre; mais d'autant moins que les parties sont plus éloignées: celles-ci doivent donc, par une raison semblable, être soulevées par les parties moins éloignées de l'astre; & par conséquent l'hémisphère opposé à l'astre, doit s'alonger aussi dans un sens opposé à ce même astre.

203. On voit par-là, 1°. pourquoi le flux & reflux a lieu deux fois le jour. En effet, puisqu'en même temps que la mer s'élève vers l'astre, elle s'élève aussi, en sens contraire, dans la partie opposée, il doit y avoir haute mer quand l'astre est sur l'horizon, & quand il est au-dessous.

2°. Pourquoi les grandes marées ont lieu aussi bien dans les pleines Lunes que dans les nouvel-

les

les Lunes, quoique dans le premier cas le Soleil & la Lune étant de côtés opposés de la terre, l'effet de l'un sembleroit devoir détruire celui de l'autre. C'est une suite de ce que, par l'action de chaque astre, la mer doit s'élever vers l'astre & vers la partie qui lui est opposée.

3°. Pourquoi, dans ces deux cas, les marées sont les plus fortes que dans toute autre position.

4°. On voit, en même temps, que dans les autres positions, le point le plus élevé de la mer ne répond ni au Soleil, ni à la Lune; mais se trouve placé entre deux, & plus près de celui de ces deux astres qui agit le plus fortement.

204. Or eu égard à ce que la tendance ou pesanteur des eaux, vers chaque astre, diminue ou augmente comme le quarré de la distance à cet astre augmente ou diminue, la force de la Lune pour élever les eaux, est plus grande que celle du Soleil, quoique ce dernier, comme beaucoup plus gros, sembleroit devoir produire un plus grand effet; mais la plus grande proximite de la Lune, fait plus que compenser ce qu'elle a, en masse, de moins que le Soleil.

205. On voit encore facilement pourquoi les marées sont les plus foibles dans les quadratures; parce qu'alors la Lune étant à 90° du Soleil, l'élévation des eaux que l'un de ces deux astres tend à produire, diminue celle que l'autre tend aussi à produire, & en est aussi diminuée.

Et puisque dans les fizigies voisines du pé-

rigée, la Lune eſt plus près de la terre, que dans celles qui ont lieu vers l'apogée, les marées doivent être plus fortes dans ce premier cas que dans le ſecond.

206. Les mêmes principes font voir auſſi pourquoi dans les rivières, & dans les mers de peu d'étendue, il n'y a point ou preſque point de flux & reflux; c'eſt qu'eu égard à la grandeur du globe terreſtre, tous les points dans une étendue médiocre ſont ſenſiblement à la même diſtance de l'aſtre; l'équilibre n'eſt donc pas ſenſiblement troublé par la différence des peſanteurs occaſionnées par la différence des diſtances de chaque point à l'aſtre.

207. Les deux marées qui ſe ſuccèdent dans un même jour ne ſont point également fortes. L'une eſt plus forte que l'autre pendant ſix mois, & plus foible pendant les ſix autres mois. Dans nos ports, les marées du matin ſont les plus fortes en hiver; c'eſt le contraire en été.

208. Si le retard des marées étoit conſtamment le même, chaque jour; comme elles reviennent aux mêmes heures dans les nouvelles & pleines Lunes, il ſuffiroit, pour être en état de connoître l'heure de la pleine mer pour un jour propoſé, dans un port connu, de ſavoir à quelle heure elle a lieu à la nouvelle Lune ou à la pleine Lune; & d'ajouter à cette heure, autant de fois 49′ qu'il s'eſt écoulé de jours depuis la nouvelle ou pleine Lune qui a précédé le jour dont il s'agit. Mais ce retard n'eſt pas toujours le même, tant parce que le mouvement de la Lune n'eſt pas uniforme, que

parce qu'il dépend aussi du Soleil. C'est pourquoi nous allons exposer une méthode plus exacte pour calculer l'heure de la pleine mer.

209. Nous supposerons que l'on connoisse *l'établissement*, c'est à dire, l'heure de la haute mer, le jour de la nouvelle ou de la pleine Lune, dans le port dont il s'agit. Cette heure n'est pas la même pour tous les ports; elle varie selon la position des côtes, &c. mais elle est constamment la même pour un même port. La Table XVII donne l'établissement de quelques ports de France, d'Angleterre, d'Irlande & de Hollande.

Cela posé, on calculera par la méthode donnée (147) le jour, l'heure, & la minute de la phase la plus prochaine du jour proposé : à ce temps on ajoutera ou on retranchera la correction indiquée par la Table XVIII; le résultat sera l'heure de la pleine mer.

Par exemple, on demande l'heure de la haute mer, à Brest, le 17 Octobre 1769.

Je trouve (147) que la phase la plus prochaine du 17 Octobre 1769, est une pleine Lune qui doit arriver le 14 à $22^h\ 28'$ pour Paris, ou à $22^h\ 0'$ pour Brest. Et comme le 17 tombe 2 jours après, je vois par la Table XVIII, que pour 2 jours après la pleine Lune, il faut ajouter $1^h\ 11'$ à l'établissement du port qui (Table XVII) étant $3^h\ 15'$, me donne $4^h\ 26'$ pour l'heure de haute mer à Brest, le 17 Octobre 1769.

210. Si l'on veut avoir ce temps avec plus de précision, on prendra la différence entre $17^j\ 4^h\ 26'$ & $14^j\ 22^h\ 0'$; c'est $2^j\ 6^h\ 26'$ auxquels dans la

même Table XVIII répondent 1^h 19′ qui ajoutés à l'heure de l'établiſſement donnent 4^h 34′ pour l'heure plus exacte de la haute mer.

211. Au reſte, le temps déterminé par cette méthode, pourra ſouvent différer de celui qu'on obſervera, parce que les vents peuvent altérer conſidérablement l'heure & la quantité des marées. Néanmoins la différence n'ira guère, en général, à plus d'un quart-d'heure, ſi ce n'eſt dans des cas fort rares.

212. On peut auſſi employer la Table XVIII à trouver l'établiſſement du Port, en faiſant l'inverſe de l'opération précédente. C'eſt-à-dire, qu'ayant obſervé l'heure de la haute mer, on en retranchera ou on lui ajoutera la quantité que la Table XVIII donneroit au contraire à ajouter ou à retrancher, ſelon le nombre de jours dont la date propoſée eſt éloignée de la phaſe la plus prochaine de la Lune.

Ainſi, dans l'exemple précédent, ſi la haute mer eſt obſervée à Breſt le 17 Octobre 1769 à 4^h 34′ : ayant calculé (147) la phaſe la plus prochaine & trouvé qu'elle doit arriver le 14 à 22^h 0′, on en prendra la différence avec l'heure de l'obſervation : c'eſt 2^j 6^h 34′ ; or la Table XVIII fait voir que pour un pareil intervalle après la pleine Lune, on a dû ajouter 1^h 19′ à l'établiſſement pour avoir 4^h 34′, heure de la haute mer ; donc il faut au contraire retrancher 1^h 19′ de 4^h 34′, & il reſtera 3^h 15′ pour l'établiſſement de Breſt.

Description de quelques Instrumens pour observer en mer la hauteur des Astres.

213. Comme la plupart des usages que nous allons enseigner sont fondés sur l'observation de la hauteur des astres, nous commencerons par décrire les principaux instrumens & les moyens que l'on emploie en mer pour cette observation. Nous nous bornerons, pour les instrumens, aux deux qui sont le plus en usage aujourd'hui, savoir le *Quartier Anglois* & l'*Octant*.

Description & usage du Quartier Anglois.

214. Le quartier Anglois (*fig.* 41) est composé de deux arcs de cercle de rayons différens, mais qui ont leur centre au même point *C*. L'arc du plus petit rayon est communément de 60°, & l'autre de 30°. Le premier est divisé de degrés en degrés seulement : le second l'est de 10 minutes en 10 minutes, & l'on y rend les minutes sensibles, par des transversales. Au centre *C*, est élevé perpendiculairement au plan de l'instrument, un marteau percé d'une fente à travers laquelle on vise à l'horizon : cette fente répond perpendiculairement au centre.

Des deux pinnules ou marteaux *A* & *B*, mobiles chacune sur l'un des arcs, celle que porte l'arc du plus petit rayon est garnie au milieu de son épaisseur, d'un verre convexe destiné à porter sur le milieu de la fente *C*, l'image du Soleil. Quant au marteau *A*, il est percé d'un

trou auquel on applique l'œil pour voir l'horizon à travers la fente *C*.

Lorſqu'on veut faire uſage de cet inſtrument, on fixe le marteau *B* ſur l'une des diviſions de l'arc *FG*; puis tournant le dos au Soleil, on fait tomber l'ombre du marteau *B*, ſur le marteau *C*, & l'image du Soleil formée par le verre convexe, ſur un petit cercle tracé ſur le marteau *C*. Alors on fait gliſſer la pinnule *A* juſqu'à ce que, regardant à travers cette pinnule & la fente du marteau *C*, on apperçoive la ligne de ſéparation de la mer & du ciel.

La ſomme des degrés de *FB* & de *EA* donne l'angle *SCA* de la hauteur apparente du Soleil au-deſſus de l'horizon : il faut enſuite 1°. ajouter à cet angle, la correction (175) due à l'inclinaiſon de l'horizon, relativement à la hauteur de l'œil (on la trouve *Table X*); 2°. retrancher la réfraction que l'on trouve *Table XI*.

La hauteur que l'on meſure avec cet inſtrument, eſt celle du centre du Soleil, puiſqu'on fait tomber l'image de cet aſtre ſur le petit cercle qui a ſon centre au milieu de la fente. Ainſi il n'y a point de correction à faire pour le diamètre du Soleil.

*Deſcription & Uſage de l'*Octant.

215. La conſtruction & l'uſage de cet inſtrument, qui eſt le plus parfait qu'on ait imaginé juſqu'ici pour obſerver à la mer, ſont fondés ſur une propriété des miroirs plans qu'il eſt à propos de faire connoître avant que d'aller plus loin.

Soient *DE* & *CB* (*fig.* 42) deux miroirs plans ; si un rayon de lumière venu suivant la ligne *OK* rencontre la surface du miroir *DE*, il rejaillit ou se réfléchit lorsqu'il est en *K*, de maniere que sa nouvelle route *KA* fait, avec le miroir *DE*, un angle *AKD* égal à celui *OKE* qu'elle faisoit avec le même miroir du côté opposé. C'est une propriété constatée par l'expérience, & que l'on énonce en disant que l'angle de réflexion *AKD* est égal à l'angle d'incidence *OKE*.

Donc si le rayon réfléchi *KA* rencontre sur sa route le miroir plan *BC*, il se réfléchira de nouveau, en faisant l'angle de réflexion *SAB* égal à l'angle d'incidence *KAC*. Concevons maintenant que l'on fasse tourner le miroir *BC* autour du point *A*, de la quantité angulaire quelconque *BAF*, ensorte qu'il vienne dans la position *FG*. Il est clair que l'angle d'incidence du rayon *KA* étant plus petit, l'angle de réflexion doit être aussi plus petit, & que par conséquent le rayon réfléchi ne peut plus être *AS*, mais une autre ligne *AS'* qui fasse un angle moindre avec *GF*, & qui par conséquent fera un angle avec *AS*. Or cet angle *SAS'* est précisément le double de celui *BAF* que fait la position actuelle *FG* du miroir, avec sa première position *BC*.

En effet, l'angle *KAS* compris entre l'incident *KA* & son réfléchi *AS*, vaut toujours 180° moins la somme de l'angle d'incidence & de l'angle de réflexion, c'est à-dire, moins le double de l'angle d'incidence ; donc si par le mouvement du miroir l'angle d'incidence dimi-

nue ou augmente d'une certaine quantité ; l'angle compris entre l'incident & le réfléchi augmentera au contraire ou diminuera du double de cette quantité. C'eſt-à-dire, que l'augmentation *SAS'* ſurvenue à l'angle *KAS*, en vertu du mouvement du miroir, ſera double de la diminution *GAC* que reçoit par la même cauſe, l'angle d'incidence *KAC*, ou double du mouvement angulaire du miroir.

Donc réciproquement ſi l'on ſuppoſe qu'un œil placé en *O* ſur la droite *KO* voie l'objet *S* à l'aide des deux miroirs *BC*, *ED* en vertu des deux reflexions que le rayon *SA* éprouve ſucceſſivement en *A* & en *K*, il ne pourra voir le même objet placé en *S'* qu'autant que le miroir *DE* reſtant à la même place, on fera mouvoir le miroir *BC*, d'une quantité *BAF* qui ſoit moitié de l'angle *SAS'* compris entre les deux poſitions de l'objet. D'après ces principes, voici la conſtruction de l'octant.

216. *BAC* (*fig.* 43) eſt un demi-quart de cercle, ou une huitieme partie du cercle, dont l'arc *BC* eſt diviſé en 90 parties. Au centre *A*, & perpendiculairement au plan de l'inſtrument, eſt placé un miroir plan fixé à l'alidade *AD*, & mobile avec elle autour du centre *A*. A quelque diſtance de *A*, eſt placé perpendiculairement au plan de l'inſtrument, & fixé au côté *AB*, un petit miroir plan, de glace, dont il n'y a qu'une partie qui ſoit étamée, ſavoir celle qui eſt la plus voiſine du côté *AB*, ou du plan de l'inſtrument ; l'autre partie eſt ſans étain, & ſert à voir directement l'horizon auquel on viſe à l'aide d'une pinnule ou d'une

petite lunette que l'on place ſur le côté *AC*, de manière que ſon axe réponde ſur le petit miroir, au milieu de la ligne qui ſépare la partie étamée de la partie non étamée. Quelquefois le petit miroir eſt entièrement étamé, à la réſerve d'un petit eſpace vers le milieu que l'on laiſſe tranſparent pour voir directement l'horizon.

La poſition du miroir *K*, & celle du miroir *A* doivent être telles que lorſque l'alidade *AD* tombera ſur le rayon *AC* qui va au point zéro de la graduation de l'arc *BC*, *A* ſoit parallèle à *K*.

On obſervera de plus, pour faciliter les obſervations qui ſe feroient près du zénith, d'incliner un peu le miroir *A* à l'égard de la ligne de foi de l'alidade ; c'eſt-à-dire, de tourner la partie inférieure de ce miroir un peu plus vers *B* que vers *C*.

217. L'inſtrument étant tenu dans un plan vertical, & l'alidade étant ſur zéro, ſi à l'aide de la lunette on regarde le terme de l'horizon à travers la partie tranſparente, on doit voir en même temps ſon image dans la partie étamée, placée à côté, ſur une même ligne droite perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Car, à cauſe de la médiocrité de l'intervalle *AK*, les rayons *HA* qui venant de l'extrémité de l'horizon, tombent ſur le miroir *A*, ſont ſenſiblement parallèles à ceux *HKO* qui viennent du même terme ſur la partie tranſparente du miroir *K*. Mais les deux miroirs étant parallèles, il eſt aiſé de voir qu'après les deux réflexions, le dernier réfléchi *KO*, ſera parallèle à *HA*; il

ſera donc auſſi parallèle à *HK*, & placé à côté de lui.

218. Suppoſons préſentement que l'alidade *AD* étant toujours ſur le premier point de la graduation, on veuille obſerver un aſtre *S*, & déterminer ſa hauteur *SAH* au-deſſus de l'horizon.

Tenant l'inſtrument verticalement & dans le plan que l'on conçoit paſſer par le centre *A* & par l'aſtre, on viſera, à l'aide de la lunette, au terme de l'horizon, à travers de la partie non étamée ; puis on fera deſcendre l'alidade vers *B* juſqu'à ce qu'on voie arriver l'image de l'aſtre ſur la partie étamée du petit miroir, & qu'on l'y voie placée ſur une même ligne avec l'horizon vu par la partie non étamée. Alors, l'angle *CAD* parcouru par l'alidade, & par conſéquent par le miroir *A*, ſera préciſément la moitié (215) de l'angle *HAS*. Mais comme l'arc *BC* de 45°, eſt diviſé en 90 parties qui ſont par conſequent d'un demi-degré chacune, il s'enſuit que pour avoir tout de ſuite le nombre de degrés de la hauteur *HAS*, il n'y a qu'à compter les demi-degrés de *CD* pour des degrés entiers.

219. Il faut, autant qu'il eſt poſſible, faire convenir l'image de l'aſtre, ou du point qu'on en obſerve, avec le point d'interſection de l'horizon & de la ligne qui ſépare la partie étamée, de celle qui ne l'eſt pas. Néanmoins quand le point qu'on obſerve ſeroit à quelque diſtance de cette derniere ligne, l'erreur qui peut en réſulter eſt fort petite & peut être négligée. Mais ce qui importe le plus, c'eſt de bien dé-

terminer le contact de l'aſtre avec l'horizon. Pour mieux s'en aſſurer, on fait balancer légèrement l'octant à droite & à gauche, alors ſi le contact eſt exact & que l'aſtre ne change pas ſenſiblement de hauteur pendant cette manœuvre, il doit, au moindre mouvement, paroître ſe détacher de l'horizon, en s'élevant. Tel eſt l'uſage de l'octant, lorſqu'on prend hauteur par devant; mais il faut ajouter à tout ceci quelques obſervations.

220. Avant que de faire uſage de cet inſtrument, il faut le vérifier : cette vérification doit avoir deux objets; le premier de s'aſſurer ſi le petit miroir *K* eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument. S'il ne l'étoit pas, on s'en appercevroit à ce qu'en regardant l'horizon à travers la partie non étamée, & ſon image dans la partie étamée, celle-ci ne ſe trouveroit point dans un même alignement avec la première, mais feroit un angle avec elle. Pour y remédier, on a placé ſur le pied de la monture du petit miroir, une petite vis qui ſert à le redreſſer.

On peut faire encore cette vérification le ſoir, pendant le crépuſcule, en regardant, à travers la partie étamée, quelque aſtre brillant; alors ſi l'on fait mouvoir un peu l'alidade, de part & d'autre du point zéro de la graduation, on pourra faire ſuivre à l'aſtre, la ligne qui ſépare la partie étamée de la partie non étamée, ou une parallèle à cette ligne, ſi le petit miroir eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Si au contraire il ne l'eſt pas, l'aſtre, pendant ce mouvement de l'alidade, paroîtra

décrire une ligne oblique à cette ligne de ſéparation.

Le ſecond objet de vérification, eſt le parallélifme des miroirs. Lorſqu'on ſe ſera affuré que le petit miroir *K* eſt perpendiculaire au plan de l'inſtrument, on reconnoîtra que les deux miroirs ſont bien diſpoſés, ſi en regardant le terme de l'horizon, ou un autre objet quelconque fort éloigné, on peut, en mettant l'alidade ſur le point zéro de la graduation, faire arriver l'image de cet objet, avec cet objet même, vu à travers la partie non étamée, les faire arriver, dis-je, dans un même point, ou dans une même ligne perpendiculaire au plan de l'inſtrument. Si, lors de ce concours, l'alidade ne répondoit pas à zéro, ce ſeroit une preuve que les deux miroirs ne ſont pas diſpoſés comme il le faut, & les hauteurs que l'on obſerveroit ſeroient trop grandes ou trop petites, ſelon que le point où l'alidade doit être arrêtée pour ce concours, ſeroit en dedans ou en dehors de l'arc *AB*. Il faudroit donc ou corriger la poſition des miroirs, en touchant à leurs ſupports, ou bien retrancher, dans le premier cas, & ajouter, dans le ſecond, à chaque hauteur obſervée, la quantité dont l'alidade ſe trouve éloignée du point 0°, lors de la vérification.

221. Quant aux miroirs eux-mêmes, il eſt eſſentiel qu'ils ſoient parfaitement plans, & que les deux faces ſoient exactement parallèles, s'ils ſont de glace; ſans quoi l'image, qui en général ſe répète autant de fois qu'il y a de ſurfaces différemment poſées, ſeroit irré-

gulière, & ne feroit pas vue dans fes véritables dimenfions. Lorfqu'on obferve le Soleil, on tempère la force de fa lumière, à l'aide de quelques verres colorés placés entre les deux miroirs, & qui tiennent à l'inftrument par un petit bras qui a un jeu de charnière.

222. Le point du Soleil, que l'on obferve, n'eft pas le centre, que rien ne détermine à la vue, d'une manière affez précife; c'eft un de fes bords, & communément c'eft le bord inférieur. Il y a donc alors trois corrections à faire, pour avoir la hauteur du centre; favoir celle qui eft due à l'inclinaifon de l'horizon (175), & qui eft à fouftraire; celle qui eft due à la réfraction (176), elle doit être retranchée; enfin le demi-diamètre du Soleil, qui doit être ajouté.

Quant aux étoiles, il n'y a que les deux premières de ces corrections qui aient lieu.

223. Pour pouvoir employer l'octant à d'autres obfervations que celles du Soleil, il eft indifpenfable d'employer une lunette, au lieu de pinnule. Nous rapporterons ici, d'après M. l'Abbé de la Caille, les dimenfions qu'il convient de lui donner. Le verre objectif doit être de 10 pouces de foyer, & de 25 ou 30 lignes de diamètre. L'oculaire que l'on peut prendre concave, ou plan concave, doit avoir trois pouces & demi ou quatre pouces de foyer, & deux ou trois lignes d'ouverture. La lunette doit être tellement placée que fon axe foit parallèle au plan de l'inftrument, & paffe par le milieu de la ligne qui, fur le petit miroir, fépare la partie étamée, de la partie non étamée.

224. Lorſque l'horizon eſt embrumé au-deſſous de l'aſtre, ou qu'il eſt embarraſſé par quelque terre peu éloignée; alors on eſt obligé de prendre hauteur par derrière, c'eſt-à-dire, de tourner le dos à l'aſtre. Pour rendre l'octant propre à cette ſorte d'obſervation, on place ſur une avance ajoutée au rayon *AB* (*fig.* 44) uue petite glace *K*, en partie étamée, & en partie tranſparente, comme ci-devant; mais dont la poſition eſt telle que lorſque l'alidade eſt ſur le point 0° de la graduation, ce petit miroir *K* eſt dans une direction perpendiculaire au grand *A*. Une pinnule placée ſur cette même avance, à quelque diſtance du petit miroir *K* ſert à voir, tout à la fois, l'horizon à travers la partie tranſparente, & l'image de l'aſtre ſur la partie étamée. On fait arriver cette image ſur le miroir *K*, en tirant à ſoi l'alidade *AD*; & le rayon *SA* parti de l'aſtre, arrive à l'œil *O*, ſuivant *KO*, après deux réflexions ſucceſſives en *A* & en *K*. Mais l'image eſt vue renverſée; parce que, pour peu de hauteur que l'aſtre ait ſur l'horizon, les deux miroirs font un angle obtus; or il eſt aiſé de voir, par l'inſpection de la *fig.* 45, & en faiſant attention au principe que l'angle de réflexion eſt égal à l'angle d'incidence, il eſt aiſé, dis-je, de voir que le point *A* de la droite de l'objet *AB*, eſt vu par l'œil *O*, ſur le miroir *FE*, après les deux réflexions en *C* & en *F*, ſuivant *Oa*; & que le point *B* de la gauche eſt vu ſuivant *Ob*, enſorte que l'objet *AB* eſt vu, comme le ſeroit un objet tel que *ab* vu directement du point *O*.

225. Pour vérifier cet inſtrument, on viſe à l'horizon, à travers la partie tranſparente du miroir *K*, & on fait mouvoir l'alidade de *B* vers *C*, juſqu'à ce que la partie oppoſée de l'horizon, vienne ſe joindre ſur la partie étamée, à côté de l'horizon vu par la tranſparente. Alors l'alidade qui devoit marquer zéro, ſi les deux tangentes imaginées de l'œil aux extrémités oppoſées de l'horizon, étoient en ligne droite, doit marquer au-delà de la première diviſion, le double de l'inclinaiſon de l'horizon dû à la hauteur de l'œil. Si elle marquoit plus ou moins, on ajouteroit ou on retrancheroit la différence aux hauteurs obſervées.

226. Lorſqu'après avoir vérifié l'inſtrument, on en fait uſage pour prendre hauteur par derrière, il y a, comme on l'a vu, trois corrections à appliquer à cette hauteur, pour le Soleil & la Lune, & deux ſeulement pour les étoiles; la correction pour le demi-diamètre doit être appliquée en ſens contraire de ce qui a été dit (221); c'eſt une ſuite de ce que les objets paroiſſent renverſés, dans cette obſervation.

Différentes méthodes pour trouver en mer, la latitude ou la hauteur du pôle.

227. On peut propoſer un grand nombre de méthodes pour trouver la latitude; mais la plus ſimple de toutes, & la plus sûre, conſiſte à obſerver la hauteur méridienne des aſtres, ou leur diſtance méridienne au zénith; c'eſt-à-dire, la diſtance à laquelle ils ſont du zénith,

lorſqu'ils paſſent au méridien. On ne doit recourir aux autres méthodes, que lorſqu'on ne peut pratiquer celle-ci.

On eſt aſſez dans l'uſage d'employer, dans le calcul, la diſtance méridienne au zénith, au lieu de la hauteur même dont elle eſt le complément; nous nous conformerons à cet uſage. Il faut ſeulement obſerver que les corrections qu'on auroit faites à la hauteur, en vertu de ce qui a été dit (166, 175 & 176) doivent être appliquées en ſens contraire, lorſqu'il s'agit de la diſtance au zénith.

228. Pour pouvoir conclure la latitude, de l'obſervation de la diſtance méridienne d'un aſtre au zénith, il faut connoître la déclinaiſon de cet aſtre. Nous en avons donné les moyens (156 & 161).

229. Dans l'énoncé de la règle ſuivante; lorſque nous diſons que la diſtance du zénith à l'aſtre eſt de même dénomination que la déclinaiſon, nous entendons que ſi la déclinaiſon eſt nord, par exemple, l'aſtre eſt au nord du zénith; & qu'il eſt au ſud du zénith, ſi la déclinaiſon eſt ſud. Si au contraire, la déclinaiſon étant nord ou ſud, l'aſtre étoit au ſud, ou au nord du zénith, alors nous entendons que la diſtance du zénith à l'aſtre, eſt de dénomination différente de la déclinaiſon.

Or pour un Obſervateur placé ſur l'hémiſphère boréal, un astre est au ſud du zénith, ſi en ſe tournant vers l'astre, il le voit ſe mouvoir de gauche à droite; & l'astre est au nord, s'il paroît ſe mouvoir de droite à gauche. C'est le contraire lorſqu'on est dans l'hémiſphère austral.

Il

Il faut cependant obſerver que pour les étoiles de perpétuelle apparition, comme elles paſſent deux fois au méridien, la règle est tout le contraire lorſqu'elles décrivent la partie inférieure de leur parallèle.

Cela poſé, voici la règle qu'on doit ſuivre pour conclure la latitude, de l'obſervation de la distance méridienne au zénith.

230. *Si la diſtance du zénith à l'aſtre, eſt de même dénomination que la déclinaiſon, prenez la différence entre cette diſtance au zénith, & la déclinaiſon; & vous aurez la latitude ſi l'aſtre n'eſt pas au-deſſous du pôle élevé. S'il y eſt, au contraire, ajoutez la déclinaiſon, & la diſtance au zénith; & le ſupplément de cette ſomme ſera la latitude.*

Si, au contraire, la diſtance du zénith à l'aſtre, eſt de dénomination différente de la déclinaiſon, ajoutez la diſtance au zénith, avec la déclinaiſon; & vous aurez la latitude.

Pour appercevoir la raiſon de cette règle, il ſuffit de jeter les yeux ſur la *fig.* 46, où *PZOT* repréſente le méridien, *HQO* l'horizon, *EQT* l'équateur, *Z* le zénith, & *P* le pôle: & de ſuppoſer que l'astre est ſucceſſivement entre *O* & *E*, ou entre *E* & *Z*, ou entre *Z* & *P*, ou enfin entre *P* & *H*.

231. Pour donner quelques exemples de cette règle, ſuppoſons que le 27 Juin 1769, étant au nord de la ligne ou de l'équateur, par 28° 32′ de longitude orientale comptée depuis Paris, on ait obſervé le bord inférieur du Soleil à midi, & trouvé qu'il étoit au nord du zénith, de 10° 42′.

Je corrige d'abord cette obſervation (222), en ôtant 15′ 45″ (Table XII) pour le demi-diamètre du Soleil, ajoutant 4′ 15″ (Table X) pour l'inclinaiſon de l'horizon due à la hauteur de l'œil que je ſuppoſe de 15 pieds, & ajoutant 0′ 12″ pour la réfraction; j'ai donc 10° 30′ 42″ pour la distance vraie au zénith.

Je calcule (161) la déclinaiſon pour midi du 27 Juin 1769, temps vrai, ſous un méridien à l'est de Paris, de 28° 32′, ou de 1ʰ 54′ 8″; c'est-à-dire, pour Paris le 26 Juin à 22ʰ 5′ 52″; je trouve 23° 18′ 39″ de déclinaiſon boréale. Et puiſque la distance du zénith à l'astre, est de 10° 30′ 42″ boréale, je prends la différence de ces deux quantités, & j'ai 12° 48′ pour la latitude.

232. Suppoſons, pour ſecond exemple, qu'en Mai 1770, on obſerve la distance méridienne de *Régulus*, au ſud du zénith, & qu'on la trouve de 23° 52′.

J'ajoute 4′ 15″ pour l'inclinaiſon de l'horizon; & 0′ 32″ pour la réfraction; j'ai 23° 56′ 47″ pour la distance vraie au zénith.

Par la Table XIII, je trouve que la déclinaiſon de Régulus, en Mai 1770, ſera de 13° 5′ 10″ nord, & puiſque ces deux quantités ſont de dénomination contraire, je les ajoute, ce qui me donne 37° 2′ pour la latitude.

233. On peut remarquer, en paſſant, qu'il n'est pas néceſſaire pour les étoiles, de connoître la longitude du lieu, ni la date préciſe de l'obſervation; parce que leur déclinaiſon apparente, qui varie peu dans une année, ne varie dans quelques jours que d'une quantité inſenſible.

234. Lorſqu'on n'a pu obſerver la hauteur méridienne du Soleil, & que cependant on a beſoin de connoître la latitude avant que la nuit permette d'y employer les étoiles ; alors il faut faire uſage des hauteurs du Soleil priſes hors du méridien.

On peut, par exemple, obſerver deux hauteurs du Soleil, à deux instans différens, & qui ſoient éloignés d'une heure & demie au moins. Alors ſi à l'aide d'une montre, on compte le temps écoulé dans l'intervalle des deux obſervations ; connoiſſant d'ailleurs la déclinaiſon du Soleil, on pourra trouver la latitude de la manière ſuivante, qui est également applicable aux étoiles.

Soit *HOR* (*fig.* 47) l'horizon ; *HZR* le méridien ; *Z* le zénith ; *P* le pôle ; *ZNO*, *ZMQ* les deux verticaux dans leſquels on a obſervé l'astre ; *PN*, *PM* deux cercles de déclinaiſon.

Après avoir corrigé les hauteurs obſervées, de la quantité due à l'inclinaiſon de l'horizon, à la réfraction, & au demi-diamètre, on connoîtra donc les arcs *NZ* & *MZ* complémens des hauteurs meſurées & réduites ; les arcs *PN* & *PM* complémens de la déclinaiſon de l'aſtre, que l'on trouve comme il a été dit (161), ou par la Table XIII s'il s'agiſſoit d'une étoile. De plus, l'angle *NPM* qui répond à l'intervalle de temps écoulé entre les deux obſervations, ſera connu, en réduiſant ce temps en degrés, à raiſon de 15° par heure, pour le Soleil, & à raiſon de 15° 2′ 28″ par heure, pour les étoiles.

Cela poſé, imaginant l'arc de grand cercle *MN*, on aura un triangle ſphérique *MPN* dont

on connoîtra les deux côtés *MP*, *PN* & l'angle compris *MPN*; on pourra donc (*Géom.* 361. Quest. IV & V) calculer l'angle *PMN*, & le côté *MN*. Alors dans le triangle sphérique *MZN* où l'on connoît les trois côtés, il sera facile (192) de calculer l'angle *ZMN*. Retranchant donc l'angle calculé *PMN*, de l'angle calculé *ZMN*, on aura l'angle *ZMP*. Or dans le triangle *ZMP* où l'on connoît actuellement les côtés *ZM* & *PM*, & l'angle compris *ZMP*, il sera facile (*Géom.* 361. Question IV) de calculer le côté *ZP* qui est le complément de la hauteur *PH* du pôle, & par conséquent de la latitude.

235. Quoique cette même méthode puisse, ainsi que nous venons de l'insinuer, être appliquée aux étoiles, on ne peut cependant que très-rarement se trouver dans la nécessité de le faire, puisqu'il est bien rare que pendant la nuit il n'y ait quelque étoile dont on ne puisse prendre la hauteur méridienne, observation que l'on doit toujours préférer. Car nous ne devons pas négliger de faire remarquer qu'outre que cette méthode exige la mesure de deux hauteurs, dont chacune est toujours susceptible de quelque erreur, il y a encore une autre erreur à craindre dans la mesure du temps; erreur d'autant plus à craindre que chaque seconde de temps répond à 15″ de degré sur la valeur de l'angle *MPN*.

236. Si, pour éviter cet inconvénient, on prenoit le parti de mesurer, dans un même instant, les hauteurs *QM*, *ON*, (*fig.* 47) de deux étoiles connues, alors il est bien vrai que

par la différence connue par la Table XIII, de l'ascension droite de ces étoiles, on auroit l'angle *MPN* avec la plus grande précision; & l'on pourroit par le même calcul que dans le cas précédent, conclure le complément *ZP* de la latitude. Mais cette observation exigeroit le concours de deux observateurs; & d'ailleurs, comment s'assurer qu'avec deux observateurs, les deux observations seront parfaitement simultanées? Il est bien vrai qu'on pourroit encore faire les deux observations l'une après l'autre, en observant de les faire suivre le plus immédiatement qu'il seroit possible; & il y auroit moyen, comme nous le verrons en parlant des longitudes, de réduire l'une des hauteurs observées, à ce qu'elle auroit été à l'instant de l'observation de l'autre; mais on retomberoit dans la nécessité de mesurer le temps.

237. En général, les méthodes de trouver la latitude, qui exigent des hauteurs prises hors du méridien, quoique bonnes dans la spéculation, ont toutes plusieurs inconvéniens dans la pratique, sur-tout à la mer. Elles supposent ou la mesure du temps, ou la simultanéité de quelques observations, ou plusieurs mesures; ou encore la mesure de l'azimuth ou de l'amplitude. Ces dernières sont sans contredit les plus vicieuses dans la pratique; car l'azimuth ou l'amplitude doit alors être mesuré avec le compas de variation, qui est bien éloigné de pouvoir donner une précision suffisante. Nous ne ferions pas même mention de ce dernier moyen, si nous ne croyions nécessaire de prévenir les Commençans qui trouveroient ces

méthodes dans quelques Livres, qu'elles n'y ont été ſans doute propoſées que pour ſervir d'exemples de calcul des triangles ſphériques.

238. On a propoſé auſſi de déterminer la latitude ſans le ſecours de la déclinaiſon, par l'obſervation de trois hauteurs d'un même aſtre, priſe hors du méridien, & par les intervalles de temps écoulés entre les obſervations. Ce moyen eſt ſujet aux mêmes difficultés que nous venons d'expoſer ; ainſi nous ne nous y arrêterons pas ici : on trouvera néanmoins dans la quatrième Section, quelques recherches ſur ce cas.

Uſage des obſervations de latitude, pour la correction des Routes.

239. La meſure du ſillage étant ſujette à autant d'incertitudes que nous l'avons vu (47) ; & celle du rhumb de vent étant auſſi fort incertaine, tant par la petiteſſe de la roſe des vents, que par la variation qui change preſque ſans ceſſe, & par la dérive qui varie ſelon la direction & la force du vent, la poſition de la voilure, & la direction de la route ; il eſt donc de la plus grande importance, de chercher à rectifier ces élémens, auſſi ſouvent que l'occaſion peut s'en préſenter.

Les obſervations de latitude ſont preſque le ſeul guide que l'on puiſſe conſulter. Mais elles ne ſuffiſent pas pour reconnoître toutes les erreurs qu'on a pu commettre dans l'eſtime. En effet, l'erreur en latitude peut réſulter de deux cauſes ; de l'erreur commiſe ſur la meſure du

chemin, & de celle que l'on auroit commiſe ſur le rhumb de vent. Enſorte que ſi en comparant la latitude obſervée, avec la latitude eſtimée ou conclue de la meſure du chemin & de celle du rhumb de vent, on trouve de la différence, on peut bien en conclure que la meſure du chemin, ou le rhumb de vent, ou tous les deux ſont fautifs; mais on ne peut pas en conclure immédiatement pour combien chacun a contribué à cette erreur. Il faut s'aider encore des conjectures les plus probables que l'on pourra faire ſur la prépondérance de l'une de ces cauſes, ſur l'autre. D'après ces conjectures on attribuera, à l'une des deux, une partie de l'erreur en latitude, proportionnée à l'effet dont on la juge capable; cette ſuppoſition déterminera l'erreur qu'on a faite ſur la meſure de cette première cauſe; & la partie reſtante de l'erreur en latitude, ſervira à déterminer l'erreur qu'on a commiſe dans la meſure de la ſeconde. Examinons d'abord les deux cas les plus ſimples.

240. Si la route que l'on ſuit approche beaucoup de la ligne nord & ſud; c'eſt-à-dire, ſi elle tombe entre le *N-N-O* & le *N-N-E*, ou entre le *S-S-O* & le *S-S-E*, l'erreur en latitude ne doit être attribuée qu'à l'erreur commiſe ſur la meſure du chemin; parce que celle qu'on auroit commiſe ſur le rhumb de vent, à moins qu'elle ne ſoit conſidérable, ne peut produire qu'un très-petit effet ſur la latitude, ainſi qu'il eſt facile de le voir.

Alors, pour corriger la diſtance, on fera cette proportion que l'on peut d'ailleurs exécu-

ter facilement ſur le quartier de réduction. *Le chemin fait ſuivant la ligne nord & ſud* (que l'on trouvera par les règles de la première Section) *eſt au nombre des lieues de diſtance, comme le nombre des minutes de l'erreur en latitude, eſt à un quatrième terme* dont le tiers ſera le nombre de lieues qu'on doit ajouter au chemin, ou en retrancher, ſelon que la latitude obſervée ſera plus grande ou plus petite que la latitude eſtimée.

Par exemple étant parti de 36° 42′ de latitude nord, on a couru, ſelon l'eſtime, 100 lieues au $N\frac{1}{4}N\ E$; & ayant obſervé la latitude, on l'a trouvée de 42° 0′.

On trouvera par les règles de la première Section, que le nombre des lieues nord & ſud, eſt 98; & que par conſéquent la latitude d'arrivée, *eſtimée* ou conclue de l'eſtime, eſt de 41° 36′; la différence ou l'erreur eſt donc de 0° 24′. On fera donc cette proportion 98 : 100 : : 24′ ſont à un quatrième terme 24′ $\frac{1}{2}$ qui eſt le nombre de minutes de grand cercle que vaut l'erreur faite ſur la route. Prenant donc le tiers, puiſque chaque minute vaut un tiers de lieue, on aura huit lieues & $\frac{1}{6}$ pour l'augmentation qu'on doit faire à la route qui par conſéquent doit être cenſée avoir été de 108 lieues & $\frac{1}{6}$.

Pour appercevoir la raiſon de cette règle; il ſuffit de jeter les yeux ſur la *figure* 48 où *CB* repréſente la route eſtimée, *CA* le chemin eſtimé en latitude; *CE* la vraie route, & *CD* le vrai chemin fait en latitude. A cauſe des parallèles *AB* & *DE*, on a *CA* : *CB* : : *AD* : *BE*; or *AD* : *BE* comme le nombre des minutes

de *AD*, eſt au nombre des minutes de *BE*.

241. Si la route eſt fort voiſine de la ligne eſt & oueſt, c'eſt-à-dire, ſi elle tombe entre l'*O-S-O* & l'*O-N-O*, ou entre l'*E-S-E* & l'*E-N-E*; alors l'erreur en latitude ne doit être attribuée qu'à l'erreur commiſe ſur le rhumb de vent. Car les erreurs commiſes ſur la route, influent d'autant moins ſur la latitude, que le rhumb de vent approche plus de 90°, puiſque alors on avance fort peu en latitude.

Dans ce cas, pour avoir le rhumb corrigé, on fera cette proportion..... *La différence des latitudes de départ & d'arrivée, réſultante de l'eſtime, eſt à la différence des mêmes latitudes, réſultante de l'obſervation, comme le coſinus du rhumb eſtimé, eſt au coſinus du rhumb corrigé.*

Par exemple, on eſt parti de 22° 43′ de latitude nord; on a couru ſelon l'eſtime 134 lieues à l'$O\frac{1}{4}S$-O; & ayant obſervé la latitude, on l'a trouvée de 20° 52′.

Par les règles de la première Section, on trouvera que la latitude d'arrivée réſultante de l'eſtime, ſeroit 21° 24′; l'erreur eſt donc de 0° 28′. On fera donc cette proportion 1° 19′ : 1° 51′ : : *coſ.* 78° 45′ eſt à un quatrième terme qui ſera le coſinus du rhumb corrigé. On trouvera donc que le rhumb corrigé eſt de 74° 5′; c'eſt-à-dire, qu'on a couru l'$O\frac{1}{4}S$-O 4° 40′ *S*.

Voici la démonſtration de cette règle. Soient *CA* & *CD* (*fig.* 49) la différence de latitude eſtimée, & la différence de latitude obſervée; *CB* la route eſtimée, & *CE* la vraie route. Si du centre *C* & du rayon *CB* ou *CE*, on conçoit l'arc *BER*, il eſt évident (*Géom.* 269) qu'en

considérant *CB* comme rayon, *CA* & *CD* sont les cosinus du rhumb estimé *BCA*, & du rhumb corrigé *ECD*; donc *CA* : *CD* : : *cos. BCA* : *cos. ECD*.

242. Par cette même figure, on voit aussi que pour exécuter cette correction par le quartier de réduction, il n'y a autre chose à faire qu'à porter sur la ligne nord & sud, le chemin *CD* qui convient à la différence des latitudes d'arrivée & de départ, déduite de l'observation; & faire convenir le nombre *CE* des lieues de distance, avec la parallèle à la ligne est & ouest, qui passeroit par *D*.

243. Quoique dans les routes voisines de la ligne est & ouest, l'erreur en latitude ne provienne point, ou participe peu de l'erreur sur le chemin, il ne s'ensuit pas qu'il n'y ait d'autres corrections à faire à l'estime, que celles qui dépendent du rhumb de vent. En effet, l'erreur sur la route, produit, au contraire, alors, le plus grand effet sur la longitude. Il est donc dans ce cas, plus important que dans tout autre, de se rendre attentif à la mesure du sillage, puisque l'observation de la latitude n'est pas propre dans ce cas à faire connoître l'erreur faite sur le chemin.

Si l'on a lieu de soupçonner de l'erreur sur la longueur de la route, on n'a pour la déterminer, que les conjectures les plus probables que l'on pourra former d'après l'examen des circonstances de la navigation. Mais en général, il y a moins d'inconvénient à supposer la route trop grande, qu'à la supposer trop petite.

244. Dans les autres routes, l'erreur en lati-

tude, provenant du rhumb & de la diſtance, tout-à la-fois ; il faut partager cette erreur en deux parties, dont on attribuera l'une à la diſtance, & l'autre au rhumb de vent. On regardera chacune de ces deux parties, comme s'il n'y avoit qu'une ſeule cauſe d'erreur en latitude, & que cette cauſe fût celle à laquelle on attribue cette partie de l'erreur totale. Alors on déterminera la diſtance corrigée, comme il a été dit (240) ; & le rhumb corrigé, comme il a été dit (241). La difficulté ne conſiſte donc que dans la manière de partager l'erreur totale, entre les deux cauſes qui peuvent la produire : voici les obſervations générales qui doivent guider.

245. 1°. Si l'on a lieu de croire que le rhumb de vent & la diſtance pèchent tous deux par défaut, c'eſt-à-dire, ont été eſtimés trop petits ; on attribuera, à la diſtance, plus que l'erreur en latitude ; ſi cette dernière erreur eſt auſſi par défaut ; & l'on attribuera au rhumb de vent, l'excédent de celle-là ſur l'erreur en latitude. Si au contraire l'erreur en latitude eſt par excès, c'eſt au rhumb de vent qu'il faudra attribuer plus que l'erreur en latitude, & l'on attribuera à la diſtance, l'excédent ſur l'erreur en latitude.

Par exemple, ſi la latitude eſtimée étoit plus petite que la latitude obſervée, de 18′ ; & qu'en même temps, on eût lieu de croire que le rhumb de vent & la diſtance ont été eſtimés trop petits ; on attribueroit plus de 18′ à la diſtance, & l'excédent au-delà de 18′, au rhumb. Si au contraire la latitude eſtimée étoit plus

grande que la latitude obſervée, de 18′; l'on attribueroit plus de 18′ au rhumb de vent, & l'excédent, au-delà de 18′, à la diſtance.

La raiſon de cette règle ſera évidente ſi l'on fait attention que la diſtance reſtant la même, on ne peut augmenter le rhumb de vent, ſans diminuer la différence en latitude; puis donc qu'on ſuppoſe, dans le premier cas, qu'il faut en effet l'augmenter, il faudra que l'erreur attribuée à la diſtance ſoit capable de produire non-ſeulement l'erreur obſervée en latitude, mais encore la quantité dont cette erreur eſt diminuée par la fauſſe eſtime du rhumb de vent. C'eſt-à-dire, que dans cette occaſion l'erreur en latitude n'eſt telle qu'on l'obſerve, que parce que le rhumb de vent ayant été eſtimé trop petit, cette fauſſe eſtime a compenſé une partie de l'erreur que la diſtance ſeule a produite; donc l'erreur ſur la diſtance doit, à elle ſeule, avoir produit plus que l'erreur obſervée.

246. 2°. Si au contraire on a lieu de ſoupçonner, que le rhumb de vent, & la diſtance pèchent par excès; on fera préciſément le contraire de ce qui vient d'être dit dans l'obſervation précédente, pour chacun des deux cas qu'elle comprend.

247. 3°. Si l'on a lieu de juger que la diſtance pèche par défaut, & le rhumb de vent par excès, ou au contraire; alors on attribuera, à l'un, une partie ſeulement de l'erreur en latitude, & l'autre partie à l'autre; car alors l'erreur faite ſur chacun, contribue dans le même ſens à altérer la latitude.

248. Quant à la quantité préciſe qu'on doit

attribuer à chacun ; ce n'eſt qu'en faiſant les conjectures les plus plauſibles ſur les circonſtances de la route du vaiſſeau, qu'on peut la déterminer. On doit cependant obſerver que comme on eſt en général moins sûr de la diſtance que du rhumb, on doit, ſi aucune conjecture ne détermine à faire autrement, attribuer plus à la diſtance qu'au rhumb.

EXEMPLE Ier.

On eſt parti de 247° 12′ 12″ de longitude ; & 23° 10′ de latitude nord : on a couru, ſelon l'eſtime 100 lieues, dans le $N\text{-}O\frac{1}{4}O$; & ayant obſervé la latitude, on l'a trouvée de 26° 5′. Mais, examen fait des circonſtances de la route, on a lieu de croire qu'on s'eſt plus approché vers l'oueſt, & que l'on a fait plus de chemin. On demande comment on doit corriger le rhumb & la diſtance pour faire convenir l'un & l'autre avec la latitude obſervée. Ici le rhumb & la diſtance pèchent donc par défaut ; ainſi nous tombons dans un des cas de la première obſervation (245) ; & pour ſavoir dans lequel, je cherche par les règles de la première Section, le chemin fait en latitude ; je le trouve de 55, 6 lieues ; par conſéquent la latitude d'arrivée, eſtimée, eſt de 25° 57′, plus petite que la latitude obſervée, de 8′. L'erreur en latitude eſt donc auſſi par défaut. Ainſi (245) je dois attribuer à la diſtance, plus que 8, & l'excédent au rhumb.

Je ſuppoſe que d'après l'examen de ce qui a pu occaſionner l'erreur ſur la diſtance, je voie

que je ne puis pas attribuer plus de 14′ à cette cause. J'aurai donc 14′ pour l'erreur en latitude, due à la route, & par conséquent 6′, ou l'excédent sur 8′, pour ce que je dois attribuer au rhumb. Cela posé, je calcule selon la règle donnée (240) quelle a dû être l'erreur sur la route, pour produire 14′ sur la latitude; je trouve 8 $\frac{2}{5}$ lieues. La distance corrigée est donc 108 $\frac{2}{5}$.

Donc si la route avoit été estimée de 108 $\frac{2}{5}$ lieues, la latitude estimée auroit été trouvée de 14′ plus grande, c'est-à-dire, qu'on l'auroit trouvée de 26° 11′; & par conséquent de 6′ plus forte que l'observée. Cette erreur étant due au rhumb de vent, je calcule par la règle donnée (241), le rhumb corrigé qui donnera une diminution de 6′ sur la latitude résultante de la correction précédente. Je fais donc cette proportion..... 3° 1′ différence de latitude nouvellement estimée, sont à 2° 55′ différence de latitude observée, comme le cosinus de 56° 15′ rhumb estimé, est au cosinus du rhumb corrigé, lequel rhumb corrigé sera donc de 57° 30′; c'est-à-dire, que la route étoit dirigée au *N-O* $\frac{1}{4}$ *O* 1° 15′ *O*.

Avec la différence de latitude observée & le rhumb corrigé, on trouvera par les règles de la première Section, que la différence de longitude, est 5° 3′. Et si l'on n'avoit fait aucune correction, on l'auroit trouvée de 4° 36′.

EXEMPLE II.

On est parti de 52° 42′ de longitude, & 8° 43′ de latitude Sud. On a couru 143 lieues au

S-E 3° *E*, & l'on a obſervé la latitude que l'on a trouvée de 13° 47′. Mais d'après l'examen fait des circonſtances de la route, on a lieu de croire que cette latitude qui ne s'accorde pas avec la latitude eſtimée, pèche parce que la diſtance a été eſtimée trop petite, & le rhumb trop grand.

On trouvera par les règles de la première Section, que le chemin fait en latitude eſt $95\frac{3}{4}$, & que par conſéquent la latitude d'arrivée eſt 13° 30′. L'erreur en latitude eſt donc 17′.

Je ſuppoſe qu'on n'ait rien obſervé qui donne lieu d'attribuer cette erreur, plutôt à la diſtance qu'au rhumb; dans ce doute j'en attribue plus à la diſtance qu'au rhumb; parce que la meſure de la diſtance eſt la plus incertaine. J'attribue donc 10′ à la diſtance, & 7′ au rhumb.

Je détermine, par la règle donnée (240) l'erreur de la route, qui a pu produire 10′ d'erreur ſur la latitude; je trouve 5 lieues. La diſtance corrigée eſt donc 148 lieues. D'où je conclus que ſi la diſtance eût été eſtimée de 148 lieues, il n'y auroit eu que 7′ d'erreur ſur la latitude, enſorte que la latitude eſtimée auroit été trouvée de 13° 40′.

Je détermine le rhumb corrigé qui puiſſe ajouter ces 7′ qui manquent encore, & dans cette vue, je fais (241) cette proportion..... 4° 57′ différence de latitude nouvellement eſtimée, ſont à 5° 4′ différence de latitude réſultante de l'obſervation, comme le coſinus du rhumb eſtimé 48°, eſt au coſinus du rhumb corrigé; je trouve ce rhumb, de 46° 46′; c'eſt-

à-dire, que la route étoit dirigée au *S-E* 1° 46′ *E*.

Avec la différence de latitude obſervée, & le rhumb corrigé, on trouvera par les règles de la première Section, que la différence de longitude eſt de 5° 30′. Par la diſtance & le rhumb eſtimés, on l'auroit trouvée de 5° 26′.

Moyens de déterminer, en mer, l'heure qu'il eſt ſous le méridien où l'on ſe trouve.

249. Les moyens qu'on peut employer pour déterminer l'heure, ſont les obſervations du lever & du coucher des aſtres, ou celles de leur hauteur ſur l'horizon. On compare l'heure que marque la montre lors de cette obſervation à celle que l'on déduit du calcul fondé ſur cette même obſervation, & fait d'après les règles preſcrites (190 *& ſuiv.*) La différence fait connoître l'avance ou le retard de la montre.

250. Comme les règles que nous avons données (190 *& ſuiv.*) ſuppoſent que l'on connoît la latitude; ſi le vaiſſeau a changé de lieu depuis l'obſervation de latitude, il eſt clair que pour avoir la latitude du lieu où l'on ſe trouve, il faudra commencer par appliquer à celle qui a été obſervée, la réduction qu'exige le chemin qu'on a pu faire ſuivant la ligne nord & ſud, depuis cette obſervation; ce qui eſt facile par les règles pour la réduction des routes, données dans la première Section.

251. Lorſqu'on emploie le lever ou le coucher du Soleil; comme il pourroit y avoir de l'incertitude à déterminer à la vue, le moment où

où son centre est à l'horizon, il vaut mieux observer le moment où l'un de ses bords quitte l'horizon, & calculer l'angle horaire comme il a été dit (193).

Supposons, par exemple, qu'étant par 29° 0′ de longitude occidentale comptée de Paris, on ait observé la latitude de 39° 58′ *N*, le 20 mai 1770 à midi; & que le même jour on ait observé le coucher du bord inférieur du Soleil, lorsque la montre marquoit 7^h 20′. Depuis midi jusqu'à ce moment on a fait 18 lieues à l'*O-NO*.

Je commence par chercher le changement en latitude, & le changement en longitude par les règles de la première Section; je trouve le premier de 6,9 lieues qui valent 21′; ainsi la latitude au moment de l'observation du coucher du Soleil, étoit de 40° 19′ *N*.

Le changement en longitude est de 1° 12′ *O*. Donc la longitude, lors de l'observation du coucher, est de 30° 12′ qui, en temps, valent 2^h 0′ 48″. Je calcule la déclinaison du Soleil pour le jour de l'observation & l'heure indiquée par la montre, augmentée ou diminuée de la différence des méridiens, en temps, selon qu'on sera à l'ouest, ou à l'est de Paris. Je calcule donc, ici, pour 9^h 21′. Cette déclinaison ne peut différer que très-peu de celle qui convient au véritable instant de l'observation, & n'en différera nullement si la montre marque l'heure véritable. Je trouve, pour cette déclinaison 20° 7′ 30″. Cela posé, conformément à ce qui a été dit (192), pour calculer l'angle horaire *ZPC* dans le triangle *ZPC* (*fig.* 40), j'ajoute ensemble le côté *ZP* complément de la latitude,

le côté *PC* complément de la déclinaison, & le côté *ZC* de 90° 20′, c'est-à-dire, de 90° moins le demi-diamètre 15′ 49″ du Soleil, plus l'inclinaison 4′ 15″ de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, plus la réfraction qui, à cette distance apparente du zénith, ou à 89° 48′ environ, est de 31′ ½. De leur demi-somme je retranche les côtés *ZP*, *PC*; puis prenant les logarithmes des deux restes, j'opère comme il suit....

Log. sin. du premier reste 55° 16′ . . .	9,91477
Log. sin. du second reste 35° 4′.	9,75931
Complément Arith. log. sin. *ZP*, 49° 41′.	0,11777
Complément Arith. log. sin. *PC*, 69° 52′ ½.	0,02737
Somme.	19,81922
Demi-somme ou log. sin. ½ *ZPC*. . .	9,90961

Donc l'angle horaire *ZPC* est de 108° 36′ qui réduits en temps, à raison de 15° par heure, valent 7^h 14′ 24″; donc puisque la montre marquoit 7^h 20′, elle avançoit de 5′ 36″.

Cette avance de 5′ 36″ sur le temps du méridien actuel, n'est pas l'erreur absolue de la montre. C'est-à-dire, que supposant que la montre ait été mise à l'heure précise, lors de l'observation de la latitude ce même jour à midi, si elle a marqué 7^h 20′ au moment du coucher, au lieu de 7^h 14′ 24″ qu'elle devoit marquer pour être à l'heure du méridien actuel, il ne s'ensuit pas qu'elle ait eu une accélération de 5′ 36″. Car la différence des méridiens des deux observations étant de 1° 12′ *O*, qui valent 4′ 48″, il est clair que si elle étoit parfaitement réglée, elle auroit dû être trouvée de 4′ 48″ en avance sur l'heure du méridien d'arrivée; elle n'a donc véritablement avancé que de 48″ dans

l'intervalle des deux obſervations, ſi toute fois la longitude a été bien déterminée.

252. Quoique nous ayions préféré l'obſervation du coucher apparent de l'un des bords du Soleil, on peut auſſi, ſi l'on veut, employer le coucher réel du centre, le calcul de l'angle horaire ne différera qu'en ce qu'on prendra pour *ZC*, 90° précis. Quant à l'obſervation, il faut remarquer que lorſque le centre du Soleil ſera véritablement à l'horizon, il paroîtra être au-deſſus, d'environ 37′, ſavoir 32′ $\frac{1}{2}$ par l'effet de la réfraction, & 4′ $\frac{1}{2}$ pour l'inclinaiſon de l'horizon, due à la hauteur de l'œil. Ainſi le moment qu'il faut obſerver, c'eſt celui où le bord inférieur du Soleil paroît au-deſſus de l'horizon, d'une quantité un peu plus grande que le demi-diamètre du Soleil.

253. Au reſte, l'obſervation du lever ou du coucher n'eſt pas celle qui peut donner l'heure avec la plus grande exactitude. L'incertitude des réfractions à l'horizon (176 *& ſuiv.*), donnera preſque toujours lieu à quelque différence entre le calcul & l'obſervation. On ne peut guères compter ſur une détermination plus préciſe qu'à une demi-minute de temps près.

254. Pour avoir l'heure avec plus de préciſion, il vaut mieux employer les hauteurs du Soleil priſes lorſque cet aſtre a quelques degrés d'élévation. Suppoſant donc qu'on ait meſuré la hauteur *ST* (*fig.* 35); alors dans le triangle *ZPS* où l'on connoît *ZP* complément de la latitude corrigée comme dans l'exemple précédent, le côté *PS* complément de la déclinaiſon qu'il ſuffit de calculer pour l'inſtant marqué

à la montre & réduit au méridien de Paris ; & *ZS* complément de la hauteur obſervée & corrigée comme il a été dit (222), on calculera l'angle horaire de la même manière que dans l'exemple précédent, & on le réduira en temps à raiſon de 15° par heure.

255. Quant à la manière d'avoir l'heure pendant la nuit, c'eſt de même en obſervant la hauteur des étoiles, & calculant de même l'angle horaire *ZPS* dans le triangle *ZPS* (*fig.* 35) dont on connoît alors le côté *ZP* complément de la latitude, le côté *SZ* complément de la hauteur obſervée corrigée, & le côté *SP* complément de la déclinaiſon que l'on détermine à l'aide des catalogues d'étoiles, tels qu'on en voit un eſſai (Table XIII).

Mais pour déduire de la valeur de cet angle horaire, l'heure de l'obſervation ; on le réduira d'abord, en temps, à raiſon de 15° par heure ; de ce temps l'on retranchera le mouvement (réduit en temps) que le Soleil doit avoir en aſcenſion droite pendant cet intervalle, & l'on aura le temps qui doit s'écouler ou qui a dû s'écouler, entre l'obſervation de la hauteur, & le paſſage de l'étoile au méridien. C'eſt pourquoi calculant (186) l'heure du paſſage de l'étoile au méridien, on ajoutera ces deux quantités, ou l'on prendra leur différence, ſelon que l'obſervation aura été faite à l'oueſt ou à l'eſt du méridien.

Par exemple, le 25 Juillet 1770, étant par 32° 50′ de longitude occidentale comptée de Paris, & 40° 12′ de latitude nord, on obſerve la hauteur de *Sirius*, & on la trouve de 18°

23′ vers l'eſt. La montre marque alors 7^h 1′, on demande l'heure qu'il eſt véritablement.

Je corrige (222) la hauteur obſervée 18° 23′, & je la réduis par conſéquent à 18° 15′ $\frac{2}{3}$. Par la Table XIII, je trouve que la déclinaiſon de *Sirius* en Juillet 1770, eſt de 16° 24′ 37″ ſud. Cela poſé, dans le triangle *ZS′P* (*fig.* 35) où *S′* repréſente le lieu de Sirius, nous connoiſſons *ZP* de 49° 48′ complément de la latitude; *ZS′* de 70° 44′ $\frac{1}{3}$ complément de la hauteur obſervée corrigée; & *PS′* de 106° 24′ 37″ ſomme de la déclinaiſon & de 90°. Calculant donc (192) l'angle horaire *ZPS′*, je trouve 47° 26′ qui réduits en temps valent 3^h 9′ 44″.

Pour trouver le mouvement du Soleil en aſcenſion droite, dans cet intervalle; je calcule l'aſcenſion droite du Soleil pour le midi du lieu de l'obſervation, le 24 Juillet 1770, & le midi du 25; c'eſt-à-dire, pour 2^h 11′ 20″ que l'on compte alors à Paris; & ayant réduit ces aſcenſions droites en temps, je trouve 8^h 15′ 17″ & 8^h 19′ 14″. D'où je vois que le mouvement en aſcenſion droite en 24 heures, eſt de 3′ 57″; donc pendant l'intervalle de 3^h 9′ 44″, ce mouvement ſera de 0′ 30″; ainſi le temps que Sirius doit employer depuis le moment de l'obſervation, juſqu'à ſon paſſage au méridien, eſt de 3^h 9′ 14″. Il reſte donc à ſavoir l'heure de ſon paſſage au méridien.

Or, par la Table XIII, je vois que ſon aſcenſion droite eſt de 98° 45′ 45″, ou de 6^h 35′ 3″, & puiſque celle du Soleil eſt de 8^h 15′ 17″ le 24 à midi au méridien actuel, la difference d'aſcenſion droite à cette même heure, ſera de

22^h 19′ 46″, c'eſt-à-dire, que ſi le Soleil n'avoit point de mouvement en aſcenſion droite, du 24 au 25, Sirius paſſeroit au méridien, le 24 à 22^h 19′ 46″, ou le 25 à 10^h 19′ 46″ du matin; mais puiſqu'en un jour le mouvement du Soleil en aſcenſion droite eſt alors de 3′ 57″, en 22^h 19′ 46″, il ſera de 3′ 41″; donc l'heure vraie du paſſage de Sirius au méridien le 25, ſera 10^h 16′ 5″ du matin. Puis donc qu'au moment de l'obſervation, il eſt éloigné du méridien de 3^h 9′ 14″, il s'enſuit que le moment vrai de l'obſervation, eſt 7^h 6′ 51″; donc la montre retarde de 5′ 51″.

Remarque.

256. Les méthodes précédentes peuvent ſervir à faire connoître l'erreur de la montre à l'égard du méridien ſous lequel on ſe trouve lors de l'obſervation. Mais de ce que l'on trouveroit une différence entre l'heure de la montre, & l'heure calculée, il ne faut pas en conclure que la montre a varié. On ne ſeroit fondé à le conclure que dans le cas où l'on n'auroit pas changé de méridien depuis la dernière fois que la montre a été réglée. Lors donc qu'on veut employer ces méthodes à régler les montres, ou à connoître leur variation, il faut par deux obſervations de hauteur faites à des intervalles de temps différens de quelques heures au moins, déterminer deux fois l'erreur apparente de la montre. Puis ayant déterminé, par les règles de la première Section, le changement en longitude fait pendant l'intervalle des

deux obſervations, & l'ayant réduit en temps; s'il eſt égal à la différence des deux erreurs de la montre, & dans le même ſens, on en conclura que la montre eſt bien réglée; c'eſt-à-dire, qu'elle marque 24 heures d'un jour à l'autre; & dans le cas contraire, l'excédent ſera l'erreur de la montre, dans l'intervalle des deux obſervations.

Au reſte, on ne doit pas ſe borner à une ſeule obſervation pour avoir l'heure, non plus qu'à deux, pour régler la montre. Il faut en faire le plus qu'on peut, afin de compenſer par le nombre, les erreurs qui peuvent affecter chacune.

On peut encore employer pour régler les montres, la méthode des hauteurs égales ou correſpondantes. On trouvera cette méthode & la correction qu'elle exige, expliquées dans la quatrième Section.

257. Les circonſtances les plus favorables pour déterminer exactement l'heure par l'obſervation de la hauteur des aſtres, ſont lorſque l'aſtre ayant une déclinaiſon moindre que la latitude, & de même dénomination, il paſſe au premier vertical; ou lorſqu'ayant une déclinaiſon plus grande que la latitude, & de même dénomination, il arrive au point où ſon vertical & ſon parallèle ſe touchent. Mais comme on n'eſt pas toujours le maître de ſaiſir l'une ou l'autre de ces deux circonſtances; il faut du moins obſerver l'aſtre le plus près de l'une ou de l'autre qu'il eſt poſſible, en évitant néanmoins de l'obſerver trop près de l'horizon, d'employer un aſtre dont la déclinaiſon ſeroit

très-grande, comme de 60°, ou plus; car alors, quoiqu'il y eût en effet plus d'avantage à l'observer au point où son parallèle touche son vertical, qu'en tout autre point de ce même parallèle, son mouvement en hauteur n'est jamais aussi rapide qu'il seroit à desirer. Voici sur quoi ces règles sont fondées.

Soit *HQO* (*fig.* 50) l'horizon; *HZO* le méridien; *Z* le zénith; *P* le pôle; *EQ* l'équateur; *NSL* le parallèle de l'astre. Soit *Ss* l'arc infiniment petit que l'astre décrit pendant un instant; *ZSR*, *Zsr* les deux verticaux; & *PSM*, *Psm* les deux cercles de déclinaison correspondans. Si du point *Z* comme centre, on conçoit l'arc *sq* qui sera perpendiculaire sur *ZS*; le petit triangle rectangle *Sqs* pourra être regardé comme rectiligne, & l'on aura (*Géom.* 295) $Ss : qS :: R : cos.\ sSq$ ou $:: R : sin.\ ZSP$. D'ailleurs (*Géom.* 329) on a $Mm : Ss :: R : cos.\ MS$; donc multipliant ces deux proportions, on aura $Mm : qS :: R^2 : sin.\ ZSP \times cos.\ MS$.

Donc 1°. la déclinaison *MS* restant la même, il est clair que plus le sinus de l'angle *ZSP* sera grand, plus l'augmentation *qS* en hauteur, sera grande par rapport à la mesure *Mm* de l'angle horaire correspondant *MPm*. Donc quand cet angle *ZSP* sera droit, c'est-à-dire, quand son sinus sera le plus grand qu'il est possible, le changement en hauteur sera le plus rapide qu'il est possible. Or il est évident que l'angle *ZSP* est droit quand le vertical touche ce parallèle, comme on le voit par le vertical *ZR'*.

2°. Dans le triangle *ZSP*, on a (*Géom.* 349) $sin.\ ZSP : sin.\ ZP :: sin.\ PZS : sin.\ PS$ ou $cos.$

MS ; donc $\sin. ZSP \times \cos. MS = \sin. ZP \times \sin. PZS$. Substituant cette dernière quantité au lieu de son égale, dans la proportion trouvée ci-dessus, on aura $Mm : qS :: R^2 : \sin. ZP \times \sin. PZS$. Donc la latitude & par conséquent son complément ZP restant le même, l'augmentation qS en hauteur sera la plus grande qu'il est possible à l'égard de la mesure Mm de l'angle horaire, lorsque l'angle PZS sera droit ; c'est-à-dire, lorsque ZSR sera le premier vertical.

On voit, en même temps, par ces deux proportions, que l'avantage sera toujours d'autant plus grand, que la latitude sera plus petite, & que la déclinaison sera plus petite.

3°. Et comme dans le triangle ZPS on a aussi (*Géom.* 349) $\sin. ZS$ ou $\cos. RS : \sin. ZPS :: \sin. PS$ ou $\cos. MS : \sin. PZS$, d'où on conclut $\sin. PZS = \frac{\cos. MS \times \sin. ZPS}{\cos. RS}$; si l'on substitue cette quantité au lieu de $\sin. PZS$ dans la dernière proportion entre Mm & qS, on aura $Mm : qS :: R^2 : \frac{\sin. ZP \times \cos. MS \times \sin. ZPS}{\cos. RS}$; où l'on voit que la déclinaison & la latitude restant chacune les mêmes, l'observation sera d'autant plus avantageuse, que l'astre sera plus élevé sur l'horizon, & qu'en même temps il sera plus éloigné du méridien.

Usages de l'observation des Astres, pour déterminer la variation du Compas.

258. Nous avons dit (50) qu'on appeloit *Variation*, l'angle que fait avec la ligne méridienne,

une aiguille aimantée mobile ſur ſon pivot ou ſon point de ſuſpenſion.

Lorſqu'on eſt à terre, il eſt très-facile de déterminer la variation. Il ne s'agit que de tracer une méridienne ſur un plan horizontal, d'appliquer la boîte de la bouſſole ſur ce plan, en dirigeant la ligne nord & ſud de la bouſſole, ſur la méridienne ; alors il ſera facile de voir quel angle l'aiguille fait avec cette méridienne. La difficulté, s'il y en a, ſe réduit donc à tracer la méridienne : voici comment cela ſe fait.

Fixez perpendiculairement au plan de niveau que vous avez préparé, une verge ou un ſtyle long de 12 ou 15 pouces, dont l'extrémité ſupérieure porte une plaque *M* (*fig.* 51) de niveau ou à peu près, & percée d'un trou rond. Déterminez le point *R* qui, ſur le plan, répond perpendiculairement à ce trou. De ce point comme centre, décrivez un arc *VQ*. Obſervez le matin & l'après-midi, les points *V* & *Q* où le centre du petit rond lumineux qui repréſente l'image du trou de la plaque, ſe trouvera ſur cet arc ; puis diviſez cet arc *VQ* en deux parties égales. La ligne *SN* menée par *R* & par le milieu de l'arc ſera la méridienne.

259. A la mer, où ce moyen ne peut être d'uſage, voici les méthodes qu'on peut employer.

Première méthode. Avec le compas de variation, ou avec le compas azimuthal dont nous parlerons dans peu, obſervez l'amplitude du bord inférieur du Soleil, au moment de ſon lever ou de ſon coucher. Calculez, par ce qui a été dit (196), l'amplitude de ce même bord.

La différence de l'amplitude calculée, à l'amplitude obſervée, donnera la variation.

Par exemple, le 25 Juillet 1769, étant par la latitude de 56° nord, & 25° de longitude occidentale comptée de Paris, on a relevé le bord inférieur du Soleil, à ſon lever; & on a trouvé qu'il répondoit à l'*E-N-E* 4° 15′ *E* de la bouſſole. Je calcule (161) la déclinaiſon du Soleil pour le 25 Juillet 1769, à l'heure de ſon lever groſſièrement eſtimée, par exemple pour quatre heures du matin, c'eſt-à-dire, pour 5ʰ 40′ que l'on compte alors à Paris. Je la trouve 19° 38′ $\frac{2}{3}$. Donc conformément à ce qui a été dit (196), je ſuppoſe dans le triangle *ZPC* (*fig.* 40), que *ZP* complément de la latitude, eſt de 34°; que *PC* complément de la déclinaiſon, eſt de 70° 21′ $\frac{1}{2}$; & que *ZC* diſtance apparente du centre du Soleil au zénith, eſt de 90° moins 15′ $\frac{5}{6}$ demi-diamètre *CT* du Soleil, plus 31′ $\frac{1}{2}$ pour la réfraction, plus 4′ $\frac{1}{4}$ pour l'inclinaiſon de l'horizon due à la hauteur de l'œil, c'eſt-à-dire, de 90° 20′: & ſelon la règle donnée (192), je calcule l'angle *PZC* ou *PZT* que je trouve de 52° 46′ $\frac{1}{2}$. Son complément *EZT*, & par conſéquent l'amplitude *ET* ſera donc de 37° 14′. C'eſt-à-dire, que le bord inférieur du Soleil s'eſt levé au *N-E* 7° 46′ *E*; donc puiſqu'au compas il paroiſſoit répondre à l'*E N-E* 4° 15′ *E*, il s'enſuit que la ligne eſt & oueſt de la bouſſole, avançoit vers le nord, de 19°; que par conſéquent l'aiguille décline du nord à l'oueſt, de cette même quantité; donc la variation eſt de 19°.

260. *Seconde méthode.* Employez un aſtre

dont le parallèle puiſſe rencontrer le premier vertical, & relevez cet aſtre lorſqu'il paſſe au premier vertical, c'eſt-à-dire, lorſqu'il répond au vrai point d'eſt ou d'oueſt. Alors ſi, ſur le compas, il répond au point d'eſt ou d'oueſt du compas, il n'y a pas de variation; ſi, au contraire, il s'en écarte, la quantité de cet écart ſera la variation. Il ne s'agit donc que de ſavoir comment on s'aſſurera que l'aſtre répond au vrai point d'eſt ou d'oueſt : le voici.....

Connoiſſant la latitude du lieu & la déclinaiſon de l'aſtre, on connoîtra dans le triangle *PZM* (*fig.* 35) rectangle en *Z*, puiſqu'on ſuppoſe que *ZE* eſt le premier vertical, le côté *ZP* complément de la latitude, & le côté *PM* complément de la déclinaiſon. On pourra donc calculer l'angle horaire *ZPM*, & l'arc *ZM* complément de la hauteur qu'aura l'aſtre lors de ſon paſſage au premier vertical.

Pour avoir l'angle horaire on fera cette proportion (*Géom.* 351 & 352), *cot. PZ* : *cot. PM* : : *R* : *coſ. ZPM*; c'eſt-à-dire, la tangente de la hauteur du pôle, eſt à la tangente de la déclinaiſon, comme le rayon eſt au coſinus de l'angle horaire, que l'on réduira en temps, de la manière qui a été déjà expoſée pour le Soleil & pour les étoiles : on pourra donc déterminer l'heure de ce paſſage, & par conſequent relever l'aſtre à cet inſtant. Mais comme on peut n'être pas sûr de la montre, il vaudra mieux employer la hauteur après l'avoir calculée comme il ſuit. Dans le même triangle rectangle *PZM*, on a (*Géom.* 350 & 352) *coſ. PZ* : *coſ. PM* : : *R* : *coſ. ZM*; c'eſt-à-dire, le

finus de la hauteur du pôle, eſt au finus de la déclinaiſon, comme le rayon eſt au finus de la hauteur.

On ajoutera à cette hauteur la réfraction, & l'inclinaiſon de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, & on en retranchera le demi-diamètre du Soleil ſi c'eſt cet aſtre qu'on obſerve ; on aura par-là la hauteur que doit paroître avoir le bord inférieur de l'aſtre lorſqu'il paſſera au premier vertical. Lors donc qu'on verra que l'aſtre approchera d'avoir cette hauteur, on l'obſervera avec un octant, dont on aura mis l'alidade ſur le point précis de la hauteur calculée & réduite ; & on le fera en même temps ſuivre & relever avec le compas de variation, juſqu'au moment où il ſera parvenu à cette hauteur.

261. *Troiſième méthode.* On peut encore trouver la variation, par le moyen de l'azimuth. On obſervera l'azimuth de l'aſtre, en relevant cet aſtre avec le compas de variation. En même temps, avec un octant, on prendra ſa hauteur. Celle-ci ſervira avec la déclinaiſon & la latitude, à calculer l'azimuth vrai *PZS* (*fig.* 35) dans le triangle *PZS* dont on connoîtra alors les trois côtés. Ayant donc calculé l'angle *PZS* par la règle donnée (192) on le comparera avec l'azimuth obſervé, & on aura facilement la variation.

Par exemple, le 18 Octobre 1769, étant par 36° 45′ de latitude nord & 43° 52′ de longitude occidentale comptée de Paris ; vers les 9 heures du matin on a obſervé la hauteur du bord inférieur du Soleil de 27° 0′ ; & ayant relevé

ce même bord au compas, on l'a trouvé au *S-S-E* 4° *E*, on demande la variation du compas.

Je calcule (161) la déclinaiſon du Soleil pour le 18 octobre 11ʰ 55′ du matin, qui eſt l'heure à peu près que l'on compte alors à Paris. On peut même, ſi l'on ne connoît pas l'heure, ſe contenter de celle qui convient à midi du lieu de l'obſervation. Je trouve cette déclinaiſon de 9° 50′ auſtrale. Je corrige la hauteur obſervée, & la réduis à 27° 10′. Cela poſé, puiſque la déclinaiſon eſt auſtrale, je prends le triangle *ZPS′* (*fig.* 35) : & connoiſſant *ZP* de 53° 15′ complément de la latitude ; *ZS′* de 60° 50′ complément de la hauteur obſervée & réduite ; *PS′* de 99° 50′, c'eſt-à-dire, de 90° plus la déclinaiſon ; je calcule l'angle *PZS′* que je trouve de 128° 30′ ; d'où je conclus l'azimuth *RZS′* ou *RT′*, de 51° 30′ ; c'eſt-à-dire, que l'aſtre répondoit véritablement au *S-E* $\frac{1}{4}$ *E* 4° 45′ *S* ; donc puiſque ſur le compas il répondoit au *S-S-E* 4° *E*, c'eſt une preuve que la ligne eſt & oueſt du compas déclinoit vers le nord, & que par conſéquent l'aiguille déclinoit à l'oueſt de 25°.

REMARQUES.

262. Lorſque la latitude eſt fort grande, les aſtres, en s'élevant ou en ſe couchant, raſent aſſez long-temps l'horizon ; enſorte que ſans s'élever ſenſiblement, ils changent conſidérablement d'amplitude. Il eſt donc difficile alors de diſtingner le contact avec l'horizon, & par

conſéquent l'uſage des amplitudes, dans ce cas, eſt aſſez incertain ; d'autant plus que la réfraction plus variable à l'horizon qu'ailleurs, contribue encore à rendre l'inſtant de ce contact plus douteux. Il vaut mieux alors avoir recours aux azimuths que l'on peut déterminer d'autant plus exactement avec le compas, que les aſtres qui ont un lever, ne s'élèvent pas beaucoup à de pareilles latitudes.

Quand la latitude eſt médiocre, on doit préférer l'amplitude ortive, à l'azimuth, lorſqu'on relève avec le compas, parce que ce relèvement eſt d'autant moins sûr que l'aſtre eſt plus élevé. Mais comme il eſt important d'obſerver la variation auſſi ſouvent qu'on le peut, & par conſéquent d'employer les azimuths auſſi fréquemment qu'on le pourra ; il faut en rendre la meſure moins incertaine, en faiſant uſage du *Compas azimuthal* dont voici la deſcription.

Deſcription & uſage du Compas azimuthal.

263. Lorſque l'aſtre dont on veut obſerver l'azimuth, a quelques degrés de hauteur, il eſt difficile de meſurer cet azimuth, avec le compas de variation, à quelques degrés près ; parce qu'on ne peut juger que par une eſtime aſſez vague, quel eſt le vrai point de la roſe qui répond au vertical de cet aſtre.

Pour ſuppléer à cet inconvénient, on ajoute au compas de variation, un cercle de bois ou de cuivre, que l'on place ſur la boîte qui renferme la roſe des vents. Une moitié *BED* de ce cercle (*figure* 52) eſt diviſée en 90 parties

qui, quoique de deux degrés chacune, ne ſont cependant comptées que pour des degrés, parce que les angles qu'elles ſervent à meſurer, ont leur ſommet en *A* ſur la circonférence *ABED*. Pluſieurs autres cercles, coupés par des tranſverſales comme on le voit dans la figure, ſervent à évaluer les parties de degré. Du point *A* part une alidade mobile autour de ce point, & jointe, en ce même point, par une charnière, à une pinnule *AP* qui peut être levée perpendiculairement au cercle *ABED*, ou couchée ſur ſon plan. Au centre *C* ſe coupent à angles droits, deux fils terminés par quatre petites lignes droites qui ſervent à orienter le cercle *ABED*, par rapport à la roſe des vents, en les faiſant répondre à quatre autres droites qui ſont à angles droits ſur cette roſe. Un fil tendu du centre *C* de l'alidade, au haut de la pinnule, ſert à déterminer le vertical de l'aſtre, en ce que, regardant l'aſtre à travers la pinnule, on doit voir en même temps, le fil ſur cet aſtre; ou bien, ſi c'eſt le Soleil, l'ombre du fil doit ſe projeter ſur la fente de la pinnule.

Lors donc qu'on veut obſerver l'azimuth, on fait répondre le point *A* de l'alidade, ſur le point d'oueſt, ou d'eſt de la roſe, ſelon que l'obſervation ſe fait à l'eſt ou à l'oueſt; & on fait convenir les quatre petites lignes droites dont nous avons parlé ci-deſſus, avec leurs correſpondantes ſur la roſe. Puis on fait mouvoir l'alidade juſqu'à ce que l'ombre du fil tombe directement ſur la fente de la pinnule, ſi c'eſt le Soleil; ou ſi c'eſt un autre aſtre, juſqu'à ce que regardant à travers la pinnule, on voie le fil

couper

couper l'aſtre. Alors le nombre de degrés marqués entre la ligne *AE*, & l'alidade, donne l'éloignement du Soleil ou de l'aſtre, à l'égard de la ligne eſt & oueſt de la bouſſole. Mais comme on ne peut meſurer que 45° de part & d'autre de cette ligne, ſi l'aſtre étoit plus près de la ligne nord & ſud que de la ligne eſt & oueſt ; alors au lieu de faire répondre le point *A* à l'oueſt, ou à l'eſt de la bouſſole, on le feroit répondre au ſud ou au nord, ſelon la poſition du Soleil.

Au reſte, quoique cet inſtrument ſoit d'un uſage plus sûr que le compas, pour les azimuths, les balancemens qu'il reçoit par les mouvemens du vaiſſeau, laiſſent toujours quelque incertitude.

Différentes méthodes pour trouver la longitude en mer.

Ire. *Par les Cartes de la variation de l'Aiguille aimantée.*

264. Nous avons déjà dit que la déclinaiſon de l'aiguille aimantée, n'eſt pas la même en tous les lieux de la terre. Quoique la loi ſuivant laquelle elle varie ne ſoit pas encore bien connue, on ſait du moins qu'elle ne varie pas bruſquement d'un lieu en un autre, & que ſes variations ont un certain rapport avec la longitude & la latitude des lieux.

M. Hallei, Aſtronome anglois, après avoir recueilli un grand nombre d'obſervations de la déclinaiſon de l'aiguille en divers lieux, imagina de marquer ſur une carte, tous les lieux où la

déclinaiſon avoit été obſervée d'une même quantité ; par exemple, tous ceux où elle étoit nulle, tous ceux où elle étoit de 5 degrés &c., & ainſi de ſuite. La ſuite de tous les points où la déclinaiſon eſt d'une même quantité, forme une ligne courbe qui, à défaut d'autres moyens, & avec les attentions convenables, peut être employée utilement à trouver, à peu près, la longitude d'un lieu où l'on auroit obſervé la déclinaiſon de l'aiguille & la latitude. En effet, il ne s'agit que de chercher ſur la carte, à quel point le parallèle ſur lequel on ſait être arrivé, coupe la courbe des lieux où la déclinaiſon eſt de la quantité obſervée ; ce point ſera celui où l'on eſt arrivé.

Mais cette méthode n'eſt pas auſſi sûre qu'elle eſt ſimple. En effet, 1°. les obſervations ſur leſquelles ces courbes ſont conſtruites, ne ſont pas toutes également sûres : elles ne ſont point aſſez multipliées. 2°. Ces courbes elles-mêmes changent avec le temps, parce que la déclinaiſon de l'aiguille varie, dans un même lieu, avec le temps. Il eſt vrai qu'on publie de temps à autres de nouvelles cartes, où l'on a égard aux changemens ſurvenus dans les différens intervalles de temps ; mais c'eſt toujours ſur des obſervations dont à la vérité on ne doit pas négliger l'uſage, mais qui ne ſont encore ni aſſez nombreuſes, ni aſſez répétées. Il faut donc avoir recours à d'autres moyens.

II. *Par les Montres marines.*

265. Puiſque (15) la différence des méridiens eſt déterminée par la différence des heures & parties d'heure que l'on compte à un même inſtant ſous chacun, enſorte que 15° de différence des méridiens à l'eſt, font compter une heure de plus, & 15 degrés à l'oueſt, une heure de moins, la queſtion des longitudes peut donc être réduite à celle-ci..... *Connoiſſant l'heure que l'on compte ſur le vaiſſeau, trouver celle que l'on compte au même inſtant ſous un méridien connu.*

266. Il ſe préſente pour la ſolution de cette queſtion, deux moyens généraux. Le premier eſt l'uſage d'une montre ou horloge qui puiſſe marcher uniformément pendant toute la durée d'une traverſée, nonobſtant l'agitation du vaiſſeau, les différentes températures auxquelles elle ſera expoſée, & les autres cauſes qui peuvent altérer ſon mouvement. A l'aide d'une pareille montre on pourroit à chaque inſtant déterminer la longitude avec une très-grande facilité. L'ayant bien réglée au lieu du départ, & l'ayant miſe à l'heure vraie (249) de ce même lieu, il ne s'agiroit plus, pour connoître la longitude du lieu où l'on ſeroit enſuite, que d'ajouter à la longitude du départ, ou d'en retrancher (ſelon qu'on auroit fait route à l'eſt ou à l'oueſt) autant de fois 15′ de degré, que l'on trouveroit de minutes d'heure de différence entre le temps marqué à la montre, & le temps vrai du lieu d'arrivée, temps que l'on détermine par ce qui a été dit (249).

III. *Par l'obſervation de quelque Phénomène inſtantané dans le ciel.*

267. Le ſecond moyen eſt l'obſervation des aſtres, ſoit en ſaiſiſſant un phénomène inſtantané, ſoit par le mouvement même des aſtres.

Les éclipſes du Soleil, celles de la Lune, celles des étoiles par la Lune, & celles des ſatellites de Jupiter, ſont des phénomènes dont l'inſtant peut être prévu par les Tables aſtronomiques, & qui à l'exception de celles du Soleil, & des étoiles par la Lune, ſont viſibles au même inſtant pour tous les lieux où ces aſtres ſont viſibles. Enſorte que la comparaiſon de l'heure à laquelle on obſerve ces phénomènes, avec l'heure déterminée par le calcul, fait connoître immédiatement la différence de l'heure que l'on compte ſous le méridien de l'obſervation, à celle que l'on doit compter ſous le méridien pour lequel on avoit calculé.

Mais outre que les Tables aſtronomiques, quoique très-perfectionnées depuis un ſiècle, n'ont pas encore toute l'exactitude qui ſeroit à deſirer, il eſt très-difficile d'obſerver en mer ces phénomènes, avec une exactitude ſuffiſante.

Les éclipſes du Soleil, & celles des étoiles par la Lune, pourroient auſſi être employées pour la détermination des longitudes, mais outre la difficulté de les bien obſerver en mer, ces obſervations exigent beaucoup de réductions; parce que ces phénomènes ne ſont pas vus au même inſtant dans les différens lieux de la terre où ils ſont obſervables.

Les éclipſes de Lune ſeroient fort utiles, ſi elles étoient plus fréquentes. On peut en obſerver les phaſes, à la vue ſimple, à moins de 2′ de temps près; & l'erreur des Tables ſur le moment de ces phaſes, n'eſt pas plus conſidérable; enſorte que ces éclipſes peuvent donner les longitudes à 4′ de temps près; c'eſt-à-dire, à un degré près. Mais elles ne peuvent arriver que de ſix mois en ſix mois, & il ſe paſſe quelquefois des années entières ſans qu'on puiſſe en obſerver une ſeule.

Quant aux éclipſes des ſatellites de Jupiter, elles pourroient être employées avec d'autant plus d'avantage qu'il n'y a aucune réduction à faire aux obſervations, & que ces obſervations ſe préſentent très-fréquemment, n'y ayant preſque aucune nuit où il n'y ait quelque éclipſe à obſerver, ſi ce n'eſt dans le temps où Jupiter approche de ſa conjonction avec le Soleil.

La néceſſité d'employer de très-longues lunettes pour obſerver ces éclipſes, les a rendues juſqu'à préſent inutiles pour la détermination des longitudes en mer. Mais M. l'Abbé Rochon, Aſtronome de la Marine, profitant habilement des nouveaux degrés de perfection qu'on a depuis peu donnés aux lunettes, & qui en diminuent beaucoup la longueur, s'eſt propoſé d'en rendre l'uſage applicable à ces ſortes d'obſervations, en facilitant le moyen de ramener l'aſtre dans le champ de la lunette. Il eſt bien à deſirer que cette idée ait tout le ſuccès que ſemblent promettre les premiers eſſais qui en ont été faits. On en trouve la deſcription dans l'Ouvrage

qu'il vient de publier ſous le titre d'*Opuſcules Mathématiques*, à Breſt.

Si l'on parvient donc à obſerver facilement les éclipſes des ſatellites de Jupiter, on aura obtenu un très-grand avantage ; mais il reſtera encore un intervalle de trois mois, pendant lequel ce moyen ne ſera pas praticable, parce que la proximité de Jupiter au Soleil ne permet pas d'obſerver ſes ſatellites environ ſix ſemaines avant & ſix ſemaines après ſa conjonction.

IV. *Par la meſure de la diſtance d'une étoile à la Lune ou au Soleil.*

268. Au défaut des phénomènes ſubits, il reſte à faire uſage des mouvemens de la Lune : voici comment ils peuvent être employés à cette recherche.

Nous avons dit (133) que la Lune avoit un mouvement propre d'occident en orient : la vîteſſe de ce mouvement eſt telle que la Lune s'avance chaque jour d'une quantité plus ou moins grande, mais renfermée dans les limites de 11 à 15 degrés ; & dans l'état moyen cette vîteſſe eſt de 13° 10′ 35″ par jour, ou de 32′ 56″ de degré par heure.

Les obſervations & la théorie ont fourni les moyens de conſtruire des Tables à l'aide deſquelles on peut pour un inſtant quelconque déterminer à quel point du ciel la Lune répond.

Suppoſons donc qu'ayant calculé le lieu de la Lune pour un inſtant quelconque compté au méridien de Paris, par exemple, on obſerve la

Lune à ce même inſtant ſous un autre méridien : puiſqu'il ne s'écoule aucun intervalle de temps entre l'inſtant pour lequel on a calculé, & celui auquel on obſerve, on ne doit appercevoir entre le lieu calculé, & le lieu obſervé, d'autre différence que celle que peut occaſionner la parallaxe, la réfraction & la hauteur de l'œil au-deſſus de l'horizon (166 & ſuiv.).

Mais ſi par le défaut de connoiſſance de la longitude du lieu où l'on obſerve, on a cru fauſſement faire l'obſervation à l'heure pour laquelle on a calculé ; ou ce qui revient au même, ſi ayant fait l'obſervation à une certaine heure comptée ſous le méridien où l'on eſt, on a mal eſtimé l'heure que l'on doit compter à Paris à ce même inſtant ; alors outre la différence due aux cauſes que nous venons de rappeler, on en trouvera une autre qui ſera préciſément le chemin que la Lune aura fait par ſon mouvement propre, pendant l'eſpace de temps dont on s'eſt trompé ; donc ſi l'on connoît la vîteſſe actuelle de la Lune, on pourra par cette dernière différence & par la vîteſſe, connoître l'erreur dans laquelle on étoit ſur le temps, ou ſur la longitude.

269. Tel eſt le fondement des méthodes qu'on a imaginées juſqu'ici pour trouver les longitudes par les mouvemens de la Lune. Nous ne les expliquerons pas toutes ; mais lorſqu'une fois on aura bien ſaiſi celle que nous allons expoſer, il ſera bien facile d'entendre & de ſuivre les autres ſi on le juge à propos.

270. D'après ce que nous venons de dire, on voit que nous avons deux objets à remplir ;

1°. Celui d'enſeigner à déterminer le lieu de la Lune pour un inſtant quelconque propoſé. 2°. Celui de déduire de l'obſervation, le lieu que la Lune occupe réellement dans le ciel ; lieu qui ſera le même que le lieu calculé, ſi l'on ſait ou ſi l'on a bien eſtimé l'heure que l'on comptoit à Paris au moment de l'obſervation ; mais qui, s'il diffère du lieu calculé, fera connoître par ſa différence, l'erreur commiſe dans l'eſtime de la longitude.

271. Quant au premier objet, il ſe préſente deux moyens : le premier eſt de faire uſage des Tables générales des mouvemens de la Lune. On trouve, dans les livres qui les renferment, les préceptes pour ce calcul, dont la méthode varie ſuivant la forme qu'on a donnée à ces Tables. Ce premier moyen eſt le plus exact, mais il eſt très-long.

272. Le ſecond, beaucoup plus expéditif, conſiſte à employer des Tables toutes calculées, des lieux de la Lune, à des intervalles de temps déterminés, comme de 12 heures en 12 heures. Dans l'uſage que l'on en fait, on ſuppoſe que dans ces intervalles de temps les mouvemens de la Lune ſont ſenſiblement uniformes, ce qui n'eſt pas rigoureuſement exact ; mais l'erreur eſt petite, & le ſeroit encore moins ſi ces lieux étoient calculés de ſix en ſix heures. Nous ferons néanmoins uſage de ce moyen, dans les calculs ſuivans ; mais nous ferons voir enſuite comment on peut y mettre plus de préciſion. Le livre où l'on trouve ainſi les lieux de la Lune, & les autres élémens dont on a beſoin dans la recherche actuelle, eſt le

livre de *la Connoiſſance des Temps* que l'Académie publie chaque année.

273. A l'égard du ſecond objet, on détermine, par meſure immédiate, l'arc de la diſtance apparente de la Lune à une étoile connue; c'eſt-à-dire, dont la longitude & la latitude ſoient connues. Puis, par les moyens que nous allons enſeigner, on en conclut l'arc de la diſtance vraie de la Lune à l'étoile; & ayant calculé la latitude de la Lune pour l'inſtant de l'obſervation, alors dans le triangle ſphérique *QEL* (*fig.* 53) où *Q* repréſente le pôle de l'écliptique, *QE* le complément de la latitude de l'étoile, *LE* la diſtance de la Lune à l'étoile, & *QL* le complément de la latitude de la Lune, on calcule l'angle *EQL* qui a pour meſure *BC* différence de longitude entre l'étoile & la Lune; ajoutant *BC* à la longitude connue de l'étoile (ou le retranchant ſi celle-ci étoit plus grande que celle de la Lune, on aura la longitude *AC* de la Lune déduite de l'obſervation.

Ces préliminaires expoſés, voici la méthode.

274. 1°. On choiſira une belle étoile parmi les étoiles zodiacales, ou peu éloignée de celles-ci. On en fera prendre la hauteur en même temps (s'il eſt poſſible) qu'on meſurera le plus exactement qu'on le pourra, la diſtance de cette étoile au bord éclairé de la Lune, lorſque l'une & l'autre ſeront élevées au-deſſus de l'horizon, de 4 ou 5 degrés au moins. Pour meſurer cette diſtance, ſi c'eſt un octant qu'on emploie, on pointera la lunette à l'étoile; & conſervant celle-ci dans le champ de la lunette, on tournera l'octant juſqu'à ce que ſon plan paſſe

par la Lune. On balancera l'octant, & on fera mouvoir l'alidade jusqu'à ce que l'étoile vue à travers la partie non étamée du petit miroir paroisse toucher, sans la couper, l'image du bord éclairé de la Lune vue sur la partie étamée.

2°. En même temps qu'on prendra la distance de l'étoile au bord éclairé de la Lune, & la hauteur de l'étoile, on fera prendre aussi la hauteur du point du bord éclairé dont on a mesuré la distance à l'étoile. Une extrême précision dans la mesure de ces hauteurs, n'est pas indispensable, il suffit de les avoir à sept ou huit minutes près.

Si l'on ne peut faire observer ces hauteurs au même instant où l'on mesure la distance, on commencera par observer la hauteur de l'étoile. A cette observation on fera succéder le plus immédiatement qu'il sera possible, celle de la mesure de la distance de la Lune à l'étoile; & à celle-ci celle de la hauteur du point observé du bord éclairé; mais de manière que les trois observations ne durent pas ensemble plus de 20 minutes. Alors il faudra joindre à ces observations le relèvement du centre de la Lune; c'est-à-dire, faire mesurer son azimuth ou celui de la traînée des reflets que sa lumière forme sur la surface de la mer.

3°. On marquera soigneusement à la montre, l'heure, la minute, & la fraction de minute à laquelle chaque observation aura été faite. Nous supposons d'ailleurs qu'on aura eu soin de s'assurer de l'erreur de la montre, par les moyens exposés (249 *& suiv.*). Si on ne l'avoit pu jusques-là, on y emploieroit la hauteur de l'étoile;

mais dans ce cas il faudroit mesurer cette hauteur avec soin.

Ces mesures étant prises, on procédera au calcul comme il suit.

275. Je suppose que le 14 Septembre 1770, lorsque la montre marque $2^h\ 56'\ 40''$ du matin, étant par la latitude nord $36°\ 37'\ 0''$, on prenne la hauteur d'*Aldébaran*, & qu'on la trouve de $59°\ 11'$ vers l'est; que $11'$ après on mesure l'arc de la distance apparente d'Aldébaran au bord éclairé de la Lune, & qu'on la trouve de $36°\ 1'\ 50''$. Que $5'$ après cette seconde observation, on mesure la hauteur du point observé du bord éclairé, & qu'on la trouve de $35°\ 26'$, & son gisement de $90\frac{1}{2}$ du nord à l'est; que par l'observation de la hauteur de l'étoile, ou par toute autre, on trouve que la montre avance de $7'\ 40''$; enfin que par l'estime de la route on se croit à 15 degrés ou 1 heure à l'ouest de Paris.

276. Cela posé, je corrige d'abord l'instant $3^h\ 7'\ 4''$ de l'observation de la distance, & je le réduis à $3^h\ 0'$ du matin, ou $15^h\ 0'$ le 13 Septembre.

Puisque, par estime, on se croit à 1^h à l'ouest de Paris, il s'ensuit, si cette estime est bonne, qu'alors on doit compter 16^h à Paris.

Je calcule donc le lieu de la Lune pour le 13 Septembre 1770, à $16^h\ 0'$ comptées au méridien de Paris. Et comme les réductions que nous aurons à faire à l'observation pour avoir le lieu de la Lune déduit de l'observation, exigent que nous connoissions la latitude, la parallaxe horizontale, & le diamètre horizontal de la Lune, je les calcule en même temps.

Je trouve dans le Livre de la *Connoissance des Temps* pour l'année 1770, que le 13 Septembre, à minuit, la longitude de la Lune est de. . . . . 3ˢ 8° 52′ 9″.
Le 14 à midi, elle est de. . . . . 3ˢ 16° 1′ 32″.
Sa latitude, le 13 à midi, est de. . . 2 43 30.
Et le 14 à midi, de. . . . . 3 42 7.
Sa parallaxe horizontale, le 13 à midi, de. . 59 19.
Et le 14 à midi, de. . . . . 59 43.
Son diamètre horizontal, le 13 à midi, de. . 32 24.
Et le 14 à midi, de. . . . . 32 37.

D'où je conclus que la Lune s'avance de 7° 9′ 23″ en longitude, en 12 heures, & par conséquent de 2° 23′ 8″ en 4 heures; ensorte que sa longitude, le 13 à 16 heures est de. . . . . 3ˢ 11° 15′ 17″.

Que le mouvement en latitude, en 24ʰ, est de 58′ 37″, ou de 39′ 5″ en 16 heures; que par conséquent le 13, à 16 heures, la latitude est de. . . . . 3° 22′ 35″.

Qu'en 24 heures la parallaxe horizontale augmente de 24″. & le diamètre horizontal, de 13″; qu'ainsi le 13 à 16 heures, la parallaxe horizontale est de. . . . 59′ 35″.
Et le diamètre horizontal, de. . . . . 32′ 33″.

277. Présentement, pour déduire de l'observation le lieu de la Lune, ou sa longitude, il faut réduire la distance observée, à la distance vraie, c'est-à-dire, la corriger de l'effet de la parallaxe, de la réfraction, & du demi diamètre. Mais les deux premières de ces corrections dépendent de la hauteur apparente, à l'instant de l'observation de la distance; & la hauteur de la Lune, ainsi que celle de l'étoile, n'ayant été observées que quelques minutes après & avant la distance, il faut commencer par réduire ces hauteurs à ce qu'elles ont dû être au moment de l'observation de la distance. Or voici comment on y parvient.

278. 1°. A cause de l'inclinaison de l'horizon de la mer (175), je retranche 4′ de chacune

des hauteurs obſervées, & je les réduis à 59° 7′ & 35° 22′.

279. 2°. Nous avons donné (257) le rapport entre le mouvement *Mm* (*fig.* 50) d'un aſtre *S*, parallèlement à l'équateur, & ſon changement *Sq* en hauteur, pendant qu'il décrit l'arc très-petit *Sſ* de ſon parallèle. Nous prendrons la ſeconde expreſſion de ce rapport, & pour l'appliquer à l'étoile, nous calculerons d'abord ſon azimuth *PZS*, ce qui eſt facile (*Géom.* 361. *Queſt.* VI.) dans le triangle *PZS* où nous connoiſſons le complément *ZP* de la latitude, le complément *ZS* de la hauteur obſervée, & le complément *PS* de la déclinaiſon que le catalogue (Table XIII) fait voir être de 73° 58′ en Septembre 1770. Nous trouverons que cet angle eſt de 124° 54′.

Cela poſé, comme les étoiles (120) décrivent 360° 59′ 8″ en 24 heures, l'arc *Mm* que l'étoile décrit en 11′, ſera le quatrième terme de cette proportion..... 24^h : 360° 59′ 8″ : : 11′ ſont à un quatrième terme; enſorte que comme les deux premiers termes ſont toujours les mêmes, on aura toujours l'arc *Mm* pour les étoiles, en multipliant l'intervalle de temps écoulé, par le rapport de 360° 59′ 8″ à 24 heures; ou bien ſi l'on réduit le temps en ſecondes, & les 360° 59′ 8″ en minutes, on aura le logarithme du nombre des minutes *Mm*, en ajoutant au logarithme du nombre des ſecondes de l'intervalle du temps écoulé, le logarithme conſtant 9,399127, qui eſt la ſomme du logarithme de 360° 59′ 8″ réduits en minutes, & du complément arithmétique de 24^h réduites en ſecondes.

Alors, dans la proportion (257) *Mm* : *qS* : :

$R^2 : \sin. ZP \times \sin. SZP$, on aura le logarithme de qS en ajoutant ensemble le logarithme de la valeur de Mm, celui du sinus de ZP, celui du sinus de SZP, & retranchant le double du logarithme du rayon.

Ainsi, Log. 11′ ou 660″.	2,819544
Log. constant.	9,399127
Somme, ou Log. *Mm*.	2,218671
Log. *sin. ZP*.	9,904523
Log. *sin. ZSP*.	9,913893
Somme moins le double du Log. du rayon.	2,037087

Qui répond à 109′ ou 1° 49′; le changement qS en hauteur est donc de 1° 49′; ainsi la hauteur apparente de l'étoile, au moment de l'observation de distance, est de 60° 56′.

A l'égard de la Lune, comme on a observé son azimuth, le calcul de Mm est plus court. Comme la Lune, dans sa vîtesse moyenne, s'avance par jour de 13° 10′ 35″ de l'ouest à l'est, il s'ensuit qu'en 24 heures elle ne décrit autour de la terre, que 360° moins 13° 10′ 35″ ou 346° 49′ 25″. Donc en raisonnant comme on a fait pour l'étoile, on aura la correction de la hauteur de la Lune, comme il suit.

Log. 5′ ou 300″.	2,477121
Log. constant.	9,381746
Somme, ou Log. *Mm*.	1,858867
Log. *sin. ZP*.	9,904523
Log. *sin. SZP*.	9,999983
Somme moins le double du Log. du rayon.	1,763373

Qui répond à 58′; ainsi la hauteur de la Lune au moment de l'observation de distance, est de 34° 24′.

280. Ayant ainsi réduit les hauteurs observées, à un même instant, il faut réduire la distance observée, à la distance vraie.

Soient donc *RZH* (*fig.* 54) le méridien; *ROH* l'horizon; *ZS*, *ZO* les verticaux de l'étoile & de la Lune lors de l'observation de distance; *e* & *l* les lieux apparens de ces deux astres; *E*, *L* leurs vrais lieux. L'étoile *E* paroît en *e*, par l'effet de la réfraction qui, à la hauteur apparente *Se* de 60° 56′, est de 37″ (Table XI). La Lune *L* paroît en *l*, par la différence des effets de la parallaxe & de la réfraction : la réfraction seule, à la hauteur apparente de 34° 24′, l'éleveroit de la quantité *Ll'* de 1′ 31″, & la parallaxe l'abaisseroit d'une quantité *l'l* qu'il s'agit de déterminer. Or nous avons vu (169) que la parallaxe horizontale est à la parallaxe à une hauteur quelconque, comme le rayon est au sinus de la distance apparente au zénith. J'opère donc comme il suit.

Log. 59′ 35″ ou 3575″ parall. horiz.	3,553276
Log. *sin.* 55° 37′ ½ dist. app. au zén. corr. de la réfr.	9,916643
Somme, moins Log. du rayon.	3,469919

La parallaxe *l'l* est donc de. . . . . 2950″ ou 49′ 10″.

Et par conséquent l'abaissement réel *Ll* de la Lune au-dessous de son vrai lieu, est de 47′ 39″.

281. Cela posé, pour connoître la différence entre la distance observée *le*, & la distance réelle *LE*, on peut dans le triangle *Zel* dont on connoît le côté *le* distance observée, le côté *Ze* distance apparente de l'étoile au zénith, & le côté *Zl* distance apparente de la Lune au zénith, on peut, dis-je, calculer l'angle *eZl*;

alors dans le triangle *EZL* on connoîtra l'angle *EZL*, le côté *ZE* diſtance de l'étoile au zénith corrigée de la réfraction, & le côté *ZL* diſtance de la Lune au zénith corrigée de la réfraction & de la parallaxe ; on pourra donc (*Géom.* 361, *Queſt.* IV.) calculer le côté *LE*.

Mais comme la différence entre *LE* & *le* doit être fort petite, ce calcul exige qu'on détermine l'angle *eZl* avec une grande préciſion ; que dans le calcul du triangle *ZEL* on ait égard non-ſeulement aux minutes, mais aux ſecondes des arcs *ZE*, *ZL* ; enſorte qu'on aura encore plutôt fait de la manière ſuivante.

Dans le triangle *eZl*, on calculera l'angle *Zle*, & l'angle *Zel* par la règle donnée (192), & ſans pouſſer l'exactitude plus loin que la minute ; puis concevant les perpendiculaires *Ls*, *Eq*, dans les triangles *Lls*, *Eeq*, qu'on peut regarder comme rectilignes, on aura (*Géom.* 295) *Ll* : *ls* : : *R* : *coſ. Lls* ou *coſ. Zle*, & *Ee* : *eq* : : *R* : *coſ. Eeq* ou *coſ. Zel* ; reduiſant donc *Ll* & *Ee* en ſecondes, il ſera facile par ces proportions d'avoir en ſecondes, les quantités *ls* & *eq* dont la première doit être retranchée de la diſtance obſervée quand l'angle à la Lune *Zle* eſt aigu, & ajoutée au contraire quand il eſt obtus ; c'eſt tout le contraire pour l'étoile ; la quantite *eq* doit être ajoutée ou retranchée ſelon que l'angle eſt aigu ou obtus.

Or ſi l'on calcule, en effet, par la règle donnée (192) les angles *Zle* & *Zel*, on trouve *Zle* de 30° 50′, & *Zel* de 119° 46′. Il ne s'agit donc plus que d'achever comme il ſuit.

POUR

POUR L'ÉTOILE.	POUR LA LUNE.
Log. *Ee* ou 37″. . . 1,568202	Log. *Ll* ou 2859″.. 3,456214
Log. *cos. Zel* ou *Eeq* 9,695892	Log. *cos. Zel.* . . . 9,933822
Somme. 1,264094	Somme. 3,390036
donc *eq*. . . . . 19″	donc *ls*. . . 2455″ ou 40′ 55″

Donc la différence entre la diſtance obſervée & la diſtance vraie, eſt de 41′ 14″ ; donc la diſtance vraie eſt de 35° 20′ 36″.

Cette diſtance eſt celle du bord éclairé de la Lune ; mais comme le lieu de la Lune calculé ci-deſſus, eſt celui du centre, il faut corriger cette diſtance, du demi-diamètre de la Lune. Or nous avons trouvé ci-deſſus, que le diamètre horizontal étoit de 32′ 33″ ; ſi donc avec la hauteur vraie du bord éclairé de la Lune, ſavoir 35° 13′, & avec les parallaxes horizontale & de hauteur, on calcule (184) le diamètre que doit avoir la Lune à cette hauteur, on trouvera 32′ 53″ dont la moitié 16′ 26″ doit être retranchée de la diſtance réduite, parce que l'étoile eſt à l'oppoſite du bord éclairé par rapport au Soleil, ainſi qu'on peut le voir par ſon azimuth comparé à celui de la Lune. On aura donc enfin, 35° 4′ 10″ pour la diſtance vraie du centre de la Lune à Aldébaran.

282. Ces corrections finies, on conclut de l'obſervation le vrai lieu de la Lune, comme il ſuit.

On prend, dans un Catalogue d'étoiles, la longitude & la latitude de l'étoile ; ou ſi ce catalogue, comme celui de la Table XIII, ne renferme que les aſcenſions droites & les déclinaiſons, on calcule avec l'aſcenſion droite & la

déclinaiſon, la longitude & la latitude, par la règle donnée (154). C'eſt ainſi qu'on trouvera, pour Aldébaran, que ſa longitude eſt de 66° 34′ 55″, & ſa latitude de 5° 29′ 15″. Puis dans le triangle ſphérique *QLE* (*fig.* 53), où *Q* repréſente le pôle de l'écliptique *QB*, *QC* les cercles de la latitude de l'étoile & de la Lune, on calculera par la règle donnée (192) l'angle *EQL*, par la connoiſſance de *EL*, 35° 4′ 10″; de *QE* complément de la latitude de l'étoile, & par conſéquent de 84° 30′ 45″; & de *QL* complément de la latitude de la Lune, calculée ci-deſſus; lequel ſera par conſéquent de 86° 37′ 25″. On trouvera donc facilement que cet angle eſt de 35° 6′ 56″. Donc puiſque la longitude de l'étoile eſt de 66° 34′ 55″, il s'enſuit que la longitude de la Lune, déduite de l'obſervation, eſt de 101° 41′ 51″. Or cette longitude calculée ci-deſſus d'après l'eſtime eſt de 101° 15′ 17″; donc l'eſtime fait trouver la Lune de 26′ 34″ moins avancée qu'elle n'eſt réellement. Or puiſque, ce même jour, la Lune décrit 7° 9′ 23″ en 12 heures, ou 0° 35′ 47″ par heure, il eſt facile en faiſant cette proportion 35′ 47″ ſont à 1 heure ou 60′, comme 26′ 34″ ſont à un quatrième terme, de trouver que la Lune emploie 44′ 33″ à décrire les 26′ 34″ d'erreur; donc l'eſtime eſt fautive de 44′ 33″ de temps; donc l'obſervation a été faite ſur un méridien qui eſt de 1ʰ 44′ 33″ à l'oueſt de Paris; ou par 26° 8′ 15″ de longitude occidentale comptée de Paris.

283. On peut employer au même objet, la diſtance de la Lune au Soleil. On pointe la lu-

nette à la Lune pour la voir à travers la partie non étamée du petit miroir, & balançant l'octant autour de la lunette, on fait mouvoir l'alidade, jusqu'à ce que le bord du Soleil le plus voisin de la Lune paroisse toucher le bord éclairé de celle-ci. On fait de même que pour l'étoile, précéder cette observation, par celle de la hauteur du Soleil, laquelle se fait & se réduit comme il a été dit (274 *& suiv.*); du reste le calcul pour réduire l'observation s'exécute précisément comme pour les étoiles, & à la distance réduite comme ci-dessus, on ajoute le demi-diamètre du Soleil pour avoir la distance des centres.

Lorsqu'on a calculé l'angle *EQL* (*fig.* 53) ou la différence de longitude, on l'ajoute ou on le retranche (selon que la Lune a plus ou moins de longitude que le Soleil) à la longitude du Soleil calculée pour l'heure de Paris estimée; mais au lieu de diviser la différence entre la longitude de la Lune calculée, & sa longitude déduite de l'observation, par le mouvement horaire de la Lune à l'égard des étoiles, comme dans le cas précédent, on la divise par la différence de ce mouvement horaire à celui du Soleil, parce que la quantité dont la Lune s'éloigne du Soleil dans un temps donné n'est pas proportionnelle à la vîtesse de la Lune, mais à l'excès de sa vîtesse sur celle du Soleil.

REMARQUE.

284. Lorsque la distance de l'étoile à la Lune est fort petite, lorsqu'elle est, par exemple,

au-dessous de 7 ou 8° ; alors il ne faut pas se contenter de prendre la hauteur de la Lune & celle de l'étoile, à 7 ou 8′ près, ainsi que nous avons dit qu'on pouvoit le faire ; parce que les erreurs commises sur les côtés *Ze*, *Zl* devenant comparables à la distance *el*, le calcul des angles *Zel*, *Zle* pourroit devenir très-défectueux ; & les corrections *eq*, *sl* que l'on en déduit pour la distance seroient fort incertaines. Si cependant les circonstances ne permettoient pas une plus grande précision dans la mesure des hauteurs, alors il faudroit pour corriger la distance, avoir recours à d'autres moyens : nous en parlerons dans la quatrième Section.

De la nécessité & de la manière de calculer plus exactement le lieu de la Lune.

285. En supposant toutes les observations bien exactes, & toutes les réductions bien faites, la méthode que nous venons d'enseigner ne donneroit pas des résultats aussi exacts qu'il est possible, si nous n'ajoutions ici le moyen de déterminer plus exactement le lieu de la Lune & son mouvement horaire.

En effet, puisque dans sa vîtesse moyenne, la Lune décrit 32′ 56″ par heure, il s'ensuit qu'une minute d'erreur sur le lieu de la Lune, répond à 1′ 49″ de temps ; c'est-à-dire, peut occasionner une erreur de 27′ 15″ de degré sur la différence des méridiens ; or en calculant le lieu de la Lune comme ci-dessus, l'erreur peut aller, en effet, à une minute.

286. Pareillement, quoique dans l'intervalle de 12 heures la vîtesse de la Lune ou son mouvement horaire change peu, cependant à la rigueur, on ne doit pas prendre pour son mouvement horaire la douzième partie de ce qu'elle décrit d'un midi à minuit suivant, ou de minuit au midi suivant. Ce douzième est le mouvement horaire à six heures. Nous allons voir comment on le détermine pour les autres heures.

287. Pour avoir la correction qu'on doit faire au lieu de la Lune calculé comme ci-devant, on prendra dans la Connoissance des Temps, quatre longitudes de la Lune; savoir les deux qui répondent aux époques de midi & de minuit qui précèdent immédiatement l'instant pour lequel on veut calculer, & les deux qui répondent aux époques semblables suivantes. Les ayant écrites comme on le voit ci-dessous, on prendra leurs différences consécutives, que j'appelle différences premières, & on les écrira à côté. On prendra les différences de ces différences, & on les écrira à côté. Ces secondes différences doivent être prises dans le même ordre que les premières; ensorte que si celles-ci, au lieu d'aller en augmentant, alloient en diminuant, on marqueroit ces différences secondes, par ce signe —; & on leur donnera cet autre signe +, dans le cas contraire.

Prenez le quart de la somme des deux différences secondes (ou de leur différence, si elles ont des signes contraires); multipliez-le par le 12e de l'intervalle de temps, entre l'instant

pour lequel vous calculez, & l'époque précédente (de minuit ou midi) la plus prochaine, multipliez ce produit par le 12e de l'intervalle de temps entre ce même instant pour lequel vous calculez, & l'époque suivante de midi ou de minuit. Ce sera la correction à faire à la longitude calculée comme ci-dessus (276) : & cette correction doit être retranchée ou ajoutée, selon que les différences secondes auront toutes deux le signe + ou toutes deux le signe — ; ou encore selon que celle qui aura le signe + surpassera celle qui aura le signe —, ou qu'elle sera moindre.

				Diff. 1res.			Diff. 2des.	
3^{s}	1°	45′	51″					
				7°	6′	18″		
3	8	52	9				+ 3′	5″
				7	9	23		
3	16	1	32				+ 3	41
				7	13	4		
3	23	14	38					

Par exemple, ayant à calculer, comme ci-dessus (276), le lieu de la Lune pour le 13 Septembre 1770, à 16^{h} : je prends, dans la Connoissance des Temps, le lieu de la Lune à midi & minuit du 13, & à midi & minuit du 14. Je prends leurs différences premières, & les différences de celles-ci, ou les différences secondes. Je trouve ces dernières de 3′ 5″ & 3′ 41″. Le quart de leur somme est 1′ 41″ ou 101″ que je multiplie par le 12e de 4^{h}, distance au minuit qui précède l'instant dont il s'agit, & par le 12e de 8^{h}, distance au midi suivant ; j'ai 22″, qui sont à

retrancher de la longitude 3ˢ 11° 15′ 17″ calculée ſelon ce qui a été dit (276) ; ce qui augmente de 22″ la différence entre la longitude calculée, & la longitude déduite de l'obſervation (282). D'où à raiſon de 35′ 47″ pour une heure, on conclura que la différence des méridiens doit être augmentée de 37″ de temps.

288. A l'égard du mouvement horaire que nous avons ſuppoſé de 35′ 47″ ; c'eſt-à-dire, la 12ᵉ partie du mouvement de la Lune depuis le 13 à minuit, juſqu'au 14 à midi ; ce n'eſt véritablement la vîteſſe de la Lune, qu'à ſix heures du matin. Mais les différences ſecondes ci-deſſus font voir que pendant ces 12 heures la vîteſſe augmente de 3′ 5″ ; c'eſt donc de 15″ $\frac{1}{2}$ par heure. Il faut donc diminuer le mouvement horaire que nous avons employé, de 31″, puiſque l'inſtant dont il s'agit eſt 4ʰ après minuit, & non pas ſix heures. Or ces 31″ faiſant à peu près la 70ᵉ partie du mouvement horaire que nous avons employé, il s'enſuit que le correction que celui-ci nous a donnée pour la différence des méridiens, eſt trop foible d'environ $\frac{1}{70}$, c'eſt-à-dire, de 38″ de temps, leſquelles jointes aux 37″ ci-deſſus, donnent 1′ 15″ de temps, à ajouter à la différence des méridiens calculée (282) ; la différence des méridiens eſt donc de 1ʰ 45′ 48″.

Nous démontrerons cette règle dans la quatrième Section.

289. Au reste, nonobstant toutes ces attentions, ce n'est pas d'une seule observation de distance que l'on doit attendre une conclusion suffisante sur la difference des méridiens; il faut multiplier ces observations autant qu'on le pourra, & prendre un milieu entre les résultats de chacune.

QUATRIÈME SECTION,

Dans laquelle on traite plus particulièrement de quelques objets dont il a été question dans les sections précédentes.

290. TOUT ce qui précède a fait connoître suffisamment l'usage de l'Astronomie & de la Trigonométrie sphérique dans la Navigation. Il en est encore d'autres usages que nous nous proposons de faire connoître dans cette section. Mais comme les données que l'on emploie dans la résolution des questions dépendantes de la Trigonométrie sphérique, sont le résultat d'observations plus ou moins susceptibles d'erreur; il ne peut être que très-utile d'exposer ici la manière de déterminer l'effet que ces erreurs peuvent produire sur les parties des triangles sphériques que l'on veut connoître d'après ces données. Cet examen peut guider dans le choix entre plusieurs méthodes qui tendent à un même but par différens moyens. Il peut faire connoître les circonstances les plus favorables ou les plus contraires à certaines observations. Nous en avons déja vu des exemples (257). Il peut servir à ramener à un même instant, des observations faites à des intervalles de temps peu éloignés; nous en avons vu un exemple (279).

Des rapports qu'ont entre elles les variations très-petites des Triangles sphériques dont on suppose deux parties constantes.

291. Si l'on conçoit que le triangle sphérique ZPS (*fig.* 55) devienne le triangle zPs, très-peu différent du premier; la différence de chaque partie à sa correspondante, de PZ à Pz par exemple, ou de l'angle PZS, à l'angle Pzs, sera ce que nous appelons *la variation* de cette partie, & nous la représenterons par cette partie même précédée de la lettre d.

Ainſi pour marquer la variation du côté *PZ* nous écrirons *dPZ* ; celle de l'angle *PZS* ſera repréſentée par *dPZS*.

Pour diſtinguer les variations des côtés ou angles qui croiſſent, d'avec celles des parties qui décroiſſent, nous donnerons aux variations de ces dernières, le ſigne —, & le ſigne + aux premières. Et lorſque celles-ci n'auront aucun ſigne, elles ſeront toujours cenſées avoir le ſigne +.

292. Nous ſuppoſerons que les arcs, ou angles, que nous allons conſidérer, ſont tous plus petits que 90°. Les rapports que nous trouverons entre les variations n'auront pas moins lieu quand les parties des triangles ſeront de plus de 90° ; mais pour connoître le ſigne qui convient alors aux variations, il faudra donner le ſigne — à tous les coſinus, tangentes, & contangentes des arcs au-deſſus de 90°, ſi elles ont le ſigne +, ou le ſigne + ſi elles ont le ſigne —, & obſerver cette règle générale, que dans la multiplication de deux quantités, le produit a toujours le ſigne + lorſque ces deux quantités ont le même ſigne ; & il a le ſigne —, quand ces quantités ont différens ſignes. Il en eſt de même du quotient, dans la diviſion.

293. Les variations que nous ſuppoſerons dans les parties des triangles ſphériques ſeront telles que l'on puiſſe ſans erreur ſenſible ou comparable au rayon, ſuppoſer que leur ſinus ne diffère pas de l'arc même qui meſure ces variations, & que leur coſinus peut être pris pour le rayon même. Si la variation eſt d'un degré, ou moindre, l'erreur que l'on commet en prenant le rayon pour la valeur du coſinus, eſt tout au plus de la moitié du quarré du ſinus. Or le ſinus de 1°, le rayon étant 1, eſt 0,017 5241 ; l'erreur ne va donc pas à plus de 0,00015 ; c'eſt-à-dire, à $\frac{15}{100000}$ partie du rayon. L'erreur que l'on fait en prenant l'arc pour le ſinus eſt encore beaucoup plus petite. Et ces erreurs diminuent ; la première, comme le quarré de l'arc ; & la ſeconde, comme le cube.

294. *Si un arc quelconque* AB (fig. 56) *augmente d'une quantité très-petite* Bb, *ſon ſinus augmente d'une quantité qui eſt par rapport à l'augmentation de l'arc, comme le coſinus de cet arc eſt au rayon. Et ſon coſinus diminue d'une quantité qui eſt à l'augmentation de l'arc, comme le ſinus de cet arc eſt au rayon* ; c'eſt-à-dire, que $d\ \mathit{ſin.}\ AB : dAB :: \mathit{coſ.}\ AB : R$; & $-d\ \mathit{coſ.}\ AB : dAB :: \mathit{ſin.}\ AB : R$.

Car l'arc *Bb* étant supposé très-petit peut être considéré comme une ligne droite ; & si on mène *Bm* parallèle à *AC* le triangle *Bbm* sera semblable à *BNC*, & l'on aura par conséquent $bm : Bb :: CN : CB$, & $Bm : Bb :: BN : CB$. Or *bm* est l'augmentation du sinus, & *Bm* la diminution du cosinus lorsque l'arc *AB* devient *Ab*; donc $d\,sin.\ Ab : dAB :: cos.\ AB : R$, & $-d\,cos.\ AB : dAB :: sin.\ AB : R$.

295. Nous supposerons d'abord qu'il y ait deux parties (angles ou côtés) qui restent les mêmes, & nous chercherons quelles variations subissent les trois des quatre autres, par la variation de la quatrième. Nous verrons ensuite comment on en conclut la variation totale que subit chaque partie par la variation du tout.

296. Question première. *L'angle* BAC *& le côté opposé* BC (fig. 57) *demeurant les mêmes ; on demande*, 1°. *Le rapport de la variation d'un des côtés de l'angle constant, à la variation de l'angle qui lui est opposé.* 2°. *Le rapport des variations des côtés qui comprennent l'angle constant.* 3°. *Le rapport de la variation d'un côté* AB *de l'angle constant, à celle de l'angle* B *adjacent à ce côté.* 4°. *Le rapport des variations des deux angles adjacens au côté constant.*

1°. Puisque (*Géom.* 349) on a $sin.\ ACB : sin.\ AB :: sin.\ BAC : sin.\ BC$, on aura aussi $d\,sin.\ ACB : d\,sin.\ AB :: sin.\ BAC : sin.\ BC$; puisque le rapport de $sin.\ BAC$ à $sin.\ BC$ reste le même. Or (294) $d\,sin.\ ACB = \frac{dACB \times cos.\ ACB}{R}$, & $d\,sin.\ AB = \frac{dAB \times cos.\ AB}{R}$, donc $\frac{dACB \times cos.\ ACB}{R} : \frac{dAB \times cos.\ AB}{R} :: sin.\ BAC : sin.\ BC$, ou (en multipliant les deux termes du dernier rapport, par $cos.\ ACB \times cos.\ AB$, & divisant les antécédens par $cos.\ ACB$, & les conséquens par $cos.\ AB$), on aura $dACB : dAB :: sin.\ BAC \times cos.\ AB : sin.\ BC \times cos.\ ACB$.

Mais puisque (*Géom.* 349) $sin.\ BAC : sin.\ BC :: sin.\ ACB : sin.\ AB$, & (*Géom.* 278) $cos.\ AB : sin.\ AB :: R : tang.\ AB$, & $sin.\ ACB : cos.\ ACB :: tang.\ ACB : R$; on aura, en multipliant & réduisant, $sin.\ BAC \times cos.\ AB : sin.\ BC \times cos.\ ACB :: tang.\ ACB : tang.\ AB$; donc aussi $dACB : dAB :: tang.\ ACB : tang.\ AB$.

On démontrera, de même que $dABC : dAC :: sin.\ BAC \times$

cos. AC : *sin. BC* × *cos. ABC* ou : : *tang. ABC* : *tang. AC*.

2°. Soit *Bb* l'augmentation de *AB* ; pour que *BC* ne change pas de valeur en devenant *bc*, il faut que le côté *AC* diminue. Convenons que des points *B* & *C*, on ait abaissé les perpendiculaires *Bn*, *Cm* ; on pourra les considérer comme de petits arcs décrits du point *O*; alors *mn* sera égal à *BC*, & par conséquent à *bc*; on aura donc *bn*=*cm*. Mais le triangle *Bnb*, censé rectiligne & rectangle en *n*, donne (*Géom.* 295) *Bb* : *bn* : : *R* : *cos. Bbn* ou :: *R* : *cos. ABC* qui en diffère infiniment peu. Pareillement le triangle *Cmc* donne (*Géom.* 295) *cm* ou *bn* : *Cc* : : *cos. mcC*, ou *cos. Acb*, ou *cos. ACB* : *R* ; multipliant ces deux proportions, on aura *Bb* : *Cc* : : *cos. ACB* : *cos. ABC*; c'est-à-dire, *dAB* : —*dAC* : : *cos. ACB* : *cos. ABC*.

3°. Puisque *dAB* : —*dAC* : : *cos. ACB* : *cos. ABC*; & que précédemment on a trouvé *dAC* : *dABC* : : *sin. BC* × *cos. ABC* : *sin. BAC* × *cos. AC*; si on multiplie ces deux proportions, on aura *dAB* : —*dABC* : : *sin. BC* × *cos. ACB* : *sin. BAC* × *cos. AC*.

On trouvera de même, —*dAC* : *dACB* : : *sin. BC* × *cos. ABC* : *sin. BAC* × *cos. AB*.

4°. Puisqu'on a trouvé ci-dessus *dACB* : *dAB* : : *sin. BAC* × *cos. AB* : *sin. BC* × *cos. ACB*; & qu'on vient de trouver *dAB* : —*dABC* : : *sin. BC* × *cos. ACB* : *sin. BAC* × *cos. AC*; multipliant ces deux proportions & réduisant, on aura *dACB* : —*dABC* : : *cos. AB* : *cos. AC*.

Remarque sur la manière de faire usage de ces Rapports.

297. Les variations dont nous donnons ici les rapports, sont exprimées par les longueurs mêmes des arcs ; mais comme ces arcs sont tous d'un même rayon, ils sont proportionnels à leurs parties de degrés. Ainsi, dans l'usage, on peut mettre tout de suite les nombres de minutes & secondes de ces arcs, au lieu de ces mêmes arcs.

A l'égard des sinus, tangentes, &c. qui entrent dans les seconds rapports de ces analogies, on suppose qu'ils sont connus, puisque le triangle dont on veut calculer les variations est supposé connu. Si cependant les données de ce triangle n'étoient pas les parties mêmes qui entrent dans ces

rapports, on les calculeroit par les règles ordinaires de la Trigonométrie sphérique.

298. Question IIe. *Supposons que dans le triangle sphérique* ACB (fig. 58) *le côté* AB *& l'angle adjacent* A *soient constans; on demande*, 1° *le rapport de la variation de* AC, *à celle de* BC; 2°. *le rapport de la variation de* AC, *à celle de l'angle* ABC; 3°. *le rapport de la variation de* BC, *à celle de l'angle* ABC; 4°. *le rapport de la variation de* AC, *à celle de l'angle* ACB; 5°. *le rapport de la variation de* BC, *à celle de l'angle* ACB; 6°. *le rapport de la variation de* ABC, *à celle de* ACB.

Soit *Cc* la variation de *AC*. Imaginons que du point *B* comme pôle, on ait décrit l'arc *Cm* qui rencontre *Bc* en *m*; *cm* sera la variation de *BC*; & *CBc* sera la variation de *ABC*, mesurée par *RS*, en imaginant que *BC* & *Bc* sont prolongés jusqu'à 90° en *R* & *S*.

Or, 1°. Le triangle *Ccm*, censé rectiligne, donne (*Géom.* 295) *Cc : cm : R : cos. Ccm : : R : cos. ACB*; donc *dAC : dBC : : R : cos. ACB*.

2°. Le même triangle donne (*Géom.* 295) *Cc : Cm : : R : sin. Ccm* ou *sin. ACB*; mais (*Geom.* 329) on a *Cm : RS : : sin. BC : R*: donc en multipliant, on a *Cc : RS : : sin. BC : sin. ACB*; c'est-à-dire, *dAC : dABC : : sin. BC : sin. ACB*.

3°. Le même triangle *Ccm* donne (*Géom.* 296) *cm : Cm : : R : tang. Ccm* ou *tang. ACB*; mais (*Géom.* 329) *Cm : RS : : sin. BC : R*; donc *cm : RS : : sin. BC : tang. ACB*; c'est-à-dire, *dBC : dABC : : sin. BC : tang. ACB*.

4°. Si on imagine (*Géom.* 336) le triangle supplémentaire *A'B'C'* (*fig.* 59); la variation de chaque côté ou de chaque angle de celui-ci sera égale à la variation de l'angle ou du côté qui lui sera opposé dans le triangle *ABC*, puisque chaque partie de l'un est supplément de la partie qui lui est opposée dans l'autre; & le côté *AB* & l'angle *A* étant constans, l'angle *A'* & le côté *A'B'*, seront aussi constans. La question de trouver le rapport de la variation de *AC*, à celle de l'angle *ACB*, sera donc réduite à trouver le rapport de la variation de l'angle *B'* adjacent au côté constant, à celle du côté *B'C'* opposé à l'angle constant. Or, par le 3e. cas de la question présente, on a *dA'B'C' : dB'C' : : tang. A'C'B' : sin. B'C'* ou (292) *dA'B'C' : dB'C' : : — tang. A'C'B' : sin. B'C'*; mettant donc *dAC*, au lieu de *dA'B'C'*,

dACB, au lieu de *dB'C'*, *tang. BC*, au lieu de *tang. A'C'B'*, *sin. ACB*, au lieu de *sin. B'C'*, & transportant le signe — au second terme, ce qui ne change point la proportion, on a $dAC : -dACB : tang.\ BC : sin.\ ACB$.

5°. Puisqu'on a $dAC : -dACB :: tang.\ BC : sin.\ ACB$; & que par le 1er. cas, on a $dBC : dAC :: cos.\ ACB : R$; en multipliant, on aura $dBC : -dACB :: tang.\ BC \times cos.\ ACB : R \times sin.\ ACB$. Mais (*Géom.* 278) $cos.\ ACB : sin.\ ACB :: R : tang.\ ACB$; multipliant & simplifiant, on aura $dBC : -dACB :: tang.\ BC : tang.\ ACB$.

6°. Puisqu'on a $dBC : -dACB :: tang.\ BC : tang.\ ACB$; & que par le 3e. cas, on a $dABC : dBC :: tang.\ ACB : sin.\ BC$; en multipliant, on aura $dABC : -dACB :: tang.\ BC : sin.\ BC$; ou (puisque (*Géom.* 278) on a $tang.\ BC : sin.\ BC :: R : cos.\ BC$) on aura $dABC : -dACB :: R : cos.\ BC$.

299. Question IIIe. *Supposons que les deux côtés* AB & AC *du triangle sphérique* ABC (fig. 60) *soient constans; on demande*, 1°. *le rapport des variations des deux angles adjacens à l'un des côtés constans*; 2°. *le rapport des variations des deux angles adjacens au troisième côté*; 3°. *le rapport de la variation du troisième côté, à celle de l'angle qui lui est opposé*; 4°. *le rapport de la variation du troisième côté, à celle de chacun des deux angles adjacens.*

1°. Supposons que le triangle *ABC* devienne *AnC*, *AB* étant égal à *An*; si des points *A* & *C* comme pôles, on conçoit décrits les arcs *Bn*, *Bm*, & qu'on imagine les arcs *AB* & *An*, *CB* & *Cn* prolongés jusqu'à 90°, en *R* & *S*, *T* & *V*; on aura *RS* & *TV* pour les mesures des variations des angles *BAC* & *ACB* dont le premier augmentant, le second diminue. Or (*Géom.* 329) $TV : Bm :: R : sin.\ BC$; mais le triangle *Bmn* censé rectiligne & rectangle en *m*, donne $Bm : Bn :: cos.\ mBn : R$ ou $:: cos.\ ABC : R$; parce que si de chacun des deux angles droits *ABn*, *CBm*, on retranche le même angle *ABm*, les angles restans *mBn* & *ABC* seront égaux. Concluant de ces deux proportions on aura $TV : Bn :: cos.\ ABC : sin.\ BC$; mais (*Géom.* 329) $Bn : RS :: sin.\ AB : R$; donc $TV : RS :: cos.\ ABC \times sin.\ AB : R \times sin.\ BC$; c'est-à-dire, $-dACB : dBAC :: cos.\ ABC \times sin.\ AB : R \times sin.\ BC$.

On démontrera, de même, que $-dABC : dBAC :: cos.\ ACB \times sin.\ AC : R \times sin.\ BC$.

2°. Si dans cette dernière proportion, on met les antécédens à la place des conséquens, & qu'on multiplie ensuite, par la précédente, on aura $-dACB : -dABC$ ou $dACB : dABC :: cos.\ ABC \times sin.\ AB : cos.\ ACB \times sin.\ AC$.

Mais puisque (*Géom.* 349) $sin.\ AB : sin.\ AC :: sin.\ ACB : sin.\ ABC$, que d'ailleurs $sin.\ ACB : cos.\ ACB :: tang.\ ACB : R$, & $cos.\ ABC : sin.\ ABC :: R : tang.\ ABC$; multipliant ces trois proportions, & simplifiant, on aura $cos.\ ABC \times sin.\ AB : cos.\ ACB \times sin.\ AC :: tang.\ ACB : tang.\ ABC$; donc aussi $dACB : dABC :: tang.\ ACB : tang.\ ABC$.

3°. On a $RS : Bn :: R : sin.\ AB$; mais le triangle Bmn donne $Bn : mn :: R : sin.\ mBn$ ou $sin.\ ABC$; donc $RS : mn :: R^2 : sin.\ ABC \times sin.\ AB$; c'est-à-dire, $dBAC : dBC :: R^2 : sin.\ ABC \times sin.\ AB$.

Et puisque (*Géom.* 349) $sin.\ AB : sin.\ ACB :: sin.\ AC : sin.\ ABC$; ce qui donne $sin.\ AB \times sin.\ ABC = sin.\ AC \times sin.\ ACB$, on aura également $dBAC : dBC :: R^2 : sin.\ ACB \times sin.\ AC$.

4°. On a $mn : Bm :: tang.\ mBn$ ou $tang.\ ABC : R$ (*Géom.* 296); mais (*Géom.* 329) $Bm : TV :: sin.\ BC : R$; donc $mn : TV :: sin.\ BC \times tang.\ ABC : R^2$, c'est-à-dire, $dBC : -dACB :: sin.\ BC \times tang.\ ABC : R^2$.

On démontrera de même, que $dBC : -dABC :: sin.\ BC \times tang.\ ACB : R^2$.

300. Question IVe. *Supposons que les deux angles* A & B *du triangle* ABC (fig. 59) *soient constans; on demande*, 1°. *le rapport des variations des deux côtés qui comprennent l'un des deux angles constans*; 2°. *le rapport des variations des deux côtés opposés aux angles constans*; 3°. *le rapport de la variation du troisième angle, à celle du côté qui lui est opposé*; 4°. *le rapport de la variation du troisième angle, à celle de chacun des deux côtés qui le comprennent.*

Si on imagine le triangle supplémentaire $A'C'B'$; on aura dans celui-ci deux côtés constans; & les variations de ses autres parties seront les variations de celles qui leur sont opposées dans le triangle ABC. Ainsi d'après la question IIIe. on trouvera facilement les analogies suivantes.

1°. $dBC : dAB :: cos.\ AC \times sin.\ BAC : R \times sin.\ ACB$
& $dAC : dAB :: cos.\ BC \times sin.\ ABC : R \times sin.\ ACB$
2°. $dBC : dAC :: cos.\ AC \times sin.\ BAC ; cos.\ BC \times sin.\ ABC$
ou $dBC : dAC :: tang.\ BC : tang.\ AC$

3°. $dACB : dAB :: \sin. AC \times \sin. BAC : R^2$
ou $dACB : dAB :: \sin. BC \times \sin. ABC : R^2$
4°. $dACB : dBC :: \sin. ACB \times \text{tang}. AC : R^2$
& $dACB : dAC :: \sin. ACB \times \text{tang}. BC : R^2$

De la variation totale que ſubit l'une quelconque des parties d'un triangle ſphérique, lorſqu'on ne ſuppoſe rien de conſtant dans ce triangle.

301. Puiſqu'un triangle ſphérique eſt déterminé lorſqu'on connoît trois quelconques de ſes parties; il eſt clair que les variations très-petites de trois des parties d'un triangle ſphérique connu, déterminent les variations des autres; & que par conſéquent on ne peut pas prendre à volonté les variations de plus de trois de ces parties.

Connoiſſant donc les variations de trois parties d'un triangle ſphérique, voici comment on déterminera la variation totale que doit ſubir l'une quelconque des trois autres.

302. Suppoſez ſucceſſivement conſtantes, deux à deux, les trois parties dont vous connoiſſez les variations. Avec la variation de la troiſième, calculez par les analogies données dans les queſtions précédentes, la variation partielle que doit avoir dans cette ſuppoſition, la partie dont vous cherchez la variation totale. Vous trouverez ainſi, trois variations partielles; ſi elles ont le même ſigne, leur ſomme précédée de ce ſigne, ſera la variation totale demandée. Si l'une a un ſigne différent des deux autres, prenez la différence entre celle-là, & la ſomme de ces deux-ci, & donnez à cette différence le ſigne commun à ces deux-ci, ou celui de la troiſième, ſelon que cette ſomme ſera plus grande ou plus petite que la troiſième.

En effet, la variation totale, réſultant des variations de pluſieurs quantités, doit être telle que ſi on ſuppoſe toutes ces variations nulles, à l'exception de l'une quelconque, elle ſe réduiſe à cette dernière; ce qui ne peut avoir lieu qu'autant qu'elle ſera compoſée de la ſomme de toutes ces variations priſes avec leurs propres ſignes.

Applications

Applications des Règles précédentes, à divers objets, & particulièrement à quelques Méthodes qu'on pourroit être tenté d'employer pour trouver la Latitude.

303. I. *Trouver combien une petite variation dans la déclinaison, produit de variation dans le lever ou le coucher d'un aſtre;*

Soit AC (*fig.* 60) la diſtance du pôle au zénith; C le pôle; A le zénith; BC la diſtance de l'aſtre au pôle; AB, de 90° s'il s'agit du lever ou du coucher réel. Il eſt donc queſtion de trouver le rapport de dBC à $dACB$.

Or par le quatrième cas de la IIIe. queſtion, on a $dBC : -dACB :: \sin. BC \times \tang. ABC : R^2$.

Mais à cauſe que AB eſt de 90°, on trouvera par les règles de la Trigonométrie ſphérique, que $R : \cos. ABC :: \sin. BC : \cos. AC$.

Cette dernière proportion fera connoître l'angle ABC, (la latitude & la déclinaiſon étant ſuppoſées connues). Alors dans l'analogie précédente, connoiſſant la variation dBC en déclinaiſon, on connoîtra tout ce qui eſt néceſſaire pour déterminer $dACB$.

304. Si l'angle ABC étoit nul ou très-approchant de zéro; c'eſt-à-dire, ſi le cercle de déclinaiſon ne faiſoit qu'un angle infiniment petit avec le vertical de l'aſtre, (& c'eſt le cas où l'aſtre reſte 24 heures ſur l'horizon, lorſqu'il eſt du côté du pôle élevé), alors la plus petite erreur en déclinaiſon, en produiroit une infinie ſur l'heure du lever ou du coucher; l'analogie ci-deſſus, exacte dans cette concluſion qu'elle donne, ne le ſeroit cependant pas pour déterminer la valeur rigoureuſe de cette erreur; parce qu'elle eſt fondée ſur la ſuppoſition que les variations ſoient toutes deux très-petites à l'égard du rayon. Cette circonſtance arrive lorſque la latitude du lieu eſt égale à la diſtance de l'aſtre au pôle; par exemple pour la latitude de 66° ½ dans le ſolſtice. Mais ſi on ſuppoſe la latitude, plus petite ſeulement d'un degré; alors on trouvera par les deux analogies ci-deſſus que l'erreur ſur l'angle horaire eſt moindre que 9 fois celle ſur la déclinaiſon; donc quand on feroit une erreur d'une minute ſur la déclinaiſon, il n'en réſulteroit pas 9′ d'erreur ſur l'angle horaire; c'eſt-à-dire, environ une demi-minute de temps ſur

l'heure du lever ou du coucher. Or en calculant cette heure comme nous l'avons prescrit (191), il s'en faut de beaucoup qu'on puisse faire une erreur d'une minute sur la déclinaison, puisque vers le solstice la variation en déclinaison n'est que d'une demi-minute en 24 heures; & ne seroit par conséquent guères que d'un cinquantième de minute en une heure; donc pour toute latitude depuis l'équateur jusqu'à environ un degré du parallèle où le Soleil ne se couche plus, on peut en toute sûreté, calculer l'heure du lever ou du coucher, comme nous l'avons prescrit (191).

Lorsque le Soleil est fort près de l'équateur, son changement en déclinaison, est alors le plus grand qu'il est possible; il est d'environ 1′ par heure. Mais on peut voir facilement, par la seconde analogie ci-dessus, qu'alors l'angle ABC est égal au complément de la latitude. Et comme *sin.* BC est alors égal au rayon, on a $dBC : -dACB :: tang.\ AC : R$, qui fait voir que tant que la latitude sera au-dessous de 45°, l'erreur sur l'angle horaire sera plus petite que l'erreur en déclinaison; elle deviendra au contraire plus grande que cette dernière, à mesure que la latitude approchera de 90°; mais à 85°, elle ne seroit encore qu'environ $11\frac{1}{2}$ fois aussi forte que l'erreur en déclinaison. Donc quand même on supposeroit qu'on emploie une déclinaison qui convient à une heure de distance du lever ou du coucher, il n'en résulteroit jamais une minute de temps sur l'heure du coucher; encore faudroit-il être par le parallèle de 85°; mais en-deçà elle sera toujours beaucoup au-dessous.

305. Tout ce que nous venons de dire a également lieu pour le lever ou le coucher réel, & pour le lever ou le coucher apparent; parce que l'angle ABC ne varie pas sensiblement (si ce n'est dans les cas extrêmes mentionnés ci-dessus) lorsque l'arc AB, au lieu d'être de 90°, est de 90° plus quelques minutes.

306. II. *Trouver combien un petit changement connu, en latitude, produit de variation dans l'heure du lever ou du coucher d'un astre.*

Soit C le pôle (*fig.* 60), B le zénith, & par conséquent CB le complément de la latitude; CA la distance de l'astre au pôle, & BA le vertical qui est ici de 90°. Les deux côtés CA & AB sont supposés constans, & il s'agit de trouver le rapport de la variation de BC, à celle de l'angle ACB.

Or par le quatrième cas de la question IIIe., on a $dBC : -dACB :: \sin. BC \times \tang. ABC : R$; ce qui fait voir d'abord que l'angle horaire augmente lorsque la latitude augmente, parce que celle-ci augmentant, BC diminue, ce qui exige qu'en prenant dBC pour la variation de la latitude, à laquelle dBC est égale, en effet, on lui donne le signe $-$; c'est-à-dire, le même signe qu'à $dACB$, du moins tant que l'angle ABC est plus petit que $90°$.

Comme l'arc AB, est supposé de $90°$, on trouvera par les règles ordinaires de la Trigonométrie sphérique, que $\sin. BC : \cos. AC :: R : \cos. ABC$; d'où il sera facile, connoissant la latitude & la déclinaison, de déterminer l'angle ABC; alors, par la première analogie, on aura facilement la variation de l'angle horaire.

307. Comme le cosinus d'un arc plus grand ou plus petit que $90°$, est toujours moindre que le rayon, la seconde analogie fait voir que pour que l'astre ait un lever ou un coucher, la latitude doit être plus petite que la distance de l'astre au pôle. Lorsque la latitude, quoique plus petite que la distance de l'astre au pôle, diffère très-peu de celle-ci, l'angle ABC est fort petit, ainsi qu'on peut le voir à l'inspection de la seconde analogie. Alors, par la première, on voit qu'un très-petit changement dans la latitude peut en produire un très-grand sur l'heure du lever ou du coucher. Dans ce cas, l'usage de cette analogie pour trouver la variation du lever ou du coucher, seroit insuffisant, parce que cette analogie est fondée sur la supposition que chaque variation soit très-petite à l'égard du rayon.

Au contraire, plus la latitude sera au-dessous de la distance de l'astre au pôle, plus l'angle ABC augmentera, & par conséquent moins le changement en latitude produira de variation dans le lever ou le coucher.

308. Ces conclusions sont également vraies pour le lever ou le coucher apparent, parce que l'arc AB ne différant (192) que de $37'$, d'un cas à l'autre, l'angle ABC ne varie que d'une quantité qui ne peut influer sensiblement sur le rapport de dBC à $dACB$ que lorsque cet angle BAC est très-petit; c'est-à-dire, lorsque la latitude diffère peu de la distance de l'astre au pôle.

309. Il paroîtroit donc que l'on pourroit faire usage de cette question pour trouver le changement en latitude par l'observation du lever ou du coucher d'un astre, en suppo-

ſant d'ailleurs que l'on ait l'heure à l'aide d'une montre réglée peu de temps auparavant. En effet, on pourroit calculer l'heure du lever ou du coucher apparent pour la latitude déduite de l'eſtime, & en obſervant le lever ou le coucher apparent, ayant d'ailleurs égard au chemin fait en longitude depuis que la montre a été réglée, la comparaiſon de l'heure calculée à l'heure obſervée & réduite, feroit connoître *dACB*. Calculant donc par la ſeconde analogie, l'angle *ABC* qui convient à la latitude eſtimée, & ayant la déclinaiſon, on connoîtroit, dans la première analogie tout, excepté *dBC*, qui ſeroit donc facile à conclure de cette analogie. Mais outre que l'erreur d'une ſeconde ſur le temps, en produit une de 15 ſecondes de degré ſur *dACB*, il faut remarquer, que l'erreur ſur *dACB* influe d'autant plus ſur *dBC* ou ſur le changement en latitude, que l'angle *ABC* eſt plus grand; la méthode ne pourroit donc guères être employée que lorſque l'azimuth *ABC* ſeroit petit; mais dans ce cas l'analogie dont on fait uſage, n'eſt pas ſuffiſamment exacte pour le lever ou le coucher apparent, ainſi que nous venons de l'obſerver ci-deſſus.

310. III. *Trouver le temps qu'un aſtre emploie à varier d'une petite quantité en hauteur, vers l'horizon.*

Soit *A* le pôle (*fig.* 60); *C* le zénith; *CB* le vertical, & *AB* le cercle de déclinaiſon. L'aſtre étant ſuppoſé ne pas changer ſenſiblement de déclinaiſon pendant l'intervalle de temps cherché, les deux côtés *AC*, *AB* ſeront conſtans: il s'agit de trouver le rapport de *dBC* à *dBAC* lorſque *BC* eſt de 90° ou fort approchant.

Or par le troiſième cas de la queſtion IIIe., on trouve $dBC : dBAC :: \sin. AB \times \sin. ABC : R^2$.

Et comme *BC* eſt ſuppoſé de 90°, les règles de la Trigonométrie ſphérique donnent $\sin. AB : \cos. AC :: R : \cos. ABC$.

Ainſi connoiſſant la latitude & la déclinaiſon, on aura l'angle *ABC*, par la ſeconde analogie; & la première donnera alors le rapport de *dBC* à *dBAC*.

311. La ſeconde analogie fait voir que pour qu'on puiſſe ſuppoſer l'aſtre à l'horizon, il faut que la latitude ſoit plus petite que la diſtance de l'aſtre au pôle. Et que ſi cette latitude, quoique plus petite que la diſtance de l'aſtre au pôle, en diffère fort peu, l'angle *ABC* ſera fort petit; d'où & de la première analogie, on conclut qu'une très-petite va-

riation en hauteur, en produit une très-grande dans l'angle horaire, lorſque la latitude diffère peu de la diſtance de l'aſtre au pôle.

Au contraire ſi la latitude étoit fort petite à l'égard de la diſtance de l'aſtre au pôle, l'angle *ABC* approcheroit beaucoup de 90°, & la première analogie fait voir qu'alors la variation dans l'angle horaire produit le plus grand effet dans la hauteur; mais la variation de la hauteur eſt toujours moindre que celle de l'angle horaire.

312. Les deux analogies ci-deſſus ſuppoſent, à la rigueur, que l'aſtre eſt à l'horizon; elles auroient cependant encore lieu s'il en étoit fort près; à l'exception ſeulement du cas où la latitude différeroit peu de la diſtance de l'aſtre au pôle, parce que l'angle *ABC* étant alors fort petit, peut changer ſenſiblement par la variation du côté *CB* qui a été ſuppoſé de 90°.

313. La première analogie préſente un moyen de déterminer la latitude par l'obſervation du temps que le Soleil emploie à s'élever ou à s'abaiſſer de tout ſon diſque à l'égard de l'horizon. En effet, ce temps fait connoître *dBAC*; & comme l'on connoît *dBC* qui eſt le diamètre du Soleil, connoiſſant d'ailleurs la diſtance *AB* de l'aſtre au pôle, cette analogie fera connoître l'angle *ABC*; alors la ſeconde analogie donnera facilement *BC* complément de la latitude.

Mais d'après les obſervations ci-deſſus, on voit que cette méthode ne doit point être employée lorſque la latitude diffère peu de la diſtance de l'aſtre au pôle; car le bord du Soleil n'étant point véritablement à l'horizon lorſqu'on l'y obſerve, l'arc *CB* n'eſt pas de 90°; & quoiqu'il en diffère peu, cette différence influe ſenſiblement ſur l'angle horaire dans cette circonſtance.

D'ailleurs, il ne faut pas perdre de vue qu'une ſeconde d'incertitude ſur le temps, en produit une de 15″ de degré ſur l'angle horaire; ainſi l'obſervation du contact de chaque bord avec l'horizon, exige la plus ſcrupuleuſe exactitude. On ne doit donc employer cette méthode que lorſqu'on ne pourroit avoir recours à d'autres moyens.

314. La même queſtion que nous venons de traiter (310) ſert auſſi à déterminer la différence de temps, entre le lever ou le coucher réel, & le lever ou le coucher apparent, en prenant pour variation en hauteur la réfraction plus l'inclinaiſon de l'horizon due à la hauteur de l'œil.

315. IV. *Trouver l'erreur que peut produire sur la latitude, celle que l'on commettroit sur la hauteur d'un astre.*

Puisque dès que l'on connoît trois choses dans le triangle sphérique *ZPS* (*fig.* 61) on peut en conclure les trois autres; supposons donc que l'on en ait déterminé trois, dont deux soient exactement déterminées; & que la troisième qui est la distance *ZS* au zénith ou le complément de la hauteur, soit susceptible d'une erreur connue; il s'agit de savoir ce que cette erreur peut produire sur la latitude.

Supposons, par exemple, qu'avec la hauteur, on emploie l'angle horaire *ZPS*, & la distance *SP* de l'astre au pôle.

Puisqu'on ne suppose aucune erreur dans ces deux dernières, la question se réduit donc à trouver le rapport de *dZS* à *dZP* dans le triangle *ZPS* dont le côté *SP* & l'angle *ZPS* sont supposés constans.

Supposant donc ce triangle représenté par le triangle *ABC* (*fig.* 58) dont *AB* représente *PS*, *A* représente *P*, & *B* représente *S*, il s'agit de trouver le rapport de *dBC* à *dAC*. Or par le premier cas de la question IIe. (298) on a $dBC : dAC :: cos.\ ACB : R$; c'est-à-dire, (*fig.* 61) $dZS : dZP :: cos.\ PZS : R$; d'où l'on conclut que l'erreur sur la latitude est toujours plus grande que l'erreur sur la distance au zénith ou sur la hauteur; qu'elle est la plus petite dans le méridien où elle est précisément égale à l'erreur sur la hauteur, & qu'elle croît à mesure que l'azimuth approche de 90°: en sorte que la plus petite erreur sur la hauteur, vers le premier vertical, donneroit une très-grande erreur sur la latitude.

On voit par là la nécessité de ne pas employer les hauteurs prises hors du méridien.

Au contraire, l'erreur commise sur la latitude, en produit toujours une moindre qu'elle, sur la hauteur de l'astre, & d'autant moindre que l'astre est plus près du premier vertical, où elle n'a plus aucun effet sur la hauteur.

316. V. *Trouver l'erreur que peut produire sur la latitude, l'erreur commise sur le temps auquel on prendroit la hauteur de l'astre.*

Si c'est le Soleil qu'on observe, l'heure donne l'angle horaire *ZPS* (*fig.* 61). Si c'est une étoile, l'heure donne la distance du Soleil au méridien; & la différence d'ascension droite du Soleil & de l'étoile, donne la distance de l'étoile

au Soleil en ascension droite, d'où il est facile de conclure l'angle horaire ZPS de l'étoile.

Supposant donc qu'on a mesuré bien exactement la hauteur; avec la distance ZS au zénith, la distance PS de l'astre au pôle, & l'angle horaire ZPS, il est facile de calculer le complément ZP de la latitude; mais si l'on s'est trompé sur l'angle horaire, alors pour trouver l'erreur qui peut en résulter sur la latitude, il faut chercher le rapport de $dZPS$ à dZP, ou le rapport de dBC à $dACB$ (*fig.* 60) dans le triangle ACB dont C représente P, CA représente PS, AB représente SZ. Or par le quatrième cas de la Question IIIe., on a $dBC : -dACB :: \sin. BC \times \tang. ABC : R$; c'est-à-dire, (*fig.* 61) $dPZ : -dZPS :: \sin. PZ \times \tang. PZS : R^2$.

317. D'où l'on voit que l'erreur sur la latitude est plus petite que l'erreur sur l'angle horaire (toutes choses d'ailleurs égales) tant que l'azimuth est au-dessous de 45°. Que lorsque l'azimuth surpasse 45°, l'erreur sur l'angle horaire influe de plus en plus sur la latitude, ensorte que l'erreur sur cette dernière peut surpasser de beaucoup l'erreur sur l'angle horaire, & d'autant plus que l'azimuth approche plus de 90°; & comme l'erreur sur le temps en produit une sur l'angle horaire, qui, numériquement, est 15 fois plus grande, il s'ensuit qu'on ne doit avoir recours à l'angle horaire pour déterminer la latitude, que lorsqu'on ne peut faire autrement, & s'en abstenir sur-tout lorsque l'azimuth approche de 90°.

318. Au contraire, l'erreur sur la latitude produit sur l'angle horaire une erreur qui (toutes choses d'ailleurs égales) est d'autant plus petite que l'azimuth approche plus de 90°. Ainsi *la circonstance la plus favorable pour déterminer l'heure, est d'observer la hauteur de l'astre lorsqu'il passe dans le premier vertical, ou lorsqu'il en est très-près.*

Car alors l'erreur que l'on peut avoir commis sur la latitude, n'influe point, ou que très-peu, sur l'angle horaire. C'est d'ailleurs (257) la circonstance la plus favorable pour observer la hauteur de l'astre exactement, & celle où l'erreur sur cette hauteur influe le moins sur l'angle horaire.

Réflexions sur l'Octant, & sur la correction qu'on doit faire aux Arcs observés avec cet instrument.

319. Nous venons de voir (315) que la méthode la plus sûre pour déterminer la latitude, est l'observation de la hauteur méridienne des astres. Et (318) que la circonstance la plus favorable pour déterminer exactement l'heure, est le passage de l'astre par le premier vertical. La détermination de l'heure dépend donc doublement de l'exactitude avec laquelle on peut mesurer les hauteurs avec l'octant, puisqu'elle dépend de la latitude, & de la hauteur de l'astre. Il est donc à propos d'examiner ici jusqu'à quel point on peut compter sur les hauteurs prises avec l'octant.

Le rayon de cet instrument ne passant point ordinairement 18 pouces; & l'arc d'une minute dans un cercle de 18 pouces de rayon, n'ayant pas plus d'un 16e. de ligne d'étendue; il s'ensuit que sur l'octant où les minutes sont représentées par des demi-minutes, l'arc qui peut servir à mesurer une minute, n'occupe qu'un 32e. de ligne. Cette quantité est trop petite pour être saisie à la vue simple, si le *nonius* que porte l'alidade n'aidoit pas à la distinguer. A l'extrémité de l'alidade, est un arc faisant corps avec elle, & dont l'étendue comprend ordinairement $3^{\circ}\ \frac{1}{7}$ ou 210′ de part & d'autre de la ligne de foi. Ces 210′ sont partagées en 10 parties qui sont par conséquent de 21′ chacune; mais sur le limbe, l'étendue du degré est partagée en trois parties qui sont par conséquent de 20′ chacune; d'où il suit que chaque partie du nonius excède chaque partie du limbe de 1′. Or en plaçant la ligne de foi de l'alidade, sur une des divisions du limbe, on voit facilement la différence de la seconde division de l'alidade, à la seconde division du limbe; on peut donc à la vérité s'assurer des divisions du limbe à moins d'une minute près. Mais cette différence est si petite, qu'on ne peut sans témérité répondre d'en distinguer la moitié à la vue; ainsi on ne peut pas garantir une demi-minute d'erreur dans quelqu'une des divisions de l'instrument.

Cette demi-minute n'occupant qu'un 64e. de ligne, il est clair qu'on ne peut pas en répondre non plus dans l'estimation de la coincidence d'une division de l'alidade, avec une

division du limbe. Or chaque observation suppose deux fois cette estimation ; une fois pour l'observation même, & une autre fois pour la vérification du parallélisme des miroirs de l'instrument ; voilà donc une erreur d'une minute & demie que l'on ne peut garantir, qui à la vérité pourra souvent être moindre, par des compensations ; mais en un mot on ne peut en répondre.

Si on ajoute à cela, ce que le mouvement du vaisseau peut apporter d'incertitude dans le concours des deux images qu'on réunit, soit en vérifiant le parallélisme des miroirs, soit dans l'observation même, incertitude que l'on ne peut guère estimer au-dessous d'une demi-minute dans chaque cas, il en résultera encore une minute au moins ; & l'on n'aura pas de peine à en convenir, si on fait attention combien un arc d'une demi-minute dans le ciel paroît petit.

320. D'après ces observations, il paroît donc qu'on ne peut pas assurer qu'il n'y ait des cas où, sans mal-adresse, & avec toute l'habitude possible, on ne peut pas répondre d'un arc mesuré avec l'octant, à moins de deux minutes & demie près.

Tout cela suppose encore que l'instrument soit aussi parfaitement exécuté qu'il est possible. Mais n'est-il pas encore d'autres sources d'erreurs qui soient inévitables, & qui cependant peuvent avoir un effet sensible sur les arcs mesurés ? Le défaut de parallélisme dans les deux faces opposées de chaque miroir, ne peut-il pas produire une erreur qui mérite attention ? C'est ce qu'il est bon d'examiner.

321. Chacune des deux surfaces d'un miroir de glace donne une image de l'objet. Celle qui est du côté de l'objet, en donne une très-foible, mais celle qui est étamée donne l'image la plus vive ; celle que nous remarquons ordinairement. Or celle-ci est formée, non par une simple réflexion, mais par une réflexion à cette seconde surface, précédée & suivie d'une réfraction à l'entrée & à la sortie de la première. Nonobstant ces deux réfractions, les angles que le rayon feroit avec la première surface, en entrant & en sortant seroient égaux, si les deux surfaces étoient exactement parallèles. Mais si elles ne le sont pas ; si petite qu'on suppose cette inclinaison, il peut en résulter dans les observations une erreur plus grande que cette inclinaison. Par exemple, si cette inclinaison est d'une minute seulement, il peut en ré-

ſulter pluſieurs minutes d'erreur ſur l'arc meſuré. Or comment peut-on répondre que la différence d'épaiſſeur d'un côté à l'autre du miroir, ne ſoit pas de la trois centième partie d'une ligne ? C'eſt cependant toute la différence néceſſaire pour produire une minute d'erreur dans la poſition des faces d'un miroir d'environ 1 pouce de largeur.

Examinons donc comment on peut déterminer l'erreur que peut produire le défaut de parallélisme des faces de chacun de deux miroirs de l'octant.

322. Soit ABC (*fig.* 62) un priſme de verre dont la face BC ſoit étamée. Le rayon Se qui pénètre dans le verre ſouffre en e une déviation qui l'approche de la perpendiculaire en lui faiſant ſuivre la ligne eg au lieu de Seh, de manière que le ſinus de feh, eſt au ſinus de feg, comme 3 eſt à 2. Au point g où le rayon réfracté eg rencontre la ſurface étamée BC, ce rayon ſe réfléchit en faiſant l'angle hgB égal à l'angle egC, & rencontre de nouveau la ſurface BA en k. Là, au lieu de continuer ſa route ſuivant kl, il s'en écarte ſuivant kM, de manière que kn étant perpendiculaire à BA, le ſinus de nkl ou de ghi eſt au ſinus de nkM, comme 2 eſt à 3.

Cela poſé, on a donc $\sin. Mhn = \frac{3}{2} \sin. lkn = \frac{3}{2} \sin. ikg = -\frac{3}{2} \cos. Bkg$, parce que l'angle Bkg a pour complément ikg; mais comme il eſt obtus, ſon coſinus eſt négatif. Or $Bkg = 180° - B - Bgk = 180° - B - egC$; & $egC = B + Beg = B + 90° - gef$; donc $Bkg = 90° - 2B + gef$; donc $\cos. Bkg = \cos. (90° - 2B + gef) = -$ (*) $(\sin. gef - 2B) = \sin. 2B \cos. gef - \sin. gef \cos. 2B$ (*Géom.* 284); mais l'angle B étant fort petit, $\sin. 2B = 2B$, & $\cos. 2B = 1$; en ſuppoſant le rayon $= 1$; donc $\cos. Bkg = 2B \cos. gef - \sin. gef$. Or $\sin. gef = \frac{2}{3} \sin. hef = \frac{2}{3} \sin. Ser$; & par conſéquent $\cos. gef = \sqrt{(1 - \frac{4}{9} \sin.^2 Ser)}$; donc $\cos. Bkg = -\frac{2}{3} \sin. Ser + 2B\sqrt{(1 - \frac{4}{9} \sin.^2 Ser)}$; donc $\sin. Mkn = (-\frac{3}{2} \cos. Bkg) = \sin. Ser - 3B\sqrt{(1 - \frac{4}{9} \sin.^2 Ser)}$. Par conſéquent $\sin. Ser - \sin. Mkn = 3B\sqrt{(1 - \frac{4}{9} \sin.^2 Ser)}$. Or puiſque la différence des ſinus de ces deux angles, & par conſéquent celle de ces angles même, eſt petite, il ſuit de ce qui a été dit (294), que ſi on nomme D cette dernière différence, on aura $1 : \cos. Ser :: D : 3B\sqrt{(1 - \frac{4}{9} \sin.^2 Ser)}$; donc

(*) Parce que l'angle Bkg eſt obtus.

$D = \frac{3B}{\text{cos. } Ser} \sqrt{(1 - \frac{4}{9} \text{sin.}^2 Ser)}$, ou $D = \frac{3B}{\text{sin. } a} \sqrt{(1 - \frac{4}{9}}$ *cos.* a), en nommant a l'angle d'incidence SeA complément de Ser.

323. Cette valeur de D suppose tacitement que le rayon incident Se, & le rayon émergent kM soient dans un même plan; ce qui n'est pas vrai à la rigueur, si ce n'est dans un seul cas. Car Se & eg doivent être dans un même plan perpendiculaire à la surface représentée par AB; eg & gk doivent être dans un même plan perpendiculaire à la surface représentée par BC; & gk & kM doivent être dans un même plan perpendiculaire à la surface représentée par AB; or delà il suit que kM ne peut être dans un même plan avec Se qu'autant que le plan passant par Se perpendiculairement à la surface représentée par AB, sera en même temps perpendiculaire à la surface représentée par BC. Mais comme l'angle AbC est supposé très-petit, il s'en faut infiniment peu que Se & kM ne soient dans un même plan; & la valeur que l'on vient de trouver pour l'angle Mkn ne diffère de sa valeur rigoureuse, que d'une quantité infiniment plus petite que l'inclinaison ABC. Quant à l'angle ABC, il n'est l'inclinaison des deux faces du prisme que dans le cas où le plan SeA est perpendiculaire à ces deux faces; c'est l'angle que forment entre elles les sections des deux faces du prisme coupées par le plan conduit par Se perpendiculairement à la face AB; mais il n'importe nullement pour notre objet qu'il soit ou ne soit point l'inclinaison des deux surfaces.

324. Cela posé, concevons, que Sa (*fig.* 63) soit un rayon parti d'un astre S & tombant au point a sur le grand miroir EF de l'octant; qu'après avoir subi deux réfractions & une réflexion à ce miroir, il arrive suivant aB au petit miroir HG, d'où après deux réfractions & une réflexion, il arrive suivant BO à l'œil O. Pour trouver l'erreur que ces réfractions peuvent occasionner dans la mesure de la hauteur de l'astre, j'imagine que le rayon BO retourne sur lui-même suivant $OBaS$, & je conçois par le point a une droite aM parallèle à BO. La hauteur vraie de l'astre (abstraction faite de l'inclinaison de l'horizon, due à la hauteur de l'œil, dont il est toujours aisé de tenir compte) sera MaS ou $MaE - SaE$, ou $M'AE - SaE$, en imaginant

AM' parallèle à aM; c'eſt-à-dire, en appellant h la hauteur; $h = M'AE - SaE$.

Mais $M'AE = 180° - M'AF = 180° - M'AB - BAF$; or à cauſe des parallèles, on a $M'AB = ABO$; d'ailleurs en imaginant que ef ſoit la poſition du grand miroir lorſque la ligne de foi de l'alidade AR tombe ſur le premier point C de la graduation, on a $BAF = BAf - FAf = BAF - CAR$; donc $M'AE = 180° - ABO - BAf + CAR$; donc $h = 180° - ABO - BAf + CAR - SaE$. Voyons donc quelle eſt la valeur de SaE.

Selon ce que nous avons vu ci-deſſus, le rayon incident OB devenant Ba par les réfractions & la réflexion en B, l'angle ABH (égal à OBG par la conſtruction de l'inſtrument) augmente de la quantité ABa que nous avons nommée D. Or l'angle BaF qui eſt actuellement l'angle d'incidence ſur le miroir EF, eſt $= BAF + ABa = BAf - CAR + D$. Soit D' la quantité dont l'angle SaE ſera plus grand que l'angle d'incidence BaF, quantité qui ſe déduit de la valeur de BaF, comme D ſe déduit de OBG. Nous aurons $SaE = BaF + D' = BAf - CAR + D + D'$; donc $h = 180° - ABO - 2BAf + 2CAR - D - D'$.

Suppoſons que les ſurfaces étamées des deux miroirs ne ſe trouvent pas exactement parallèles lorſque la ligne de foi de l'alidade tombe ſur le premier point de la graduation; & qu'elles faſſent entre elles un petit angle p; alors BAf qui, ſi ces ſurfaces étoient alors parallèles ſeroit $= ABH = OBG$, ſera $= OBG + p$ (ou $OBG - p$, ſelon le ſens de cette inclinaiſon, lequel ſe détermine par l'expérience, comme on le verra plus bas). On aura donc $2BAf = 2OBG + 2p = OBG + ABH + 2p$; donc $ABO + 2BAf = OBG + ABO + ABH + 2p = 180° + 2p$; donc $h = -2p + 2CAR - D - D'$; donc $h - 2CAR = -2p - D - D'$.

325. Suppoſons que l'on obſerve le terme de l'horizon, c'eſt-à-dire, que $h = 0$; nous aurons $2CAR = 2p + D + D'$. On voit donc que la quantité $2CAR$, ou la quantité marquée ſur le limbe entre la ligne de foi de l'alidade, & le premier point de la graduation, lors de la vérification (220) à l'horizon, ne marque le défaut de parallélifme des deux ſurfaces étamées qu'autant qu'il eſt bien décidé que les deux faces de chaque miroir ſont exactement parallèles entre elles, car il n'y a que lorſque leur inclinaiſon eſt nulle, que les quantités D & D' ſont nulles.

326. Voyons maintenant quelles ſont les valeurs de D & D' ſelon les différentes hauteurs de l'aſtre ſur l'horizon.

Soit a l'angle OBG qui eſt connu, ou qui peut être déterminé par des meſures priſes ſur l'inſtrument même. On aura, d'après ce qui a été dit ci-deſſus (322), $D = \frac{3B}{\text{ſin. } a} \sqrt{(1 - \frac{4}{9} \text{coſ.}^2 a)}$, B étant l'angle que forment entre les deux interſections des deux faces du miroir HG, par le plan du rayon OB parallèle au plan de l'octant.

Nous venons (324) de trouver $BaF = BAf - CAR + D$, où (en mettant pour BAf ſa valeur trouvée ci-deſſus) (324) $BaF = OBG - CAR + p + D$; donc ſi on appelle a' l'angle CAR ou la moitié du nombre des degrés que l'on trouve marqués de C en R ſur le limbe lorſqu'on obſerve une hauteur, on aura $BaF = a - a' + p + D$; il faut donc ſubſtituer cette quantité au lieu de a dans la valeur de D, pour avoir celle de D'. Mais comme la quantité $p + D$ eſt ſuppoſée très-petite à l'égard des angles a & a', & à l'égard de leur différence $a - a'$, il ſuffit de ſubſtituer $a - a'$ au lieu de a, & nous aurons $D = \frac{3B'}{\text{ſin. } (a-a')} \sqrt{[1 - \frac{4}{9} \text{coſ.}^2 (a-a')]}$; en appellant B', pour le grand miroir, ce que nous avons appelé B pour le petit. Donc la correction $h - 2CAR$ ou dh, à faire à une hauteur quelconque eſtimée par les graduations de l'inſtrument, eſt $dh = -2p - \frac{3B}{\text{ſin. } a} \sqrt{(1 - \frac{4}{9} \text{coſ.}^2 a)} - \frac{3B'}{\text{ſin. } (a-a')} \sqrt{[1 - \frac{4}{9} \text{coſ.}^2 (a-a')]}$.

327. Il ſemble d'abord que pour être en état de trouver la correction qu'on doit appliquer à chaque hauteur, il faille préalablement déterminer les valeurs des trois quantités p, B, & B'. Mais ſi on fait attention que les quantités $2p$ & $\frac{3B}{\text{ſin. } a} \sqrt{(1 - \frac{4}{9} \text{coſ.}^2 a)}$ reſtent les mêmes quel que ſoit a', on voit qu'il s'agit moins de connoître les valeurs particulières de ces deux quantités, que la valeur de leur ſomme qui ſera une correction conſtante; ainſi ſi on repréſente cette ſomme par p', on aura plus ſimplement $dh = -p' - \frac{3B'}{\text{ſin. } (a-a')} \times \sqrt{[1 - \frac{4}{9} \text{coſ.}^2 (a-a')]}$, p' étant une quantité

qui, ainsi que B', doit être déterminée par expérience, & qu'on pourra déterminer de la manière suivante.

328. Supposons un octant dans lequel la perpendiculaire AT (*fig.* 63) abaissée du centre A du grand miroir sur la ligne BO, ne soit pas de plus de 3 pouces (elle est beaucoup moindre ordinairement). 1°. On se placera à un point C (*fig.* 64) d'où l'on puisse voir à travers la partie non étamée du petit miroir, un objet B qui ne soit pas éloigné de moins de 300 toises; & l'on fera, ensuite, concourir avec cet objet, son image vue sur la partie étamée du même miroir. Cette observation donnera, entre la ligne de foi de l'alidade & la première graduation du limbe, une petite quantité quelconque qui sera l'erreur de l'instrument pour le cas où l'objet & le terme de comparaison sont les mêmes. Représentant donc cette quantité par dh' (*) on aura $dh' = -p' - \frac{3B'}{\text{sin. } a} \sqrt{(1 - \frac{4}{9} \cos.^2 a)}$, en négligeant a' qui étant alors la moitié de dh' est censé nul par rapport à a; parce que, quoique nous supposions qu'on ignore si les deux faces étamées sont parallèles ou non, nous supposons aussi qu'elles ne diffèrent pas beaucoup du parallélisme, ou que si elles en différoient beaucoup, on les y a ramenées à peu près, par le moyen ordinaire.

2°. On fera (soit avec un instrument suffisamment exact, soit par les moyens que fournissent la géométrie & la trigonométrie) un angle BCA d'une grandeur connue : le plus approchant de 135° sera le meilleur; ainsi on le fera de 90° par exemple, puisque c'est le plus grand angle que l'on mesure communément avec l'octant; & l'on prendra sur son côté CA un point A tel que CA soit égal à CB au moins. Visant à l'objet B à travers la partie non étamée du petit miroir, on fera ensuite concourir l'image de A vue sur la partie étamée, avec l'objet B vu directement, & comparant la mesure que l'instrument donnera pour l'angle ACB avec celle qu'on a donnée à ce même angle, si on représente par dh'' la différence de ces deux angles, on aura $dh'' = -p' - \frac{3B'}{\text{sin. } (a-a')} \sqrt{[1 - \frac{4}{9} \cos.^2 (a-a')]}$.

(*) Nous supposons ici que l'alidade tombe alors entre C & D; si elle tomboit au-delà de C par rapport à D, on mettroit $-dh'$ au lieu de dh'. On doit faire la même observation pour ce qui suit.

Alors comme les angles a & a' ſont connus, on connoîtra tout dans ces deux équations, excepté p' & B' qu'il ſera donc facile de déterminer, tant pour leur valeur que pour le ſigne qu'ils doivent avoir.

329. Comme la valeur de B' n'eſt point ſujette à changer; lorſqu'une fois elle aura été déterminée, on s'en tiendra à cette valeur pour toutes les obſervations faites avec le même octant. Mais comme les quantités dh' & dh'' qui ſervent à déterminer B', ſont fort petites, & que quelque ſoin qu'on apporte dans les deux obſervations par leſquelles on les déterminera, on ne peut pas répondre de ne pas commettre quelque erreur, il ſera bon de répéter pluſieurs fois ces obſervations, & de ne prendre pour dh' & dh'', que la valeur moyenne entre celles que ces obſervations auront données pour chacune de ces quantités.

330. Il faut cependant obſerver que ſi les deux faces du grand miroir, non-ſeulement n'étoient pas parallèles; mais ſi elles n'étoient pas exactement planes, la valeur de B varieroit pour chaque angle. Ainſi il ſera à propos de déterminer, pour B, une valeur moyenne entre celles qui réſulteront de l'expérience ci-deſſus appliquée à différens angles.

331. A l'égard de p', comme il peut varier par la poſition reſpective des deux miroirs, qui peut varier elle-même par quelque dérangement dans l'inſtrument, il ſera toujours ſage de le vérifier à chaque obſervation; & cette vérification eſt abſolument la même que celle que l'on a coutume de faire pour le parallélifme des deux miroirs. Cette vérification donnera, non pas p' mais la valeur de $-p'-\frac{3B'}{\text{ſin. } a}\sqrt{(1-\frac{4}{9}\text{coſ.}^2 a)}$; d'où il ſera facile de déduire p', puiſque B' & a étant connus, il eſt très-aiſé de calculer la valeur de $\frac{3B'}{\text{ſin. } a}\sqrt{(1-\frac{4}{9}\text{coſ.}^2 a)}$.

Au reſte, il n'eſt pas même néceſſaire de conclure la valeur de p'; car comme dh a, en général, pour valeur $-p'-\frac{3B'}{\text{ſin. } (a-a')}\sqrt{[1-\frac{4}{9}\text{coſ.}^2 (a-a')]}$, & qu'à l'horizon on a $dh'=-p'-\frac{3B'}{\text{ſin. } a}\sqrt{(1-\frac{4}{9}\text{coſ.}^2 a)}$; on aura

$dh - dh' = -\frac{3B'}{\text{sin.}\ (a-a')} \sqrt{[1 - \frac{4}{9} cos.^2 (a-a')]} + \frac{3B'}{\text{sin.}\ a} \sqrt{(1 - \frac{4}{9} cos.\ a)}$; donc si d'après la valeur connue de B' & de celle de a, on calcule toutes les valeurs successives de $\frac{3B'}{\text{sin.}\ (a-a')} \sqrt{[1 - \frac{4}{9} cos.^2 (a-a')]}$, en substituant pour a' tous les nombres depuis 0° jusqu'à 45° (ce qui répond à toutes les hauteurs au-dessus de l'horizon jusqu'à 90°) la différence entre l'une quelconque de ces valeurs, & la première, sera $dh - dh'$. Or Comme dh' est la correction que fournit la vérification à l'horizon, $dh - dh'$ sera la variation que cette correction doit subir à différens degrés de hauteur. Ce sera donc la correction à faire à chaque hauteur dejà corrigée par la vérification à l'horizon.

Ainsi, supposant qu'on ait observé une hauteur quelconque, & qu'on l'ait corrigée d'après la vérification ordinaire faite à l'horizon, il faudra de plus appliquer à cette hauteur la correction indiquée par la Table suivante ; correction qui doit être retranchée de la hauteur déjà corrigée, si B' est positif, & ajoutée dans le cas contraire. Cette Table suppose que l'angle a, que le petit miroir fait avec la ligne par laquelle on vise à l'horizon, est de 71° 20′, ainsi que nous l'avons trouvé sur quelques octans. On pourroit l'employer sans erreur sensible pour quelques degrés de plus ou de moins. Nous y avons laissé B' indéterminé, afin qu'on puisse plus facilement avoir la correction qui convient pour la valeur que l'expérience aura fait trouver pour B'.

Pour calculer plus facilement cette Table, on fera $\frac{2}{3} cos.(a-a') = cos.\ k$; & l'on aura $\frac{3B' \text{ sin.}\ k}{\text{sin.}\ (a-a')}$ pour la quantité que l'on doit calculer.

TABLE

TABLE de la correction qu'on doit faire aux hauteurs obſervées, lorſqu'elles ont été réduites par la vérification de l'octant à l'horizon.

DEGRÉS DE HAUTEUR.	CORRECTION.
0	0 B'
10	0,06 B'
20	0,15 B'
30	0,26 B'
40	0,40 B'
50	0,59 B'
60	0,84 B'
70	1,18 B'
80	1,65 B'
90	2,33 B'

332. Pour connoître plus particulièrement l'effet de l'inclinaiſon des deux faces de chaque miroir, reprenons la première valeur que nous avons trouvée par dh, ſavoir $dh = -2p - \frac{3B}{\text{ſin. } a}\sqrt{(1 - \frac{4}{9}\cos.^2 a)} - \frac{3B'}{\text{ſin. } (a - a')}\sqrt{[1 - \frac{4}{9}\cos.^2 (a - a')]}$, qui à l'horizon devient $dh' = -2p - \frac{3B}{\text{ſin. } a}\sqrt{(1 - \frac{4}{9}\cos.^2 a)} - \frac{3B'}{\text{ſin. } a}\sqrt{(1 - \frac{4}{9}\cos.^2 a)}$. Subſtituant $71^\circ\ 20'$ pour a, on aura $dh' = -2p - 3{,}09\ B - 3{,}09\ B'$; donc en ne ſuppoſant que $1'$ dans la valeur que donne à B & à B', le défaut de parallélisme des deux faces de chaque miroir, on auroit $6'$, 18 ou $6'\ 11''$ d'erreur, ſi la vérification à l'horizon ne faiſoit connoître que celle qui réſulte du défaut de parallélisme des miroirs entre eux. On trouvera de même, qu'à 90°, il y auroit $8'\ 31''$.

Mais la vérification à l'horizon comprend, non-ſeulement ce qui appartient au défaut de parallélisme des deux ſurfaces étamées, mais encore l'erreur que peut produire à l'horizon le défaut de parallélisme des ſurfaces de chaque miroir, de ſorte qu'il n'y a heureuſement d'autre correction à faire que celle de la Table ci-deſſus pour les différentes poſitions du grand miroir, à chaque obſervation. Mais comme cette correction augmente proportionnellement à la valeur de B', il eſt indiſpenſable de s'aſſurer, par expérience, de la va-

leur de B' pour l'octant dont on fera usage. Ce n'est que par-là qu'on peut savoir si, pour cet octant, on peut négliger l'usage de cette Table.

Examen de l'erreur qu'on peut commettre dans la réduction des routes, en employant le moyen parallèle.

333. Nous supposerons ici que l'on ait connoissance des *Principes de Calcul qui servent d'introduction aux Sciences physico-mathématiques*, & particulièrement de ce qui y a été dit au N°. 127.

Cela posé, soit m la latitude du départ, $m+q$ celle d'arrivée; a le rhumb de vent, z la différence de longitude. On aura donc (*Principes de Calcul, &c.*) $z = \frac{1}{2}$ *tang. a log.* $\frac{1+\text{sin.}(m+q)}{1-\text{sin.}(m+q)} \times \frac{1-\text{sin.}\,m}{1+\text{sin.}\,m}$, ou (faisant les multiplications indiquées, & la division partielle) $z = \frac{1}{2}$ *tang. a log.* $\left(1+\frac{2[\text{sin.}(m+q)-\text{sin.}\,m]}{[1-\text{sin.}(m+q)](1+\text{sin.}\,m)}\right)$.

Or (*Alg.* 419 *& suiv.*) on a *sin.* $(m+q)-$*sin.* $m = 2$*sin.* $\frac{1}{2}q$ *cos.* $(m+\frac{1}{2}q)$; $1-$*sin.* $(m+q)$ ou *sin.* $90^\circ-$*sin.* $(m+q) = 2$*sin.* $(45^\circ-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}q)$ *cos.* $(45^\circ+\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}q)$; & $1+$*sin.* $m = 2$*sin.* $(45^\circ+\frac{1}{2}m)$ *cos.* $(45^\circ-\frac{1}{2}m)$. Mais (*Alg.* 418) *sin.* $(45^\circ-\frac{1}{2}m-\frac{1}{2}q)\times$*sin.* $(45^\circ+\frac{1}{2}m) = \frac{1}{2}$ *cos.* $(m+\frac{1}{2}q)-\frac{1}{2}$ *cos.* $(90^\circ-\frac{1}{2}q) = \frac{1}{2}$ *cos.* $(m+\frac{1}{2}q)-\frac{1}{2}$*sin.* $\frac{1}{2}q$. Pareillement *cos.* $(45^\circ+\frac{1}{2}m+\frac{1}{2}q)$ *cos.* $(45^\circ-\frac{1}{2}m) = \frac{1}{2}$ *cos.* $(90^\circ+\frac{1}{2}q)+\frac{1}{2}$ *cos.* $(m+\frac{1}{2}q) = -\frac{1}{2}$*sin.* $\frac{1}{2}q+\frac{1}{2}$*cos.* $(m+\frac{1}{2}q)$; donc $z = \frac{1}{2}$ *tang. a log.* $\left(1+\frac{4\text{sin.}\,\frac{1}{2}q\ \text{cos.}\,(m+\frac{1}{2}q)}{[\text{cos.}\,(m+\frac{1}{2}q)-\text{sin.}\,\frac{1}{2}q]^2}\right)$.

Rappellons-nous (*Principes de Calcul, &c.*) que *log.* $(1+x) = x-\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{3}x^3+$&c., & ayant fait $x = \frac{4\text{sin.}\,\frac{1}{2}q\ \text{cos.}\,(m+\frac{1}{2}q)}{[\text{cos.}\,(m+\frac{1}{2}q)-\text{sin.}\,\frac{1}{2}q]^2}$, ou plutôt $x =$ à la valeur de cette quantité réduite en série (*Alg.* 160), substituons pour x, cette valeur dans la série qui exprime *log.* $(1+x)$; nous aurons, en négligeant ce qui est au-delà de la troisième puissance de *sin.* $\frac{1}{2}q$, $z =$ *tang. a* $\left(\frac{2\,\text{sin.}\,\frac{1}{2}q}{\text{cos.}\,(m+\frac{1}{2}q)}+\frac{\frac{2}{3}\text{sin.}^3\,\frac{1}{2}q}{\text{cos.}^3\,(m+\frac{1}{2}q)}\right)$.

Or d'après ce qui a été dit (*Principes de Calcul, &c.*), on a $\sin.\frac{1}{2}q = \frac{1}{2}q - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3}q^3$, en négligeant ce qui est au-delà de l'ordre 3; donc $z = \tan.\, a \left(\frac{q}{\cos.(m + \frac{1}{2}q)} + \frac{1}{12}q^3 \times \frac{(1 - \frac{1}{2}\cos.^2)(m + \frac{1}{2}q)}{\cos.^3(m + \frac{1}{2}q)} \right)$.

Mais si on appelle z' la différence de longitude que donne le moyen parallèle, il est facile de voir qu'on a $z' = \tan.\, a \frac{q}{\cos.(m + \frac{1}{2}q)}$; donc l'erreur $z - z' = \tan.\, a\, \frac{1}{12}\, q^3 \left(\frac{1 - \frac{1}{2}\cos.^2(m + \frac{1}{2}q)}{\cos.^3(m + \frac{1}{2}q)} \right)$.

Soit l la longueur de la route. On aura (39) $3l$ pour le nombre de minutes de degrés que vaut cette longueur. Donc puisque la valeur de la minute dans le cercle qui a pour rayon 1, est 0,00029, à très-peu près, on aura $3l \times 0{,}00029$ pour la longueur de la route rapportée à la sphère qui a pour rayon 1. Or q étant l'arc correspondant en latitude, on a $3l \times 0{,}00029 \cos.\, a = q$; donc $z - z' = \frac{27}{12}\, l^3 . \overline{0{,}00029}^3 \sin.\, a \cos.^2 a \left(\frac{1 - \frac{1}{2}\cos.^2(m + \frac{1}{2}q)}{\cos.^3(m + \frac{1}{2}q)} \right)$, & par conséquent $\frac{z - z'}{0{,}00029} = \frac{9}{4}\, l^3 . \overline{0{,}00029}^2 \sin.\, a \cos.^2 a \left(\frac{1 - \frac{1}{2}\cos.^2(m + \frac{1}{2}q)}{\cos.^3(m + \frac{1}{2}q)} \right)$. Or $\frac{z - z'}{0{,}00029}$ exprime le nombre des minutes de l'arc $z - z'$; donc si on représente ce nombre de minutes, par N, on aura $N = \frac{9}{4}\, l^3 . \overline{0{,}00029}^2 \sin.\, a \cos.^2 a \left(\frac{1 - \frac{1}{2}\cos.^2(m + \frac{1}{2}q)}{\cos.^3(m + \frac{1}{2}q)} \right)$.

Soit n le nombre des centaines de lieues de la route, on aura $\frac{l}{100} = n$, ou $l = 100\, n$, & par conséquent $\frac{9}{4}\, l^3 \times \overline{0{,}00029}^2 = 0{,}1892\, n^3$. Faisons de plus, $\sqrt{\frac{1}{2}} \times \cos.(m + \frac{1}{2}q) = \cos.\, k$; & en substituant, nous aurons enfin $N = 0{,}1892\, n^3 \sin.\, a \cos.^2 a \frac{\tan.^2 k}{2\sqrt{2}\cos.\, k}$.

Donnons à *sin. a* la valeur qui rend *sin. a cos.*^{2} *a* le plus grand qu'il est possible ; c'est-à-dire, supposons *sin.* $a = \sqrt{\frac{1}{3}}$; nous aurons $N = 0{,}1892\ n^3 . \frac{2}{3} . \sqrt{\frac{1}{3}} . \frac{\text{tang.}^2\ k}{2\sqrt{2}\ \text{cos.}\ k} = \frac{0{,}0631\ n^3\ \text{tang.}^2\ k}{\text{cos.}\ k . \sqrt{6}} = \frac{0{,}0257\ n^3\ \text{tang.}^2\ k}{\text{cos.}\ k}$.

334. Si on suppose $m + \frac{1}{2} q$ successivement $= 0°$, $= 45°$, $= 60°$, $= 75°$, $= 80°$, on aura pour valeurs correspondantes de N, $N = 0{,}036\ n^3$; $N = 0{,}154\ n^3$; $N = 0{,}509\ n^3$; $N = 4{,}05\ n^3$; $N = 13{,}62\ n^3$. Donc si le moyen parallèle est supposé, successivement, sous l'équateur, à 45°, à 60°, à 75°, à 80° ; & que la longueur de la route n'excède pas 200 lieues ou 2 centaines de lieues ; alors l'erreur en longitude, résultante de l'usage du moyen parallèle, ne peut pas être de plus de 0′, 29 ou 0′ 17″ sous l'équateur ; de 1′, 23 ou 1′ 14″ sous le parallèle de 45° ; de 4′, 08 ou 4′ 5″ sous le parallèle de 60° ; mais elle seroit de 32′ 40 ou 32′ 24″ sous le parallèle de 75°, & de 108′, 96 ou 1° 48′ 58″ sous le parallèle de 80°.

Si la route est moitié plus petite, les erreurs seront huit fois plus petites ; & au contraire elles seront 8 fois, 27 fois, 64 fois plus grandes, si la route est 2 fois, 3 fois, 4 fois plus grande.

335. Réciproquement, on aura $n^3 = \frac{N\ \text{cos.}\ k}{0{,}0257\ \text{tang.}^2\ k} = \frac{38{,}91\ N\ \text{cos.}\ k}{\text{tang.}^2\ k}$. D'où l'on pourra conclure quelle doit être la longueur de la route, pour que l'usage du moyen parallèle ne cause pas dans la longitude, une erreur plus grande qu'une quantité donnée.

Par exemple, si l'on demande quelle peut être la longueur de la route lorsque le moyen parallèle tombe par 0°, 45°, 60°, 75°, 80° de latitude, pour que l'erreur sur la longitude n'excède pas une minute, on fera $N = 1$, $m + \frac{1}{2} q$ successivement $= 0°$, 45°, 60°, 75°, 80° ; & on trouvera $n = 3{,}02$, $n = 1{,}87$, $n\ 1{,}25$, $n = 0{,}62$, $n = 0{,}42$; c'est-à-dire, que pour que l'erreur causée par l'usage du moyen parallèle n'excède pas une minute, il faut que la route n'excède pas 302 lieues sous la ligne, 187 lieues, sous le parallèle de 45° ; 125 lieues, sous celui de 60° ; 62 lieues, sous celui de 75° ; & 42 lieues, sous celui de 80°.

Du rapport qu'ont entre elles l'erreur commise sur la latitude, l'erreur commise sur le rhumb de vent, & celle que chacune de ces deux causes peut produire sur la longitude.

336. Lorsque par l'observation de latitude, & d'après ce qui a été dit (239 *& suiv.*), on a déterminé l'erreur en latitude & l'erreur sur le rhumb de vent, on peut sans chercher l'erreur commise sur la distance, déterminer de la manière suivante la correction qu'on doit faire à la longitude.

Conservant les mêmes dénominations que ci-dessus (333), on a $z = \frac{1}{2}\, tang.\, a\, log. \frac{1 + \sin.(m+q)}{1 - \sin.(m+q)} \times \frac{1 - \sin. m}{1 + \sin. m}$. Si on différencie cette quantité, en regardant m comme constante, z, a & q, comme variables, on aura $dz = \frac{dq\, \text{tang.}\, a}{\cos.(m+q)} + \frac{\frac{1}{2}\, da}{\cos.^2 a}\, log. \frac{1+\sin.(m+q)}{1-\sin.(m+q)} \times \frac{1-\sin. m}{1+\sin. m}$, ou bien (en mettant pour ce dernier logarithme, sa valeur tirée de la première équation) $dz = \frac{dq\, \text{tang.}\, a}{\cos.(m+q)} + \frac{z\, da}{\sin. a \cos. a}$, équation dans laquelle quoique dz, dq & da expriment les longueurs mêmes des arcs qui mesurent les variations en longitude, latitude, &c. on peut cependant mettre au lieu de ces quantités, leurs valeurs en minutes, qui leur sont proportionnelles. Mais comme z est aussi censé exprimé en parties du rayon supposé $= 1$, & qu'il est plus commode de l'avoir exprimé en minutes; si on appelle z' ce nombre de minutes, on aura $z = 0{,}00029\, z'$, en supposant que le rayon R de 100000 parties, est 1. On aura donc $dz = \frac{dq\, \text{tang.}\, a}{\cos.(m+q)} + \frac{0{,}00029\, z'\, da}{\sin. a \cos. a}$, pour la correction de la longitude due à l'erreur dq & à l'erreur da.

La première partie de la valeur de dz, donne la correction en longitude, due à l'erreur en latitude; & la seconde donne celle que produit l'erreur sur le rhumb de vent. L'une & l'autre sont très-faciles à calculer par logarithmes. Mais il faut observer, que comme cette solution

ſuppoſe que la latitude & le rhumb de vent pèchent tous deux par défaut, ſi l'un ou l'autre ou tous les deux pèchoient par excès, on fairoit dq ou da ou tous les deux négatifs.

Prenons pour exemple, le cas que nous avons ſuppoſé dans le premier exemple (248). L'erreur en latitude étoit de 8′ par défaut; & l'erreur ſur le rhumb de vent, étoit de 1° 15′ ou 75′ auſſi par défaut. Le rhumb de vent eſtimé étoit de 56° 15′, la latitude eſtimée, de 25° 57′, & la différence de longitude eſtimée, étoit de 4° 36′ ou 276′. On aura donc comme il ſuit. . . . . .

Log. 8′.	0,90309	Log. 75′.	1,87506
Log. *tang.* 56° 15′	10,17510	Log. 0,00029. . .	6,46240
Compl. Arith. log.		Log. 276.	2,44091
coſ. 25° 57′. . .	0,04615	Compl. Arith. Log.	
Somme.	11,12434	*ſin.* 56° 15′. . .	0,08016
Nombre correſp. .	13′,3	Compl. Arith. Log.	
		coſ. 56° 15′. . .	0,25526
		Somme.	11,11379
		Nombre correſp. .	13′,0

Donc la correction à faire à la différence de longitude, eſt 26′, 3; la même, à moins d'une minute près, que celle que nous avons trouvée dans l'exemple cité.

337. La valeur dz que nous venons de trouver, peut ſervir à réſoudre, par approximation, la queſtion dont nous avons fait mention (113); celle où connoiſſant le lieu de départ, la différence de longitude d'arrivée & de départ, & les lieues de diſtance, on demanderoit la latitude d'arrivée & le rhumb de vent.

En effet, on a $dz = \frac{dq \text{ tang. } a}{\text{coſ. } (m+q)} + \frac{0{,}00029\, z'\, da}{\text{ſin. } a \text{ coſ. } a}$, en ſuppoſant le rayon $=1$. Mais on a auſſi $q = 3l \times 0{,}00029$ *coſ.* a (333); & par conſéquent $dq = -3lda \times 0{,}00029$ *ſin.* a; donc $dz = \frac{dq \text{ tang. } a}{\text{coſ. } (m+q)} - \frac{z'\, dq}{3l \text{ ſin.}^2 a \text{ coſ. } a}$; d'où l'on tire $dq = \frac{3ldz \text{ ſin.}^2 a \text{ coſ. } a \text{ coſ. } (m+q)}{3l \text{ ſin.}^3 a - z' \text{ coſ. } (m+q)}$; d'où connoiſſant à peu près le rhumb de vent & la latitude, on pourra calculer la correction dq qu'on doit faire à cette latitude à peu près connue, en mettant pour a & q leurs valeurs à peu près

connues, pour z' la différence de longitude qui répond aux valeurs à peu près connues de a & de q, & pour dz la différence entre la différence de longitude donnée, & celle qui répond à la différence de latitude & au rhumb de vent à peu près connus.

Par exemple, supposons qu'étant parti de 42° 23′ de latitude nord, & 10° de longitude, on ait fait 864 lieues entre le sud & l'est, & qu'on soit actuellement dans un lieu dont la longitude est de 72° 53′. On estime avoir couru au *S-E* 6° 58′ *E*, & être arrivé par la latitude de 69°; on demande de confirmer ou de rectifier cette estime.

Si la latitude & le rhumb estimés étoient exacts, la différence de longitude seroit de 63° 31′ qui excéde celle qu'on connoît, de 38′; j'ai donc $dz = -38'$, $z' = 3811$, $a = 51° 58'$, & $m+q = 69°$, $3l = 2592$; substituant ces valeurs, on trouve $dq = 136' = 2° 16'$; donc la latitude d'arrivée corrigée, est de 71° 16′.

Pour connoître si cette correction est suffisante, avec cette nouvelle latitude d'arrivée, je calcule le rhumb de vent, & la différence de longitude; je trouve $a = 48° 2'\frac{1}{2}$, $z' = 3763'$. Donc la différence de longitude qui résulte de la correction précédente, est moindre de 10′ que la différence de longitude donnée; on a donc $dz = +10'$; substituant ces valeurs comme ci-dessus, dans celle de dq, on trouve $dq = -22'$. Donc la latitude d'arrivée, corrigée de nouveau, est 70° 54′. Je calcule de nouveau le rhumb & la différence de longitude; & je trouve 48° 38′ pour le rhumb, & 3771′ $\frac{1}{2}$ ou 62° 51′ $\frac{1}{2}$ pour la différence de longitude. Il y a donc encore une minute & demie de moins sur la longitude. Je fais donc $dz = +1'\frac{1}{2}$; & substituant cette valeur & celles qu'on vient de trouver pour a & pour z', j'ai enfin $a = 48° 50'$, & $m+q = 70° 49'$ qui satisfont.

De la Correction qu'on doit faire à la latitude & à la longitude déduites de l'estime, lorsqu'on a égard à l'applatissement de la Terre.

338. Jusqu'ici nous avons regardé la terre comme sphérique; mais les observations ayant fait reconnoître qu'elle s'écarte un peu de cette figure, il est à propos d'examiner

quel changement il doit en résulter dans la réduction des routes.

Soit donc PEp (*fig.* 65) l'un des méridiens de la terre, représenté par une ellipse dont le grand axe EC soit l'un des rayons de l'équateur, & dont le petit axe Pp soit l'axe même de la terre. On a trouvé par observation que l'axe Pp étoit plus petit que le diamètre de l'équateur, d'environ $\frac{1}{179}$ de celui-ci, ensorte que $EC : CP :: 179 : 178$.

Si à chaque point R de l'ellipse on conçoit des perpendiculaires telles que RI; ces perpendiculaires qui représentent la verticale de chaque lieu R, formeront par leur rencontre une ligne courbe AIB; & chacune pourra être considérée comme le rayon du cercle dont la courbure se confond avec celle de l'ellipse au point R. D'où il suit que ces rayons augmentant continuellement de E en P, les arcs qui mesurent un degré, ou une même partie quelconque de degré, augmentent en même rapport en allant de l'équateur vers le pôle; que par conséquent si on conçoit un demi-cercle MDN qui ait pour rayon CD, celui que nous avons jusqu'ici supposé à la terre, c'est-à-dire, celui qui donne 57030 toises pour un degré; l'arc ER du méridien compris entre l'équateur & le lieu quelconque R, n'est pas de même longueur que celui DQ (en imaginant CQ parallèle à IR) qui mesuroit la même latitude; & qu'ainsi, pour déterminer la latitude EPR sur le sphéroïde applati, par les arcs ER du méridien, il faut appliquer une correction à la longueur des arcs DQ par lesquels nous avons jusqu'ici mesuré cette latitude.

339. Pour déterminer cette correction & celle qu'on doit faire à la longitude, représentons par a le rayon EC de l'équateur (*fig.* 66); soit b la moitié CP de l'axe; x, une abscisse quelconque CQ; y le rayon QR du parallèle de R. Nous aurons (*Alg.* 304) $y = \frac{a}{b}\sqrt{(bb-xx)}$; & en prenant l'arc RS infiniment petit, $RS = dx\sqrt{\left(\frac{b^4+(aa-bb)xx}{bb(bb-xx)}\right)}$ (*Principes de Calcul, &c*); le rayon de la développée RI (*fig.* 65) $= \frac{[b^4+(aa-bb)x^2]^{\frac{3}{2}}}{ab^4}$.

Soit k le sinus de la latitude $RP'E$; les triangles sembla-

bles RtS, $RP'm$ donneront $Rt : St :: Rm : mP'$, c'eſt-à-dire, $-dy : dx :: k : \sqrt{(1-kk)}$, ou $\frac{axdx}{b\sqrt{(bb-xx)}} : dx :: k : \sqrt{(1-kk)}$, d'où l'on tire $k = \frac{ax\sqrt{(1-kk)}}{b\sqrt{(bb-xx)}}$, & $xx = \frac{kkb^4}{aa-(aa-bb)kk}$. Tirant de cette équation la valeur de dx, & la ſubſtituant ainſi que celle de xx, dans celles de y, de RS & de RI, on aura $y = \frac{a^2\sqrt{(1-kk)}}{\sqrt{[a^2-(aa-bb)kk]}}$; $RS = \frac{a^2b^2dk}{\sqrt{(1-kk)}\times[aa-(aa-bb)k^2]^{\frac{3}{2}}}$ $RI = \frac{a^2b^2}{[aa-(aa-bb)k^2]^{\frac{3}{2}}}$.

Réduiſons en ſérie (*Algèbre* 160) la valeur de $[aa-(aa-bb)k^2]^{\frac{3}{2}}$, & bornons-nous aux deux premiers termes; nous aurons $\frac{1}{a^3}+\frac{3}{2}.\frac{aa-bb}{a^3}k^2$. Suſtituant cette valeur dans celle de RS, il vient $RS = \left(\frac{b^2dk}{a}+\frac{3}{2}.b^2.\frac{aa-bb}{a^3}k^2dk\right)(1-kk)^{-\frac{1}{2}}$. Pour intégrer cette quantité (*Principes de Calcul, &c.*), je la ſuppoſe $= d[Ak(1-kk)^{\frac{1}{2}}+Bdk(1-kk)^{-\frac{1}{2}}]$. Exécutant la différenciation indiquée, & comparant les termes affectés de puiſſances égales de k, on a $A = -\frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}(aa-bb)$, & $B = \frac{b^2}{a}+\frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}.(aa-bb)$. Donc $RS = -d[\frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}(aa-bb)k\sqrt{(1-kk)}+\left(\frac{b^2}{a}+\frac{3}{4}\frac{b^2}{a^3}.(aa-bb)\right)\frac{dk}{\sqrt{(1-kk)}}$.

Puiſque b ne diffère de a que d'une quantité fort petite; ſuppoſons $b = a-ma$, m étant $= \frac{1}{270}$; & ſubſtituons pour b cette valeur, en négligeant le quarré & les puiſſances plus élevées de m. Nous aurons $RS = -d[\frac{3}{2}mak\sqrt{(1-kk)}]+(a-\frac{3}{2}ma)\times\frac{dk}{\sqrt{(1-kk)}}$.

Mais ſi on cherche la valeur du rayon de la développée en E & en P, en faiſant ſucceſſivement dans la valeur de

RI, $k=0$, & $k=1$, on trouve $\frac{b^2}{a}$ & $\frac{a^2}{b}$, qui en mettant pour b sa valeur $a-ma$, deviennent $a-2ma$ & $\frac{a}{1-m}$ ou $-2ma$ & $a+ma$ (en divisant par $1-m$, & rejettant les puissances plus élevées de m). Or la moitié de la somme de ces deux quantités est $a-\frac{1}{2}ma$, c'est-à-dire, la quantité qui ci-dessus multiplie $\frac{dk}{\sqrt{(1-kk)}}$. Donc si on conçoit Cq (*fig.* 65) parallèle à IS, on a $(a-\frac{1}{2}ma)\frac{dk}{\sqrt{(1-kk)}}=Qq=d(DQ)$, puisque la quantité CD qu'on prend pour rayon de la terre supposée sphérique, est moyenne entre le plus petit & le plus grand rayon osculateur. On a donc RS ou $d(ER)=-d[\frac{3}{2}mak\sqrt{(1-kk)}]+d(DQ)$; donc en intégrant $ER=-\frac{3}{2}mak\sqrt{(1-kk)}+DQ$ ou $DQ-ER=\frac{3}{2}mak\sqrt{(1-kk)}$; intégrale à laquelle il n'y a point de constante à ajouter, parce que lorsque $k=0$, DQ & ER deviennent zéro ainsi que cela doit être.

Si on représente le rayon moyen CD, par 1, on aura donc $a-\frac{1}{2}ma=1$, & $a=\frac{1}{1-\frac{1}{2}m}=1+\frac{1}{2}m$, donc $ma=m+\frac{1}{2}m^2=m$; on aura donc $DQ-ER=\frac{3}{2}mk\sqrt{(1-kk)}=\frac{3}{2}m\,sin.\,lat.\times cos.\,lat.=\frac{3}{288}sin.\,lat.\times cos.\,lat.$ C'est-à-dire, que pour avoir la différence de longueur entre l'arc qui mesure une latitude proposée, pour la terre supposée sphérique, & celui qui mesure la même latitude en ayant égard à l'applatissement, il faut prendre les $\frac{3}{288}$ du produit du sinus de la latitude, par le cosinus de la latitude.

Mais comme il est plus commode d'avoir cette correction en minutes de degré, ou en *milles*, qu'en parties du rayon, il n'y a qu'à diviser cette quantité par 0,00029 qui exprime combien il faut de parties du rayon pour faire la longueur de l'arc d'une minute, & l'on aura, toute réduction faite, *Correct. de la Latit.* $=28',9\,sin.\,lat.\times cos.\,lat.$ C'est d'après cette formule que nous avons calculé la Table ci-dessous, quant à la latitude.

340. A l'égard de la correction en longitude. D'après ce qui a été dit (*Principes de Calcul*, *&c.*), il est facile de voir que si on appelle a le rhumb de vent, dz la petite différence en longitude, correspondante au changement RS en latitu-

de, on aura $dz = \frac{RS \times \text{tang. } a'}{y}$, ou (en mettant pour RS & y, leurs valeurs en k trouvées ci-dessus) $dz = \frac{b^2 dk \text{ tang. } a'}{(1-kk)[aa-(aa-bb)k^2]}$. Pour intégrer cette quantité; je la décompose (*Principes de Calcul*, *&c.*) en deux fractions qui aient pour dénominateur, l'une $1-kk$, & l'autre $aa-(aa-bb)k^2$, & je trouve $dz = \left(\frac{dk}{1-kk} - \frac{(aa-bb)\,dk}{aa-(aa-bb)k^2}\right)$ *tang.* a'. Or $\frac{dk \text{ tang. } a'}{1-kk}$ est (*Principes de Calcul*, *&c.*) la différentielle de la longitude dans la supposition de la terre sphérique; donc si on la représente par dz', on aura $dz' - dz = \frac{(aa-bb)\,dk \text{ tang. } a'}{aa-(aa-bb)kk}$ & en intégrant $z'-z$, ou la correction de la longitude, $= \int \frac{(aa-bb)\,dk \text{ tang. } a'}{aa-(aa-bb)kk}$.

Faisons $k\sqrt{(aa-bb)} = au$, & nous aurons $\int \frac{(aa-bb)\,dk \text{ tang. } a'}{aa-(aa-bb)kk} = \int \frac{\sqrt{(aa-bb)}}{a} \frac{du \text{ tang. } a'}{1-uu}$. D'où (*Principes de Calcul*, *&c.*) nous conclurons que la correction à faire à la longitude est égale à $\frac{\sqrt{(aa-bb)}}{a}$, multiplié par la longitude qui correspond à la latitude dont le sinus u est $= \frac{k\sqrt{(aa-bb)}}{a}$.

341. C'est sur ce principe que sont calculées dans la Table suivante les corrections que l'on doit faire à la longitude; corrections qui, ainsi que celles de la latitude, doivent toujours être retranchées de la longitude ou latitude déterminée dans la supposition de la terre sphérique. Les corrections de longitude dans la Table ci-dessous, sont calculées dans la supposition que le rhumb est de 45°; elles expriment, à proprement parler, les corrections qu'on doit faire aux latitudes croissantes. Lorsqu'on voudra en faire usage, pour tout rhumb de vent, il faudra les multiplier par la tangente du rhumb de vent, ainsi que le fait voir le calcul ci-dessus. Nous avons supposé, comme pour la correction des latitudes, $b = a - \frac{1}{179}a$; ce qui donne à très-peu près $\frac{\sqrt{(aa-bb)}}{a} = \sqrt{\frac{2}{179}}$.

TABLE de la Correction qu'on doit faire aux latitudes simples, & aux latitudes croissantes, eu égard à l'applatissement de la Terre.

Degrés de Latitude.	Correction de la Latit. simple.	Degrés de Latitude.	Correction de la Latit. croiss.
0	0',0	0	0',0
5	2,5	5	3,3
10	4,9	10	6,7
15	7,2	15	10,0
20	9,3	20	13,1
25	10,1	25	16,3
30	12,5	30	19,3
35	13,6	35	22,2
40	14,3	40	24,8
45	14,5	45	27,2
50	14,3	50	29,6
55	13,6	55	31,6
60	12,5	60	33,4
65	10,1	65	35,0
70	9,3	70	36,3
75	7,2	75	37,3
80	4,9	80	37,9
85	2,5	85	38,5
90	0,0	90	38,6

342. Pour donner un exemple de l'usage de cette Table, supposons qu'on ait couru 954 lieues à l'*O-N-O*, étant parti de 30° 43' de latitude nord, & de 24° 52' de longitude occidentale comptés de Paris; on demande le lieu de l'arrivée.

En opérant comme il a été dit (109), on trouve que la latitude d'arrivée est de 48° 58'; & la longitude, de 82° 51'. Comme la latitude du départ est supposée exacte, c'est-à-dire, la même qu'on l'observeroit, on ne doit donc corriger

la latitude de l'arrivée, que de l'excès de la quantité qui dans la Table ci-dessus répond à cette latitude, sur celle qui répond à la latitude du départ; ainsi puisqu'à la latitude 48° 58′ il répond 14′, 3 & à la latitude 30° 43′ il répond 12′, 6, la correction est 1′, 7 ou 2′ que l'on doit soustraire de la latitude d'arrivée, laquelle sera par conséquent de 48° 56′.

Quant à la longitude; avec les latitudes 30° 43′ & 48° 56′ de départ & d'arrivée, je cherche les corrections qu'on doit faire aux latitudes croissantes correspondantes, & je trouve 19′, 8 & 29′, 1 dont la différence 9′, 3 étant multipliée par la tangente du rhumb de vent 67° 30′, donne 22′ $\frac{1}{2}$ pour la correction de la longitude d'arrivée, qui par conséquent est de 82° 28′ $\frac{1}{2}$.

343. Nous avons supposé dans les calculs ci-dessus, que le méridien étoit une ellipse. Cette supposition ne s'accorde pas parfaitement avec la mesure des degrés faite au Pérou, en France, & en Laponie, par laquelle on a fixé le degré du méridien sous l'équateur, à 56768 toises; sous le parallèle de 45°, en France, à 57030 toises; & sous le cercle polaire, à 57422. Mais l'erreur que cette supposition peut introduire dans l'usage des Tables ci-dessus, n'est d'aucune conséquence.

Résolution de quelques questions de Trigonométrie sphérique qui peuvent être d'usage dans quelques cas.

344. C'est principalement pour donner quelques exemples de la manière d'appliquer le calcul à la Trigonométrie sphérique, que nous plaçons ici les questions suivantes qui peuvent, d'ailleurs, avoir leur application dans certains cas. Le but qu'on doit principalement se proposer dans ces sortes d'applications, est de réduire les solutions, au seul usage des logarithmes, sans être obligé de repasser aux nombres. En un mot, de rendre la solution de ces questions, semblable à celle que la Trigonométrie donne pour les triangles sphériques.

Supposons d'abord qu'ayant observé trois distances d'un astre au zénith, & les intervalles de temps écoulés entre les observations, on veuille déterminer l'heure, la latitude

du lieu, & la déclinaison de l'astre, que l'on suppose rester la même.

Soit HZO (*fig.* 67) le méridien; HAO l'horizon; ZC, ZB, ZA, les trois verticaux dans lesquels l'astre a été observé en F, E, D; P le pôle. Soient nommés a la distance ZP du zénith au pôle; b la distance PF de l'astre au pôle. Soient c, c', c'' les distances au zénith ZF, ZE, ZD, e, e', e'', les angles horaires correspondans ZPF, ZPE, ZPD. Si de Z on conçoit un arc ZQ perpendiculaire sur PF, on aura (*Géom.* 353) $1 : \cos. e :: \tang. a : \tang. x$, en nommant PQ, x. Et (*Géom.* 357) $\cos. x : \cos. (b - x) :: \cos. a : \cos. c$, ou $\cos. x : \cos. b \cos. x + \sin. b \sin. x :: \cos. a : \cos. c$, ou $1 : \cos. b + \sin. b \tang. x :: \cos. a : \cos. c$; donc $\cos. c = \cos. a \cos. b + \cos. a \sin. b \tang. x$, ou enfin, en mettant pour $\tang. x$, sa valeur, $\cos. c = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. e$.

En raisonnant de même pour les deux autres triangles ZPE, ZPD, on aura donc en tout, les trois équations suivantes.

$\cos. c = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. e$ . . . . (A)
$\cos. c' = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. e'$ . . . . (B)
$\cos. c'' = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. e''$ . . . . (C)

Retranchant la seconde & la troisième, de la première, on aura. . . . . .

$\cos. c - \cos. c' = \sin. a \sin. b (\cos. e - \cos. e')$....(D)
$\cos. c - \cos. c'' = \sin. a \sin. b (\cos. e - \cos. e'')$....(E)

Donc en égalant les deux valeurs de $\sin. a \sin. b$, on a $\frac{\cos. c - \cos. c'}{\cos. c - \cos. c''} = \frac{\cos. e - \cos. e'}{\cos. e - \cos. e''}$, équation qui d'après ce qui a été dit (*Alg.* 419) peut être changée en cette autre.

$$\frac{\sin. \frac{1}{2}(c'+c) \sin. \frac{1}{2}(c'-c)}{\sin. \frac{1}{2}(c''+c) \sin. \frac{1}{2}(c''-c)} = \frac{\sin. \frac{1}{2}(e'+e) \sin. \frac{1}{2}(e'-e)}{\sin. \frac{1}{2}(e''+e) \sin. \frac{1}{2}(e''-e)}; \text{ donc}$$

$$\frac{\sin. \frac{1}{2}(e'+e)}{\sin. \frac{1}{2}(e''+e)} = \frac{\sin. \frac{1}{2}(c'+c) \sin. \frac{1}{2}(c'-c) \sin. \frac{1}{2}(e''-e)}{\sin. \frac{1}{2}(c''+c) \sin. \frac{1}{2}(c''-c) \sin. \frac{1}{2}(e'-e)};$$

or tout est connu dans ce second membre.

Supposons donc $\frac{\sin. \frac{1}{2}(c'+c) \sin. \frac{1}{2}(c'-c) \sin. \frac{1}{2}(e''-e)}{\sin. \frac{1}{2}(c''+c) \sin. \frac{1}{2}(c''-c) \sin. \frac{1}{2}(e''-e)} = \sin. m$, on aura facilement $\sin. m$, par Logarithmes, & par conséquent m.

On aura donc aussi $\frac{\sin. \frac{1}{2}(e'+e)}{\sin. \frac{1}{2}(e''+e)} = \sin. m$. Soit $\frac{1}{2}(e'+e)$

$+\frac{1}{2}(e''+e)=y$, & $\frac{1}{2}(e''+e)-\frac{1}{2}(e'+e)$ ou $\frac{1}{2}(e''-e')=g$; g sera connu; & l'on aura $\frac{1}{2}(e''+e)=\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}g$, & $\frac{1}{2}(e'+e)=\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}g$; donc $\frac{\text{sin.}(\frac{1}{2}y-\frac{1}{2}g)}{\text{sin.}(\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}g)}=\textit{sin.}\,m$, ou $\frac{\text{sin.}\frac{1}{2}y\,\text{cos.}\frac{1}{2}g-\text{sin.}\frac{1}{2}g\,\text{cos.}\frac{1}{2}y}{\text{sin.}\frac{1}{2}y\,\text{cos.}\frac{1}{2}g+\text{sin.}\frac{1}{2}g\,\text{cos.}\frac{1}{2}y}=\textit{sin.}\,m$, ou $\frac{\text{tang.}\frac{1}{2}y-\text{tang.}\frac{1}{2}g}{\text{tang.}\frac{1}{2}y+\text{tang.}\frac{1}{2}g}=\textit{sin.}\,m$; d'où l'on tire $\textit{tang.}\,\frac{1}{2}y=\frac{1+\text{sin.}\,m}{1-\text{sin.}\,m}\,\textit{tang.}\,\frac{1}{2}g$. Mais (*Géom.* 286) $\frac{1+\text{sin.}\,m}{1-\text{sin.}\,m}=\frac{\text{tang.}(45^\circ+\frac{1}{2}m)}{\text{tang.}(45^\circ-\frac{1}{2}m)}=\textit{tang.}^2(45^\circ+\frac{1}{2}m)$, parce que $\textit{tang.}(45^\circ-\frac{1}{2}m)=\textit{cot.}\,[90^\circ-(45^\circ-\frac{1}{2}m)]=\textit{cot.}(45^\circ+\frac{1}{2}m)=\frac{1}{\text{tang.}(45^\circ+\frac{1}{2}m)}$; donc enfin $\textit{tang.}\,\frac{1}{2}y=\textit{tang.}\,\frac{1}{2}g\,\textit{tang.}^2(45^\circ+\frac{1}{2}m)$; il sera donc facile d'avoir y, & par conséquent e, puisqu'on a $\frac{1}{2}(e'+e)+\frac{1}{2}(e''+e)=y$ ou $\frac{1}{2}(e'-e+2e)+\frac{1}{2}(e''-e+2e)=y$, qui donne $e=\frac{1}{4}y-\frac{1}{2}(e'-e)-\frac{1}{4}(e''-e)$, équation dont le second membre est entièrement connu.

345. Pour avoir a & b; je prends dans l'équation (D) la valeur de $\textit{sin.}\,a\,\textit{sin.}\,b$, savoir $\frac{\text{cos.}\,c-\text{cos.}\,c'}{\text{cos.}\,e-\text{cos.}\,e'}$; & après avoir ajouté les deux équations (A) & (B), je substitue dans leur somme, la valeur de $\textit{sin.}\,a\,\textit{sin.}\,b$, & j'en tire celle de $\textit{cos.}\,a\,\textit{cos.}\,b=\frac{\text{cos.}\,c'\,\text{cos.}\,e-\text{cos.}\,c\,\text{cos.}\,e'}{\text{cos.}\,e-\text{cos.}\,e'}$.

De cette valeur de $\textit{cos.}\,a\,\textit{cos.}\,b$, je retranche celle de $\textit{sin.}\,a\,\textit{sin.}\,b$, pour avoir celle de $\textit{cos.}\,(b+a)$; je les ajoute au contraire, pour avoir celle de $\textit{cos.}\,(b-a)$, & j'ai $\textit{cos.}\,(b+a)=\frac{\text{cos.}\,c'\,(1+\text{cos.}\,e)-\text{cos.}\,c\,(1+\text{cos.}\,e')}{\text{cos.}\,e-\text{cos.}\,e'}$, & $\textit{cos.}\,(b-a)=\frac{\text{cos.}\,c\,(1-\text{cos.}\,e')-\text{cos.}\,c'\,(1-\text{cos.}\,e)}{\text{cos.}\,e-\text{cos.}\,e'}$, mettant donc au lieu de $\textit{cos.}\,e-\textit{cos.}\,e'$, sa valeur $2\textit{sin.}\,\frac{1}{2}(e'+e)\,\textit{sin.}\,\frac{1}{2}(e'-e)$; pour $(1-\textit{cos.}\,e')$ sa valeur $2\textit{sin.}^2\,\frac{1}{2}e'$, pour $1+\textit{cos.}\,e$, sa valeur $2\textit{cos.}^2\,\frac{1}{2}e'$, & ainsi des autres, on aura $\textit{cos.}\,(b+a)=\frac{\text{cos.}\,c'\,\text{cos.}^2\,\frac{1}{2}e-\text{cos.}\,c\,\text{cos.}^2\,\frac{1}{2}e'}{\text{sin.}\,\frac{1}{2}(e'+e)\,\text{sin.}\,\frac{1}{2}(e'-e)}$ $\textit{cos.}\,(b-a)=\frac{\text{cos.}\,c\,\text{sin.}^2\,\frac{1}{2}e'-\text{cos.}\,c'\,\text{sin.}^2\,\frac{1}{2}e}{\text{sin.}\,\frac{1}{2}(e+e)\,\text{sin.}\,\frac{1}{2}(e'-e)}$.

Faisons $\frac{\text{cos. } c \text{ cos.}^2 \frac{1}{2} e'}{\text{sin. } c' \text{ cos.}^2 \frac{1}{2} e} = tang.\, p$, & $\frac{\text{cos. } c' \text{ sin.}^2 \frac{1}{2} e}{\text{sin. } c \text{ sin.}^2 \frac{1}{2} e} = tang.\, p'$; p & p' seront faciles à déterminer par logarithmes. On aura

$$cos.\,(b+a) = cos.^2 \tfrac{1}{2} e \, \frac{(\text{cos. } c' \text{ cos. } p - \text{sin. } c' \text{ sin. } p)}{\text{cos. } p \text{ sin. } \frac{1}{2}(e'+e) \text{ sin. } \frac{1}{2}(e'-e)},$$

ou $cos.\,(b+a) = \frac{\text{cos.}^2 \frac{1}{2} e \text{ cos. } (c'+p)}{\text{cos. } p \text{ sin. } \frac{1}{2}(e'+e) \text{ sin. } \frac{1}{2}(e'-e)}$, &

$cos.\,(b-a) = \frac{\text{sin.}^2 \frac{1}{2} e' (\text{cos. } c+p')}{\text{cos. } p' \text{ sin. } \frac{1}{2}(e'+e) \text{ sin. } \frac{1}{2}(e'-e)}$; d'où l'on voit qu'en employant les logarithmes, on aura a, b, e, par de simples additions & soustractions.

Mais il faut observer que comme rien ne détermine à prendre $cos.\,(b-a)$ plutôt que $cos.\,(a-b)$ pour représenter $cos.\, a\, cos.\, b + sin.\, a\, sin.\, b$, on ne saura entre la valeur de a & celle de b, quelle est celle qu'on doit prendre pour le complément de la latitude, qu'autant qu'on saura si la latitude est plus grande ou plus petite que la déclinaison.

346. Si les trois hauteurs sont prises dans les environs du méridien, ensorte que les angles horaires e, e', e'' soient petites; alors on peut résoudre la question plus simplement de la manière suivante.

$b - a$ est la distance méridienne de l'astre au zénith; soit z la différence de c à $b - a$, ensorte que $b - a = c - z$. Cela posé, l'équation $cos.\, c = cos.\, a\, cos.\, b + sin.\, a\, sin.\, b.\, cos.\, e$ qui est la même que $cos.\, c = cos.\,(b-a) - sin.\, a\, sin.\, b\,(1 - cos.\, e)$, se change en $cos.\,(c-z) - cos.\, c = sin.\, a\, sin.\, b\,(1 - cos.\, e)$; ou parce que z & e étant de petites quantités, on a $cos.\,(c-z) = cos.\, c + z\, sin.\, c$, & $1 - cos.\, e = \frac{1}{2} e^2$, on aura $z\, sin.\, c = \frac{1}{2} e^2, sin.\, a\, sin.\, b$. Par la même raison, si on fait $c' - c = k$, $c'' - c = l$, $e' - e - r$, $e'' - e = s$, k, l, r, & s étant de petites quantités connues, on aura $z\, sin.\, c. + k\, sin.\, c = \frac{1}{2}(e^2 + 2er + r^2)\, sin.\, a\, sin.\, b$, & $z\, sin.\, c + l\, sin.\, c = \frac{1}{2}(e^2 + 2es + s^2)\, sin.\, a\, sin.\, b$. De ces trois équations on conclura facilement $e = \frac{ks^2 - lr^2}{2(rl - ks)}$, $sin.\, a\, sin.\, b = \frac{(rl - ks)\, \text{sin. } c}{2rs\,(s-r)}$, & $z = \frac{(ks^2 - lr^2)^2}{4rs\,(s-r)\,(rl-ks)}$.

347. Lorsque les intervalles entre les observations sont égaux,

égaux, on a $s=2r$, & z devient $z=\frac{(4k-l)^2}{4(2l-4k)}$; c'eſt la quantité que l'on doit retrancher de la plus petite des trois diſtances au zénith pour avoir la diſtance méridienne au zénith.

348. Quoique cette ſolution puiſſe être d'un uſage aſſez étendu, elle ne doit cependant pas être employée, ſans une vérification que nous allons enſeigner.

En effet, dans cette approximation, nous avons ſuppoſé $\cos.(c-z)=\cos. c+z \sin. c$, au lieu que la valeur rigoureuſe eſt $\cos. c \cos. z+\sin. c \sin. z$, ou (en ne négligeant que les quantités de degrés au-delà de z^2) $\cos. c-\frac{1}{2}z^2 \cos. c+z \sin. c$. Ainſi on auroit pour la première équation ci-deſſus, $-\frac{1}{2}z^2 \cos. c+z \sin. c=\sin. a \sin. b\,(1-\cos. e)$. Et comme la ſolution ci-deſſus fait connoître que z eſt de l'ordre e^2, il faut pour la valeur approchée de $1-\cos. e$, prendre non-ſeulement $\frac{1}{2}e^2$, mais $\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{24}e^4$; enſorte que nous aurons $-\frac{1}{2}z^2 \cos. c+z \sin. c=\sin. a \sin. b\,(\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{24}e^4)$, d'où l'on tire $z=\tang. c-\sqrt{[\tang.^2 c-\frac{2\sin. a \sin. b}{\cos. c}(\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{24}e^4)]}=\tang. c-\tang. c\,[1-\frac{\sin. a \sin. b}{\tang.^2 c \cos. c}(\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{24}e^4)-\frac{1}{2}\frac{\sin.^2 a \sin.^2 b}{\tang.^2 c \cos.^2 c}(\frac{1}{4}e^4)]$, en réduiſant le radical en ſérie, & négligeant les quantités qui paſſent l'ordre de e^4. Ainſi on a $z=\frac{\sin. a \sin. b}{\sin. c}\frac{1}{2}e^2-\frac{1}{24}\frac{\sin. a \sin. b}{\sin. c}e^4+\frac{1}{8}\frac{\sin.^2 a \sin.^2 b \cos. c}{\sin.^3 c}e^4$. Mais en appellant z' la valeur approchée de z, trouvée par la première approximation, on a $z'=\frac{1}{2}e^2\frac{\sin. a \sin. b}{\sin. c}$; on a donc $z=z'-\frac{1}{12}e^2 z'+\frac{1}{2}\frac{e^2 z'^2}{\tang. c}$.

Donc ſi la valeur de c, & les valeurs trouvées pour z' & pour e, étoient telles que $-\frac{1}{12}e^2 z'+\frac{1}{2}\frac{e^2 z'^2}{\tang. c}$, donnât une quantité qui paſſât la limite juſqu'à laquelle on a beſoin d'avoir z, c'eſt-à-dire, qui paſſât 1 minute, lorſqu'on veut avoir z à moins d'une minute près, il faudroit s'abſte-

nir de l'usage de cette méthode; & quoique souvent $-\frac{1}{12}e^2\zeta' + \frac{3}{2}\frac{e^2\zeta'^2}{\text{tang. } c}$ soit une correction suffisante pour la valeur de ζ, il vaut mieux en général, dans ce cas, avoir recours à la solution rigoureuse ci-dessus (344).

Observons que dans la quantité $-\frac{1}{12}e^2\zeta' + \frac{3}{2}\frac{e^2\zeta'^2}{\text{tang. } c}$; e est censé évalué en parties du rayon, quoique dans celle de ζ', il soit compté en parties de degrés. C'est pourquoi, comme e est donné en parties de degré, il faudra pour substituer dans $-\frac{1}{12}e^2\zeta'$ &c., multiplier la valeur de e, par 0,01745 si e est donné en degrés; pareillement, dans le terme $\frac{\frac{3}{2}e^2\zeta'^2}{\text{tang. } c}$, on ne mettra pour ζ' sa valeur en degrés, qu'une seule fois & pour l'autre facteur ζ' on mettra la valeur de ζ' en degrés, multipliée par 0,01745.

349. Si l'on vouloit avoir égard au changement en déclinaison dans l'intervalle des observations; alors en nommant m le changement en déclinaison, correspondant à $e' - e$, & n, le changement correspondant à $e'' - e$, on auroit les trois équations. . . . . .

$$\cos. c = \cos. (b - a) - \sin. a \sin. b\ (1 - \cos. e)$$
$$\cos. c' = \cos. (b - a - m) - \sin. a \sin. (b - m)\ (1 - \cos. e')$$
$$\cos. c'' = \cos. (b - a - n) - \sin. a \sin. (b - n)\ (1 - \cos. e'')$$

en supposant que la distance de l'astre au pôle, va en augmentant.

Prenant donc $\cos. (b - a) + m \sin. (b - a)$ au lieu de $\cos. (b - a - m)$, & $\cos. (b - a) + n \sin. (b - a)$ au lieu de $\cos. (b - a - n)$; négligeant m & n, dans $\sin. (b - m)$ & $\sin. (b - n)$, parce que le terme $m \cos. b$, & $n \cos. b$ qu'ils donneroient, devant être multiplié par $\frac{1}{2}e'^2$, & $\frac{1}{2}e''^2$ feroit du troisième ordre; mettant enfin au lieu de $\cos. (b - a)$ sa valeur $\cos. (c - \zeta)$, & au lieu de $m \sin. (b - a)$ & $n \sin. (b - a)$, mettant seulement $m \sin. c$, & $n \sin. c$, on aura toute réduction faite, ...

$$\zeta \sin. c = \sin. a \sin. b . \tfrac{1}{2}e^2$$
$$\zeta \sin. c + k \sin. c + m \sin. c = \tfrac{1}{2}(e^2 + 2er + r^2) \sin. a \sin. b$$
$$\zeta \sin. c + l \sin. c + n \sin. c = \tfrac{1}{2}(e^2 + 2er + r^2) \sin. a \sin. b.$$

D'où il est facile de conclure que pour avoir ζ, il ne s'agit que de substituer, dans la valeur de ζ donnée dans la solution précédente $k + m$, au lieu de k, & $l + n$ au

lieu de l. Quant à la diſtance méridienne au zénith, elle n'eſt plus $b - a$; mais $b - a$ augmenté du changement en déclinaiſon correſpondant à la valeur de l'angle horaire e, qui ſe trouvera comme ci-deſſus (346) en mettant $k + m$ pour k, & $l + n$ pour l.

350. Propoſons-nous actuellement de trouver l'équation du midi conclu par des hauteurs correſpondantes, ſoit à terre ſoit à la mer.

Pour connoître la marche d'une horloge, lorſqu'on reſte dans un même lieu, & ſi le Soleil ne changeoit point en déclinaiſon, la méthode la plus exacte ſeroit d'obſerver pendant deux jours conſécutifs, les deux inſtans de chaque jour, où le Soleil arrive à une même hauteur quelconque ſur l'horizon. Le milieu entre ces deux inſtans ſeroit l'heure que la montre a dû marquer à midi; enſorte que ſi les obſervations de chaque jour s'accordoient à donner la même heure, on ſeroit aſſuré que la montre eſt bien réglée, ſur le mouvement du Soleil; & la différence entre midi, & l'heure que l'on auroit conclu, ſeroit l'erreur abſolue de la montre. Que ſi au contraire, on trouvoit de la différence entre les deux midis conſécutifs: ſi on trouvoit par exemple, qu'au midi du premier jour, la montre a dû marquer $12^h\ 4'$, & qu'au midi du ſecond jour elle a dû marquer $12^h\ 2'$, on en concluroit, que le premier jour elle avançoit de $4'$; & le ſecond de $2'$ ſeulement, enſorte qu'on connoîtroit qu'elle retarde de $2'$ en 24 heures.

Mais ſi le Soleil change de déclinaiſon, & ſi en même temps on change de lieu dans l'intervalle des deux obſervations d'un même jour, il eſt viſible que le Soleil ne ſera pas l'après-midi, à la même hauteur que le matin, à pareille diſtance du méridien; & que par conſéquent le midi conclu par un milieu pris entre les inſtans marqués à l'horloge, lors des deux obſervations d'un même jour, aura beſoin d'une correction.

Nous allons la déterminer d'abord en ſuppoſant que le changement en déclinaiſon, & le changement de lieu ſoient quelconques. Nous verrons enſuite une méthode plus expéditive, lorſque l'un & l'autre de ces changemens ſont fort petits.

351. Soit donc c la diſtance du Soleil au zénith lors de l'obſervation du matin & de celle du ſoir, diſtance qu'il n'eſt pas néceſſaire de connoître, il ſuffit qu'elle ſoit la même

dans chaque cas. Soit a la distance du zénith au pôle, b la distance de l'astre au même pôle, & e l'angle horaire lors de la première observation, soient a', b', e' les valeurs respectives de ces quantités lors de la seconde observation. On aura. . . . . .

$\cos. c = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. e$

$\cos. c = \cos. a' \cos. b' + \sin. a' \sin. b' \cos. e'$; donc. . .

$0 = \cos. a \cos. b - \cos. a' \cos. b' + \sin. a \sin. b \cos. e - \sin. a' \sin. b' \cos. e'$.

Soit fait $\cos. a \cos. b = \cos. m$, $\cos. a' \cos. b' = \cos. m'$, $\sin. a \sin. b = \sin. p$, $\sin. a' \sin. b' = \sin. p'$. Puisque a, b, a', b' sont connus, il sera aisé d'avoir m, p, m' & p' par les Tables, & par de simples additions de logarithmes.

On aura donc $0 = \cos. m - \cos. m' + \sin. p \cos. e - \sin. p' \cos. e'$. Soit $e' + e = q$, & $e' - e = z$; $e' + e$ sera connu en retranchant (si la route porte à l'ouest, ou en ajoutant si elle porte à l'est) la différence des méridiens, de l'intervalle de temps écoulé entre les deux observations, reduit en degrés à raison de 15° par heure. On aura donc $e' = \frac{1}{2}(q + z)$ & $e = \frac{1}{2}(q - z)$.

Donc $0 = \cos. m - \cos. m' + \sin. p \cos. \frac{1}{2}(q - z) - \sin. p' \cos. \frac{1}{2}(q + z)$ ou bien (*Algèbre*, 419 & 415) $0 = 2 \sin. \frac{1}{2}(m' + m) \sin. \frac{1}{2}(m' - m)$. . . . . .

$+ \sin. p \cos. \frac{1}{2} q \cos. \frac{1}{2} z + \sin. p \sin. \frac{1}{2} q \sin. \frac{1}{2} z$

$- \sin. p' \cos. \frac{1}{2} q \cos. \frac{1}{2} z + \sin. p' \sin. \frac{1}{2} q' \sin. \frac{1}{2} z$, ou. . .

$\sin. \frac{1}{2}(m + m) \sin. \frac{1}{2}(m' - m) = \cos. \frac{1}{2}(p' + p) \sin. \frac{1}{2}(p' - p) \cos. \frac{1}{2} q \cos. \frac{1}{2} z - \sin. \frac{1}{2}(p' + p) \cos. \frac{1}{2}(p' - p) \sin. \frac{1}{2} q \sin. \frac{1}{2} z$.

Soit fait $\cos. \frac{1}{2}(p' + p) \sin. \frac{1}{2}(p' - p) \cos. \frac{1}{2} q = \sin. \frac{1}{2}(p' + p) \cos. \frac{1}{2}(p' - p) \sin. \frac{1}{2} q \tang. r$, qui est la même chose que $\cot. \frac{1}{2}(p' + p) \cot. \frac{1}{2} q \tang. \frac{1}{2}(p' - p) = \tang. r$; il sera facile d'avoir r par de simples additions de logarithmes.

On aura donc $\sin. \frac{1}{2}(m' + m) \sin. \frac{1}{2}(m' - m) = \sin \frac{1}{2}(p' + p) \cos. \frac{1}{2}(p' - p) \sin. \frac{1}{2} q \left(\frac{\sin. r \cos. \frac{1}{2} z - \cos. r \sin. \frac{1}{2} z}{\cos. r} \right) = \sin. \frac{1}{2}(p' + p) \cos. \frac{1}{2}(p' - p) \sin. \frac{1}{2} q \frac{\sin. (r - \frac{1}{2} z)}{\cos. r}$; donc enfin on a

$$\sin. (r - \tfrac{1}{2} z) = \frac{\sin. \frac{1}{2}(m' + m) \sin. \frac{1}{2}(m' - m) \cos. r}{\sin. \frac{1}{2}(p' + p) \cos. \frac{1}{2}(p' - p) \sin. \frac{1}{2} q},$$

équation qui par de simples additions & soustractions de logarithmes, donnera $r - \frac{1}{2} z$, & par conséquent $\frac{1}{2} z$, & par conséquent aussi, e qui est égal à $\frac{1}{2}(q - z)$, dans lequel q est connu par ce qui a été dit ci-dessus.

352. Si les obſervations étoient faites dans le même lieu, enſorte que a' fût $= a$, le calcul ſeroit plus ſimple. Car alors on auroit

$\cos. c = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. e$

$\cos. c = \cos. a \cos. b' + \sin. a \sin. b' \cos. e'$

ou $0 = \cos. a (\cos. b - \cos. b') + \sin. a (\sin. b \cos. e - \sin. b' \cos. e')$

ou $0 = 2 \cos. a \sin. \frac{1}{2}(b'+b) \sin. \frac{1}{2}(b'-b) + \sin. a (\sin. b \cos. e - \sin. b' \cos. e')$

faiſant donc comme ci-deſſus $e'+e=q$, & $e'-e=z$, on auroit

$$0 = 2\cos. a \sin. \tfrac{1}{2}(b'+b) \sin. \tfrac{1}{2}(b'-b) + \sin. a \left\{ \begin{array}{l} \sin. b \cos. \frac{1}{2} q \cos. \frac{1}{2} z + \sin. b \sin. \frac{1}{2} q \sin. \frac{1}{2} z \\ - \sin. b' \cos. \frac{1}{2} q \cos. \frac{1}{2} z + \sin. b' \sin. \frac{1}{2} q \sin. \frac{1}{2} z \end{array} \right\}$$

ou $\cos. a \sin. \frac{1}{2}(b'+b) \sin. \frac{1}{2}(b'-b) = \sin. a (\cos. \frac{1}{2}(b'+b) \sin. \frac{1}{2}(b'-b) \cos. \frac{1}{2} q \cos. \frac{1}{2} z - \sin. \frac{1}{2}(b'+b) \cos. \frac{1}{2}(b'-b) \sin. \frac{1}{2} q \sin. \frac{1}{2} z)$. D'où en faiſant $\cos. \frac{1}{2}(b'+b) \sin. \frac{1}{2}(b'-b) \cos. \frac{1}{2} q = \sin. \frac{1}{2}(b'+b) \cos. \frac{1}{2}(b-b) \sin. \frac{1}{2} q \tang. r$ ou $\cot. \frac{1}{2}(b'+b) \tang. \frac{1}{2}(b'-b) \cot. \frac{1}{2} q = \tang. r$, on tireroit comme ci-deſſus $\cos. (r - \frac{1}{2} z) = \dfrac{\cot. a \tang. \frac{1}{2}(b'-b) \cos. r}{\sin. \frac{1}{2} q}$.

353. Si on ſuppoſe que les quantités a', b', e' diffèrent peu des quantités a, b, e, ainſi que cela a lieu en effet, lorſqu'il s'agit du Soleil, & du chemin que le vaiſſeau peut faire dans un jour; alors ſi on fait $a'-a=da$, $b'-b=db$, $e'-e=de$; on aura $\cos. a' = \cos. (a+da) = \cos. a - da \sin. a$; $\cos. b' = \cos. b - db \sin. b$, $\sin. a' = \sin. a + da \cos. a$, $\sin. b' = \sin. b + db \cos. b$; $\cos. e' = \cos. e - de \sin. e$. Subſtituant ces quantités dans l'équation $\cos. c = \cos. a' \cos. b' + \sin. a' \sin. b' \cos. e'$, négligeant les quantités du ſecond ordre, & retranchant de l'équation réſultante, l'équation $\cos. c = \cos. a \cos. b + \sin. a \sin. b \cos. e$: on aura $de \sin. a \sin. b \sin. e = -da (\sin. a \cos. b - \sin. b \cos. a \cos. e) - db (\sin. b \cos. a - \sin. a \cos. b \cos. e)$, d'où l'on tire $de = -da \left(\dfrac{\cot. b}{\sin. e} - \cot. a \cot. e \right) - db \left(\dfrac{\cot. a}{\sin. e} - \cot. b \cot. e \right)$.

Mais ſi on appelle t le nombre d'heures écoulées entre les deux obſervations, & qu'on repréſente par dM la différence de longitude des deux lieux d'obſervation, on aura $e'+e = 15^\circ t - dM$; c'eſt-à-dire, $2e + de = 15^\circ t - dM$, d'où $e = \frac{1}{2}(15^\circ t - dM - de)$, & par conſéquent $\frac{e}{15^\circ}$ (ou l'heure que la montre auroit dû marquer lors de la première ob-

ſervation) $= \frac{1}{2}\left(t - \frac{dM + de}{15^\circ}\right)$. Mais comme dM ainſi que de ſont fort petits à l'égard de $15^\circ t$, il ſuffit de ſubſtituer pour e, dans la valeur de de, ſa valeur approchée $\frac{15^\circ t}{2}$, & l'on aura $de = -da\left(\frac{\cot. b}{\sin. \frac{15^\circ}{2} t} - \cot. a \cot. \frac{15^\circ t}{2}\right) - db \left(\frac{\cot. a}{\sin. \frac{15^\circ}{2} t} - \cot. b \cot. \frac{15^\circ t}{2}\right)$. Or $\cot. b$ eſt la tangente de la déclinaiſon, & $\cot. a$ eſt la tangente de la latitude ; on a donc $de = -da\left(\frac{\text{tang. décl.}}{\sin. \frac{15}{2} t} - \text{tang. lat. } \cot. \frac{15^\circ t}{2}\right) - db\left(\frac{\text{tang. lat.}}{\sin. \frac{15^\circ}{2} t} - \text{tang. décl. } \cot. \frac{15^\circ t}{2}\right)$; ainſi mettant pour da & db leurs valeurs en minutes ou en ſecondes, on aura facilement la valeur de de en minutes ou en ſecondes ; & puiſqu'on a $\frac{e}{15^\circ} = \frac{1}{2}\left(t - \frac{dM + de}{15^\circ}\right)$, ſi on appelle h l'heure que marquoit l'horloge lors de l'obſervation du matin, on aura $h + \frac{e}{15^\circ} = h + \frac{1}{2} t - \frac{1}{2} \frac{dM + de}{15^\circ}$; or $h + \frac{e}{15^\circ}$ eſt l'heure que la montre a dû marquer à midi ; & $h + \frac{1}{2} t$ eſt celle qu'elle auroit marqué ſi dans l'intervalle des obſervations il n'y avoit eu ni changement de lieu, ni changement en déclinaiſon ; donc la correction qu'on doit faire au midi conclu dans cette dernière ſuppoſition, eſt $-\frac{1}{2}\left(\frac{dM + de}{15^\circ}\right)$; c'eſt-à-dire, que c'eſt la quantité qu'on doit retrancher du milieu pris entre l'heure de l'obſervation du matin & celle du ſoir, en ſuppoſant, comme nous l'avons fait ici, qu'on a fait route à l'oueſt du méridien du matin, & que la valeur de de ſoit poſitive. Mais ſi la route avoit porté à l'eſt, on feroit dM négatif. A l'égard du ſigne de de, il eſt déterminé par ceux de da & db. Or nous avons ſuppoſé que a & b croiſſoient ; ſi l'un des deux ou tous les deux diminuoient, on changeroit le ſigne de leur variation da ou db, dans la valeur de de.

354. On peut remarquer dans la valeur que nous venons de trouver pour de, 1°. qu'elle eſt compoſée principalement de deux parties, dont l'une dépend du changement da en

latitude ; & l'autre du changement *d b* en déclinaiſon ; mais que l'une ſe calcule par des opérations ſemblables à celles qui donnent l'autre, en changant le mot *latitude* en celui de *déclinaiſon*, & réciproquement.

2°. Que chacun de ces deux termes peut croître juſqu'à l'infini par l'augmentation de la latitude, depuis 0° juſqu'à 90° ; enſorte que la formule devient inſuffiſante lorſqu'on ſe trouve près du pôle ; mais dans ce cas, on auroit recours à la ſolution générale (351).

Additions à ce qui a été dit dans la troiſième Section, ſur la manière de trouver la longitude en mer, par l'obſervation de la diſtance de la Lune aux Etoiles.

355. Nous avons dit (284) que lorſque l'arc de la diſtance de la Lune à l'étoile eſt petit, les corrections que l'on fait à la diſtance apparente, par la méthode expoſée (280), devenoient douteuſes. Il faut donc alors, ou employer une étoile plus éloignée, ou trouver un moyen de calculer plus exactement la correction qu'on doit faire à la diſtance. Nous nous arrêterons d'autant plus volontiers ſur ce dernier objet, qu'il devient ſouvent indiſpenſable lorſqu'on fait uſage du *Mégamètre*. Cet inſtrument, dans la conſtruction duquel *M. de Charnieres*, Lieutenant de vaiſſeau, s'eſt propoſé de rendre l'éliomètre de *M. Bouguer* applicable à la meſure des diſtance d'étoiles à la Lune, a l'avantage de meſurer ces diſtances avec une préciſion beaucoup plus grande qu'on ne peut le faire avec l'octant. Mais comme les arcs qu'il peut meſurer dans ſon état actuel, ne vont guères au-delà de 8 à 10 degrès, il faut pour calculer la correction de la diſtance, une méthode plus rigoureuſe que celle que nous avons donnée (280). Entre pluſieurs que l'on peut aiſément trouver, nous nous arrêterons à la ſuivante.

356. Par l'heure de l'obſervation de la diſtance de la Lune à l'étoile, on a l'angle horaire du Soleil ; & par la différence d'aſcenſion droite entre l'étoile & le Soleil, on a l'angle au pôle, entre l'étoile & le Soleil ; on aura donc facilement l'angle horaire de l'étoile. Alors dans le triangle *ZPS* (*fig.* 68) où l'on connoît le complément *ZP* de la latitude, la diſtance *PS* de l'étoile au pôle (par le ca-

talogue des étoiles), & l'angle horaire *ZPS*, il ſera facile de calculer la diſtance vraie *ZS* de l'étoile au zénith, avec laquelle on trouvera dans la Table, la réfraction correſpondante.

Par la longitude & la latitude de la Lune, calculées comme il a été (276 & 287), & par ce qui a été dit (153) on pourra calculer l'aſcenſion droite & la déclinaiſon de la Lune. De cette aſcenſion droite comparée à celle du Soleil, comme il vient d'être dit pour l'étoile, on conclura l'angle horaire de la Lune. Avec cet angle horaire, la diſtance de la Lune au pôle, conclue de ſa déclinaiſon, & le complément *ZP* de la latitude du lieu, on calculera la diſtance vraie *ZS* de la Lune au zénith; c'eſt-à-dire, la diſtance, ſelon l'eſtime, & indépendante de la réfraction & de la parallaxe. Avec cette diſtance on trouvera la réfraction dans la Table. Puis, pour calculer la parallaxe de hauteur, on fera (169) cette proportion, le rayon eſt au ſinus de la diſtance au zénith, que l'on vient de trouver, comme la parallaxe horizontale, eſt à un quatrième terme qui ſeroit la parallaxe de hauteur, ſi la diſtance au zénith que nous venons d'employer étoit la diſtance apparente. Mais ce quatrième terme ne ſera que la parallaxe approchée : pour l'avoir plus exactement, on ajoutera cette parallaxe approchée avec la diſtance au zénith, pour avoir la diſtance apparente au zénith approchée, & on fera cette nouvelle proportion . . . le rayon eſt au ſinus de cette diſtance apparente au zénith, comme la parallaxe horizontale, eſt à un quatrième terme qui ſera la parallaxe de hauteur, plus approchée & ſuffiſamment approchée. De cette parallaxe on retranchera la réfraction.

Alors, dans la *fig.* 54, on connoîtra *Ee* réfraction de l'étoile *Ll*; différence entre la réfraction *Ll'* & la parallaxe *l'l* de la Lune. Retranchant de la diſtance vraie *ZE*, la réfraction *Ee*, & ajoutant à la diſtance vraie *ZL*, la quantité *Ll*, on aura dans le triangle *Zel*, les deux côtés *Ze*, *Zl*, & l'arc obſervé *el*; on calculera donc les angles *Zel*, *Zle*, que l'on emploiera enſuite comme il a été dit (281), pour avoir les corrections *eq* & *ls*; après quoi on achèvera comme il a été dit (282).

357. Après avoir conclu la différence des méridiens, ſi on la trouvoit différente de celle de l'eſtime, d'un degré ou plus; pour plus d'exactitude, on recommenceroit le calcul

précédent en employant la longitude & la latitude de la Lune, calculées d'après cette nouvelle connoissance de la différence des méridiens.

358. Nous terminerons, en démontrant la méthode dont nous avons fait usage (287) pour calculer le lieu de la Lune plus exactement que par les parties proportionnelles.

Supposons que AE, BF, CG, DH (*fig.* 69) représentent quatre longitudes de la Lune correspondantes à quatre époques séparées par les intervalles de temps égaux AB, BC, CD, comme de 12 en 12 heures. Soit CG celle qui répond à l'époque la plus prochaine de celle pour laquelle on veut calculer; & ayant représenté par x les parties du temps comptées de C vers Z; & par $-x$, les parties du temps comptées de C vers Y; si on représente par y, une longitude quelconque de la Lune; & par a, celle qui correspond à un instant déterminé C; les voisines pourront être représentées assez exactement par $y = a + bx + cx^2$, b & c étant des quantités que nous allons déterminer.

En effet, si la vîtesse de la Lune étoit uniforme, sa longitude après un temps quelconque x compté depuis l'instant C, seroit $a + mx$, m étant cette vîtesse. Mais comme cette vîtesse est variable si on suppose (ce qui ne peut s'écarter beaucoup de la vérité pendant de petits intervalles de temps) qu'elle varie uniformément, c'est-à-dire, proportionnellement au temps, la vîtesse m pourra être représentée par $b + cx$; & par conséquent la longitude sera exprimée par $y = a + bx + cx^2$. Il s'agit donc de déterminer b & c.

Soient y', y'', y''', y'''' les longitudes AE, BF, CG, DH; & ayant représenté par l'unité la grandeur de chacun des intervalles de temps AB, BC, CD; les abscisses CA, CB, 0 & CD, correspondantes à ces longitudes, seront exprimées par -2, -1, 0, 1, on aura donc. . . . . .

$$\begin{aligned} y' &= a - 2b + 4c \\ y'' &= a - b + c \\ y''' &= a \\ y'''' &= a + b + c \end{aligned}$$

prenant les différences premières. . . . . .

$$\begin{aligned} y'' - y' &= b - 3c \\ y''' - y'' &= b - c \\ y'''' - y''' &= b + c \end{aligned}$$

prenant les différences ſecondes. . : : : : : : : : :

$$(y''' - y'') - (y'' - y') = 2c$$
$$(y'''' - y''') - (y''' - y'') = 2c$$

Ce qui fait voir que ſi la vîteſſe de la Lune étoit uniformément accélérée, les différences ſecondes devroient être égales entre elles. Mais puiſqu'on ſait qu'elles diffèrent peu, il faut prendre pour c, non la valeur que donne l'une ou l'autre de ces deux équations, mais celle qui réſulte de leur ſomme, & qui ſera le quart de la ſomme des deux différences ſecondes.

Soit e cette différence ſeconde moyenne, on aura donc $c = e$; par conſéquent $b = (y'''' - y''') - e$; donc $y = a + (y'''' - y''')x - ex + exx$, ou $y = a + (y'''' - y''')x - ex(1 - x)$; ou (par ce que nous avons repréſenté par l'unité, des eſpaces qui ſont de 12 heures) $y = a\ (y'''' - y''') . \frac{x}{12} - \frac{ex}{12} . \frac{12-x}{12}$, qui fournit la règle que nous avons donnée (287), & qui eſt un corollaire de la méthode des interpolations dont nous avons parlé (*Algèbre* 413).

FIN.

TABLE
DES MATIÈRES.

PREMIÈRE SECTION,

SECONDE SECTION,

TROISIÈME SECTION,

QUATRIÈME SECTION,

Fin de la Table des Matières.

AVERTISSEMENT

A L'USAGE DES TABLES DE LA NAVIGATION.

L'USAGE des Tables I, II, III, IV & V, *est expliqué* N°. 157—159.

Celui des Tables VI & VII, *est expliqué* N°. 160—161.

Celui des Tables VIII & IX *est évident.*

Celui des Tables X, XI & XII, *est expliqué* N°. 175—185.

Celui de la Table XIII, *est expliqué* N°. 186, *& en divers autres endroits.*

Celui des Tables XIV, XV & XVI, N°. 146—148.

Celui des Tables XVII & XVIII, N°. 209.

Celui des Tables XIX & XX, *est expliqué* N°. 107 *& suiv.*

Quant à la Table des Logarithmes des Sinus, Tangentes, &c. nous la donnons de minutes en minutes, pour tous les degrés du Quart de Cercle. Les titres qui sont au haut des cadres, servent pour les 45 premiers degrés, & les titres qui sont au bas des cadres, servent pour les 45 derniers degrés. On a supprimé une dixaine du Nombre avant le point dans les Logarithmes des Tangentes au-dessus de 45 degrés, parce qu'elle est inutile dans les Calculs lorsqu'on néglige en même temps le Logarithme du Rayon, ou du Sinus de 90°.

L'usage de cette Table est enseigné (Géométrie, N°. 277 & suiv.)

Celui de la Table des Logarithmes des Nombres naturels, (Arithmétique, N°. 227 & suiv.)

TABLES

TABLES
A L'USAGE
DE LA NAVIGATION.

TABLE I.

DE L'ÉQUATION DU TEMPS.

ARGUMENT. Longitude du Soleil.

Degrés.	♈	♉	♊	♋	♌	♍	♎	♏	♐	♑	♒	♓
	ajo.	*souf.*	*souf.*	*ajo.*	*ajo.*	*ajo.*	*souf.*	*souf.*	*souf.*	*souf.*	*ajo.*	*ajo.*
	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″	′ ″
0	7 35	1 10	3 53	1 10	5 54	2 19	7 37	15 29	13 29	1 9	11 29	14 19
1	7 16	1 24	3 49	1 24	5 55	2 3	7 57	15 36	13 12	0 39	11 46	14 13
2	6 57	1 37	3 45	1 37	5 57	1 46	8 18	15 43	12 55	0 10	12 3	14 6
	....	....	....	....	....	....	....	....	....	*ajo.*	....	....
3	6 39	1 49	3 40	1 50	5 57	1 29	8 39	15 49	12 37	0 20	12 18	13 59
4	6 20	2 1	3 34	2 4	5 57	1 12	8 59	15 54	12 18	0 49	12 33	13 51
5	6 1	2 12	3 28	2 17	5 57	0 54	9 19	15 58	11 59	1 18	12 46	13 42
6	5 42	2 23	3 21	2 30	5 56	0 36	9 39	16 2	11 39	1 47	12 59	13 33
7	5 23	2 34	3 14	2 43	5 54	0 18	9 58	16 5	11 18	2 16	13 12	13 23
	....	....	....	....	....	*souf.*	....	....	....	....	....	....
8	5 4	2 44	3 7	2 55	5 51	0 1	10 17	16 7	10 57	2 45	13 24	13 13
9	4 45	2 53	2 59	3 8	5 48	0 20	10 38	16 8	10 34	3 13	13 34	13 2
10	4 26	3 2	2 50	3 20	5 44	0 39	10 55	16 9	10 12	3 42	13 44	12 50
11	4 7	3 10	2 41	3 32	5 40	0 58	11 13	16 9	9 47	4 10	13 53	12 38
12	3 49	3 18	2 31	3 43	5 35	1 18	11 31	16 8	9 25	4 37	14 2	12 26
13	3 30	3 25	2 21	3 54	5 29	1 38	11 49	16 6	9 0	5 4	14 9	12 13
14	3 12	3 32	2 11	4 5	5 22	1 59	12 6	16 3	8 35	5 31	14 16	11 59
15	2 54	3 38	2 0	4 16	5 16	2 19	12 23	16 0	8 10	5 58	14 22	11 45
16	2 35	3 43	1 49	4 26	5 8	2 40	12 39	15 55	7 44	6 24	14 27	11 31
17	2 17	3 48	1 38	4 35	4 59	3 1	12 55	15 50	7 18	6 49	14 31	11 16
18	2 0	3 52	1 26	4 44	4 50	3 22	13 10	15 44	6 51	7 14	14 35	11 1
19	1 42	3 55	1 14	4 53	4 41	3 43	13 25	15 37	6 24	7 39	14 38	10 45
20	1 25	3 58	1 2	5 1	4 31	4 4	13 39	15 30	5 57	8 3	14 39	10 29
21	1 8	4 0	0 50	5 9	4 20	4 25	13 53	15 21	5 29	8 26	14 40	10 13
22	0 51	4 2	0 37	5 16	4 9	4 47	14 6	15 12	5 0	8 49	14 41	9 56
23	0 35	4 3	0 24	5 23	3 57	5 8	14 18	15 2	4 32	9 12	14 41	9 40
24	0 19	4 3	0 11	5 29	3 44	5 29	14 30	14 51	4 4	9 33	14 40	9 23
	....	....	*ajo.*	....	....	....	....	....	....	....	....	....
25	0 3	4 3	0 3	5 35	3 31	5 51	14 42	14 39	3 35	9 54	14 38	9 5
	souf.	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....	....
26	0 13	4 2	0 16	5 40	3 18	6 12	14 52	14 27	3 6	10 15	14 36	8 48
27	0 28	4 1	0 30	5 44	3 4	6 33	15 2	14 13	2 37	10 34	14 33	8 30
28	0 42	3 59	0 43	5 48	2 49	6 54	15 12	13 59	2 7	10 54	14 29	8 12
29	0 56	3 56	0 57	5 51	2 34	7 15	15 21	13 44	1 38	11 12	14 24	7 53
30	1 10	3 53	1 10	5 54	2 19	7 37	15 29	13 29	1 9	11 29	14 19	7 35

Les abréviations *ajo.* & *souf.* marquent que l'équation doit être ajoutée au temps vrai, ou en être soustraite, pour le réduire au temps moyen; c'est le contraire pour réduire le temps moyen au vrai.

TABLE II.

ÉPOQUES des Longitudes moyennes du Soleil pour les Années.

Années Grégor.		Long. Moy. S.	D.	′	″	Long. Ap. S.	D.	′	″
	1747	9	9	44	34	3	8	34	47
Biss.	1748	9	10	29	22	3	8	35	53
	1749	9	10	15	3	3	8	36	58
	1750	9	10	0	43	3	8	38	4
	1751	9	9	46	24	3	8	39	9
Biss.	1752	9	10	31	13	3	8	40	15
	1753	9	10	16	53	3	8	41	20
	1754	9	10	2	34	3	8	42	26
	1755	9	9	48	14	3	8	43	31
Biss.	1756	9	10	33	3	3	8	44	37
	1757	9	10	18	43	3	8	45	42
	1758	9	10	4	24	3	8	46	48
	1759	9	9	50	4	3	8	47	53
Biss.	1760	9	10	34	53	3	8	48	59
	1761	9	10	20	34	3	8	50	4
	1762	9	10	6	14	3	8	51	10
	1763	9	9	51	55	3	8	52	15
Biss.	1764	9	10	36	43	3	8	53	21
	1765	9	10	22	24	3	8	54	26
	1766	9	10	8	4	3	8	55	32
	1767	9	9	53	45	3	8	56	37
Biss.	1768	9	10	38	34	3	8	57	43
	1769	9	10	24	14	3	8	58	48
	1770	9	10	9	54	3	8	59	54
	1771	9	9	55	35	3	9	0	59
Biss.	1772	9	10	40	24	3	9	2	5
	1773	9	10	26	4	3	9	3	10
	1774	9	10	11	45	3	9	4	16
	1775	9	9	57	25	3	9	5	21
Biss.	1776	9	10	42	14	3	9	6	27
	1777	9	10	27	54	3	9	7	32
	1778	9	10	13	35	3	9	8	38
	1779	9	9	59	16	3	9	9	43
Biss.	1780	9	10	44	4	3	9	10	49
	1781	9	10	29	45	3	9	11	54
	1782	9	10	15	25	3	9	13	0
	1783	9	10	1	6	3	9	14	5
Biss.	1784	9	10	45	54	3	9	15	11
	1785	9	10	31	35	3	9	16	16
	1786	9	10	17	15	3	9	17	22
	1787	9	10	2	56	3	9	18	27
Biss.	1788	9	10	47	45	3	9	19	33
	1789	9	10	33	25	3	9	20	38
	1790	9	10	19	6	3	9	21	44
	1791	9	10	4	46	3	9	22	49
Biss.	1792	9	10	49	35	3	9	23	55
	1793	9	10	35	15	3	9	25	0
	1794	9	10	20	56	3	9	26	6
	1795	9	10	6	36	3	9	27	11
Biss.	1796	9	10	51	25	3	9	28	17
	1797	9	10	37	6	3	9	29	22
	1798	9	10	22	46	3	9	30	28
	1799	9	10	8	27	3	9	31	33
Com.	1800	9	9	54	7	3	9	32	39

TABLE III.

Des moyens Mouvemens du Soleil pour les Mois complets.

Mois.	Mouv. Moy. du Soleil. S.	D.	′	″	M. de l'Ap. ′	″	Mois.	Mouv. Moy. du Soleil. S.	D.	′	″	M. de l'Ap. ′	″
Janvier	0	0	0	0	0	0	Juillet.	5	28	24	8	0	32
Février	1	0	33	18	0	5	Août	6	28	57	26	0	38
Mars	1	28	9	12	0	11	Septembre . . .	7	29	30	44	0	43
Avril	2	28	42	30	0	16	Octobre	8	29	4	54	0	49
Mai	3	28	16	40	0	22	Novembre . . .	9	29	38	12	0	54
Juin	4	28	49	58	0	27	Décembre . . .	10	29	12	22	1	0

TABLE IV.

Des moyens Mouvemens du Soleil pour les jours du Mois, les heures, les minutes & les secondes.

Jours.	Mouv. Moy. S. D.	′ ″	Ap. ″	H.	Mouv. ′ ″	M.	Mouv. ′ ″	M.	Mouv. ′ ″	S.	Mouv. ″
1	0 0	59 8	0	1	2 28	1	0 3	31	1 16	2	0
2	0 1	58 17	0	2	4 56	2	0 5	32	1 19	4	0
3	0 2	57 25	1	3	7 24	3	0 7	33	1 21	6	0
4	0 3	56 33	1	4	9 51	4	0 10	34	1 24	8	0
5	0 4	55 42	1	5	12 19	5	0 12	35	1 26	10	0
6	0 5	54 50	1	6	14 47	6	0 15	36	1 29	12	0
7	0 6	53 58	1	7	17 15	7	0 17	37	1 31	14	1
8	0 7	53 7	1	8	19 43	8	0 20	38	1 34	16	1
9	0 8	52 15	2	9	22 11	9	0 22	39	1 36	18	1
10	0 9	51 23	2	10	24 39	10	0 25	40	1 39	20	1
11	0 10	50 32	2	11	27 6	11	0 27	41	1 41	22	1
12	0 11	49 40	2	12	29 34	12	0 30	42	1 44	24	1
13	0 12	48 48	2	13	32 2	13	0 32	43	1 46	26	1
14	0 13	47 56	2	14	34 30	14	0 35	44	1 48	28	1
15	0 14	47 5	3	15	36 58	15	0 37	45	1 51	30	1
16	0 15	46 13	3	16	39 26	16	0 39	46	1 53	32	1
17	0 16	45 22	3	17	41 53	17	0 42	47	1 56	34	1
18	0 17	44 30	3	18	44 21	18	0 44	48	1 58	36	1
19	0 18	43 38	3	19	46 49	19	0 47	49	2 1	38	2
20	0 19	42 47	3	20	49 17	20	0 49	50	2 3	40	2
21	0 20	41 55	4	21	51 45	21	0 52	51	2 6	42	2
22	0 21	41 3	4	22	54 13	22	0 54	52	2 8	44	2
23	0 22	40 12	4	23	56 41	23	0 57	53	2 11	46	2
24	0 23	39 20	4	24	59 8	24	0 59	54	2 13	48	2
25	0 24	38 28	5			25	1 2	55	2 16	50	2
26	0 25	37 37	5			26	1 4	56	2 18	52	2
27	0 26	36 45	5			27	1 7	57	2 20	54	2
28	0 27	35 53	5			28	1 9	58	2 23	56	2
29	0 28	35 2	5			29	1 11	59	2 25	58	2
30	0 29	34 10	5			30	1 14	60	2 28	60	2
31	1 0	33 18	6								

Dans les années bissextiles, il faut ôter de la date proposée, un jour, pendant les mois de Janvier & de Février.

TABLE V.

ÉQUATION DU CENTRE DU SOLEIL.

Argument. Anomalie moyenne du Soleil.

Degrés.	0 Signe. Soust. ° ′ ″	0 Signe. Diff. ′ ″	I. Soust. ° ′ ″	I. Diff. ′ ″	II. Soust. ° ′ ″	II. Diff. ′ ″	
0	0 0 0	1 59	0 56 44	1 43	1 38 59	1 1	30
1	0 1 59	1 58	0 58 27	1 42	1 40 0	0 59	29
2	0 3 57	1 58	1 0 9	1 40	1 40 59	0 58	28
3	0 5 55	1 58	1 1 50	1 39	1 41 57	0 55	27
4	0 7 54	1 58	1 3 29	1 39	1 42 52	0 54	26
5	0 9 52	1 58	1 5 8	1 38	1 43 46	0 51	25
6	0 11 50	1 58	1 6 46	1 36	1 44 37	0 50	24
7	0 13 48	1 57	1 8 22	1 35	1 45 27	0 48	23
8	0 15 45	1 57	1 9 57	1 35	1 46 15	0 47	22
9	0 17 42	1 57	1 11 32	1 32	1 47 2	0 44	21
10	0 19 39	1 57	1 13 4	1 32	1 47 46	0 42	20
11	0 21 36	1 56	1 14 36	1 30	1 48 28	0 40	19
12	0 23 32	1 56	1 16 6	1 29	1 49 8	0 39	18
13	0 25 28	1 55	1 17 35	1 28	1 49 47	0 37	17
14	0 27 23	1 55	1 19 3	1 26	1 50 24	0 34	16
15	0 29 18	1 55	1 20 29	1 25	1 50 58	0 32	15
16	0 31 13	1 54	1 21 54	1 23	1 51 30	0 31	14
17	0 33 7	1 53	1 23 17	1 22	1 52 1	0 28	13
18	0 35 0	1 53	1 24 39	1 21	1 52 29	0 27	12
19	0 36 53	1 52	1 26 0	1 18	1 52 56	0 24	11
20	0 38 45	1 51	1 27 18	1 18	1 53 20	0 23	10
21	0 40 36	1 51	1 28 36	1 16	1 53 43	0 20	9
22	0 42 27	1 50	1 29 52	1 14	1 54 3	0 18	8
23	0 44 17	1 49	1 31 6	1 13	1 54 21	0 16	7
24	0 46 6	1 49	1 32 19	1 11	1 54 37	0 14	6
25	0 47 55	1 47	1 33 30	1 9	1 54 51	0 12	5
26	0 49 42	1 47	1 34 39	1 8	1 55 3	0 10	4
27	0 51 29	1 46	1 35 47	1 6	1 55 13	0 8	3
28	0 53 15	1 45	1 36 53	1 4	1 55 21	0 6	2
29	0 55 0	1 44	1 37 57	1 3	1 55 27	0 3	1
30	0 56 44		1 39 0		1 55 30		0
	Ajouter. XI.		Ajouter. X.		Ajouter. IX.		D.

Suite de la TABLE V.

ÉQUATION DU CENTRE DU SOLEIL.

Argument. Anomalie moyenne du Soleil.

Degrés.	III. Soust. ° ′ ″	III. Diff. ′ ″	IV. Soust. ° ′ ″	IV. Diff. ′ ″	V. Soust. ° ′ ″	V. Diff. ′ ″	
0	1 55 30	0 2	1 41 6	1 0	0 58 50	1 47	30
1	1 55 32	0 1	1 40 6	1 2	0 57 3	1 48	29
2	1 55 31	0 3	1 39 4	1 4	0 55 15	1 48	28
3	1 55 28	0 5	1 38 0	1 6	0 53 27	1 50	27
4	1 55 23	0 6	1 36 54	1 8	0 51 37	1 51	26
5	1 55 17	0 9	1 35 46	1 9	0 49 46	1 52	25
6	1 55 8	0 12	1 34 37	1 11	0 47 54	1 52	24
7	1 54 56	0 13	1 33 26	1 13	0 46 2	1 54	23
8	1 54 43	0 16	1 32 13	1 15	0 44 8	1 54	22
9	1 54 27	0 17	1 30 58	1 16	0 42 14	1 56	21
10	1 54 10	0 20	1 29 42	1 18	0 40 18	1 56	20
11	1 53 50	0 22	1 28 24	1 20	0 38 22	1 57	19
12	1 53 28	0 23	1 27 4	1 21	0 36 25	1 57	18
13	1 53 5	0 26	1 25 43	1 24	0 34 28	1 58	17
14	1 52 39	0 28	1 24 19	1 24	0 32 30	1 59	16
15	1 52 11	0 30	1 22 55	1 27	0 30 31	1 59	15
16	1 51 41	0 33	1 21 28	1 27	0 28 32	2 0	14
17	1 51 8	0 34	1 20 1	1 30	0 26 32	2 1	13
18	1 50 34	0 36	1 18 31	1 31	0 24 31	2 1	12
19	1 49 58	0 39	1 17 0	1 32	0 22 30	2 1	11
20	1 49 19	0 40	1 15 28	1 34	0 20 29	2 2	10
21	1 48 39	0 43	1 13 54	1 35	0 18 27	2 2	9
22	1 47 56	0 44	1 12 19	1 37	0 16 25	2 2	8
23	1 47 12	0 46	1 10 42	1 38	0 14 23	2 3	7
24	1 46 26	0 49	1 9 4	1 39	0 12 20	2 3	6
25	1 45 37	0 50	1 7 25	1 41	0 10 17	2 3	5
26	1 44 47	0 53	1 5 44	1 41	0 8 14	2 3	4
27	1 43 54	0 54	1 4 3	1 44	0 6 11	2 3	3
28	1 43 0	0 56	1 2 19	1 44	0 4 7	2 3	2
29	1 42 4	0 58	1 0 35	1 45	0 2 4	2 4	1
30	1 41 6		0 58 50		0 0 0		0
	Ajouter. VIII.		Ajouter. VII.		Ajouter. VI.		D.

TABLE VI.

De ce que l'on doit retrancher de la Longitude vraie du Soleil, ou lui ajouter, pour avoir l'Ascension droite.

Degrés.	*Argument.* Longitude vraie du Soleil.											
	0 S. VI.			*Diff.*		I. VII.		*Diff.*		I. VIII.		*Diff.*	
	0	′	″	′	″	0	′	″	′	″	0	′	″	′	″	
0	0	0	0	4	58	2	5	43	2	37	2	11	16	2	33	30
1	0	4	58	4	57	2	8	20	2	29	2	8	43	2	43	29
2	0	9	55	4	57	2	10	49	2	19	2	6	0	2	54	28
3	0	14	52	4	56	2	13	8	2	10	2	3	6	3	2	27
4	0	19	48	4	55	2	15	18	2	1	2	0	4	3	13	26
5	0	24	43	4	53	2	17	19	1	52	1	56	51	3	21	25
6	0	29	36	4	51	2	19	11	1	41	1	53	30	3	31	24
7	0	34	27	4	49	2	20	52	1	32	1	49	59	3	39	23
8	0	39	16	4	46	2	22	24	1	21	1	46	20	3	48	22
9	0	44	2	4	44	2	23	45	1	12	1	42	32	3	56	21
10	0	48	46	4	40	2	24	57	1	1	1	38	36	4	4	20
11	0	53	26	4	37	2	25	58	0	50	1	34	32	4	11	19
12	0	58	3	4	33	2	26	48	0	40	1	30	21	4	19	18
13	1	2	36	4	29	2	27	28	0	30	1	26	2	4	26	17
14	1	7	5	4	25	2	27	58	0	19	1	21	36	4	33	16
15	1	11	30	4	20	2	28	17	0	8	1	17	3	4	39	15
16	1	15	50	4	15	2	28	25	0	3	1	12	24	4	44	14
17	1	20	5	4	10	2	28	22	0	14	1	7	40	4	51	13
18	1	24	15	4	4	2	28	8	0	25	1	2	49	4	55	12
19	1	28	19	3	59	2	27	43	0	35	0	57	54	5	1	11
20	1	32	18	3	52	2	27	8	0	47	0	52	53	5	5	10
21	1	36	10	3	46	2	26	21	0	57	0	47	48	5	8	9
22	1	39	56	3	39	2	25	24	1	9	0	42	40	5	12	8
23	1	43	35	3	33	2	24	15	1	19	0	37	28	5	16	7
24	1	47	8	3	25	2	22	56	1	30	0	32	12	5	18	6
25	1	50	33	3	18	2	21	26	1	41	0	26	54	5	20	5
26	1	53	51	3	10	2	19	45	1	51	0	21	34	5	22	4
27	1	57	1	3	2	2	17	54	2	3	0	16	12	5	23	3
28	2	0	3	2	55	2	15	51	2	12	0	10	49	5	24	2
29	2	2	58	2	45	2	13	39	2	23	0	5	25	5	25	1
30	2	5	43			2	11	16			0	0	0			0
	V.	XI.				IV.	X.				III.	IX.				D.

On doit retrancher depuis o Signe jusqu'à III. Signes exclusivement, & depuis VI. Signes jusqu'à IX. exclusivement; au contraire, on doit ajouter dans les autres Signes.

TABLE VII.

POUR LA DÉCLINAISON DU SOLEIL.

Argument. Longitude vraie du Soleil.

Degrés.	0. VI. Déclin. ° ′ ″	Diff. ′ ″	I. VII. Déclin. ° ′ ″	Diff. ′ ″	II. VIII. Déclin. ° ′ ″	Diff. ′ ″	
0	0 0 0	23 55	11 29 12	21 3	20 10 39	12 33	30
1	0 23 55	23 53	11 50 15	20 50	20 23 12	12 11	29
2	0 47 48	23 53	12 11 5	20 38	20 35 23	12 48	28
3	1 11 41	23 51	12 31 43	20 26	20 47 11	11 22	27
4	1 35 32	23 50	12 52 9	20 12	20 58 33	11 3	26
5	1 59 22	23 48	13 12 21	20 0	21 9 36	10 39	25
6	2 23 10	23 46	13 32 21	19 48	21 20 15	10 12	24
7	2 46 56	23 44	13 52 9	19 31	21 30 27	9 51	23
8	3 10 40	23 40	14 11 40	19 18	21 40 18	9 26	22
9	3 34 20	23 37	14 30 58	19 3	21 49 44	9 0	21
10	3 57 57	23 34	14 50 1	18 49	21 58 44	8 37	20
11	4 21 31	23 30	15 8 50	18 33	22 7 21	8 12	19
12	4 45 1	23 24	15 27 23	18 17	22 15 33	7 45	18
13	5 8 25	23 21	15 45 40	18 3	22 23 18	7 21	17
14	5 31 46	23 15	16 3 43	17 45	22 30 39	6 55	16
15	5 55 1	23 10	16 21 28	17 28	22 37 34	6 30	15
16	6 18 11	23 4	16 38 56	17 10	22 44 4	6 2	14
17	6 41 15	22 57	16 56 6	16 54	22 50 6	5 37	13
18	7 4 12	22 50	17 13 0	16 36	22 55 43	5 10	12
19	7 27 2	22 43	17 29 36	16 17	23 0 53	4 44	11
20	7 49 45	22 37	17 45 53	15 59	23 5 37	4 18	10
21	8 12 22	22 30	18 1 52	15 39	23 9 55	3 51	9
22	8 34 52	22 19	18 17 31	15 20	23 13 46	3 23	8
23	8 57 11	22 11	18 32 51	15 0	23 17 9	2 57	7
24	9 19 22	22 4	18 47 51	14 40	23 20 6	2 29	6
25	9 41 26	21 53	19 2 31	14 21	23 22 35	2 3	5
26	10 3 19	21 44	19 16 52	13 58	23 24 38	1 35	4
27	10 25 3	21 34	19 30 50	13 38	23 26 13	1 8	3
28	10 46 37	21 24	19 44 28	13 16	23 27 21	0 41	2
29	11 8 1	21 11	19 47 44	12 55	23 28 2	0 13	1
30	11 29 12		20 10 39		23 28 15		0
	V. XI.		IV. X.		III. IX.		D.

La déclinaiſon eſt Septentrionale dans les ſix premiers Signes, & Méridionale dans les ſix derniers.

TABLE VIII.

Pour réduire le temps en parties de l'Équateur.

Heures.	Degrés.	M. S. T.	° ′ ″ ‴	M. S. T.	° ′ ″ ‴
1	15	1	0 15	31	7 45
2	30	2	0 30	32	8 0
3	45	3	0 45	33	8 15
4	60	4	1 0	34	8 30
5	75	5	1 15	35	8 45
6	90	6	1 30	36	9 0
7	105	7	1 45	37	9 15
8	120	8	2 0	38	9 30
9	135	9	2 15	39	9 45
10	150	10	2 30	40	10 0
11	165	11	2 45	41	10 15
12	180	12	3 0	42	10 30
13	195	13	3 15	43	10 45
14	210	14	3 30	44	11 0
15	225	15	3 45	45	11 15
16	240	16	4 0	46	11 30
17	255	17	4 15	47	11 45
18	270	18	4 30	48	12 0
19	285	19	4 45	49	12 15
20	300	20	5 0	50	12 30
21	315	21	5 15	51	12 45
22	330	22	5 30	52	13 0
23	345	23	5 45	53	13 15
24	360	24	6 0	54	13 30
		25	6 15	55	13 45
		26	6 30	56	14 0
		27	6 45	57	14 15
		28	7 0	58	14 30
		29	7 15	59	14 45
		30	7 30	60	15 0

TABLE IX.

Pour réduire en temps les parties de l'Équateur.

° ′ ″	H. M. M. S. S. T.	D. ′ ″	H. M. M. S. S. T.	Degrés.	Minutes. Heures.
1	0 4	31	2 4	70	4 40
2	0 8	32	2 8	80	5 20
3	0 12	33	2 12	90	6 0
4	0 16	34	2 16	100	6 40
5	0 20	35	2 20	110	7 20
6	0 24	36	2 24	120	8 0
7	0 28	37	2 28	130	8 40
8	0 32	38	2 32	140	9 20
9	0 36	39	2 36	150	10 0
10	0 40	40	2 40	160	10 40
11	0 44	41	2 44	170	11 20
12	0 48	42	2 48	180	12 0
13	0 52	43	2 52	190	12 40
14	0 56	44	2 56	200	13 20
15	1 0	45	3 0	210	14 0
16	1 4	46	3 4	220	14 40
17	1 8	47	3 8	230	15 20
18	1 12	48	3 12	240	16 0
19	1 16	49	3 16	250	16 40
20	1 20	50	3 20	260	17 20
21	1 24	51	3 24	270	18 0
22	1 28	52	3 28	280	18 40
23	1 32	53	3 32	290	19 20
24	1 36	54	3 36	300	20 0
25	1 40	55	3 40	310	20 40
26	1 44	56	3 44	320	21 20
27	1 48	57	3 48	330	22 0
28	1 52	58	3 52	340	22 40
29	1 56	59	3 56	350	23 20
30	2 0	60	4 0	360	24 0

TABLES

Des corrections qu'on doit faire aux hauteurs observées.

TABLE X.

Pour l'inclinaison de l'horizon de la mer.

Élévation de l'œil au-dessus de la mer.	*Inclinaison.*
Pieds.	′ ″
1	1 6
4	2 12
9	3 18
16	4 23
25	5 29
36	6 35
49	7 41
64	8 47
81	9 53
100	10 59
121	12 5
144	13 10
169	14 16
196	15 22
225	16 28

On voit par cette Table que les quarrés des angles d'inclinaison, lorsqu'ils sont petits, sont comme les hauteurs de l'œil.

TABLE XI.

Pour la réfraction.

Distances au zénith.	*Réfraction.*	*Hauteurs observées.*
D.	′ ″	D.
0	0 0	90
10	0 12	80
20	0 24	70
30	0 38	60
40	0 55	50
50	1 18	40
55	1 33	35
60	1 53	30
65	2 20	25
70	2 53	20
71	3 2	19
72	3 10	18
73	3 18	17
74	3 28	16
75	3 42	15
76	4 0	14
77	4 18	13
78	4 38	12
79	5 3	11
80	5 32	10
81	6 7	9
82	6 49	8
83	7 42	7
84	8 48	6
85	9 47	5
86	11 48	4
87	15 19	3
88	20 30	2
89	27 24	1
90	32 30	0

TABLE XII.

Des demi-diamètres du Soleil.

Jours du mois.	*Demi-diamètre.*	*Jours du mois.*
	′ ″	
Janv. 1	16 18	25
7	16 18	19
13	16 17	13
19	16 17	7
25	16 16	1 Déc.
Févr. 1	16 15	25
7	16 14	19
13	16 13	13
19	16 12	7
25	16 10	1 Nov.
Mars. 1	16 9	25
7	16 8	19
13	16 6	13
19	16 4	7
25	16 3	1 Oct.
Avr. 1	16 1	25
7	15 59	19
13	15 58	13
19	15 56	7
25	15 54	1 Sept.
Mai 1	15 53	25
7	15 52	19
13	15 50	13
19	15 49	7
25	15 48	1 Août.
Juin. 1	15 47	25
7	15 46	19
13	15 46	13
19	15 46	7
25	15 45	1 Juil.

TABLE XIII.

De l'Ascension droite, & de la déclinaison des principales Étoiles, au commencement de 1760; & la variation annuelle.

La variation en déclinaison doit être retranchée lorsqu'elle a le signe —, & ajoutée lorsqu'elle a le signe +.

Caractères & noms des Étoiles.	*Grandeur.*	*Ascension droite.* D. ′ ″	*Aug. ann.* ″	*Déclinaison* D. ′ ″	*Var. ann.* ″
γ de Pégaze, ou *Algénib.*	2	0 13 33	46	13 50 59 N	+ 20
α du Phénix	2	3 35 30	45	43 36 27 S	— 20
α de Cassiopée	2	6 45 15	50	55 13 0 N	+ 20
β de la Baleine.	2	7 53 2	45	19 18 28 S	— 20
α Etoile Polaire.	2	11 6 4	151	88 1 19 N	+ 20
α de l'Eridan, ou *Achernar.*	1	22 11 30	34	58 27 48 S	— 19
β Tête de Méduse, ou *Algol*	2	43 9 30	58	40 0 42 N	+ 12
α de Persée	2	46 49 54	63	48 59 10 N	+ 14
κ des Pleyades	3	53 18 51	53	23 20 40 N	+ 12
α œil du Taureau, ou *Aldébaran.*	1	65 32 36	51	16 0 27 N	+ 8
α *la Chèvre.*	1	74 44 53	66	45 43 34 N	+ 5
β d'Orion, ou *Rigel*	1	75 45 23	43	8 29 46 S	— 5
β du Taureau.	2	77 46 54	57	28 22 51 N	+ 4
ζ d'Orion.	2	79 56 31	46	0 29 43 S	— 4
ε d'Orion.	2	81 0 47	46	1 22 29 S	— 3
α d'Orion.	1	85 32 49	49	7 30 31 S	— 3
α du Navire, ou *Canobus.*	1	92 2 3	20	52 34 24 S	+ 2
β du grand Chien.	2	94 39 30	40	17 51 19 S	+ 1
α du grand Chien, ou *Sirius.*	1	98 38 45	40	16 24 5 S	+ 3
δ du grand Chien.	2	104 39 34	37	26 1 43 S	+ 5
α des Gémeaux.	2	109 48 42	58	32 23 29 N	— 7
α du petit Chien, ou *Procyon.*	1	111 40 57	48	5 49 29 N	— 7
ρ des Gémeaux.	2	112 39 1	56	28 35 6 N	— 8
α de l'Hydre.	2	138 57 4	44	7 37 43 S	+ 15
α Cœur du Lion, ou *Regulus.*	1	148 53 28	49	13 8 0 N	— 17
ρ du Lion.	2	165 19 26	48	21 50 11 N	— 19
ρ du Lion.	2	174 12 4	47	15 54 51 N	— 20
α *l'Épi de la Vierge.*	1	198 8 47	47	9 54 1 S	+ 19
α du Bouvier, ou *Arcturus.*	1	211 11 2	41	20 26 48 N	— 17
ρ de la Balance	2	226 1 55	48	8 28 48 S	+ 14
α de la Couronne du Nord.	2	231 7 58	38	27 32 16 N	— 13
β du Scorpion.	2	237 52 52	52	19 7 40 S	+ 11
α Cœur du Scorpion, ou *Antares.*	1	243 41 4	55	25 52 36 S	+ 9
α d'Hercule	2	255 55 37	41	14 40 57 N	— 5
α d'Ophiucus.	2	260 57 0	42	12 45 17 N	— 3
α la Lyre.	1	277 12 7	30	38 34 26 N	+ 2
α de l'Aigle.	2	294 46 2	44	8 15 9 N	+ 8
α du Cigne.	2	308 18 44	31	44 26 0 N	+ 12
α du Poisson Austral, ou *Fomahault.*	1	341 5 3	50	30 53 12 S	— 19
α d'Andromede	2	356 0 21	46	27 45 56 N	— 20

TABLES XIV & XV.

Pour calculer les temps vrais des Phases de la Lune pour le Méridien de Paris.

Pour les Années.

Années.		J.	H.	′	A.	P.
Biss.	1760	0	22	19	678	3
	1761	5	1	31	74	1
	1762	1	19	31	202	2
	1763	5	22	42	599	4
Biss.	1764	1	16	41	727	1
	1765	5	19	52	124	3
	1766	2	13	52	252	4
	1767	6	17	3	649	2
Biss.	1768	2	11	2	777	3
	1769	6	14	13	174	1
	1770	3	8	13	302	2
	1771	0	2	12	431	3
Biss.	1772	3	5	23	827	1
	1773	7	8	34	224	3
	1774	4	2	34	352	4
	1775	0	20	33	481	1
Biss.	1776	3	23	43	877	3
	1777	0	17	43	5	4
	1778	4	20	54	402	2
	1779	1	14	53	530	3

Années.		J.	H.	′	A.	P.
Biss.	1780	4	18	3	927	1
	1781	1	12	4	55	2
	1782	5	15	14	451	4
	1783	2	9	14	580	1
Biss.	1784	5	12	25	976	3
	1785	2	6	24	105	4
	1786	6	9	35	501	2
	1787	3	3	35	630	3
Biss.	1788	6	6	46	26	1
	1789	3	0	45	155	2
	1790	7	3	56	551	4
	1791	3	21	56	680	1
Biss.	1792	7	1	6	76	3
	1793	3	19	6	205	4
	1794	0	13	6	333	1
	1795	4	16	16	730	3
Biss.	1796	0	10	16	858	4
	1797	4	13	27	254	2
	1798	1	7	26	383	3
	1799	5	10	37	779	1

Pour les Mois.

M.	J.	H.	′	A.	P.	M.	J.	H.	′	A.	P.	M.	J.	H.	′	A.	P.
Janvier.	7	9	35	268	1	Mai.	5	14	49	555	1	Septemb.	7	21	12	110	2
	14	19	6	536	2		12	23	52	823	2		15	6	18	377	3
	22	4	38	804	3		20	8	37	91	3		22	15	26	645	4
	29	14	9	72	4		27	17	28	359	4		30	0	36	913	1
Février.	5	23	34	340	1	Juin.	4	2	15	626	1	Octobre.	7	9	51	181	2
	13	9	10	608	2		11	11	8	894	2		14	19	8	449	3
	20	18	36	875	3		18	19	47	162	3		22	4	33	717	4
	28	4	3	143	4		26	4	39	430	4		29	13	57	985	1
Mars.	7	13	33	411	1	Juillet.	3	13	22	698	1	Novemb.	5	23	18	253	2
	14	22	54	679	2		10	22	4	966	2		15	8	46	521	3
	22	8	13	947	3		18	6	47	234	3		20	18	15	789	4
	29	17	27	215	4		25	15	40	502	4		28	3	49	57	1
Avril.	6	2	39	483	1	Août.	2	0	28	770	1	Décembre.	5	13	15	325	2
	13	11	47	751	2		9	9	20	38	2		12	22	45	593	3
	20	20	51	19	3		16	18	11	306	3		20	8	18	861	4
	28	5	52	287	4		24	3	8	574	4		27	17	56	128	1
							31	12	9	842	1						

Dans les mois de Janvier & Février des années bissextiles, il faut ajouter un jour au temps de la Phase trouvée par ces Tables.

TABLE XVI.

Pour calculer l'heure vraie des Phases de la Lune.

De l'Équation qu'il faut toujours ajouter aux jours, heures & minutes trouvés par les Tables XIV & XV, de la page précédente, selon la somme des nombres A, *& selon que la somme des nombres* P *indique une Syzigie ou une Quadrature.*

A.	Syzigies. H.	'	Quadr. H.	'	A.	Syzigies. H.	'	Quadr. H.	'	A.	Syzigies. H.	'	Quadr. H.	'
0	14	55	14	55	330	23	16	27	55	670	6	34	1	55
10	15	34	15	50	340	22	57	27	29	680	6	16	1	30
20	16	13	16	45	350	22	36	27	2	690	6	0	1	7
30	16	51	17	40	360	22	13	26	33	700	5	46	0	47
40	17	29	18	35	370	21	48	26	1	710	5	35	0	30
50	18	6	19	30	380	21	22	25	23	720	5	25	0	16
60	18	42	20	23	390	20	54	24	43	730	5	17	0	6
70	19	17	21	16	400	20	25	23	58	740	5	12	0	0
80	19	51	22	7	410	19	55	23	11	750	5	10	0	1
90	20	24	22	55	420	19	25	22	23	760	5	8	0	7
100	20	56	23	41	430	18	53	21	35	770	5	10	0	18
110	21	25	24	25	440	18	21	20	44	780	5	13	0	32
120	21	53	25	7	450	17	48	19	51	790	5	19	0	48
130	22	19	25	45	460	17	14	18	55	800	5	28	1	6
140	22	43	26	19	470	16	40	17	57	810	5	39	1	25
150	23	6	26	48	480	16	5	16	57	820	5	51	1	46
160	23	28	27	15	490	15	30	15	56	830	6	5	2	10
170	23	45	27	40	500	14	55	14	55	840	6	22	2	35
180	23	59	28	4	510	14	20	13	54	850	6	44	3	2
190	24	11	28	25	520	13	45	12	53	860	7	7	3	31
200	24	22	28	44	530	13	10	11	53	870	7	31	4	5
210	24	31	29	2	540	12	36	10	55	880	7	57	4	43
220	24	37	29	18	550	12	2	9	59	890	8	25	5	25
230	24	40	29	32	560	11	29	9	6	900	8	54	6	9
240	24	42	29	43	570	10	57	8	15	910	9	26	6	55
250	24	40	29	49	580	10	25	7	27	920	9	59	7	43
260	24	38	29	50	590	9	55	6	39	930	10	33	8	34
270	24	33	29	44	600	9	25	5	52	940	11	8	9	27
280	24	25	29	34	610	8	56	5	7	950	11	44	10	20
290	24	15	29	20	620	8	28	4	27	960	12	21	11	15
300	24	4	29	3	630	8	2	3	49	970	12	59	12	10
310	23	50	28	43	640	7	37	3	17	980	13	37	13	5
320	23	34	28	20	650	7	14	2	48	990	14	16	14	0
330	23	16	27	55	660	6	53	2	21	1000	14	55	14	55

	Syzigies.	*Quadratures.*
P. étant	1 ou 5 indique Nouv. Lune.	2 ou 6 indique Prem. Quartier.
	3 ou 7 indique Pleine Lune.	4 ou 8 indique Dern. Quartier.

TABLE XVII.

De l'heure de l'Établissement pour quelques Ports.

H. '		H. '		H. '	
3 0	Côte de Gascogne.	6 45	Granville.	6 45	Bristol.
3 30	S.-Jean-de-Lux & Bayonne.	9 0	Caen.	6 0	Plimouth.
3 45	La Rochelle.		Honfleur & le Havre-de-Grace.	10 30	Yarmouth.
4 15	Rochefort.			11 30	Douvres.
3 0	Côte de Poitou.	1 15	Rouen.	5 15	Baltimore.
1 30	Belle-Isle.	10 30	Dieppe & Calais.	9 15	Dublin.
3 45	Vannes & Auray.	12 0	Dunkerque.	12 30	L'Eclûse.
3 15	Brest.		Nieuport.	1 30	Bergue.
6 0	Saint-Malo.		Ostende.	3 0	Amsterdam.

TABLE XVIII.

De la Correction qu'il faut appliquer à l'heure de l'Établissement d'un Port, pour avoir le temps de la plus haute Marée à un jour proposé.

Intervalle de temps.	Après la N. Lune.	Avant le 1. Quart.	Après le 1. Quart.	Avant la Pl. Lune.	Après la Pl. Lune.	Avant le Der. Quart.	Après le Der. Quart.	Avant la N. Lune.
	Addit.	Addit.	Addit.	Soustr.	Addit.	Addit.	Addit.	Soustr.
J. H.	H. '	H. '	H. '	H. '	H. '	H. '	H. '	H. '
0 0	0 0	5 6	5 6	0 0	0 0	5 6	5 6	0 0
6	0 8	4 51	5 22	0 9	0 8	4 51	5 22	0 9
12	0 17	4 37	5 40	0 18	0 17	4 37	5 40	0 18
18	0 26	4 23	6 0	0 27	0 26	4 23	6 0	0 27
1 0	0 36	4 9	6 20	0 37	0 36	4 9	6 20	0 37
6	0 45	3 56	6 39	0 47	0 45	3 56	6 39	0 47
12	0 54	3 44	6 58	0 57	0 54	3 44	6 58	0 57
18	1 2	3 32	7 18	1 7	1 2	3 32	7 18	1 7
2 0	1 11	3 21	7 37	1 17	1 11	3 21	7 37	1 17
6	1 19	3 11	7 56	1 28	1 19	3 11	7 56	1 28
12	1 28	3 1	8 14	1 39	1 28	3 1	8 14	1 39
18	1 37	2 50	8 31	1 51	1 37	2 50	8 31	1 51
3 0	1 46	2 40	8 47	2 4	1 46	2 40	8 47	2 4
6	1 54	2 30	9 2	2 16	1 54	2 30	9 2	2 16
12	2 3	2 21	9 17	2 29	2 3	2 21	9 17	2 29
18	2 12	2 12	9 31	2 44	2 12	2 12	9 31	2 44
4 0	2 21	2 3	9 44	2 58	2 21	2 3	9 44	2 58

TABLE XIX.

Des Latitudes croissantes, ou des longueurs qu'on doit donner aux divisions du Méridien dans les Cartes réduites.

′	D.	Lon.	D.	Lon.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.
0		0	7	421	14	848	21	1289	28	1751	35	2244	42	2782
10		10		431		859		1300		1762		2256		2795
20		20		441		869		1311		1774		2269		2809
30		30		451		879		1321		1785		2281		2822
40		40		461		890		1332		1797		2293		2836
50		50		471		900		1343		1808		2306		2849
0	1	60	8	482	15	910	22	1354	29	1819	36	2318	43	2863
10		70		492		921		1364		1831		2330		2877
20		80		502		931		1375		1842		2343		2890
30		90		512		941		1386		1854		2355		2904
40		100		522		952		1397		1865		2368		2918
50		110		532		962		1408		1877		2380		2932
0	2	120	9	542	16	973	23	1419	30	1888	37	2393	44	2946
10		130		552		983		1429		1900		2405		2960
20		140		562		993		1440		1911		2418		2974
30		150		573		1004		1451		1923		2430		2988
40		160		583		1014		1462		1935		2443		3002
50		170		593		1025		1473		1946		2456		3016
0	3	180	10	603	17	1035	24	1484	31	1958	38	2468	45	3030
10		190		613		1046		1495		1970		2481		3044
20		200		623		1056		1506		1981		2494		3058
30		210		634		1067		1517		1993		2506		3072
40		220		644		1077		1528		2005		2519		3087
50		230		654		1088		1539		2017		2532		3101
0	4	240	11	664	18	1098	25	1550	32	2028	39	2545	46	3116
10		250		674		1109		1561		2040		2558		3130
20		260		684		1119		1572		2052		2571		3144
30		270		695		1130		1583		2064		2584		3159
40		280		705		1140		1594		2076		2597		3173
50		290		715		1151		1605		2088		2610		3188
0	5	300	12	725	19	1161	26	1616	33	2099	40	2623	47	3203
10		310		735		1172		1628		2111		2636		3217
20		320		746		1183		1639		2123		2649		3232
30		330		756		1193		1650		2135		2662		3247
40		340		766		1204		1661		2147		2675		3262
50		350		776		1214		1672		2159		2688		3276
0	6	360	13	787	20	1225	27	1684	34	2171	41	2702	48	3291
10		370		797		1236		1695		2184		2715		3306
20		380		807		1246		1706		2196		2728		3321
30		390		818		1257		1717		2208		2741		3337
40		400		828		1268		1729		2220		2755		3352
50		410		838		1278		1740		2232		2768		3367

TABLE XX.

Des Latitudes croissantes, ou des longueurs qu'on doit donner aux divisions du Méridien dans les Cartes réduites.

′	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.	D.	Long.
0	49	3382	56	4074	63	4905	70	5966	77	7467	84	10137
10		3397		4092		4927		5995		7512		10234
20		3412		4110		4949		6025		7557		10334
30		3428		4128		4972		6055		7603		10437
40		3443		4146		4994		6085		7650		10543
50		3459		4164		5017		6115		7697		10652
0	50	3474	57	4183	64	5039	71	6146	78	7745	85	10765
10		3490		4201		5062		6177		7793		10881
20		3506		4219		5085		6208		7842		11002
30		3521		4238		5108		6240		7892		11127
40		3537		4257		5132		6271		7942		11257
50		3553		4275		5155		6303		7994		11392
0	51	3569	58	4294	65	5179	72	6335	79	8046	86	11533
10		3585		4313		5202		6367		8099		11679
20		3601		4332		5226		6400		8152		11832
30		3617		4351		5250		6433		8207		11992
40		3633		4370		5275		6467		8262		12160
50		3649		4389		5299		6500		8318		12334
0	52	3655	59	4409	66	5323	73	6534	80	8375	87	12522
10		3681		4429		5348		6569		8433		12719
20		3698		4448		5373		6603		8492		12927
30		3714		4468		5398		6638		8552		13149
40		3731		4488		5423		6674		8614		13387
50		3747		4507		5448		6710		8676		13641
0	53	3764	60	4527	67	5474	74	6746	81	8739	88	13917
10		3780		4547		5500		6782		8803		14216
20		3797		4568		5526		6819		8869		14543
30		3814		4588		5552		6856		8936		14906
40		3831		4608		5578		6894		9004		15311
50		3848		4629		5604		6932		9074		15770
0	54	3865	61	4649	68	5631	75	6970	82	9145	89	16300
10		3882		4670		5658		7009		9218		16926
20		3899		4691		5685		7048		9292		17694
30		3916		4712		5712		7088		9368		18682
40		3933		4733		5739		7128		9446		20075
50		3950		4754		5767		7169		9525		22458
0	55	3967	62	4775	69	5794	76	7210	83	9606	90	Infini.
10		3985		4796		5822		7251		9689		
20		4003		4818		5851		7293		9774		
30		4021		4839		5879		7336		9861		
40		4038		4861		5908		7379		9951		
50		4056		4883		5937		7423		10043		

ADDITION AUX TABLES

à l'usage de la Navigation.

Continuation de la TABLE II; *ou suite des* ÉPOQUES *des Longitudes moyennes pour les années, d'après les calculs de M. Delambre.*

	Années Grégor.	Long. moy. S.	D.	′	″	Long. Ap. S.	D.	′	″
Com.	1800	9	9	54	0	3	9	29	3
	1801	9	9	39	41	3	9	30	5
	1802	9	9	25	21	3	9	31	7
	1803	9	9	11	2	3	9	32	10
Biss.	1804	9	9	55	51	3	9	33	12
	1805	9	9	41	31	3	9	34	14
	1806	9	9	27	12	3	9	35	16
	1807	9	9	12	52	3	9	36	18
Biss.	1808	9	9	57	41	3	9	37	20
	1809	9	9	43	22	3	9	38	22
	1810	9	9	29	2	3	9	39	25
	1811	9	9	14	43	3	9	40	27
Biss.	1812	9	9	59	32	3	9	41	29
	1813	9	9	45	12	3	9	42	31
	1814	9	9	30	53	3	9	43	33
	1815	9	9	16	33	3	9	44	35
Biss.	1816	9	10	1	22	3	9	45	37
	1817	9	9	47	3	3	9	46	40
	1818	9	9	32	43	3	9	47	42
	1819	9	9	18	24	3	9	48	44
Biss.	1820	9	10	3	12	3	9	49	46
	1821	9	9	48	53	3	9	50	48
	1822	9	9	34	33	3	9	51	50
	1823	9	9	20	14	3	9	52	52
Biss.	1824	9	10	5	3	3	9	53	55
	1825	9	9	50	43	3	9	54	57

	Années Grégor.	Long. moy. S.	D.	′	″	Long. Ap. S.	D.	′	″
	1826	9	9	36	24	3	9	55	59
	1827	9	9	22	4	3	9	57	1
Biss.	1828	9	10	6	53	3	9	58	3
	1829	9	9	52	34	3	9	59	5
	1830	9	9	38	14	3	10	0	7
	1831	9	9	23	55	3	10	1	10
Biss.	1832	9	10	8	44	3	10	2	12
	1833	9	9	54	24	3	10	3	14
	1834	9	9	40	5	3	10	4	16
	1835	9	9	25	55	3	10	5	18
Biss.	1836	9	10	10	34	3	10	6	20
	1837	9	9	56	15	3	10	7	22
	1838	9	9	41	55	3	10	8	25
	1839	9	9	27	36	3	10	9	27
Biss.	1840	9	10	12	24	3	10	10	29
	1841	9	9	58	5	3	10	11	31
	1842	9	9	43	45	3	10	12	33
	1843	9	9	29	26	3	10	13	35
Biss.	1844	9	10	14	15	3	10	14	37
	1845	9	9	59	55	3	10	15	40
	1846	9	9	45	36	3	10	16	42
	1847	9	9	31	16	3	10	17	44
Biss.	1848	9	10	16	5	3	10	18	46
	1849	9	10	1	46	3	10	19	48
	1850	9	9	47	26	3	10	20	50

Continuation de la TABLE XIV, *pour calculer le temps vrai des Phases de la Lune.*

Années.		J.	H.	′	A.	P.
Com.	1800	1	4	36	908	2
	1801	6	7	46	303	4
	1802	3	1	46	433	1
	1803	7	4	57	828	3
Biss.	1804	2	22	56	958	4
	1805	7	2	7	353	2
	1806	3	20	7	483	3
	1807	0	13	43	610	4
Biss.	1808	3	17	17	8	2
	1809	0	10	53	135	3
	1810	4	14	28	533	1
	1811	1	8	3	660	2
Biss.	1812	4	11	38	58	4
	1813	1	5	38	185	1
	1814	5	8	48	583	3
	1815	2	2	48	710	4
Biss.	1816	5	5	59	107	2
	1817	1	23	58	235	3
	1818	6	3	9	632	1
	1819	2	21	8	760	2
Biss.	1820	6	0	18	156	4
	1821	2	18	18	285	1
	1822	6	21	29	681	3
	1823	3	15	28	810	4
Biss.	1824	6	18	39	206	2
	1825	3	12	39	335	3

Années.		J.	H.	′	A.	P.
	1826	0	6	15	463	4
	1827	4	9	49	860	2
Biss.	1828	0	3	25	987	3
	1829	4	7	0	386	1
	1830	1	0	35	512	2
	1831	5	4	10	911	4
Biss.	1832	0	22	10	38	1
	1833	5	1	20	435	3
	1834	1	19	20	563	4
	1835	5	22	31	959	2
Biss.	1836	1	16	30	88	3
	1837	5	19	41	484	1
	1838	2	13	40	613	2
	1839	6	16	50	8	4
Biss.	1840	1	10	50	138	1
	1841	6	14	1	533	3
	1842	3	8	0	663	4
	1843	0	1	36	790	1
Biss.	1844	3	5	11	188	3
	1845	7	8	22	583	1
	1846	4	2	21	713	2
	1847	0	19	57	839	3
Biss.	1848	3	23	32	239	1
	1849	0	17	7	364	2
	1850	4	20	42	764	4

AVERTISSEMENT

A L'USAGE DES TABLES DE LA NAVIGATION.

L'USAGE des Tables I, II, III, IV *et* V, *est expliqué* N°. 157—159.

Celui des Tables VI *et* VII, *est expliqué* N°. 160—161.

Celui des Tables VIII *et* IX *est évident.*

Celui des Tables X, XI *et* XII, *est expliqué* N°. 175—185.

Celui de la Table XIII, *est expliqué* N°. 186, *et en divers autres endroits.*

Celui des Tables XIV, XV *et* XVI, N°. 146—148.

Celui des Tables XVII *et* XVIII, N°. 209.

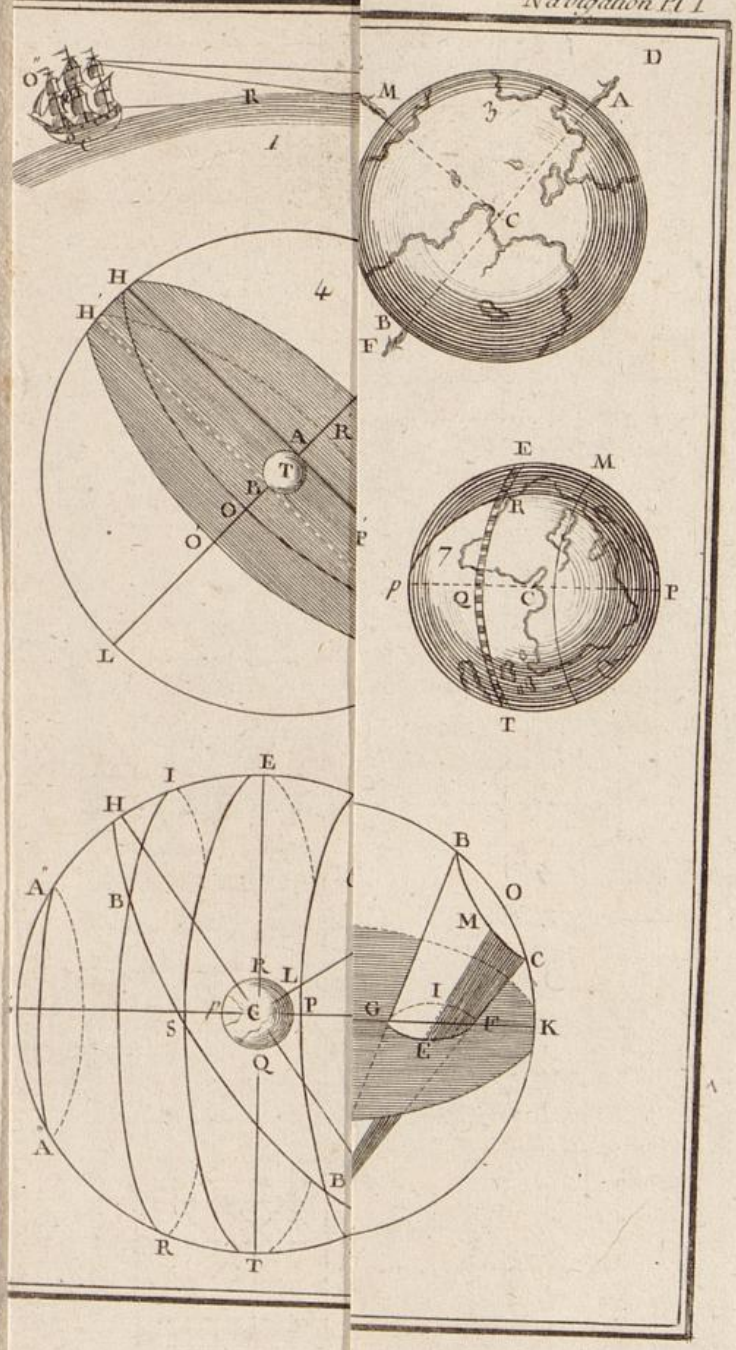
Celui des Tables XIX *et* XX, *est expliqué* N°. 107 *et suiv.*

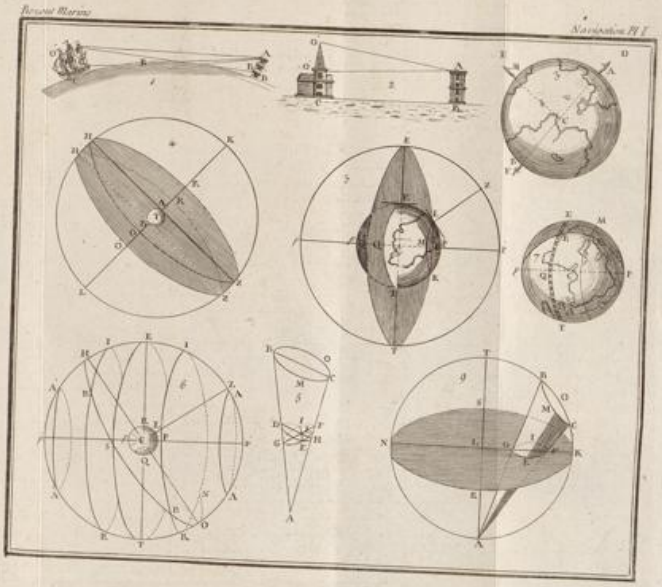
Quant à la Table des Logarithmes des Sinus, Tangentes, &c. nous la donnons de minutes en minutes, pour tous les degrés du Quart de Cercle. Les titres qui sont au haut des cadres, servent pour les 45 *premiers degrés, & les titres qui sont au bas des cadres, servent pour les* 45 *derniers degrés. On a supprimé une dixaine du Nombre avant le point dans les Logarithmes des Tangentes au-dessus de* 45 *degrés, parce qu'elle est inutile dans les Calculs lorsqu'on néglige en même temps le Logarithme du Rayon, ou du Sinus de* 90°.

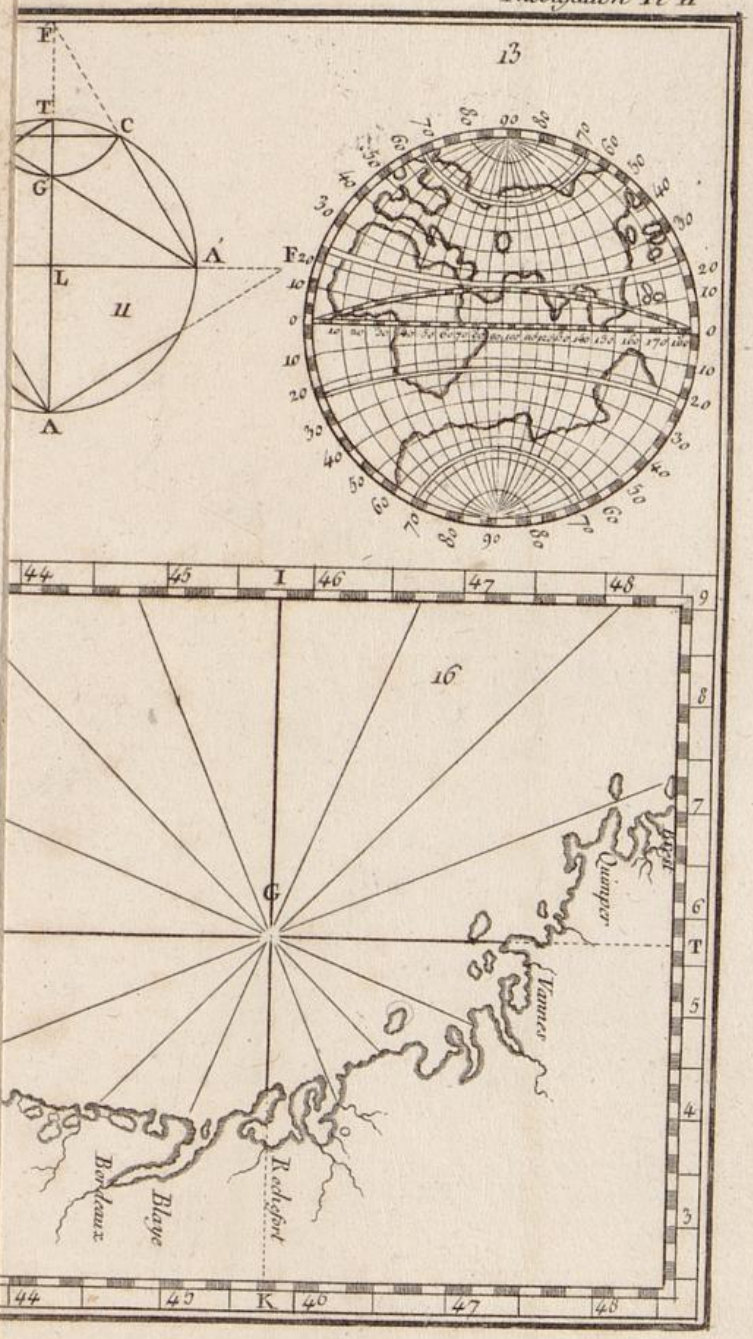
L'usage de cette Table est enseigné (Géométrie, N°. 277 et suiv.)

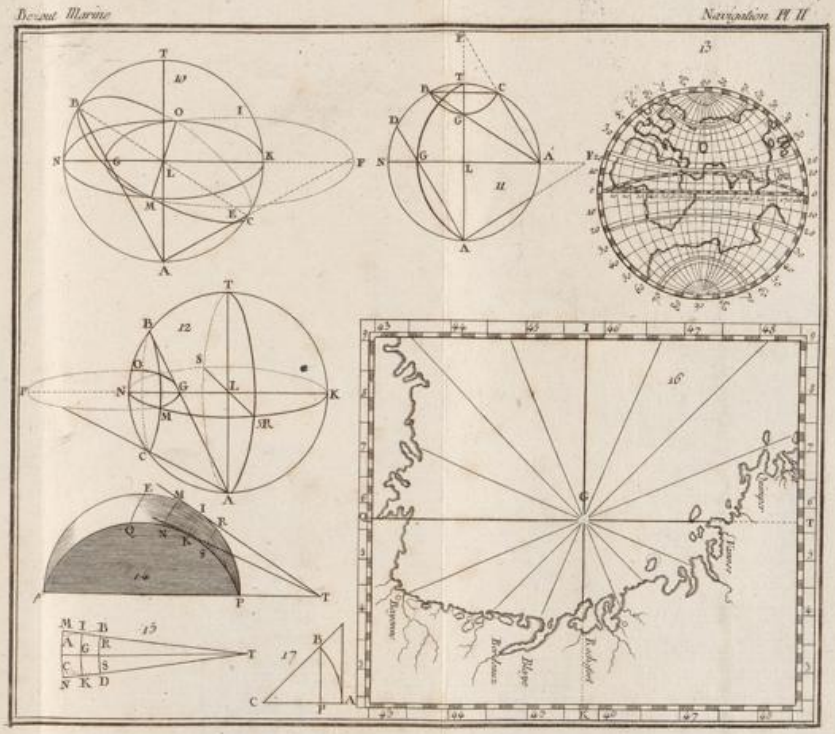
Celui de la Table des Logarithmes des Nombres naturels, (Arithmétique, N°. 227 et suiv.)

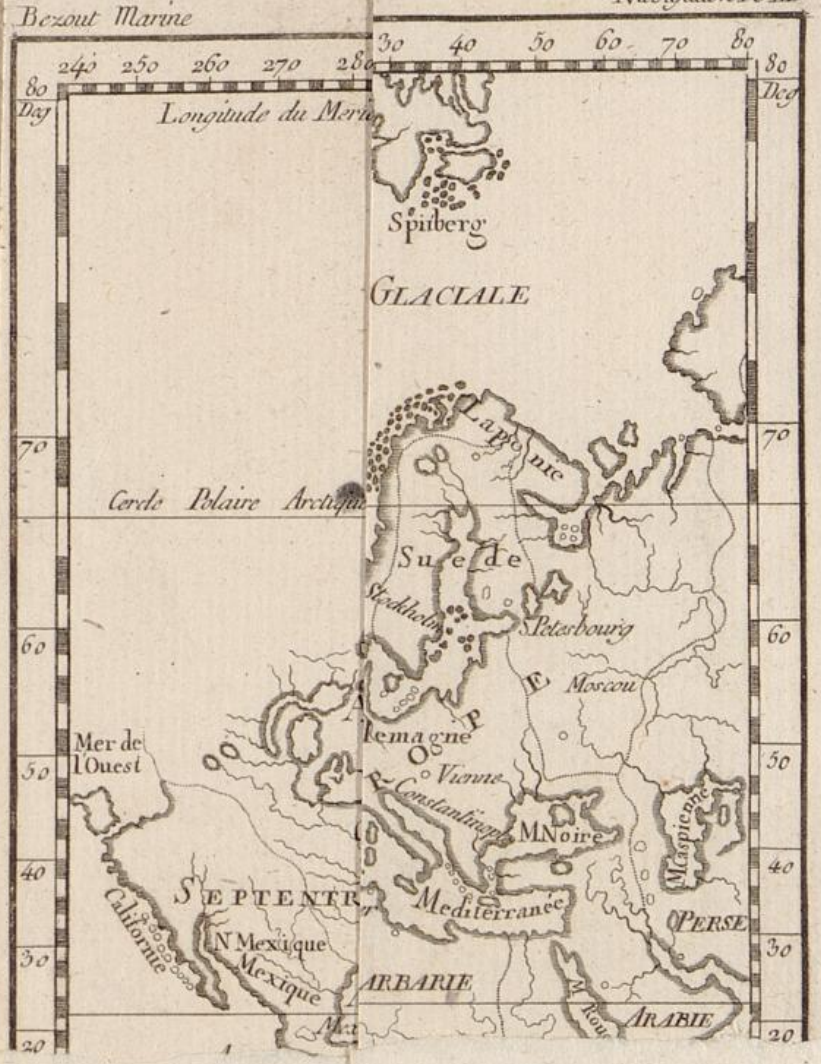
TABLES


O
R
M
A
D
1
3
C
B
F
H
H'
4
A
R
T
B
O
O'
P
L
E
M
R
7
p
Q
C
P
T
I
E
H
A'
B
R
L
C
S
p
G
P
Q
A
B
R
T
B
O
M
C
I
F
K
E

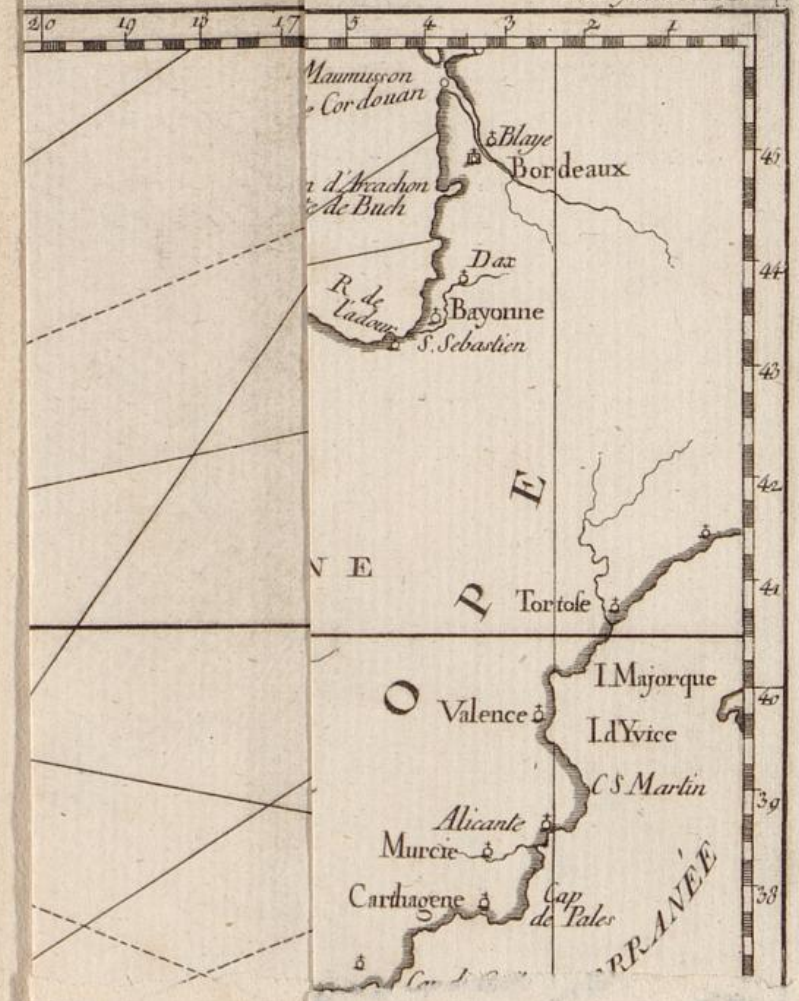


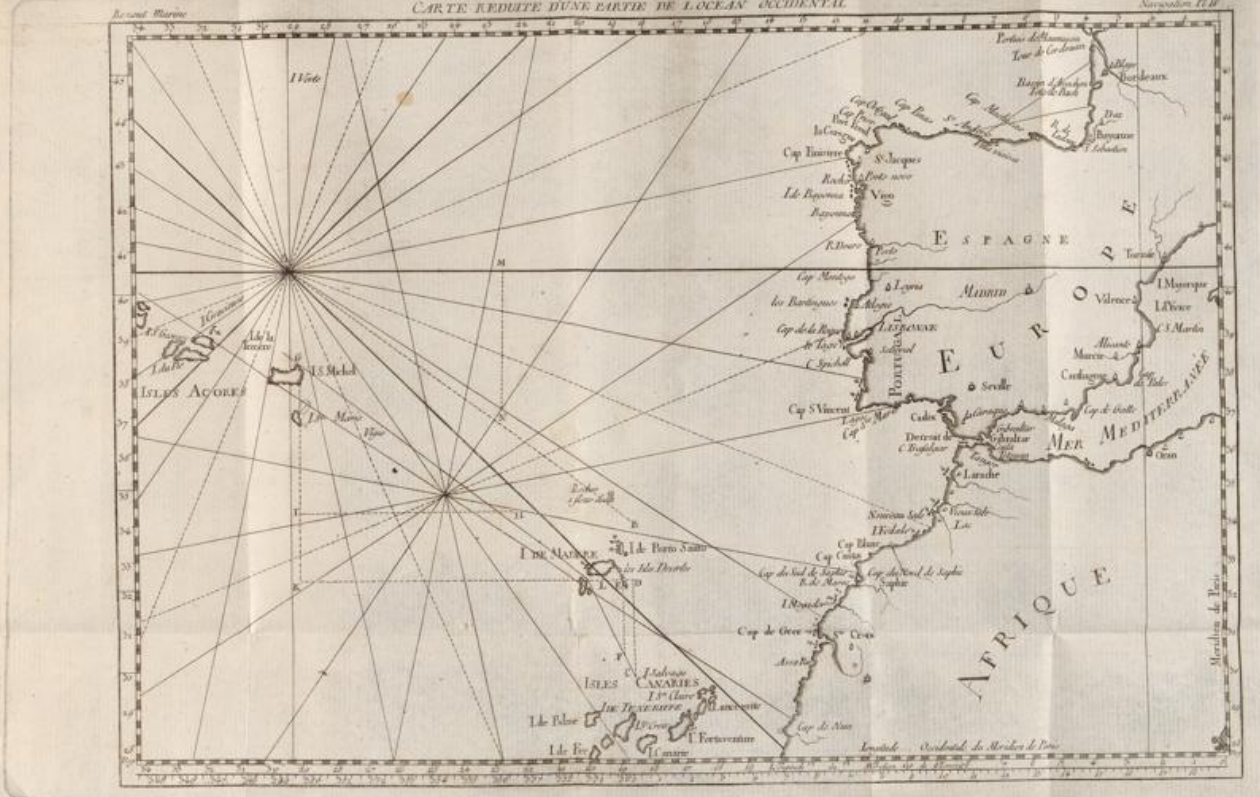

13
F
T
C
G
A'
L
11
A
F
16
G
T
Brest
Quimper
Vannes
Rochefort
Blaye
Bordeaux
44
45
I
46
47
48
K

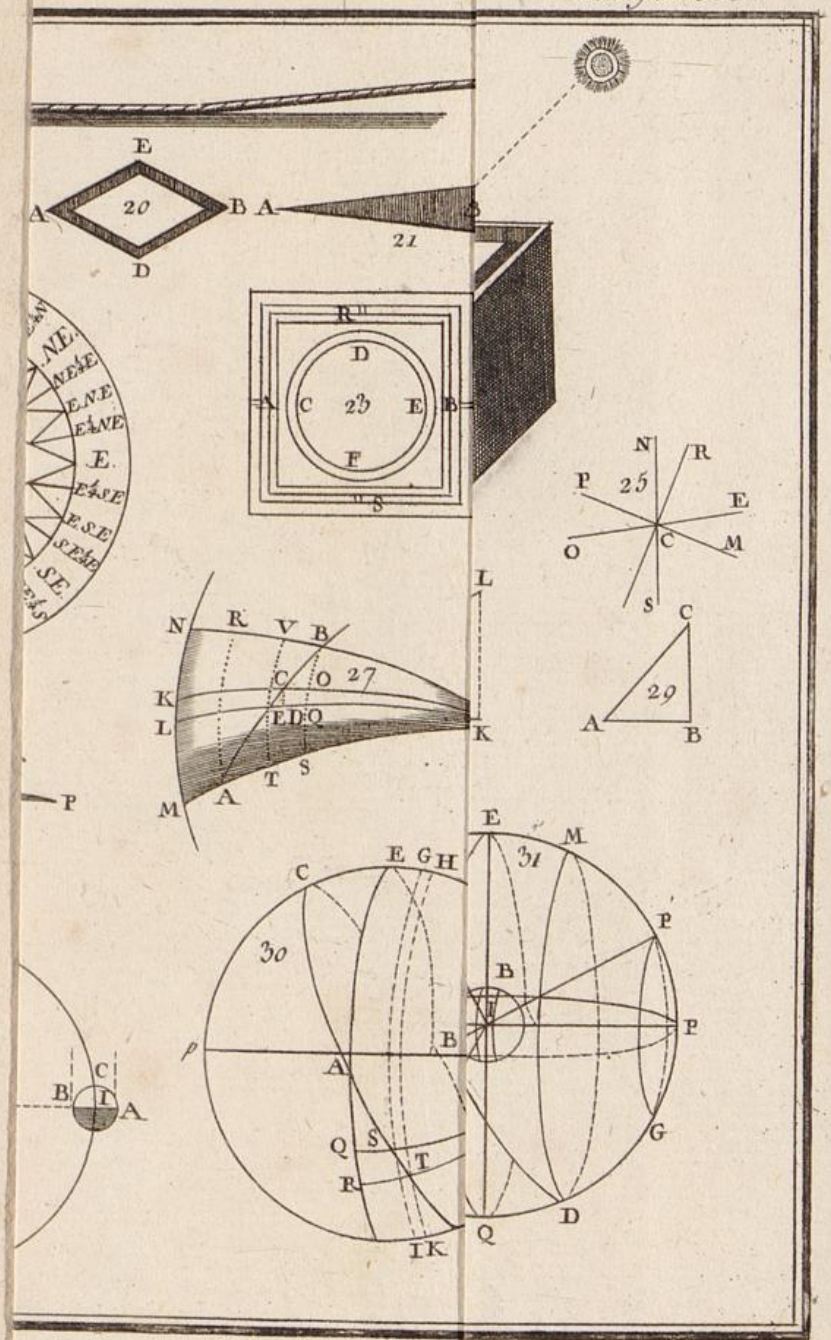

10
11
12
13
14
15
16
17
Bayonne
Blaye
Bordeaux
Rochefort
Nantes
Rochelle

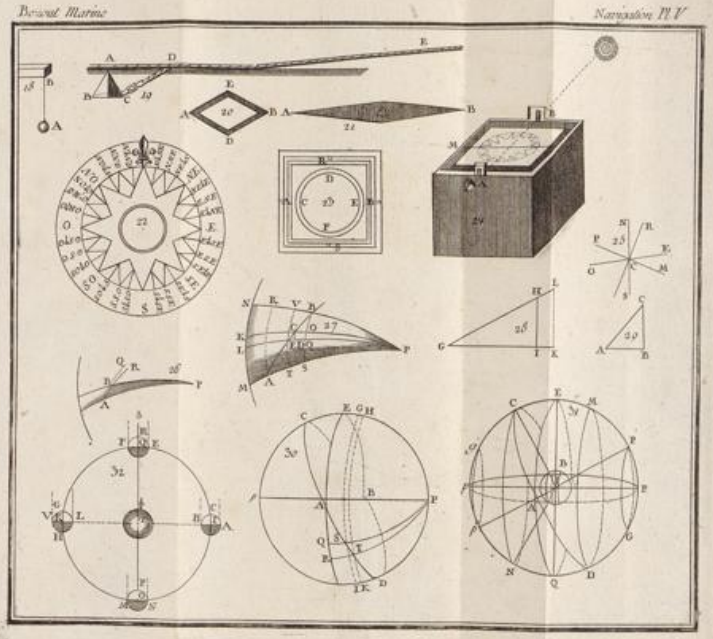

240 250 260 270 280
30 40 50 60 70 80
80 Deg
Longitude du Meri
Spitberg
GLACIALE
Lapponie
70
Cercle Polaire Arctiqu
Suede
Stockholm
Petersbourg
60
Moscou
Mer de l'Ouest
Allemagne
Vienne
50
Constantinople
M. Noire
Mer Caspienne
40
SEPTENTR
Mediterranée
PERSE
Californie
N Mexique
Mexique
30
ARBARIE
M. Rouge
ARABIE
20


Bayie de Baffins
MER GLACIALE
OCEAN
SEPTENTRIONAL
OCEAN
OCCIDENTAL
AMERIQUE
SEPTENTRIONALE
Angleterre
Espagne
BARBARIE
AFRIQUE
OCEAN
AMERIQUE
MERIDIONALE
MERIDIONAL
Madagascar
OCEAN ORIENTAL
Meridien de Paris

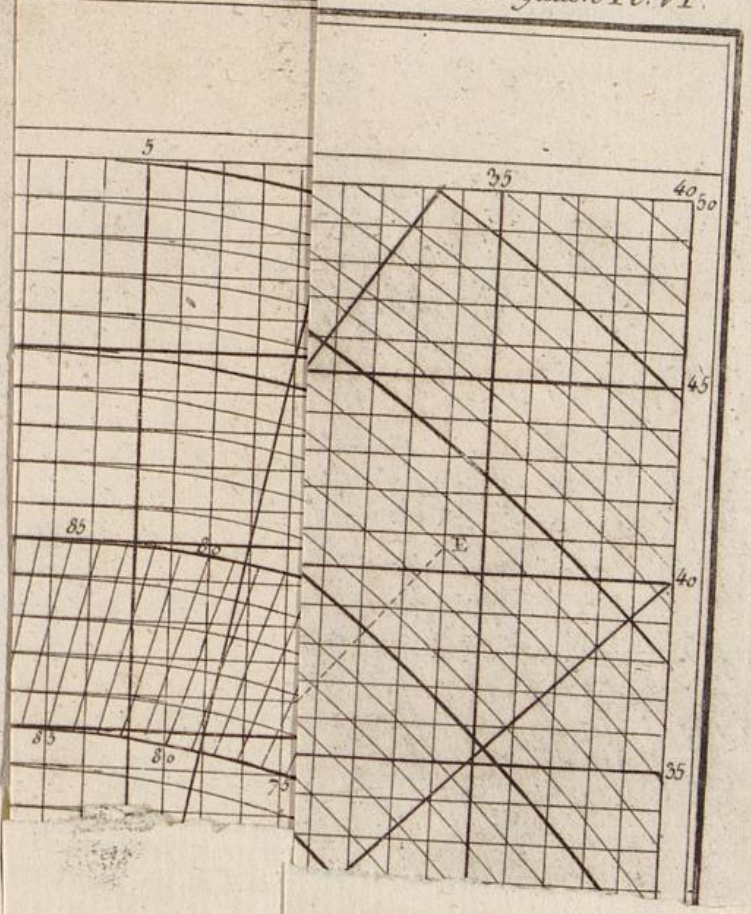

20
19
18
17
5
4
3
2
1
Maumusson
Cordouan
Blaye
Bordeaux
d'Arcachon
de Buch
Dax
R. de
l'adour
Bayonne
S. Sebastien
45
44
43
42
41
40
39
38
N E
P E
Tortose
O
Valence
I. Majorque
I. d'Yvice
C S Martin
Alicante
Murcie
Carthagene
Cap
de Pales
RRANÉE


CARTE REDUITE D'UNE PARTIE DE L'OCEAN OCCIDENTAL
Recueil Marine
Navigation Pl. IV
Bordeaux
Bayonne
Cap Finisterre
St Jacques
Vigo
ESPAGNE
EUROPE
Lisbonne
Cap S Vincent
Cadix
Gibraltar
Detroit de Gibraltar
Malaga
Seville
Valence
Alicante
Carthagene
Mer Mediterranée
Larache
Cap Blanc
Cap Cantin
Cap de Gore
Cap de Noun
AFRIQUE
ISLES ACORES
I. S. Michel
I. DE MADERE
I. de Porto Santo
ISLES CANARIES
I. de Palme
I. de Fer
I. Canarie
I. Fortaventure
Longitude Occidentale du Meridien de Paris
Meridien de Paris

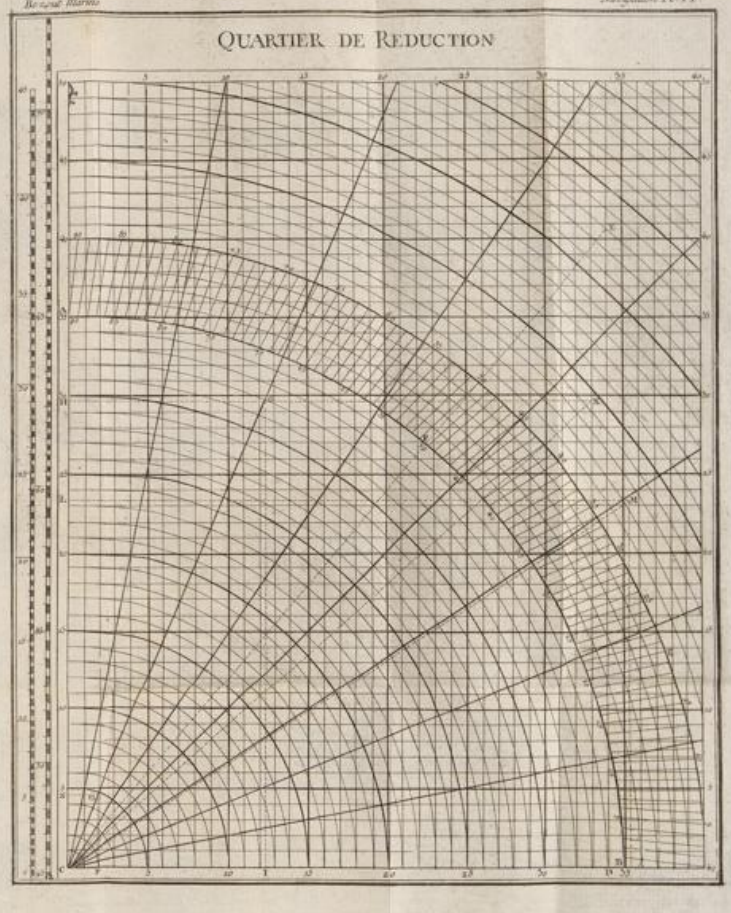

E
A
20
B
D
A
21
R
D
A
C
23
E
B
F
S
N
R
P
25
E
O
C
M
S
L
N
R
V
B
C
O
27
K
L
E
D
Q
K
T
S
M
A
P
C
29
A
B
E
M
31
C
E
G
H
P
30
B
P
B
A
C
B
I
A
Q
S
T
R
G
D
Q
IK



Navigation Pl. VI.

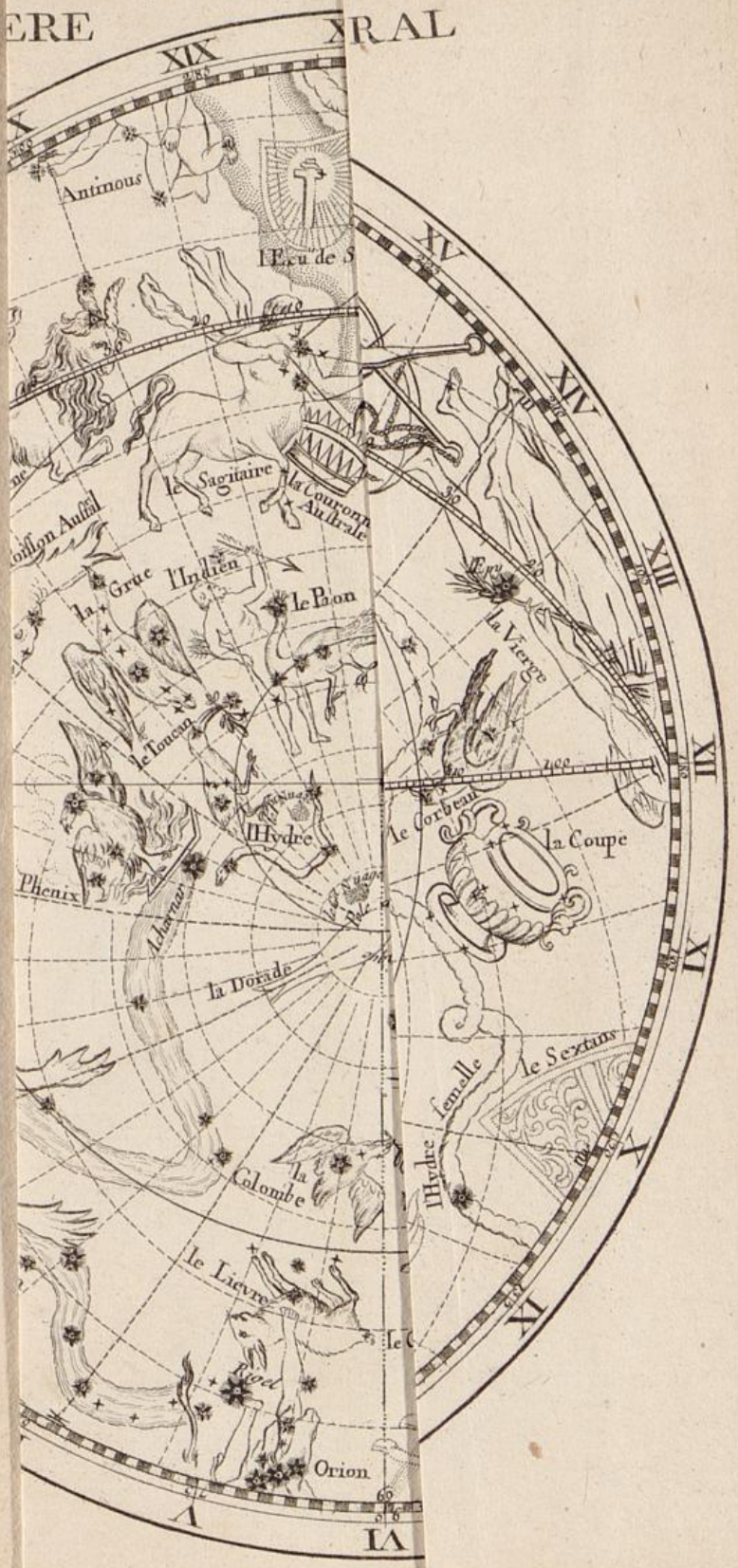


QUARTIER DE REDUCTION

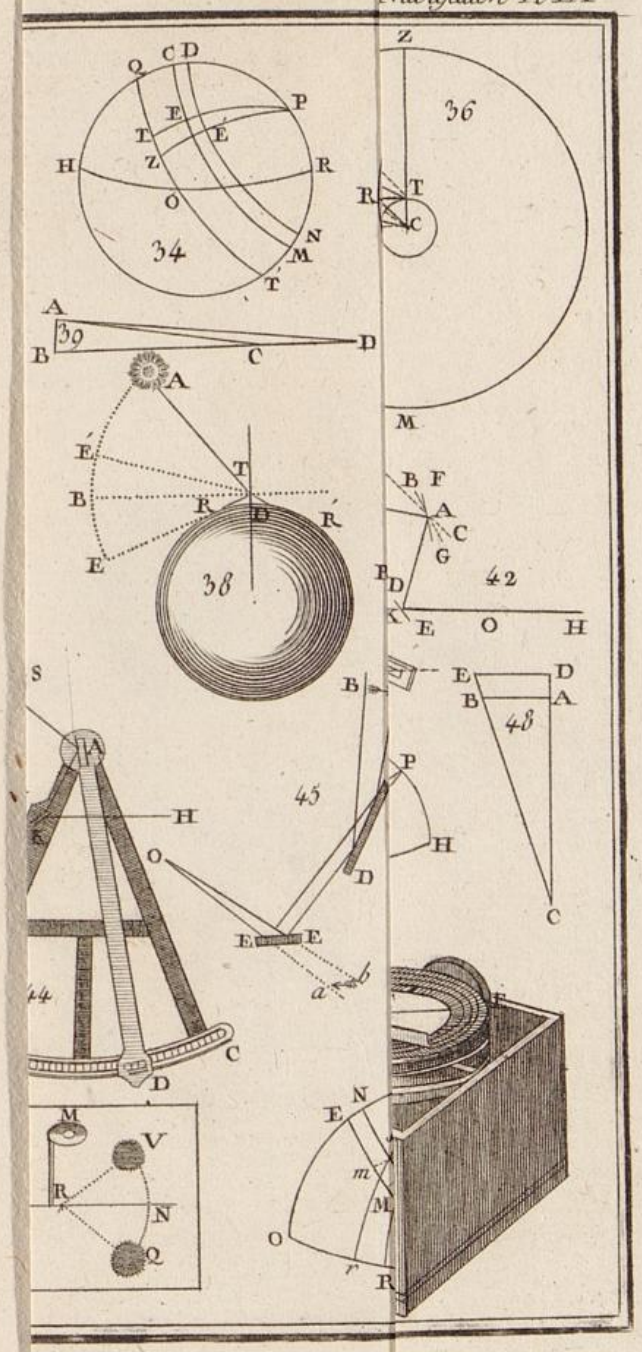


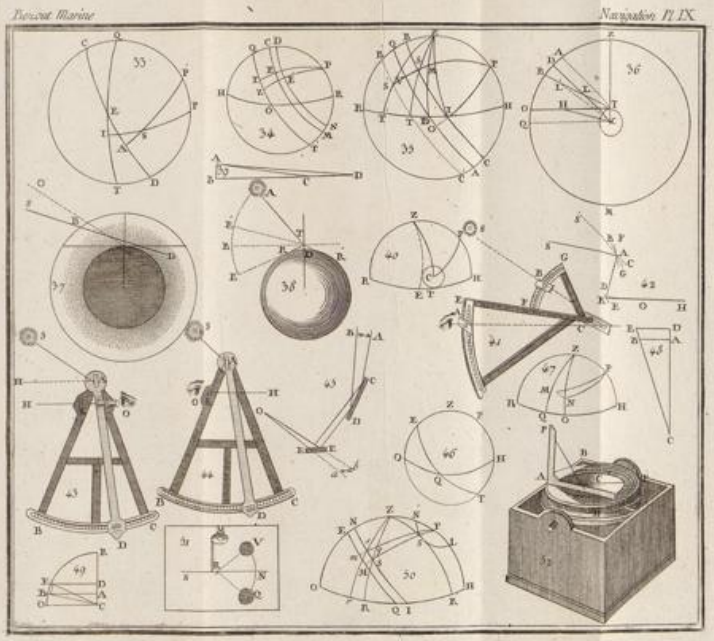

CRE
REAL
XVII
XVI
le Serpentaire
Hercule
le petit
Serpent
la Couronne
XXI
XXII
XVIII
XXIV
Pegase
Markab
Algenib
la G. de Ourse
les Poissons
le Lion
le Lynx
les Gemeaux
Cocher
Castor
Pollux
ECLIP
la Baleine
le petit Chien
Procyon
la Licorne
I
II
III
VI
VII
Grandeur
des Etoiles

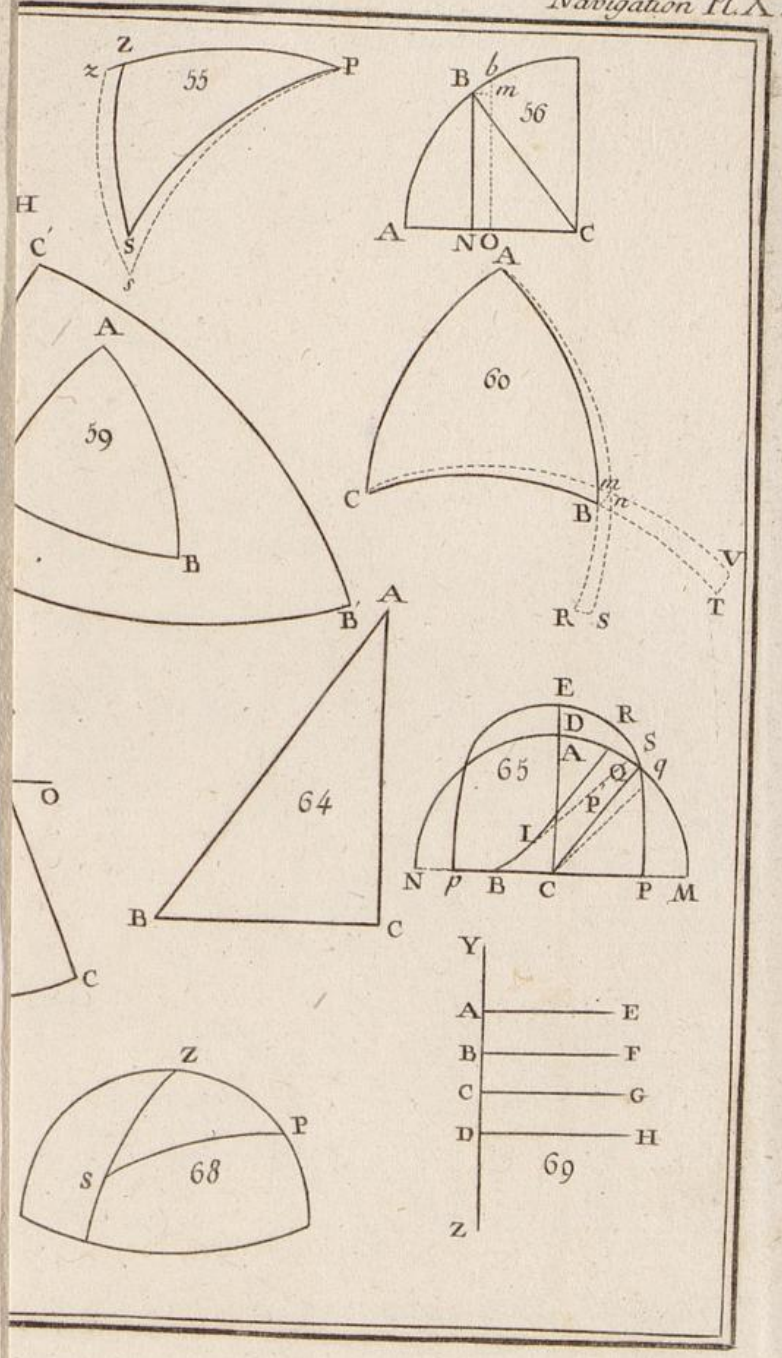
HEMISPHERE BOREAL

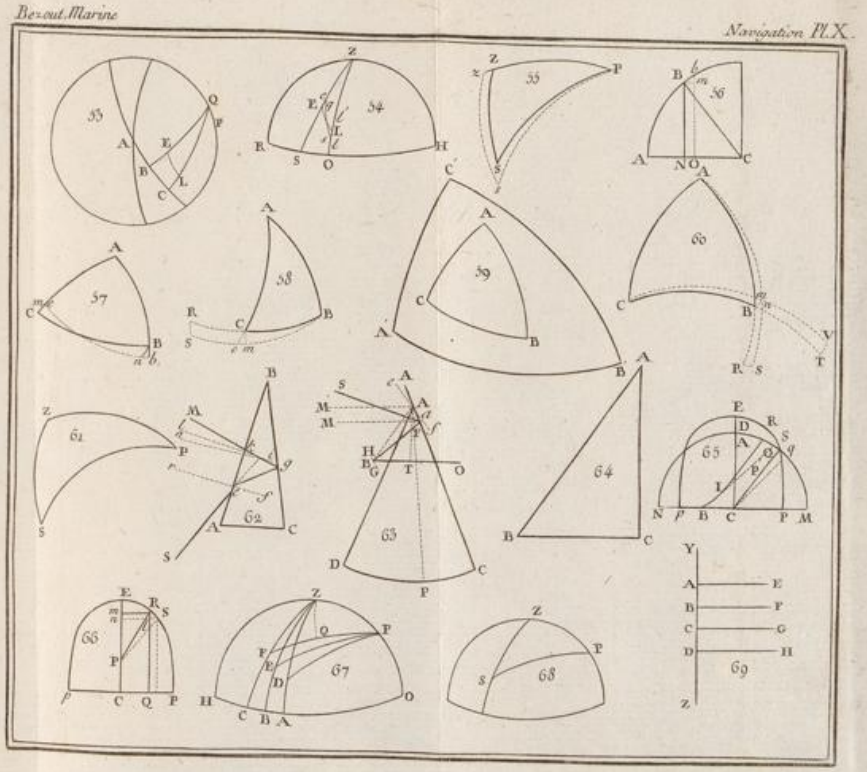

XIX
XV
XIV
XIII
XII
XI
X
VI
V
Antinous
l'Ecu de S
le Sagittaire
la Couronne Australe
Poisson Austral
la Grue
l'Indien
le Paon
la Vierge
le Toucan
l'Hydre
le Corbeau
la Coupe
Phenix
Achernar
la Dorade
le Sextans
l'Hydre femelle
la Colombe
le Lievre
Rigel
Orion

HEMISPHERE AUSTRAL


34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48




55
56
59
60
64
65
68
69


53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69

TABLES

DE

LOGARITHMES

Pour les Sinus & Tangentes *de toutes les minutes du Quart de Cercle , & pour les* Nombres *naturels depuis* 1 *jusqu'à* 10800.

′	Sin. 0	Tang. 0	Cotang. 0	Cosin. 0	
0	Inf. nég.	Inf. nég.	Inf. pos.	0.000000	60
1	6.463726	6.463726	3.536274	0.000000	59
2	6.764756	6.764756	3.235244	0.000000	58
3	6.940847	6.940847	3.059153	0.000000	57
4	7.065786	7.065786	2.934214	9.999999	56
5	7.162696	7.162696	2.837304	9.999999	55
6	7.241877	7.241878	2.758122	9.999999	54
7	7.308824	7.308825	2.691175	9.999999	53
8	7.366816	7.366817	2.633183	9.999999	52
9	7.417968	7.417970	2.582030	9.999998	51
10	7.463725	7.463727	2.536273	9.999998	50
11	7.505118	7.505120	2.494880	9.999998	49
12	7.542906	7.542909	2.457091	9.999997	48
13	7.577668	7.577672	2.422328	9.999997	47
14	7.609853	7.609857	2.390143	9.999996	46
15	7.639816	7.639820	2.360180	9.999996	45
16	7.667844	7.667849	2.332151	9.999995	44
17	7.694173	7.694179	2.305821	9.999995	43
18	7.718997	7.719003	2.280997	9.999994	42
19	7.742477	7.742484	2.257516	9.999993	41
20	7.764754	7.764761	2.235239	9.999993	40
21	7.785943	7.785951	2.214049	9.999992	39
22	7.806146	7.806155	2.193845	9.999991	38
23	7.825451	7.825460	2.174540	9.999990	37
24	7.843934	7.843944	2.156056	9.999989	36
25	7.861662	7.861674	2.138326	9.999989	35
26	7.878695	7.878708	2.121292	9.999988	34
27	7.895085	7.895099	2.104901	9.999987	33
28	7.910879	7.910894	2.089106	9.999986	32
29	7.926119	7.926134	2.073866	9.999984	31
30	7.940842	7.940858	2.059142	9.999983	30
31	7.955082	7.955100	2.044900	9.999982	29
32	7.968870	7.968889	2.031111	9.999981	28
33	7.982233	7.982253	2.017747	9.999980	27
34	7.995198	7.995219	2.004781	9.999979	26
35	8.007787	8.007809	1.992191	9.999977	25
36	8.020021	8.020044	1.979956	9.999976	24
37	8.031919	8.031945	1.968055	9.999975	23
38	8.043501	8.043527	1.956473	9.999973	22
39	8.054781	8.054809	1.945191	9.999972	21
40	8.065776	8.065806	1.934194	9.999971	20
41	8.076500	8.076531	1.923469	9.999969	19
42	8.086965	8.086997	1.913003	9.999968	18
43	8.097183	8.097217	1.902783	9.999966	17
44	8.107167	8.107203	1.892797	9.999964	16
45	8.116926	8.116963	1.883037	9.999963	15
46	8.126471	8.126510	1.873490	9.999961	14
47	8.135810	8.135851	1.864149	9.999959	13
48	8.144953	8.144996	1.855004	9.999958	12
49	8.153907	8.153952	1.846048	9.999956	11
50	8.162681	8.162727	1.837273	9.999954	10
51	8.171280	8.171328	1.828672	9.999952	9
52	8.179713	8.179763	1.820237	9.999950	8
53	8.187985	8.188036	1.811964	9.999948	7
54	8.196102	8.196156	1.803844	9.999946	6
55	8.204070	8.204126	1.795874	9.999944	5
56	8.211895	8.211953	1.788047	9.999942	4
57	8.219581	8.219641	1.780359	9.999940	3
58	8.227133	8.227195	1.772805	9.999938	2
59	8.234557	8.234621	1.765379	9.999936	1
60	8.241855	8.241921	1.758079	9.999934	0
	Cosin. 89	Cotan. 89	Tang. 89	Sin. 89	′

′	Sin. 1	Tang. 1	Cotan. 1	Cosin. 1	
0	8.241855	8.241921	1.758079	9.999934	60
1	8.249033	8.249102	1.750898	9.999932	59
2	8.256094	8.256165	1.743835	9.999929	58
3	8.263042	8.263115	1.736885	9.999927	57
4	8.269881	8.269956	1.730044	9.999925	56
5	8.276614	8.276691	1.723309	9.999922	55
6	8.283243	8.283323	1.716677	9.999920	54
7	8.289773	8.289856	1.710144	9.999918	53
8	8.296207	8.296292	1.703708	9.999915	52
9	8.302546	8.302634	1.697366	9.999913	51
10	8.308794	8.308884	1.691116	9.999910	50
11	8.314954	8.315046	1.684954	9.999907	49
12	8.321027	8.321122	1.678878	9.999905	48
13	8.327016	8.327114	1.672886	9.999902	47
14	8.332924	8.333025	1.666975	9.999899	46
15	8.338753	8.338856	1.661144	9.999897	45
16	8.344504	8.344610	1.655390	9.999894	44
17	8.350181	8.350289	1.649711	9.999891	43
18	8.355783	8.355895	1.644105	9.999888	42
19	8.361315	8.361430	1.638570	9.999885	41
20	8.366777	8.366895	1.633105	9.999882	40
21	8.372171	8.372292	1.627708	9.999879	39
22	8.377499	8.377622	1.622378	9.999876	38
23	8.382762	8.382889	1.617111	9.999873	37
24	8.387962	8.388092	1.611908	9.999870	36
25	8.393101	8.393234	1.606766	9.999867	35
26	8.398179	8.398315	1.601685	9.999864	34
27	8.403199	8.403338	1.596662	9.999861	33
28	8.408161	8.408304	1.591696	9.999858	32
29	8.413068	8.413213	1.586787	9.999854	31
30	8.417919	8.418068	1.581932	9.999851	30
31	8.422717	8.422869	1.577131	9.999848	29
32	8.427462	8.427618	1.572382	9.999844	28
33	8.432156	8.432315	1.567685	9.999841	27
34	8.436800	8.436962	1.563038	9.999838	26
35	8.441394	8.441560	1.558440	9.999834	25
36	8.445941	8.446110	1.553890	9.999831	24
37	8.450440	8.450613	1.549387	9.999827	23
38	8.454893	8.455070	1.544930	9.999824	22
39	8.459301	8.459481	1.540519	9.999820	21
40	8.463665	8.463849	1.536151	9.999816	20
41	8.467985	8.468172	1.531828	9.999813	19
42	8.472263	8.472454	1.527546	9.999809	18
43	8.476498	8.476693	1.523307	9.999805	17
44	8.480693	8.480892	1.519108	9.999801	16
45	8.484848	8.485050	1.514950	9.999797	15
46	8.488963	8.489170	1.510830	9.999794	14
47	8.493040	8.493250	1.506750	9.999790	13
48	8.497078	8.497293	1.502707	9.999786	12
49	8.501080	8.501298	1.498702	9.999782	11
50	8.505045	8.505267	1.494733	9.999778	10
51	8.508974	8.509200	1.490800	9.999774	9
52	8.512867	8.513098	1.486902	9.999769	8
53	8.516726	8.516961	1.483039	9.999765	7
54	8.520551	8.520790	1.479210	9.999761	6
55	8.524343	8.524586	1.475414	9.999757	5
56	8.528102	8.528349	1.471651	9.999753	4
57	8.531828	8.532080	1.467920	9.999748	3
58	8.535523	8.535779	1.464221	9.999744	2
59	8.539186	8.539447	1.460553	9.999740	1
60	8.542819	8.543084	1.456916	9.999735	0
	Cosin. 88	Cotan. 88	Tang. 88	Sin. 88	′

′	Sin. 2	Tang. 2	Cotang. 2	Cosin. 2	
0	8.542819	8.543084	1.456916	9.999735	60
1	8.546422	8.546691	1.453309	9.999731	59
2	8.549995	8.550268	1.449732	9.999726	58
3	8.553539	8.553817	1.446183	9.999722	57
4	8.557054	8.557336	1.442664	9.999717	56
5	8.560540	8.560828	1.439172	9.999713	55
6	8.563999	8.564291	1.435709	9.999708	54
7	8.567431	8.567727	1.432273	9.999704	53
8	8.570836	8.571137	1.428863	9.999699	52
9	8.574214	8.574520	1.425480	9.999694	51
10	8.577566	8.577877	1.422123	9.999689	50
11	8.580892	8.581208	1.418792	9.999685	49
12	8.584193	8.584514	1.415486	9.999680	48
13	8.587469	8.587795	1.412205	9.999675	47
14	8.590721	8.591051	1.408949	9.999670	46
15	8.593948	8.594283	1.405717	9.999665	45
16	8.597152	8.597492	1.402508	9.999660	44
17	8.600332	8.600677	1.399323	9.999655	43
18	8.603489	8.603839	1.396161	9.999650	42
19	8.606623	8.606978	1.393022	9.999645	41
20	8.609734	8.610094	1.389906	9.999640	40
21	8.612823	8.613189	1.386811	9.999635	39
22	8.615891	8.616262	1.383738	9.999629	38
23	8.618937	8.619313	1.380687	9.999624	37
24	8.621962	8.622343	1.377657	9.999619	36
25	8.624965	8.625352	1.374648	9.999614	35
26	8.627948	8.628340	1.371660	9.999608	34
27	8.630911	8.631308	1.368692	9.999603	33
28	8.633854	8.634256	1.365744	9.999597	32
29	8.636776	8.637184	1.362816	9.999592	31
30	8.639680	8.640093	1.359907	9.999586	30
31	8.642563	8.642982	1.357018	9.999581	29
32	8.645428	8.645853	1.354147	9.999575	28
33	8.648274	8.648704	1.351296	9.999570	27
34	8.651102	8.651537	1.348463	9.999564	26
35	8.653911	8.654352	1.345648	9.999558	25
36	8.656702	8.657149	1.342851	9.999553	24
37	8.659475	8.659928	1.340072	9.999547	23
38	8.662230	8.662689	1.337311	9.999541	22
39	8.664968	8.665433	1.334567	9.999535	21
40	8.667689	8.668160	1.331840	9.999529	20
41	8.670393	8.670870	1.329130	9.999524	19
42	8.673080	8.673563	1.326437	9.999518	18
43	8.675751	8.676239	1.323761	9.999512	17
44	8.678405	8.678900	1.321100	9.999506	16
45	8.681043	8.681544	1.318456	9.999500	15
46	8.683665	8.684172	1.315828	9.999493	14
47	8.686272	8.686784	1.313216	9.999487	13
48	8.688863	8.689381	1.310619	9.999481	12
49	8.691438	8.691963	1.308037	9.999475	11
50	8.693998	8.694529	1.305471	9.999469	10
51	8.696543	8.697081	1.302919	9.999463	9
52	8.699073	8.699617	1.300383	9.999456	8
53	8.701589	8.702139	1.297861	9.999450	7
54	8.704090	8.704646	1.295354	9.999443	6
55	8.706577	8.707140	1.292860	9.999437	5
56	8.709049	8.709618	1.290382	9.999431	4
57	8.711507	8.712083	1.287917	9.999424	3
58	8.713952	8.714534	1.285465	9.999418	2
59	8.716383	8.716972	1.283028	9.999411	1
60	8.718800	8.719396	1.280604	9.999404	0
	Cosin. 87	Cotan. 87	Tang. 87	Sin. 87	′

	Sin. 3	Tang. 3	Cotang. 3	Cosin. 3	
0	8.718800	8.719396	1.280604	9.999404	60
1	8.721204	8.721806	1.278194	9.999398	59
2	8.723595	8.724204	1.275796	9.999391	58
3	8.725972	8.726588	1.273412	9.999384	57
4	8.728337	8.728959	1.271041	9.999378	56
5	8.730688	8.731317	1.268683	9.999371	55
6	8.733027	8.733663	1.266337	9.999364	54
7	8.735354	8.735996	1.264004	9.999357	53
8	8.737667	8.738317	1.261683	9.999350	52
9	8.739969	8.740626	1.259374	9.999343	51
10	8.742259	8.742922	1.257078	9.999336	50
11	8.744536	8.745207	1.254793	9.999329	49
12	8.746802	8.747479	1.252521	9.999322	48
13	8.749055	8.749740	1.250260	9.999315	47
14	8.751297	8.751989	1.248011	9.999308	46
15	8.753528	8.754227	1.245773	9.999301	45
16	8.755747	8.756453	1.243547	9.999294	44
17	8.757955	8.758668	1.241332	9.999287	43
18	8.760151	8.760872	1.239128	9.999279	42
19	8.762337	8.763065	1.236935	9.999272	41
20	8.764511	8.765246	1.234754	9.999265	40
21	8.766675	8.767417	1.232583	9.999257	39
22	8.768828	8.769578	1.230422	9.999250	38
23	8.770970	8.771727	1.228273	9.999242	37
24	8.773101	8.773866	1.226134	9.999235	36
25	8.775223	8.775995	1.224005	9.999227	35
26	8.777333	8.778114	1.221886	9.999220	34
27	8.779434	8.780222	1.219778	9.999212	33
28	8.781524	8.782320	1.217680	9.999205	32
29	8.783605	8.784408	1.215592	9.999197	31
30	8.785675	8.786486	1.213514	9.999189	30
31	8.787736	8.788554	1.211446	9.999181	29
32	8.789787	8.790613	1.209387	9.999174	28
33	8.791828	8.792662	1.207338	9.999166	27
34	8.793859	8.794701	1.205299	9.999158	26
35	8.795881	8.796731	1.203269	9.999150	25
36	8.797894	8.798752	1.201248	9.999142	24
37	8.799897	8.800763	1.199237	9.999134	23
38	8.801892	8.802765	1.197235	9.999126	22
39	8.803876	8.804758	1.195242	9.999118	21
40	8.805852	8.806742	1.193258	9.999110	20
41	8.807819	8.808717	1.191283	9.999102	19
42	8.809777	8.810683	1.189317	9.999094	18
43	8.811726	8.812641	1.187359	9.999086	17
44	8.813667	8.814589	1.185411	9.999077	16
45	8.815599	8.816529	1.183471	9.999069	15
46	8.817522	8.818461	1.181539	9.999061	14
47	8.819436	8.820384	1.179616	9.999053	13
48	8.821343	8.822298	1.177702	9.999044	12
49	8.823240	8.824205	1.175795	9.999036	11
50	8.825130	8.826103	1.173897	9.999027	10
51	8.827011	8.827992	1.172008	9.999019	9
52	8.828884	8.829874	1.170126	9.999010	8
53	8.830749	8.831748	1.168252	9.999002	7
54	8.832607	8.833613	1.166387	9.998993	6
55	8.834456	8.835471	1.164529	9.998984	5
56	8.836297	8.837321	1.162679	9.998976	4
57	8.838130	8.839163	1.160837	9.998967	3
58	8.839956	8.840998	1.159002	9.998958	2
59	8.841774	8.842825	1.157175	9.998950	1
60	8.843585	8.844644	1.155356	9.998941	0
	Cosin. 86	Cotan. 86	Tang. 86	Sin. 86	′

′	Sin. 4	Tang. 4	Cotang. 4	Cosin. 4	
0	8.843585	8.844644	1.155356	9.998941	60
1	8.845387	8.846455	1.153545	9.998932	59
2	8.847183	8.848260	1.151740	9.998923	58
3	8.848971	8.850057	1.149943	9.998914	57
4	8.850751	8.851846	1.148154	9.998905	56
5	8.852525	8.853628	1.146372	9.998896	55
6	8.854291	8.855403	1.144597	9.998887	54
7	8.856049	8.857171	1.142829	9.998878	53
8	8.857801	8.858932	1.141068	9.998869	52
9	8.859546	8.860686	1.139314	9.998860	51
10	8.861283	8.862433	1.137567	9.998851	50
11	8.863014	8.864173	1.135827	9.998841	49
12	8.864738	8.865906	1.134094	9.998832	48
13	8.866455	8.867632	1.132368	9.998823	47
14	8.868165	8.869351	1.130649	9.998813	46
15	8.869868	8.871064	1.128936	9.998804	45
16	8.871565	8.872770	1.127230	9.998795	44
17	8.873255	8.874469	1.125531	9.998785	43
18	8.874938	8.876162	1.123838	9.998776	42
19	8.876615	8.877849	1.122151	9.998766	41
20	8.878285	8.879529	1.120471	9.998757	40
21	8.879949	8.881202	1.118798	9.998747	39
22	8.881607	8.882869	1.117131	9.998738	38
23	8.883258	8.884530	1.115470	9.998728	37
24	8.884903	8.886185	1.113815	9.998718	36
25	8.886542	8.887833	1.112167	9.998708	35
26	8.888174	8.889476	1.110524	9.998699	34
27	8.889801	8.891112	1.108888	9.998689	33
28	8.891421	8.892742	1.107258	9.998679	32
29	8.893035	8.894366	1.105634	9.998669	31
30	8.894643	8.895984	1.104016	9.998659	30
31	8.896246	8.897596	1.102404	9.998649	29
32	8.897842	8.899203	1.100797	9.998639	28
33	8.899432	8.900803	1.099197	9.998629	27
34	8.901017	8.902398	1.097602	9.998619	26
35	8.902596	8.903987	1.096013	9.998609	25
36	8.904169	8.905570	1.094430	9.998599	24
37	8.905736	8.907147	1.092853	9.998589	23
38	8.907297	8.908719	1.091281	9.998578	22
39	8.908853	8.910285	1.089715	9.998568	21
40	8.910404	8.911846	1.088154	9.998558	20
41	8.911949	8.913401	1.086599	9.998548	19
42	8.913488	8.914951	1.085049	9.998537	18
43	8.915022	8.916495	1.083505	9.998527	17
44	8.916550	8.918034	1.081966	9.998516	16
45	8.918073	8.919568	1.080432	9.998506	15
46	8.919591	8.921096	1.078904	9.998495	14
47	8.921103	8.922619	1.077381	9.998485	13
48	8.922610	8.924136	1.075864	9.998474	12
49	8.924112	8.925649	1.074351	9.998464	11
50	8.925609	8.927156	1.072844	9.998453	10
51	8.927100	8.928658	1.071342	9.998441	9
52	8.928587	8.930155	1.069845	9.998431	8
53	8.930068	8.931647	1.068353	9.998421	7
54	8.931544	8.933134	1.066866	9.998410	6
55	8.933015	8.934616	1.065384	9.998399	5
56	8.934481	8.936093	1.063907	9.998388	4
57	8.935942	8.937565	1.062435	9.998377	3
58	8.937398	8.939032	1.060968	9.998366	2
59	8.938850	8.940494	1.059506	9.998355	1
60	8.940296	8.941952	1.058048	9.998344	0
	Cosin. 85	Cotan. 85	Tang. 85	Sin. 85	′

′	Sin. 5	Tang. 5	Cotang. 5	Cosin. 5	
0	8.940296	8.941952	1.058048	9.998344	60
1	8.941738	8.943404	1.056596	9.998333	59
2	8.943174	8.944852	1.055148	9.998322	58
3	8.944606	8.946295	1.053705	9.998311	57
4	8.946034	8.947734	1.052266	9.998300	56
5	8.947456	8.949168	1.050832	9.998289	55
6	8.948874	8.950597	1.049403	9.998277	54
7	8.950287	8.952021	1.047979	9.998266	53
8	8.951696	8.953441	1.046559	9.998255	52
9	8.953100	8.954856	1.045144	9.998243	51
10	8.954499	8.956267	1.043733	9.998232	50
11	8.955894	8.957674	1.042326	9.998220	49
12	8.957284	8.959075	1.040925	9.998209	48
13	8.958670	8.960473	1.039527	9.998197	47
14	8.960052	8.961866	1.038134	9.998186	46
15	8.961429	8.963255	1.036745	9.998174	45
16	8.962801	8.964639	1.035361	9.998163	44
17	8.964170	8.966019	1.033981	9.998151	43
18	8.965534	8.967394	1.032606	9.998139	42
19	8.966893	8.968766	1.031234	9.998128	41
20	8.968249	8.970133	1.029867	9.998116	40
21	8.969600	8.971496	1.028504	9.998104	39
22	8.970947	8.972855	1.027145	9.998092	38
23	8.972289	8.974209	1.025791	9.998080	37
24	8.973628	8.975560	1.024440	9.998068	36
25	8.974962	8.976906	1.023094	9.998056	35
26	8.976293	8.978248	1.021752	9.998044	34
27	8.977619	8.979586	1.020414	9.998032	33
28	8.978941	8.980921	1.019079	9.998020	32
29	8.980259	8.982251	1.017749	9.998008	31
30	8.981573	8.983577	1.016423	9.997996	30
31	8.982883	8.984899	1.015101	9.997984	29
32	8.984189	8.986217	1.013783	9.997972	28
33	8.985491	8.987532	1.012468	9.997959	27
34	8.986789	8.988842	1.011158	9.997947	26
35	8.988083	8.990149	1.009851	9.997935	25
36	8.989374	8.991451	1.008549	9.997922	24
37	8.990660	8.992750	1.007250	9.997910	23
38	8.991943	8.994045	1.005955	9.997897	22
39	8.993222	8.995337	1.004663	9.997885	21
40	8.994497	8.996624	1.003376	9.997872	20
41	8.995768	8.997908	1.002092	9.997860	19
42	8.997036	8.999188	1.000812	9.997847	18
43	8.998299	9.000465	0.999535	9.997835	17
44	8.999560	9.001738	0.998262	9.997822	16
45	9.000816	9.003007	0.996993	9.997809	15
46	9.002069	9.004272	0.995728	9.997797	14
47	9.003318	9.005534	0.994466	9.997784	13
48	9.004563	9.006792	0.993208	9.997771	12
49	9.005805	9.008047	0.991953	9.997758	11
50	9.007044	9.009298	0.990702	9.997745	10
51	9.008278	9.010546	0.989454	9.997732	9
52	9.009510	9.011790	0.988210	9.997719	8
53	9.010737	9.013031	0.986969	9.997706	7
54	9.011962	9.014268	0.985732	9.997693	6
55	9.013182	9.015502	0.984498	9.997680	5
56	9.014400	9.016732	0.983268	9.997667	4
57	9.015613	9.017959	0.982041	9.997654	3
58	9.016824	9.019183	0.980817	9.997641	2
59	9.018031	9.020403	0.979597	9.997628	1
60	9.019235	9.021620	0.978380	9.997614	0
	Cosin. 84	Cotan. 84	Tang. 84	Sin. 84	′

′	Sin. 6	Tang. 6	Cotang. 6	Cosin. 6	
0	9.019235	9.021620	0.978380	9.997614	60
1	9.020435	9.022834	0.977166	9.997601	59
2	9.021635	9.024044	0.975956	9.997588	58
3	9.022825	9.025251	0.974749	9.997574	57
4	9.024016	9.026455	0.973545	9.997561	56
5	9.025203	9.027655	0.972345	9.997547	55
6	9.026386	9.028852	0.971148	9.997534	54
7	9.027567	9.030046	0.969954	9.997520	53
8	9.028744	9.031237	0.968763	9.997507	52
9	9.029918	9.032425	0.967575	9.997493	51
10	9.031089	9.033609	0.966391	9.997480	50
11	9.032257	9.034791	0.965209	9.997466	49
12	9.033421	9.035969	0.964031	9.997452	48
13	9.034582	9.037144	0.962856	9.997439	47
14	9.035741	9.038316	0.961684	9.997425	46
15	9.036896	9.039485	0.960515	9.997411	45
16	9.038048	9.040651	0.959349	9.997397	44
17	9.039197	9.041813	0.958187	9.997383	43
18	9.040342	9.042973	0.957027	9.997369	42
19	9.041485	9.044130	0.955870	9.997355	41
20	9.042625	9.045284	0.954716	9.997341	40
21	9.043762	9.046434	0.953566	9.997327	39
22	9.044895	9.047582	0.952418	9.997313	38
23	9.046026	9.048727	0.951273	9.997299	37
24	9.047154	9.049869	0.950131	9.997285	36
25	9.048279	9.051008	0.948992	9.997271	35
26	9.049400	9.052144	0.947856	9.997257	34
27	9.050519	9.053277	0.946723	9.997242	33
28	9.051635	9.054407	0.945593	9.997228	32
29	9.052749	9.055535	0.944465	9.997214	31
30	9.053859	9.056659	0.943341	9.997199	30
31	9.054966	9.057781	0.942219	9.997185	29
32	9.056071	9.058900	0.941100	9.997170	28
33	9.057172	9.060016	0.939984	9.997156	27
34	9.058271	9.061130	0.938870	9.997141	26
35	9.059367	9.062240	0.937760	9.997127	25
36	9.060460	9.063348	0.936652	9.997112	24
37	9.061551	9.064453	0.935547	9.997098	23
38	9.062639	9.065556	0.934444	9.997083	22
39	9.063724	9.066655	0.933345	9.997068	21
40	9.064806	9.067752	0.932248	9.997053	20
41	9.065885	9.068846	0.931154	9.997039	19
42	9.066962	9.069938	0.930062	9.997024	18
43	9.068036	9.071027	0.928973	9.997009	17
44	9.069107	9.072113	0.927887	9.996994	16
45	9.070176	9.073197	0.926803	9.996979	15
46	9.071242	9.074278	0.925722	9.996964	14
47	9.072306	9.075356	0.924644	9.996949	13
48	9.073366	9.076432	0.923568	9.996934	12
49	9.074424	9.077505	0.922495	9.996919	11
50	9.075480	9.078576	0.921424	9.996904	10
51	9.076533	9.079644	0.920356	9.996889	9
52	9.077583	9.080710	0.919290	9.996874	8
53	9.078631	9.081773	0.918227	9.996858	7
54	9.079676	9.082833	0.917167	9.996843	6
55	9.080719	9.083891	0.916109	9.996828	5
56	9.081759	9.084947	0.915053	9.996812	4
57	9.082797	9.086000	0.914000	9.996797	3
58	9.083832	9.087050	0.912950	9.996782	2
59	9.084864	9.088098	0.911902	9.996766	1
60	9.085894	9.089144	0.910856	9.996751	0
	Cosin. 83	Cotan. 83	Tang. 83	Sin. 83	′

′	Sin. 7	Tang. 7	Cotang. 7	Cosin. 7	
0	9.085894	9.089144	0.910856	9.996751	60
1	9.086922	9.090187	0.909813	9.996735	59
2	9.087947	9.091228	0.908772	9.996720	58
3	9.088970	9.092266	0.907734	9.996704	57
4	9.089990	9.093302	0.906698	9.996688	56
5	9.091008	9.094336	0.905664	9.996673	55
6	9.092024	9.095367	0.904633	9.996657	54
7	9.093037	9.096395	0.903605	9.996641	53
8	9.094047	9.097422	0.902578	9.996625	52
9	9.095056	9.098446	0.901554	9.996610	51
10	9.096062	9.099468	0.900532	9.996594	50
11	9.097065	9.100487	0.899513	9.996578	49
12	9.098066	9.101504	0.898496	9.996562	48
13	9.099065	9.102519	0.897481	9.996546	47
14	9.100062	9.103532	0.896468	9.996530	46
15	9.101056	9.104542	0.895458	9.996514	45
16	9.102048	9.105550	0.894450	9.996498	44
17	9.103037	9.106556	0.893444	9.996482	43
18	9.104025	9.107559	0.892441	9.996465	42
19	9.105010	9.108560	0.891440	9.996449	41
20	9.105992	9.109559	0.890441	9.996433	40
21	9.106973	9.110556	0.889444	9.996417	39
22	9.107951	9.111551	0.888449	9.996400	38
23	9.108927	9.112543	0.887457	9.996384	37
24	9.109901	9.113533	0.886467	9.996368	36
25	9.110873	9.114521	0.885479	9.996351	35
26	9.111842	9.115507	0.884493	9.996335	34
27	9.112809	9.116491	0.883509	9.996318	33
28	9.113774	9.117472	0.882528	9.996302	32
29	9.114737	9.118452	0.881548	9.996285	31
30	9.115698	9.119429	0.880571	9.996269	30
31	9.116656	9.120404	0.879596	9.996252	29
32	9.117613	9.121377	0.878623	9.996235	28
33	9.118567	9.122348	0.877652	9.996219	27
34	9.119519	9.123317	0.876683	9.996202	26
35	9.120469	9.124284	0.875716	9.996185	25
36	9.121417	9.125249	0.874751	9.996168	24
37	9.122362	9.126211	0.873789	9.996151	23
38	9.123306	9.127172	0.872828	9.996134	22
39	9.124248	9.128130	0.871870	9.996117	21
40	9.125187	9.129087	0.870913	9.996100	20
41	9.126125	9.130041	0.869959	9.996083	19
42	9.127060	9.130994	0.869006	9.996066	18
43	9.127993	9.131944	0.868056	9.996049	17
44	9.128925	9.132893	0.867107	9.996032	16
45	9.129854	9.133839	0.866161	9.996015	15
46	9.130781	9.134784	0.865216	9.995998	14
47	9.131706	9.135726	0.864274	9.995980	13
48	9.132630	9.136667	0.863333	9.995963	12
49	9.133551	9.137605	0.862395	9.995946	11
50	9.134470	9.138542	0.861458	9.995928	10
51	9.135387	9.139476	0.860524	9.995911	9
52	9.136303	9.140409	0.859591	9.995894	8
53	9.137216	9.141340	0.858660	9.995876	7
54	9.138128	9.142269	0.857731	9.995859	6
55	9.139037	9.143196	0.856804	9.995841	5
56	9.139944	9.144121	0.855879	9.995823	4
57	9.140850	9.145044	0.854956	9.995806	3
58	9.141754	9.145966	0.854034	9.995788	2
59	9.142655	9.146885	0.853115	9.995771	1
60	9.143555	9.147803	0.852197	9.995753	0
	Cosin. 82	Cotan. 82	Tang. 82	Sin. 82	′

′	Sin. 8	Tang. 8	Cotang. 8	Cosin. 8	
0	9.143555	9.147803	0.852197	9.995753	60
1	9.144453	9.148718	0.851282	9.995735	59
2	9.145349	9.149632	0.850368	9.995717	58
3	9.146243	9.150544	0.849456	9.995699	57
4	9.147136	9.151454	0.848546	9.995681	56
5	9.148026	9.152363	0.847637	9.995664	55
6	9.148915	9.153269	0.846731	9.995646	54
7	9.149802	9.154174	0.845826	9.995628	53
8	9.150686	9.155077	0.844923	9.995610	52
9	9.151569	9.155978	0.844022	9.995591	51
10	9.152451	9.156877	0.843123	9.995573	50
11	9.153330	9.157775	0.842225	9.995555	49
12	9.154208	9.158671	0.841329	9.995537	48
13	9.155083	9.159565	0.840435	9.995519	47
14	9.155957	9.160457	0.839543	9.995501	46
15	9.156830	9.161347	0.838653	9.995482	45
16	9.157700	9.162236	0.837764	9.995464	44
17	9.158569	9.163123	0.836877	9.995446	43
18	9.159435	9.164008	0.835992	9.995427	42
19	9.160301	9.164892	0.835108	9.995409	41
20	9.161164	9.165774	0.834226	9.995390	40
21	9.162025	9.166654	0.833346	9.995372	39
22	9.162885	9.167532	0.832468	9.995353	38
23	9.163743	9.168409	0.831591	9.995334	37
24	9.164600	9.169284	0.830716	9.995316	36
25	9.165454	9.170157	0.829843	9.995297	35
26	9.166307	9.171029	0.828971	9.995278	34
27	9.167159	9.171899	0.828101	9.995260	33
28	9.168008	9.172767	0.827233	9.995241	32
29	9.168856	9.173634	0.826366	9.995222	31
30	9.169702	9.174499	0.825501	9.995203	30
31	9.170547	9.175362	0.824638	9.995184	29
32	9.171389	9.176224	0.823776	9.995165	28
33	9.172230	9.177084	0.822916	9.995146	27
34	9.173070	9.177942	0.822058	9.995127	26
35	9.173908	9.178799	0.821201	9.995108	25
36	9.174744	9.179655	0.820345	9.995089	24
37	9.175578	9.180508	0.819492	9.995070	23
38	9.176411	9.181360	0.818640	9.995051	22
39	9.177242	9.182211	0.817789	9.995032	21
40	9.178072	9.183059	0.816941	9.995013	20
41	9.178900	9.183907	0.816093	9.994993	19
42	9.179726	9.184752	0.815248	9.994974	18
43	9.180551	9.185597	0.814403	9.994955	17
44	9.181374	9.186439	0.813561	9.994935	16
45	9.182196	9.187280	0.812720	9.994916	15
46	9.183016	9.188120	0.811880	9.994896	14
47	9.183834	9.188958	0.811042	9.994877	13
48	9.184651	9.189794	0.810206	9.994857	12
49	9.185466	9.190629	0.809371	9.994838	11
50	9.186280	9.191462	0.808538	9.994818	10
51	9.187092	9.192294	0.807706	9.994798	9
52	9.187903	9.193124	0.806876	9.994779	8
53	9.188712	9.193953	0.806047	9.994759	7
54	9.189519	9.194780	0.805220	9.994739	6
55	9.190325	9.195606	0.804394	9.994719	5
56	9.191130	9.196430	0.803570	9.994700	4
57	9.191933	9.197253	0.802747	9.994680	3
58	9.192734	9.198074	0.801926	9.994660	2
59	9.193534	9.198894	0.801106	9.994640	1
60	9.194332	9.199713	0.800287	9.994620	0
	Cosin. 81	Cotan. 81	Tang. 81	Sin. 81	

′	Sin. 9	Tang. 9	Cotang. 9	Cosin. 9	
0	9.194332	9.199713	0.800287	9.994620	60
1	9.195129	9.200529	0.799471	9.994600	59
2	9.195925	9.201345	0.798655	9.994580	58
3	9.196719	9.202159	0.797841	9.994560	57
4	9.197511	9.202971	0.797029	9.994540	56
5	9.198302	9.203782	0.796218	9.994519	55
6	9.199091	9.204592	0.795408	9.994499	54
7	9.199879	9.205400	0.794600	9.994479	53
8	9.200666	9.206207	0.793793	9.994459	52
9	9.201451	9.207013	0.792987	9.994438	51
10	9.202234	9.207817	0.792183	9.994418	50
11	9.203017	9.208619	0.791381	9.994398	49
12	9.203797	9.209420	0.790580	9.994377	48
13	9.204577	9.210220	0.789780	9.994357	47
14	9.205354	9.211018	0.788982	9.994336	46
15	9.206131	9.211815	0.788185	9.994316	45
16	9.206906	9.212611	0.787389	9.994295	44
17	9.207679	9.213405	0.786595	9.994274	43
18	9.208452	9.214198	0.785802	9.994254	42
19	9.209222	9.214989	0.785011	9.994233	41
20	9.209992	9.215780	0.784220	9.994212	40
21	9.210760	9.216568	0.783432	9.994191	39
22	9.211526	9.217356	0.782644	9.994171	38
23	9.212291	9.218142	0.781858	9.994150	37
24	9.213055	9.218926	0.781074	9.994129	36
25	9.213818	9.219710	0.780290	9.994108	35
26	9.214579	9.220492	0.779508	9.994087	34
27	9.215338	9.221272	0.778728	9.994066	33
28	9.216097	9.222052	0.777948	9.994045	32
29	9.216854	9.222830	0.777170	9.994024	31
30	9.217609	9.223607	0.776393	9.994003	30
31	9.218363	9.224382	0.775618	9.993982	29
32	9.219116	9.225156	0.774844	9.993960	28
33	9.219868	9.225929	0.774071	9.993939	27
34	9.220618	9.226700	0.773300	9.993918	26
35	9.221367	9.227471	0.772529	9.993897	25
36	9.222115	9.228239	0.771761	9.993875	24
37	9.222861	9.229007	0.770993	9.993854	23
38	9.223606	9.229773	0.770227	9.993832	22
39	9.224349	9.230539	0.769461	9.993811	21
40	9.225092	9.231302	0.768698	9.993789	20
41	9.225833	9.232065	0.767935	9.993768	19
42	9.226573	9.232826	0.767174	9.993746	18
43	9.227311	9.233586	0.766414	9.993725	17
44	9.228048	9.234345	0.765655	9.993703	16
45	9.228784	9.235103	0.764897	9.993681	15
46	9.229518	9.235859	0.764141	9.993660	14
47	9.230252	9.236614	0.763386	9.993638	13
48	9.230984	9.237368	0.762632	9.993616	12
49	9.231715	9.238120	0.761880	9.993594	11
50	9.232444	9.238872	0.761128	9.993572	10
51	9.233172	9.239622	0.760378	9.993550	9
52	9.233899	9.240371	0.759629	9.993528	8
53	9.234625	9.241118	0.758882	9.993506	7
54	9.235349	9.241865	0.758135	9.993484	6
55	9.236073	9.242610	0.757390	9.993462	5
56	9.236795	9.243354	0.756646	9.993440	4
57	9.237515	9.244097	0.755903	9.993418	3
58	9.238235	9.244839	0.755161	9.993396	2
59	9.238953	9.245579	0.754421	9.993374	1
60	9.239670	9.246319	0.753681	9.993351	0
	Cosin. 80	Cotan. 80	Tang. 80	Sin. 80	′

′	Sin. 10	Tang. 10	Cotan. 10	Cosin. 10	
0	9.239670	9.246319	0.753681	9.993351	60
1	9.240386	9.247057	0.752943	9.993329	59
2	9.241101	9.247794	0.752206	9.993307	58
3	9.241814	9.248530	0.751470	9.993284	57
4	9.242526	9.249264	0.750736	9.993262	56
5	9.243237	9.249998	0.750002	9.993240	55
6	9.243947	9.250730	0.749270	9.993217	54
7	9.244656	9.251461	0.748539	9.993195	53
8	9.245363	9.252191	0.747809	9.993172	52
9	9.246069	9.252920	0.747080	9.993149	51
10	9.246775	9.253648	0.746352	9.993127	50
11	9.247478	9.254374	0.745626	9.993104	49
12	9.248181	9.255100	0.744900	9.993081	48
13	9.248883	9.255824	0.744176	9.993059	47
14	9.249583	9.256547	0.743453	9.993036	46
15	9.250282	9.257269	0.742731	9.993013	45
16	9.250980	9.257990	0.742010	9.992990	44
17	9.251677	9.258710	0.741290	9.992967	43
18	9.252373	9.259429	0.740571	9.992944	42
19	9.253067	9.260146	0.739854	9.992921	41
20	9.253761	9.260863	0.739137	9.992898	40
21	9.254453	9.261578	0.738422	9.992875	39
22	9.255144	9.262292	0.737708	9.992852	38
23	9.255834	9.263005	0.736995	9.992829	37
24	9.256523	9.263717	0.736283	9.992806	36
25	9.257211	9.264428	0.735572	9.992783	35
26	9.257898	9.265138	0.734862	9.992759	34
27	9.258583	9.265847	0.734153	9.992736	33
28	9.259268	9.266555	0.733445	9.992713	32
29	9.259951	9.267261	0.732739	9.992690	31
30	9.260633	9.267967	0.732033	9.992666	30
31	9.261314	9.268671	0.731329	9.992643	29
32	9.261994	9.269375	0.730625	9.992619	28
33	9.262673	9.270077	0.729923	9.992596	27
34	9.263351	9.270779	0.729221	9.992572	26
35	9.264027	9.271479	0.728521	9.992549	25
36	9.264703	9.272178	0.727822	9.992525	24
37	9.265377	9.272876	0.727124	9.992501	23
38	9.266051	9.273573	0.726427	9.992478	22
39	9.266723	9.274269	0.725731	9.992454	21
40	9.267395	9.274964	0.725036	9.992430	20
41	9.268065	9.275658	0.724342	9.992406	19
42	9.268734	9.276351	0.723649	9.992382	18
43	9.269402	9.277043	0.722957	9.992359	17
44	9.270069	9.277734	0.722266	9.992335	16
45	9.270735	9.278424	0.721576	9.992311	15
46	9.271400	9.279113	0.720887	9.992287	14
47	9.272064	9.279801	0.720199	9.992263	13
48	9.272726	9.280488	0.719512	9.992239	12
49	9.273388	9.281174	0.718826	9.992214	11
50	9.274049	9.281858	0.718142	9.992190	10
51	9.274708	9.282542	0.717458	9.992166	9
52	9.275367	9.283225	0.716775	9.992142	8
53	9.275025	9.283907	0.716093	9.992118	7
54	9.276681	9.284588	0.715412	9.992093	6
55	9.277337	9.285268	0.714732	9.992069	5
56	9.277991	9.285947	0.714053	9.992044	4
57	9.278645	9.286624	0.713375	9.992020	3
58	9.279297	9.287301	0.712699	9.991996	2
59	9.279948	9.287977	0.712023	9.991971	1
60	9.280599	9.288652	0.711348	9.991947	0
	Cosin. 79	Cotan. 79	Tang. 79	Sin. 79	′

	Sin. 11	Tang. 11	Cotan. 11	Cosin. 11	
0	9.280599	9.288652	0.711348	9.991947	60
1	9.281248	9.289326	0.710674	9.991922	59
2	9.281897	9.289999	0.710001	9.991897	58
3	9.282544	9.290671	0.709329	9.991873	57
4	9.283190	9.291342	0.708658	9.991848	56
5	9.283836	9.292013	0.707987	9.991823	55
6	9.284480	9.292682	0.707318	9.991799	54
7	9.285124	9.293350	0.706650	9.991774	53
8	9.285766	9.294017	0.705983	9.991749	52
9	9.286408	9.294684	0.705316	9.991724	51
10	9.287048	9.295349	0.704651	9.991699	50
11	9.287688	9.296013	0.703987	9.991674	49
12	9.288326	9.296677	0.703323	9.991649	48
13	9.288964	9.297339	0.702661	9.991624	47
14	9.289600	9.298001	0.701999	9.991599	46
15	9.290236	9.298662	0.701338	9.991574	45
16	9.290870	9.299322	0.700678	9.991549	44
17	9.291504	9.299980	0.700020	9.991524	43
18	9.292137	9.300638	0.699362	9.991498	42
19	9.292768	9.301295	0.698705	9.991473	41
20	9.293399	9.301951	0.698049	9.991448	40
21	9.294029	9.302607	0.697393	9.991422	39
22	9.294658	9.303261	0.696739	9.991397	38
23	9.295286	9.303914	0.696086	9.991372	37
24	9.295913	9.304567	0.695433	9.991346	36
25	9.296539	9.305218	0.694782	9.991321	35
26	9.297164	9.305869	0.694131	9.991295	34
27	9.297788	9.306519	0.693481	9.991270	33
28	9.298412	9.307168	0.692832	9.991244	32
29	9.299034	9.307815	0.692184	9.991218	31
30	9.299655	9.308463	0.691537	9.991193	30
31	9.300276	9.309109	0.690891	9.991167	29
32	9.300895	9.309754	0.690246	9.991141	28
33	9.301514	9.310399	0.689601	9.991115	27
34	9.302132	9.311042	0.688958	9.991090	26
35	9.302748	9.311685	0.688315	9.991064	25
36	9.303364	9.312327	0.687673	9.991038	24
37	9.303979	9.312968	0.687032	9.991012	23
38	9.304593	9.313608	0.686392	9.990986	22
39	9.305207	9.314247	0.685753	9.990960	21
40	9.305819	9.314885	0.685115	9.990934	20
41	9.306430	9.315523	0.684477	9.990908	19
42	9.307041	9.316159	0.683841	9.990882	18
43	9.307650	9.316795	0.683205	9.990855	17
44	9.308259	9.317430	0.682570	9.990829	16
45	9.308867	9.318064	0.681936	9.990803	15
46	9.309474	9.318697	0.681303	9.990777	14
47	9.310080	9.319330	0.680670	9.990750	13
48	9.310685	9.319961	0.680039	9.990724	12
49	9.311289	9.320592	0.679408	9.990697	11
50	9.311893	9.321222	0.678778	9.990671	10
51	9.312495	9.321851	0.678149	9.990645	9
52	9.313097	9.322479	0.677521	9.990618	8
53	9.313698	9.323106	0.676894	9.990591	7
54	9.314297	9.323733	0.676267	9.990565	6
55	9.314897	9.324358	0.675642	9.990538	5
56	9.315495	9.324983	0.675017	9.990511	4
57	9.316092	9.325607	0.674393	9.990485	3
58	9.316689	9.326231	0.673769	9.990458	2
59	9.317284	9.326853	0.673147	9.990431	1
60	9.317879	9.327475	0.672525	9.990404	0
	Cosin. 78	Cotan. 78	Tang. 78	Sin. 78	′

′	Sin. 12	Tang. 12	Cotan. 12	Cosin. 12	
0	9.317879	9.327474	0.672525	9.990404	60
1	9.318473	9.328095	0.671905	9.990378	59
2	9.319066	9.328715	0.671285	9.990351	58
3	9.319658	9.329334	0.670666	9.990324	57
4	9.320249	9.329953	0.670047	9.990297	56
5	9.320840	9.330570	0.669430	9.990270	55
6	9.321430	9.331187	0.668813	9.990243	54
7	9.322019	9.331803	0.668197	9.990215	53
8	9.322607	9.332418	0.667582	9.990188	52
9	9.323194	9.333033	0.666967	9.990161	51
10	9.323780	9.333646	0.666354	9.990134	50
11	9.324366	9.334259	0.665741	9.990107	49
12	9.324950	9.334871	0.665129	9.990079	48
13	9.325534	9.335482	0.664518	9.990052	47
14	9.326117	9.336093	0.663907	9.990025	46
15	9.326700	9.336702	0.663298	9.989997	45
16	9.327281	9.337311	0.662689	9.989970	44
17	9.327862	9.337919	0.662081	9.989942	43
18	9.328442	9.338527	0.661473	9.989915	42
19	9.329021	9.339133	0.660867	9.989887	41
20	9.329599	9.339739	0.660261	9.989860	40
21	9.330176	9.340344	0.659656	9.989832	39
22	9.330752	9.340948	0.659052	9.989804	38
23	9.331329	9.341552	0.658448	9.989777	37
24	9.331903	9.342155	0.657845	9.989749	36
25	9.332478	9.342757	0.657243	9.989721	35
26	9.333051	9.343358	0.656642	9.989693	34
27	9.333624	9.343958	0.656042	9.989665	33
28	9.334195	9.344558	0.655442	9.989637	32
29	9.334767	9.345157	0.654843	9.989610	31
30	9.335337	9.345755	0.654245	9.989582	30
31	9.335906	9.346353	0.653647	9.989553	29
32	9.336475	9.346949	0.653051	9.989525	28
33	9.337043	9.347545	0.652455	9.989497	27
34	9.337610	9.348141	0.651859	9.989469	26
35	9.338176	9.348735	0.651265	9.989441	25
36	9.338742	9.349329	0.650671	9.989413	24
37	9.339307	9.349922	0.650078	9.989385	23
38	9.339871	9.350514	0.649486	9.989356	22
39	9.340434	9.351106	0.648894	9.989328	21
40	9.340996	9.351697	0.648303	9.989300	20
41	9.341558	9.352287	0.647713	9.989271	19
42	9.342119	9.352876	0.647124	9.989243	18
43	9.342679	9.353465	0.646535	9.989214	17
44	9.343239	9.354053	0.645947	9.989186	16
45	9.343797	9.354640	0.645360	9.989157	15
46	9.344355	9.355227	0.644773	9.989128	14
47	9.344912	9.355813	0.644187	9.989100	13
48	9.345469	9.356398	0.643602	9.989071	12
49	9.346024	9.356982	0.643018	9.989042	11
50	9.346579	9.357566	0.642434	9.989014	10
51	9.347134	9.358149	0.641851	9.988985	9
52	9.347687	9.358731	0.641269	9.988956	8
53	9.348240	9.359313	0.640687	9.988927	7
54	9.348792	9.359893	0.640107	9.988898	6
55	9.349343	9.360474	0.639526	9.988869	5
56	9.349893	9.361053	0.638947	9.988840	4
57	9.350443	9.361632	0.638368	9.988811	3
58	9.350992	9.362210	0.637790	9.988782	2
59	9.351540	9.362787	0.637213	9.988753	1
60	9.352088	9.363364	0.636636	9.988724	0
	Cosin. 77	Cotan. 77	Tang. 77	Sin. 77	′

′	Sin. 13	Tang. 13	Cotan. 13	Cosin. 13	
0	9.352088	9.363364	0.636636	9.988724	60
1	9.352635	9.363940	0.636060	9.988695	59
2	9.353181	9.364515	0.635485	9.988666	58
3	9.353726	9.365090	0.634910	9.988636	57
4	9.354271	9.365664	0.634336	9.988607	56
5	9.354815	9.366237	0.633763	9.988578	55
6	9.355358	9.366810	0.633190	9.988548	54
7	9.355901	9.367382	0.632618	9.988519	53
8	9.356443	9.367953	0.632047	9.988489	52
9	9.356984	9.368524	0.631476	9.988460	51
10	9.357524	9.369094	0.630906	9.988430	50
11	9.358064	9.369663	0.630337	9.988401	49
12	9.358603	9.370232	0.629768	9.988371	48
13	9.359141	9.370799	0.629201	9.988342	47
14	9.359678	9.371367	0.628633	9.988312	46
15	9.360215	9.371933	0.628067	9.988282	45
16	9.360752	9.372499	0.627501	9.988252	44
17	9.361287	9.373064	0.626936	9.988223	43
18	9.361822	9.373629	0.626371	9.988193	42
19	9.362356	9.374193	0.625807	9.988163	41
20	9.362889	9.374756	0.625244	9.988133	40
21	9.363422	9.375319	0.624681	9.988103	39
22	9.363954	9.375881	0.624119	9.988073	38
23	9.364485	9.376442	0.623558	9.988043	37
24	9.365016	9.377003	0.622997	9.988013	36
25	9.365546	9.377563	0.622437	9.987983	35
26	9.366075	9.378122	0.621878	9.987953	34
27	9.366604	9.378681	0.621319	9.987922	33
28	9.367131	9.379239	0.620761	9.987892	32
29	9.367659	9.379797	0.620203	9.987862	31
30	9.368185	9.380354	0.619646	9.987832	30
31	9.368711	9.380910	0.619090	9.987801	29
32	9.369236	9.381466	0.618534	9.987771	28
33	9.369761	9.382020	0.617980	9.987740	27
34	9.370285	9.382575	0.617425	9.987710	26
35	9.370808	9.383129	0.616871	9.987679	25
36	9.371330	9.383682	0.616318	9.987649	24
37	9.371852	9.384234	0.615766	9.987618	23
38	9.372373	9.384786	0.615214	9.987588	22
39	9.372894	9.385337	0.614663	9.987557	21
40	9.373414	9.385888	0.614112	9.987526	20
41	9.373933	9.386438	0.613562	9.987496	19
42	9.374452	9.386987	0.613013	9.987465	18
43	9.374970	9.387536	0.612464	9.987434	17
44	9.375487	9.388084	0.611916	9.987403	16
45	9.376003	9.388631	0.611369	9.987372	15
46	9.376519	9.389178	0.610822	9.987341	14
47	9.377035	9.389724	0.610276	9.987310	13
48	9.377549	9.390270	0.609730	9.987279	12
49	9.378063	9.390815	0.609185	9.987248	11
50	9.378577	9.391360	0.608640	9.987217	10
51	9.379089	9.391903	0.608097	9.987186	9
52	9.379601	9.392447	0.607553	9.987155	8
53	9.380113	9.392989	0.607011	9.987124	7
54	9.380624	9.393531	0.606469	9.987092	6
55	9.381134	9.394073	0.605927	9.987061	5
56	9.381643	9.394614	0.605386	9.987030	4
57	9.382152	9.395154	0.604846	9.986998	3
58	9.382661	9.395694	0.604306	9.986967	2
59	9.383168	9.396233	0.603767	9.986936	1
60	9.383675	9.396771	0.603229	9.986904	0
	Cosin. 76	Cotan. 76	Tang. 76	Sin. 76	′

′	Sin. 14	Tang. 14	Cotan. 14	Cosin. 14	
0	9.383675	9.396771	0.603229	9.986904	60
1	9.384182	9.397309	0.602691	9.986873	59
2	9.384687	9.397846	0.602154	9.986841	58
3	9.385192	9.398383	0.601617	9.986809	57
4	9.385697	9.398919	0.601081	9.986778	56
5	9.386201	9.399455	0.600545	9.986746	55
6	9.386704	9.399990	0.600010	9.986714	54
7	9.387207	9.400524	0.599476	9.986683	53
8	9.387709	9.401058	0.598942	9.986651	52
9	9.388210	9.401591	0.598409	9.986619	51
10	9.388711	9.402124	0.597876	9.986587	50
11	9.389211	9.402656	0.597344	9.986555	49
12	9.389711	9.403187	0.596813	9.986523	48
13	9.390210	9.403718	0.596282	9.986491	47
14	9.390708	9.404249	0.595751	9.986459	46
15	9.391206	9.404778	0.595222	9.986427	45
16	9.391703	9.405308	0.594692	9.986395	44
17	9.392199	9.405836	0.594164	9.986363	43
18	9.392695	9.406364	0.593636	9.986331	42
19	9.393191	9.406892	0.593108	9.986299	41
20	9.393685	9.407419	0.592581	9.986266	40
21	9.394179	9.407945	0.592055	9.986234	39
22	9.394673	9.408471	0.591529	9.986202	38
23	9.395166	9.408996	0.591004	9.986169	37
24	9.395658	9.409521	0.590479	9.986137	36
25	9.396150	9.410045	0.589955	9.986104	35
26	9.396641	9.410569	0.589431	9.986072	34
27	9.397132	9.411092	0.588908	9.986039	33
28	9.397621	9.411615	0.588385	9.986007	32
29	9.398111	9.412137	0.587863	9.985974	31
30	9.398600	9.412658	0.587342	9.985942	30
31	9.399088	9.413179	0.586821	9.985909	29
32	9.399575	9.413699	0.586301	9.985876	28
33	9.400062	9.414219	0.585781	9.985843	27
34	9.400549	9.414738	0.585262	9.985811	26
35	9.401035	9.415257	0.584743	9.985778	25
36	9.401520	9.415775	0.584225	9.985745	24
37	9.402005	9.416293	0.583707	9.985712	23
38	9.402489	9.416810	0.583190	9.985679	22
39	9.402972	9.417326	0.582674	9.985646	21
40	9.403455	9.417842	0.582158	9.985613	20
41	9.403938	9.418358	0.581642	9.985580	19
42	9.404420	9.418873	0.581127	9.985547	18
43	9.404901	9.419387	0.580613	9.985514	17
44	9.405382	9.419901	0.580099	9.985480	16
45	9.405862	9.420415	0.579585	9.985447	15
46	9.406341	9.420927	0.579073	9.985414	14
47	9.406820	9.421440	0.578560	9.985381	13
48	9.407299	9.421952	0.578048	9.985347	12
49	9.407777	9.422463	0.577537	9.985314	11
50	9.408254	9.422974	0.577026	9.985280	10
51	9.408731	9.423484	0.576516	9.985247	9
52	9.409207	9.423993	0.576007	9.985213	8
53	9.409682	9.424503	0.575497	9.985180	7
54	9.410157	9.425011	0.574989	9.985146	6
55	9.410632	9.425519	0.574481	9.985113	5
56	9.411106	9.426027	0.573973	9.985079	4
57	9.411579	9.426534	0.573466	9.985045	3
58	9.412052	9.427041	0.572959	9.985011	2
59	9.412524	9.427547	0.572453	9.984978	1
60	9.412996	9.428052	0.571948	9.984944	0
	Cosin .75	Cotan.75	Tang. 75	Sin. 75	′

′	Sin. 15	Tang. 15	Cotan. 15	Cosin. 15	
0	9.412996	9.428052	0.571948	9.984944	60
1	9.413467	9.428558	0.571442	9.984910	59
2	9.413938	9.429062	0.570938	9.984876	58
3	9.414408	9.429566	0.570434	9.984842	57
4	9.414878	9.430070	0.569930	9.984808	56
5	9.415347	9.430573	0.569427	9.984774	55
6	9.415815	9.431075	0.568925	9.984740	54
7	9.416283	9.431577	0.568423	9.984706	53
8	9.416751	9.432079	0.567921	9.984672	52
9	9.417217	9.432580	0.567420	9.984638	51
10	9.417684	9.433080	0.566920	9.984603	50
11	9.418150	9.433580	0.566420	9.984569	49
12	9.418615	9.434080	0.565920	9.984535	48
13	9.419079	9.434579	0.565421	9.984500	47
14	9.419544	9.435078	0.564922	9.984466	46
15	9.420007	9.435576	0.564424	9.984432	45
16	9.420470	9.436073	0.563927	9.984397	44
17	9.420933	9.436570	0.563430	9.984363	43
18	9.421395	9.437067	0.562933	9.984328	42
19	9.421857	9.437563	0.562437	9.984294	41
20	9.422318	9.438059	0.561941	9.984259	40
21	9.422778	9.438554	0.561446	9.984224	39
22	9.423238	9.439048	0.560952	9.984190	38
23	9.423697	9.439543	0.560457	9.984155	37
24	9.424156	9.440036	0.559964	9.984120	36
25	9.424615	9.440529	0.559471	9.984085	35
26	9.425073	9.441022	0.558978	9.984050	34
27	9.425530	9.441514	0.558486	9.984015	33
28	9.425987	9.442006	0.557994	9.983981	32
29	9.426443	9.442497	0.557503	9.983946	31
30	9.426899	9.442988	0.557012	9.983911	30
31	9.427354	9.443479	0.556521	9.983875	29
32	9.427809	9.443968	0.556032	9.983840	28
33	9.428263	9.444458	0.555542	9.983805	27
34	9.428717	9.444947	0.555053	9.983770	26
35	9.429170	9.445435	0.554565	9.983735	25
36	9.429623	9.445923	0.554077	9.983700	24
37	9.430075	9.446411	0.553589	9.983664	23
38	9.430527	9.446898	0.553102	9.983629	22
39	9.430978	9.447384	0.552616	9.983594	21
40	9.431429	9.447870	0.552130	9.983558	20
41	9.431879	9.448356	0.551644	9.983523	19
42	9.432329	9.448841	0.551159	9.983487	18
43	9.432778	9.449326	0.550674	9.983452	17
44	9.433226	9.449810	0.550190	9.983416	16
45	9.433675	9.450294	0.549706	9.983381	15
46	9.434122	9.450777	0.549223	9.983345	14
47	9.434569	9.451260	0.548740	9.983309	13
48	9.435016	9.451743	0.548257	9.983273	12
49	9.435462	9.452225	0.547775	9.983238	11
50	9.435908	9.452706	0.547294	9.983202	10
51	9.436353	9.453187	0.546813	9.983166	9
52	9.436798	9.453668	0.546332	9.983130	8
53	9.437242	9.454148	0.545852	9.983094	7
54	9.437686	9.454628	0.545372	9.983058	6
55	9.438129	9.455107	0.544893	9.983022	5
56	9.438572	9.455586	0.544414	9.982986	4
57	9.439014	9.456064	0.543936	9.982950	3
58	9.439456	9.456542	0.543458	9.982914	2
59	9.439897	9.457019	0.542981	9.982878	1
60	9.440338	9.457496	0.542504	9.982842	0
	Cosin. 74	Cotan.74	Tang. 74	Sin. 74	′

	Sin. 16	Tang. 16	Cotan. 16	Cosin. 16	
0	9.440338	9.457496	0.542504	9.982842	60
1	9.440778	9.457973	0.542027	9.982805	59
2	9.441218	9.458449	0.541551	9.982769	58
3	9.441658	9.458925	0.541075	9.982733	57
4	9.442096	9.459400	0.540600	9.982696	56
5	9.442535	9.459875	0.540125	9.982660	55
6	9.442973	9.460349	0.539651	9.982624	54
7	9.443410	9.460823	0.539177	9.982587	53
8	9.443847	9.461297	0.538703	9.982551	52
9	9.444284	9.461770	0.538230	9.982514	51
10	9.444720	9.462242	0.537758	9.982477	50
11	9.445155	9.462715	0.537285	9.982441	49
12	9.445590	9.463186	0.536814	9.982404	48
13	9.446025	9.463658	0.536342	9.982367	47
14	9.446459	9.464128	0.535872	9.982331	46
15	9.446893	9.464599	0.535401	9.982294	45
16	9.447326	9.465069	0.534931	9.982257	44
17	9.447759	9.465539	0.534461	9.982220	43
18	9.448191	9.466008	0.533992	9.982183	42
19	9.448623	9.466477	0.533523	9.982146	41
20	9.449054	9.466945	0.533055	9.982109	40
21	9.449485	9.467413	0.532587	9.982072	39
22	9.449915	9.467880	0.532120	9.982035	38
23	9.450345	9.468347	0.531653	9.981998	37
24	9.450775	9.468814	0.531186	9.981961	36
25	9.451204	9.469280	0.530720	9.981924	35
26	9.451632	9.469746	0.530254	9.981886	34
27	9.452060	9.470211	0.529789	9.981849	33
28	9.452488	9.470676	0.529324	9.981812	32
29	9.452915	9.471141	0.528859	9.981774	31
30	9.453342	9.471605	0.528395	9.981737	30
31	9.453768	9.472069	0.527931	9.981700	29
32	9.454194	9.472532	0.527468	9.981662	28
33	9.454619	9.472995	0.527005	9.981625	27
34	9.455044	9.473457	0.526543	9.981587	26
35	9.455469	9.473919	0.526081	9.981549	25
36	9.455893	9.474381	0.525619	9.981512	24
37	9.456316	9.474842	0.525158	9.981474	23
38	9.456739	9.475303	0.524697	9.981436	22
39	9.457162	9.475763	0.524237	9.981399	21
40	9.457584	9.476223	0.523777	9.981361	20
41	9.458006	9.476683	0.523317	9.981323	19
42	9.458427	9.477142	0.522858	9.981285	18
43	9.458848	9.477601	0.522399	9.981247	17
44	9.459268	9.478059	0.521941	9.981209	16
45	9.459688	9.478517	0.521483	9.981171	15
46	9.460108	9.478975	0.521025	9.981133	14
47	9.460527	9.479432	0.520568	9.981095	13
48	9.460946	9.479889	0.520111	9.981057	12
49	9.461364	9.480345	0.519655	9.981019	11
50	9.461782	9.480801	0.519199	9.980981	10
51	9.462199	9.481257	0.518743	9.980942	9
52	9.462616	9.481712	0.518288	9.980904	8
53	9.463032	9.482167	0.517833	9.980866	7
54	9.463448	9.482621	0.517379	9.980827	6
55	9.463864	9.483075	0.516925	9.980789	5
56	9.464279	9.483529	0.516471	9.980750	4
57	9.464694	9.483982	0.516018	9.980712	3
58	9.465108	9.484435	0.515565	9.980673	2
59	9.465522	9.484887	0.515113	9.980635	1
60	9.465935	9.485339	0.514661	9.980596	0
	Cosin. 73	Cotan. 73	Tang. 73	Sin. 73	

	Sin. 17	Tang. 17	Cotan. 17	Cosin. 17	
0	9.465935	9.485339	0.514661	9.980596	60
1	9.466348	9.485791	0.514209	9.980558	59
2	9.466761	9.486242	0.513758	9.980519	58
3	9.467173	9.486693	0.513307	9.980480	57
4	9.467585	9.487143	0.512857	9.980442	56
5	9.467996	9.487593	0.512407	9.980403	55
6	9.468407	9.488043	0.511957	9.980364	54
7	9.468817	9.488492	0.511508	9.980325	53
8	9.469227	9.488941	0.511059	9.980286	52
9	9.469637	9.489390	0.510610	9.980247	51
10	9.470046	9.489838	0.510162	9.980208	50
11	9.470455	9.490286	0.509714	9.980169	49
12	9.470863	9.490733	0.509267	9.980130	48
13	9.471271	9.491180	0.508820	9.980090	47
14	9.471679	9.491627	0.508373	9.980052	46
15	9.472086	9.492073	0.507927	9.980012	45
16	9.472492	9.492519	0.507481	9.979973	44
17	9.472898	9.492965	0.507035	9.979934	43
18	9.473304	9.493410	0.506590	9.979895	42
19	9.473710	9.493854	0.506146	9.979855	41
20	9.474115	9.494299	0.505701	9.979816	40
21	9.474519	9.494743	0.505257	9.979776	39
22	9.474923	9.495186	0.504814	9.979737	38
23	9.475327	9.495630	0.504370	9.979697	37
24	9.475730	9.496073	0.503927	9.979658	36
25	9.476133	9.496515	0.503485	9.979618	35
26	9.476536	9.496957	0.503043	9.979579	34
27	9.476938	9.497399	0.502601	9.979539	33
28	9.477340	9.497841	0.502159	9.979499	32
29	9.477741	9.498282	0.501718	9.979459	31
30	9.478142	9.498722	0.501278	9.979420	30
31	9.478542	9.499163	0.500837	9.979380	29
32	9.478942	9.499603	0.500397	9.979340	28
33	9.479342	9.500042	0.499958	9.979300	27
34	9.479741	9.500481	0.499519	9.979260	26
35	9.480140	9.500920	0.499080	9.979220	25
36	9.480539	9.501359	0.498641	9.979180	24
37	9.480937	9.501797	0.498203	9.979140	23
38	9.481334	9.502235	0.497765	9.979100	22
39	9.481731	9.502672	0.497328	9.979059	21
40	9.482128	9.503109	0.496891	9.979019	20
41	9.482525	9.503546	0.496454	9.978979	19
42	9.482921	9.503982	0.496018	9.978939	18
43	9.483316	9.504418	0.495582	9.978898	17
44	9.483712	9.504854	0.495146	9.978858	16
45	9.484107	9.505289	0.494711	9.978817	15
46	9.484501	9.505724	0.494276	9.978777	14
47	9.484895	9.506159	0.493841	9.978737	13
48	9.485289	9.506593	0.493407	9.978696	12
49	9.485682	9.507027	0.492973	9.978655	11
50	9.486075	9.507460	0.492540	9.978615	10
51	9.486467	9.507893	0.492107	9.978574	9
52	9.486860	9.508326	0.491674	9.978533	8
53	9.487251	9.508759	0.491241	9.978493	7
54	9.487643	9.509191	0.490809	9.978452	6
55	9.488034	9.509622	0.490378	9.978411	5
56	9.488424	9.510054	0.489946	9.978370	4
57	9.488814	9.510485	0.489515	9.978329	3
58	9.489204	9.510916	0.489084	9.978288	2
59	9.489593	9.511346	0.488654	9.978247	1
60	9.489982	9.511776	0.488224	9.978206	0
	Cosin. 72	Cotan. 72	Tang. 72	Sin. 72	

	Sin. 18	Tang. 18	Cotan. 18	Cosin. 18	
0	9.489982	9.511776	0.488224	9.978206	60
1	9.490371	9.512206	0.487794	9.978165	59
2	9.490759	9.512635	0.487365	9.978124	58
3	9.491147	9.513064	0.486936	9.978083	57
4	9.491535	9.513493	0.486507	9.978042	56
5	9.491922	9.513921	0.486079	9.978001	55
6	9.492308	9.514349	0.485651	9.977959	54
7	9.492695	9.514777	0.485223	9.977918	53
8	9.493081	9.515204	0.484796	9.977877	52
9	9.493466	9.515631	0.484369	9.977835	51
10	9.493851	9.516057	0.483943	9.977794	50
11	9.494236	9.516484	0.483516	9.977752	49
12	9.494621	9.516910	0.483090	9.977711	48
13	9.495005	9.517335	0.482665	9.977669	47
14	9.495388	9.517761	0.482239	9.977628	46
15	9.495772	9.518186	0.481814	9.977586	45
16	9.496154	9.518610	0.481390	9.977544	44
17	9.496537	9.519034	0.480966	9.977503	43
18	9.496919	9.519458	0.480542	9.977461	42
19	9.497301	9.519882	0.480118	9.977419	41
20	9.497682	9.520305	0.479695	9.977377	40
21	9.498064	9.520728	0.479272	9.977335	39
22	9.498444	9.521151	0.478849	9.977293	38
23	9.498825	9.521573	0.478427	9.977251	37
24	9.499204	9.521995	0.478005	9.977209	36
25	9.499584	9.522417	0.477583	9.977167	35
26	9.499963	9.522838	0.477162	9.977125	34
27	9.500342	9.523259	0.476741	9.977083	33
28	9.500721	9.523680	0.476320	9.977041	32
29	9.501099	9.524100	0.475900	9.976999	31
30	9.501476	9.524520	0.475480	9.976957	30
31	9.501854	9.524940	0.475060	9.976914	29
32	9.502231	9.525359	0.474641	9.976872	28
33	9.502607	9.525778	0.474222	9.976830	27
34	9.502984	9.526197	0.473803	9.976787	26
35	9.503360	9.526615	0.473385	9.976745	25
36	9.503735	9.527033	0.472967	9.976702	24
37	9.504110	9.527451	0.472549	9.976660	23
38	9.504485	9.527868	0.472132	9.976617	22
39	9.504860	9.528285	0.471715	9.976574	21
40	9.505234	9.528702	0.471298	9.976532	20
41	9.505608	9.529119	0.470881	9.976489	19
42	9.505981	9.529535	0.470465	9.976446	18
43	9.506354	9.529951	0.470049	9.976404	17
44	9.506727	9.530366	0.469634	9.976361	16
45	9.507099	9.530781	0.469219	9.976318	15
46	9.507471	9.531196	0.468804	9.976275	14
47	9.507843	9.531611	0.468389	9.976232	13
48	9.508214	9.532025	0.467975	9.976189	12
49	9.508585	9.532439	0.467561	9.976146	11
50	9.508956	9.532853	0.467147	9.976103	10
51	9.509326	9.533266	0.466734	9.976060	9
52	9.509696	9.533679	0.466321	9.976017	8
53	9.510065	9.534092	0.465908	9.975974	7
54	9.510434	9.534504	0.465496	9.975930	6
55	9.510803	9.534916	0.465084	9.975887	5
56	9.511172	9.535328	0.464672	9.975844	4
57	9.511540	9.535739	0.464261	9.975800	3
58	9.511907	9.536150	0.463850	9.975757	2
59	9.512275	9.536561	0.463439	9.975714	1
60	9.512642	9.536972	0.463028	9.975670	0
	Cosin. 71	Cotan. 71	Tang. 71	Sin. 71	′

′	Sin. 19	Tang. 19	Cotan. 19	Cosin. 19	
0	9.512642	9.536972	0.463028	9.975670	60
1	9.513009	9.537382	0.462618	9.975627	59
2	9.513375	9.537792	0.462208	9.975583	58
3	9.513741	9.538202	0.461798	9.975539	57
4	9.514107	9.538611	0.461389	9.975496	56
5	9.514472	9.539020	0.460980	9.975452	55
6	9.514837	9.539429	0.460571	9.975408	54
7	9.515202	9.539837	0.460163	9.975365	53
8	9.515566	9.540245	0.459755	9.975321	52
9	9.515930	9.540653	0.459347	9.975277	51
10	9.516294	9.541061	0.458939	9.975233	50
11	9.516657	9.541468	0.458532	9.975189	49
12	9.517020	9.541875	0.458125	9.975145	48
13	9.517382	9.542281	0.457719	9.975101	47
14	9.517745	9.542688	0.457312	9.975057	46
15	9.518107	9.543094	0.456906	9.975013	45
16	9.518468	9.543499	0.456501	9.974969	44
17	9.518829	9.543905	0.456095	9.974925	43
18	9.519190	9.544310	0.455690	9.974880	42
19	9.519551	9.544715	0.455285	9.974836	41
20	9.519911	9.545119	0.444881	9.974792	40
21	9.520271	9.545524	0.454476	9.974748	39
22	9.520631	9.545928	0.454072	9.974703	38
23	9.520990	9.546331	0.453669	9.974659	37
24	9.521349	9.546735	0.453265	9.974614	36
25	9.521707	9.547138	0.452862	9.974570	35
26	9.522066	9.547540	0.452460	9.974525	34
27	9.522424	9.547943	0.452057	9.974481	33
28	9.522781	9.548345	0.451655	9.974436	32
29	9.523138	9.548747	0.451253	9.974391	31
30	9.523495	9.549149	0.450851	9.974347	30
31	9.523852	9.549550	0.450450	9.974302	29
32	9.524208	9.549951	0.450049	9.974257	28
33	9.524564	9.550352	0.449648	9.974212	27
34	9.524920	9.550752	0.449248	9.974167	26
35	9.525275	9.551153	0.448847	9.974122	25
36	9.525630	9.551552	0.448448	9.974077	24
37	9.525984	9.551952	0.448048	9.974032	23
38	9.526339	9.552351	0.447649	9.973987	22
39	9.526693	9.552750	0.447250	9.973942	21
40	9.527046	9.553149	0.446851	9.973897	20
41	9.527400	9.553548	0.446452	9.973852	19
42	9.527753	9.553946	0.446054	9.973807	18
43	9.528105	9.554344	0.445656	9.973761	17
44	9.528458	9.554741	0.445259	9.973716	16
45	9.528810	9.555139	0.444861	9.973671	15
46	9.529161	9.555536	0.444464	9.973625	14
47	9.529513	9.555933	0.444067	9.973580	13
48	9.529864	9.556329	0.443671	9.973535	12
49	9.530215	9.556725	0.443275	9.973489	11
50	9.530565	9.557121	0.442879	9.973444	10
51	9.530915	9.557517	0.442483	9.973398	9
52	9.531265	9.557913	0.442087	9.973352	8
53	9.531614	9.558308	0.441692	9.973307	7
54	9.531963	9.558703	0.441297	9.973261	6
55	9.532312	9.559097	0.440903	9.973215	5
56	9.532661	9.559491	0.440509	9.973169	4
57	9.533009	9.559885	0.440115	9.973124	3
58	9.533357	9.560279	0.439721	9.973078	2
59	9.533704	9.560673	0.439327	9.973032	1
60	9.534052	9.561066	0.438934	9.972986	0
	Cosin. 70	Cotan. 70	Tang. 70	Sin. 70	′

′	Sin. 20	Tang. 20	Cotan. 20	Cosin. 20	
0	9.534052	9.561066	0.438934	9.972986	60
1	9.534399	9.561459	0.438541	9.972940	59
2	9.534745	9.561851	0.438149	9.972894	58
3	9.535092	9.562244	0.437756	9.972848	57
4	9.535438	9.562636	0.437364	9.972802	56
5	9.535783	9.563028	0.436972	9.972755	55
6	9.536129	9.563419	0.436581	9.972709	54
7	9.536474	9.563811	0.436189	9.972663	53
8	9.536818	9.564202	0.435798	9.972617	52
9	9.537163	9.564593	0.435407	9.972570	51
10	9.537507	9.564983	0.435017	9.972524	50
11	9.537851	9.565373	0.434627	9.972478	49
12	9.538194	9.565763	0.434237	9.972431	48
13	9.538538	9.566153	0.433847	9.972385	47
14	9.538880	9.566542	0.433458	9.972338	46
15	9.539223	9.566932	0.433068	9.972291	45
16	9.539565	9.567320	0.432680	9.972245	44
17	9.539907	9.567709	0.432291	9.972198	43
18	9.540249	9.568098	0.431902	9.972151	42
19	9.540590	9.568486	0.431514	9.972105	41
20	9.540931	9.568873	0.431127	9.972058	40
21	9.541272	9.569261	0.430739	9.972011	39
22	9.541613	9.569648	0.430352	9.971964	38
23	9.541953	9.570035	0.429965	9.971917	37
24	9.542293	9.570422	0.429578	9.971870	36
25	9.542632	9.570809	0.429191	9.971823	35
26	9.542971	9.571195	0.428805	9.971776	34
27	9.543310	9.571581	0.428419	9.971729	33
28	9.543649	9.571967	0.428033	9.971682	32
29	9.543987	9.572352	0.427648	9.971635	31
30	9.544325	9.572738	0.427262	9.971588	30
31	9.544663	9.573123	0.426877	9.971540	29
32	9.545000	9.573507	0.426493	9.971493	28
33	9.545338	9.573892	0.426108	9.971446	27
34	9.545674	9.574276	0.425724	9.971398	26
35	9.546011	9.574660	0.425340	9.971351	25
36	9.546347	9.575044	0.424956	9.971303	24
37	9.546683	9.575427	0.424573	9.971256	23
38	9.547019	9.575810	0.424190	9.971208	22
39	9.547354	9.576193	0.423807	9.971161	21
40	9.547689	9.576576	0.423424	9.971113	20
41	9.548024	9.576959	0.423041	9.971066	19
42	9.548359	9.577341	0.422659	9.971018	18
43	9.548693	9.577723	0.422277	9.970970	17
44	9.549027	9.578104	0.421896	9.970922	16
45	9.549360	9.578486	0.421514	9.970874	15
46	9.549693	9.578867	0.421133	9.970827	14
47	9.550026	9.579248	0.420752	9.970779	13
48	9.550359	9.579629	0.420371	9.970731	12
49	9.550692	9.580009	0.419991	9.970683	11
50	9.551024	9.580389	0.419611	9.970635	10
51	9.551356	9.580769	0.419231	9.970586	9
52	9.551687	9.581149	0.418851	9.970538	8
53	9.552018	9.581528	0.418472	9.970490	7
54	9.552349	9.581907	0.418093	9.970442	6
55	9.552680	9.582286	0.417714	9.970394	5
56	9.553010	9.582665	0.417335	9.970345	4
57	9.553341	9.583044	0.416956	9.970297	3
58	9.553670	9.583422	0.416578	9.970249	2
59	9.554000	9.583800	0.416200	9.970200	1
60	9.554329	9.584177	0.415823	9.970152	0
	Cosin. 69	Cotan. 69	Tang. 69	Sin. 69	′

′	Sin. 21	Tang. 21	Cotan. 21	Cosin. 21	
0	9.554329	9.584177	0.415823	9.970152	60
1	9.554658	9.584555	0.415445	9.970103	59
2	9.554987	9.584932	0.415068	9.970055	58
3	9.555315	9.585309	0.414691	9.970006	57
4	9.555643	9.585686	0.414314	9.969957	56
5	9.555971	9.586062	0.413938	9.969909	55
6	9.556299	9.586439	0.413561	9.969860	54
7	9.556626	9.586815	0.413185	9.969811	53
8	9.556953	9.587190	0.412810	9.969762	52
9	9.557280	9.587566	0.412434	9.969714	51
10	9.557606	9.587941	0.412059	9.969665	50
11	9.557932	9.588316	0.411684	9.969616	49
12	9.558258	9.588691	0.411309	9.969567	48
13	9.558583	9.589066	0.410934	9.969518	47
14	9.558909	9.589440	0.410560	9.969469	46
15	9.559234	9.589814	0.410186	9.969420	45
16	9.559558	9.590188	0.409812	9.969370	44
17	9.559883	9.590562	0.409438	9.969321	43
18	9.560207	9.590935	0.409065	9.969272	42
19	9.560531	9.591308	0.408692	9.969223	41
20	9.560855	9.591681	0.408319	9.969173	40
21	9.561178	9.592054	0.407946	9.969124	39
22	9.561501	9.592426	0.407574	9.969075	38
23	9.561824	9.592799	0.407201	9.969025	37
24	9.562146	9.593171	0.406829	9.968976	36
25	9.562468	9.593542	0.406458	9.968926	35
26	9.562790	9.593914	0.406086	9.968877	34
27	9.563112	9.594285	0.405715	9.968827	33
28	9.563433	9.594656	0.405344	9.968777	32
29	9.563755	9.595027	0.404973	9.968728	31
30	9.564075	9.595398	0.404602	9.968678	30
31	9.564396	9.595768	0.404232	9.968628	29
32	9.564716	9.596138	0.403862	9.968578	28
33	9.565036	9.596508	0.403492	9.968528	27
34	9.565356	9.596878	0.403122	9.968479	26
35	9.565676	9.597247	0.402753	9.968429	25
36	9.565995	9.597616	0.402384	9.968379	24
37	9.566314	9.597985	0.402015	9.968329	23
38	9.566632	9.598354	0.401646	9.968278	22
39	9.566951	9.598722	0.401278	9.968228	21
40	9.567269	9.599091	0.400909	9.968178	20
41	9.567587	9.599459	0.400541	9.968128	19
42	9.567904	9.599827	0.400173	9.968078	18
43	9.568222	9.600194	0.399806	9.968027	17
44	9.568539	9.600562	0.399438	9.967977	16
45	9.568856	9.600929	0.399071	9.967927	15
46	9.569172	9.601296	0.398704	9.967876	14
47	9.569488	9.601663	0.398337	9.967826	13
48	9.569804	9.602029	0.397971	9.967775	12
49	9.570120	9.602395	0.397605	9.967725	11
50	9.570435	9.602761	0.397239	9.967674	10
51	9.570751	9.603127	0.396873	9.967624	9
52	9.571066	9.603493	0.396507	9.967573	8
53	9.571380	9.603858	0.396142	9.967522	7
54	9.571695	9.604223	0.395777	9.967471	6
55	9.572009	9.604588	0.395412	9.967421	5
56	9.572323	9.604953	0.395047	9.967370	4
57	9.572636	9.605317	0.394683	9.967319	3
58	9.572950	9.605682	0.394318	9.967268	2
59	9.573263	9.606046	0.393954	9.967217	1
60	9.573575	9.606410	0.393590	9.967166	0
	Cosin. 68	Cotan. 68	Tang. 68	Sin. 68	′

′	Sin. 22	Tang. 22	Cotan. 22	Cosin. 22	
0	9.573575	9.606410	0.393590	9.967166	60
1	9.573888	9.606773	0.393227	9.967115	59
2	9.574200	9.607137	0.392863	9.967064	58
3	9.574512	9.607500	0.392500	9.967013	57
4	9.574824	9.607863	0.392137	9.966961	56
5	9.575136	9.608225	0.391775	9.966910	55
6	9.575447	9.608588	0.391412	9.966859	54
7	9.575758	9.608950	0.391050	9.966808	53
8	9.576069	9.609312	0.390688	9.966756	52
9	9.576379	9.609674	0.390326	9.966705	51
10	9.576689	9.610036	0.389964	9.966653	50
11	9.576999	9.610397	0.389603	9.966602	49
12	9.577309	9.610759	0.389241	9.966550	48
13	9.577618	9.611120	0.388880	9.966499	47
14	9.577927	9.611480	0.388520	9.966447	46
15	9.578236	9.611841	0.388159	9.966395	45
16	9.578545	9.612201	0.387799	9.966344	44
17	9.578853	9.612561	0.387439	9.966292	43
18	9.579162	9.612921	0.387079	9.966240	42
19	9.579470	9.613281	0.386719	9.966188	41
20	9.579777	9.613641	0.386359	9.966136	40
21	9.580085	9.614000	0.386000	9.966085	39
22	9.580392	9.614359	0.385641	9.966033	38
23	9.580699	9.614718	0.385282	9.965981	37
24	9.581005	9.615077	0.384923	9.965929	36
25	9.581312	9.615435	0.384565	9.965876	35
26	9.581618	9.615793	0.384207	9.965824	34
27	9.581924	9.616151	0.383849	9.965772	33
28	9.582229	9.616509	0.383491	9.965720	32
29	9.582535	9.616867	0.383133	9.965668	31
30	9.582840	9.617224	0.382776	9.965615	30
31	9.583145	9.617582	0.382418	9.965563	29
32	9.583449	9.617939	0.382061	9.965511	28
33	9.583754	9.618295	0.381705	9.965458	27
34	9.584058	9.618652	0.381348	9.965406	26
35	9.584361	9.619008	0.380992	9.965353	25
36	9.584665	9.619364	0.380636	9.965301	24
37	9.584968	9.619720	0.380280	9.965248	23
38	9.585272	9.620076	0.379924	9.965195	22
39	9.585574	9.620432	0.379568	9.965143	21
40	9.585877	9.620787	0.379213	9.965090	20
41	9.586179	9.621142	0.378858	9.965037	19
42	9.586482	9.621497	0.378503	9.964984	18
43	9.586783	9.621852	0.378148	9.964931	17
44	9.587085	9.622207	0.377793	9.964879	16
45	9.587386	9.622561	0.377439	9.964826	15
46	9.587688	9.622915	0.377085	9.964773	14
47	9.587989	9.623269	0.376731	9.964720	13
48	9.588289	9.623623	0.376377	9.964666	12
49	9.588590	9.623976	0.376024	9.964613	11
50	9.588890	9.624330	0.375670	9.964560	10
51	9.589190	9.624683	0.375317	9.964507	9
52	9.589489	9.625036	0.374964	9.964454	8
53	9.589789	9.625388	0.374612	9.964400	7
54	9.590088	9.625741	0.374259	9.964347	6
55	9.590387	9.626093	0.373907	9.964294	5
56	9.590686	9.626445	0.373555	9.964240	4
57	9.590984	9.626797	0.373203	9.964187	3
58	9.591282	9.627149	0.372851	9.964133	2
59	9.591580	9.627501	0.372499	9.964080	1
60	9.591878	9.627852	0.372148	9.964026	0
	Cosin. 67	Cotan. 67	Tang. 67	Sin. 67	

′	Sin. 23	Tang. 23	Cotan. 23	Cosin. 23	
0	9.591878	9.627852	0.372148	9.964026	60
1	9.592176	9.628203	0.371797	9.963972	59
2	9.592473	9.628554	0.371446	9.963919	58
3	9.592770	9.628905	0.371095	9.963865	57
4	9.593067	9.629255	0.370745	9.963811	56
5	9.593363	9.629606	0.370394	9.663757	55
6	9.593659	9.629956	0.370044	9.963704	54
7	9.593955	9.630306	0.369694	9.963650	53
8	9.594251	9.630656	0.369344	9.963596	52
9	9.594547	9.631005	0.368995	9.963542	51
10	9.594842	9.631355	0.368645	9.963488	50
11	9.595137	9.631704	0.368296	9.963434	49
12	9.595432	9.632053	0.367947	9.963379	48
13	9.595727	9.632402	0.367598	9.963325	47
14	9.596021	9.632750	0.367250	9.963271	46
15	9.596315	9.633099	0.366901	9.963217	45
16	9.596609	9.633447	0.366553	9.963163	44
17	9.596903	9.633795	0.366205	9.963108	43
18	9.597196	9.634143	0.365857	9.963054	42
19	9.597490	9.634490	0.365510	9.962999	41
20	9.597783	9.634838	0.365162	9.962945	40
21	9.598075	9.635185	0.364815	9.962890	39
22	9.598368	9.635532	0.364468	9.962836	38
23	9.598660	9.635879	0.364121	9.962781	37
24	9.598952	9.636226	0.363774	9.962727	36
25	9.599244	9.636572	0.363428	9.962672	35
26	9.599536	9.636919	0.363081	9.962617	34
27	9.599827	9.637265	0.362735	9.962562	33
28	9.600118	9.637611	0.362389	9.962508	32
29	9.600409	9.637956	0.362044	9.962453	31
30	9.600700	9.638302	0.361698	9.962398	30
31	9.600990	9.638647	0.361353	9.962343	29
32	9.601280	9.638992	0.361008	9.962288	28
33	9.601570	9.639337	0.360663	9.962233	27
34	9.601860	9.639682	0.360318	9.962178	26
35	9.602150	9.640027	0.359973	9.962123	25
36	9.602439	9.640371	0.359629	9.962067	24
37	9.602728	9.640716	0.359284	9.962012	23
38	9.603017	9.641060	0.358940	9.961957	22
39	9.603305	9.641404	0.358596	9.961902	21
40	9.603594	9.641747	0.358253	9.961846	20
41	9.603882	9.642091	0.357909	9.961791	19
42	9.604170	9.642434	0.357566	9.961735	18
43	9.604457	9.642777	0.357223	9.961680	17
44	9.604745	9.643120	0.356880	9.961624	16
45	9.605032	9.643463	0.356537	9.961569	15
46	9.605319	9.643806	0.356194	9.961513	14
47	9.605606	9.644148	0.355852	9.961458	13
48	9.605892	9.644490	0.355510	9.961402	12
49	9.606179	9.644832	0.355168	9.961346	11
50	9.606465	9.645174	0.354826	9.961290	10
51	9.606751	9.645516	0.354484	9.961235	9
52	9.607036	9.645857	0.354143	9.961179	8
53	9.607322	9.646199	0.353801	9.961123	7
54	9.607607	9.646540	0.353460	9.961067	6
55	9.607892	9.646881	0.353119	9.961011	5
56	9.608177	9.647222	0.352778	9.960955	4
57	9.608461	9.647562	0.352438	9.960899	3
58	9.608745	9.647903	0.352097	9.960843	2
59	9.609029	9.648243	0.351757	9.960786	1
60	9.609313	9.648583	0.351417	9.960730	0
	Cosin. 66	Cotan. 66	Tang. 66	Sin. 66	′

′	Sin. 24	Tang. 24	Cotan. 24	Cosin. 24	
0	9.609313	9.648583	0.351417	9.960730	60
1	9.609597	9.648923	0.351077	9.960674	59
2	9.609880	9.649263	0.350737	9.960618	58
3	9.610164	9.649602	0.350398	9.960561	57
4	9.610447	9.649942	0.350058	9.960505	56
5	9.610729	9.650281	0.349719	9.960448	55
6	9.611012	9.650620	0.349380	9.960392	54
7	9.611294	9.650959	0.349041	9.960335	53
8	9.611576	9.651297	0.348703	9.960279	52
9	9.611858	9.651636	0.348364	9.960222	51
10	9.612140	9.651974	0.348026	9.960165	50
11	9.612421	9.652312	0.347688	9.960109	49
12	9.612702	9.652650	0.347350	9.960052	48
13	9.612983	9.652988	0.347012	9.959995	47
14	9.613264	9.653326	0.346674	9.959938	46
15	9.613545	9.653663	0.346337	9.959882	45
16	9.613825	9.654000	0.346000	9.959825	44
17	9.614105	9.654337	0.345663	9.959768	43
18	9.614385	9.654674	0.345326	9.959711	42
19	9.614665	9.655011	0.344989	9.959654	41
20	9.614944	9.655348	0.344652	9.959596	40
21	9.615223	9.655684	0.344316	9.959539	39
22	9.615502	9.656020	0.343980	9.959482	38
23	9.615781	9.656356	0.343644	9.959425	37
24	9.616060	9.656692	0.343308	9.959368	36
25	9.616338	9.657028	0.342972	9.959310	35
26	9.616616	9.657364	0.342636	9.959253	34
27	9.616894	9.657699	0.342301	9.959195	33
28	9.617172	9.658034	0.341966	9.959138	32
29	9.617450	9.658369	0.341631	9.959080	31
30	9.617727	9.658704	0.341296	9.959023	30
31	9.618004	9.659039	0.340961	9.958965	29
32	9.618281	9.659373	0.340627	9.958908	28
33	9.618558	9.659708	0.340292	9.958850	27
34	9.618834	9.660042	0.339958	9.958792	26
35	9.619110	9.660376	0.339624	9.958734	25
36	9.619386	9.660710	0.339290	9.958677	24
37	9.619662	9.661043	0.338957	9.958619	23
38	9.619938	9.661377	0.338623	9.958561	22
39	9.620213	9.661710	0.338290	9.958503	21
40	9.620488	9.662043	0.337957	9.958445	20
41	9.620763	9.662376	0.337624	9.958387	19
42	9.621038	9.662709	0.337291	9.958329	18
43	9.621313	9.663042	0.336958	9.958271	17
44	9.621587	9.663375	0.336625	9.958213	16
45	9.621861	9.663707	0.336293	9.958154	15
46	9.622135	9.664039	0.335961	9.958096	14
47	9.622409	9.664371	0.335629	9.958038	13
48	9.622682	9.664703	0.335297	9.957979	12
49	9.622956	9.665035	0.334965	9.957921	11
50	9.623229	9.665366	0.334634	9.957863	10
51	9.623502	9.665698	0.334302	9.957804	9
52	9.623774	9.666029	0.333971	9.957746	8
53	9.624047	9.666360	0.333640	9.957687	7
54	9.624319	9.666691	0.333309	9.957628	6
55	9.624591	9.667021	0.332979	9.957570	5
56	9.624863	9.667352	0.332648	9.957511	4
57	9.625135	9.667682	0.332318	9.957452	3
58	9.625406	9.668013	0.331987	9.957393	2
59	9.625677	9.668343	0.331657	9.957335	1
60	9.625948	9.668673	0.331327	9.957276	0
	Cosin. 65	Cotan. 65	Tang. 65	Sin. 65	′

′	Sin. 25	Tang. 25	Cotan. 25	Cosin. 25	
0	9.625948	9.668673	0.331327	9.957276	60
1	9.626219	9.669002	0.330998	9.957217	59
2	9.626490	9.669332	0.330668	9.957158	58
3	9.626760	9.669661	0.330339	9.957099	57
4	9.627030	9.669991	0.330009	9.957040	56
5	9.627300	9.670320	0.329680	9.956981	55
6	9.627570	9.670649	0.329351	9.956921	54
7	9.627840	9.670977	0.329023	9.956862	53
8	9.628109	9.671306	0.328694	9.956803	52
9	9.628378	9.671635	0.328365	9.956744	51
10	9.628647	9.671963	0.328037	9.956684	50
11	9.628916	9.672291	0.327709	9.956625	49
12	9.629185	9.672619	0.327381	9.956566	48
13	9.629453	9.672947	0.327053	9.956506	47
14	9.629721	9.673274	0.326726	9.956447	46
15	9.629989	9.673602	0.326398	9.956387	45
16	9.630257	9.673929	0.326071	9.956327	44
17	9.630524	9.674257	0.325743	9.956268	43
18	9.630792	9.674584	0.325416	9.956208	42
19	9.631059	9.674911	0.325089	9.956148	41
20	9.631326	9.675237	0.324763	9.956089	40
21	9.631593	9.675564	0.324436	9.956029	39
22	9.631859	9.675890	0.324110	9.955969	38
23	9.632125	9.676217	0.323783	9.955909	37
24	9.632392	9.676543	0.323457	9.955849	36
25	9.632658	9.676869	0.323131	9.955789	35
26	9.632923	9.677194	0.322806	9.955729	34
27	9.633189	9.677520	0.322480	9.955669	33
28	9.633454	9.677846	0.322154	9.955609	32
29	9.633719	9.678171	0.321829	9.955548	31
30	9.633984	9.678496	0.321504	9.955488	30
31	9.634249	9.678821	0.321179	9.955428	29
32	9.634514	9.679146	0.320854	9.955368	28
33	9.634778	9.679471	0.320529	9.955307	27
34	9.635042	9.679795	0.320205	9.955247	26
35	9.635306	9.680120	0.319880	9.955186	25
36	9.635570	9.680444	0.319556	9.955126	24
37	9.635834	9.680768	0.319232	9.955065	23
38	9.636097	9.681092	0.318908	9.955005	22
39	9.636360	9.681416	0.318584	9.954944	21
40	9.636623	9.681740	0.318260	9.954883	20
41	9.636886	9.682063	0.317937	9.954823	19
42	9.637148	9.682387	0.317613	9.954762	18
43	9.637411	9.682710	0.317290	9.954701	17
44	9.637673	9.683033	0.316967	9.954640	16
45	9.637935	9.683356	0.316644	9.954579	15
46	9.638197	9.683679	0.316321	9.954518	14
47	9.638458	9.684001	0.315999	9.954457	13
48	9.638720	9.684324	0.315676	9.954396	12
49	9.638981	9.684646	0.315354	9.954335	11
50	9.639242	9.684968	0.315032	9.954274	10
51	9.639503	9.685290	0.314710	9.954213	9
52	9.639764	9.685612	0.314388	9.954152	8
53	9.640024	9.685934	0.314066	9.954090	7
54	9.640284	9.686255	0.313745	9.954029	6
55	9.640544	9.686577	0.313423	9.953968	5
56	9.640804	9.686898	0.313102	9.953906	4
57	9.641064	9.687219	0.312781	9.953845	3
58	9.641324	9.687540	0.312460	9.953783	2
59	9.641583	9.687861	0.312139	9.953722	1
60	9.641842	9.688182	0.311818	9.953660	0
	Cosin. 64	Cotan. 64	Tang. 64	Sin. 64	′

′	Sin. 26	Tang. 26	Cotan. 26	Cosin. 26	
0	9.641842	9.688182	0.311818	9.953660	60
1	9.642210	9.688502	0.311498	9.953599	59
2	9.642360	9.688823	0.311177	9.953537	58
3	9.642618	9.689143	0.310857	9.953475	57
4	9.642877	9.689463	0.310537	9.953413	56
5	9.643135	9.689783	0.310217	9.953352	55
6	9.643393	9.690103	0.309897	9.953290	54
7	9.643650	9.690423	0.309577	9.953228	53
8	9.643908	9.690742	0.309258	9.953166	52
9	9.644165	9.691062	0.308938	9.953104	51
10	9.644423	9.691381	0.308619	9.953042	50
11	9.644680	9.691700	0.308300	9.952980	49
12	9.644936	9.692019	0.307981	9.952918	48
13	9.645193	9.692338	0.307662	9.952855	47
14	9.645450	9.692656	0.307344	9.952793	46
15	9.645706	9.692975	0.307025	9.952731	45
16	9.645962	9.693293	0.306707	9.952669	44
17	9.646218	9.693612	0.306388	9.952606	43
18	9.646474	9.693930	0.306070	9.952544	42
19	9.646729	9.694248	0.305752	9.952481	41
20	9.646984	9.694566	0.305434	9.952419	40
21	9.647240	9.694883	0.305117	9.952356	39
22	9.647494	9.695201	0.304799	9.952294	38
23	9.647749	9.695518	0.304482	9.952231	37
24	9.648004	9.695836	0.304164	9.952168	36
25	9.648258	9.696153	0.303847	9.952106	35
26	9.648512	9.696470	0.303530	9.952043	34
27	9.648766	9.696787	0.303213	9.951980	33
28	9.649020	9.697103	0.302897	9.951917	32
29	9.649274	9.697420	0.302580	9.951854	31
30	9.649527	9.697736	0.302264	9.951791	30
31	9.649781	9.698053	0.301947	9.951728	29
32	9.650034	9.698369	0.301631	9.951665	28
33	9.650287	9.698685	0.301315	9.951602	27
34	9.650539	9.699001	0.300999	9.951539	26
35	9.650792	9.699316	0.300684	9.951476	25
36	9.651044	9.699632	0.300368	9.951412	24
37	9.651297	9.699947	0.300053	9.951349	23
38	9.651549	9.700263	0.299737	9.951286	22
39	9.651800	9.700578	0.299422	9.951222	21
40	9.652052	9.700893	0.299107	9.951159	20
41	9.652304	9.701208	0.298792	9.951096	19
42	9.652555	9.701523	0.298477	9.951032	18
43	9.652806	9.701837	0.298163	9.950968	17
44	9.653057	9.702152	0.297848	9.950905	16
45	9.653308	9.702466	0.297534	9.950841	15
46	9.653558	9.702781	0.297219	9.950778	14
47	9.653808	9.703095	0.296905	9.950714	13
48	9.654059	9.703409	0.296591	9.950650	12
49	9.654309	9.703722	0.296278	9.950586	11
50	9.654558	9.704036	0.295964	9.950522	10
51	9.654808	9.704350	0.295650	9.950458	9
52	9.655058	9.704663	0.295337	9.950394	8
53	9.655307	9.704976	0.295024	9.950330	7
54	9.655556	9.705290	0.294710	9.950266	6
55	9.655805	9.705603	0.294397	9.950202	5
56	9.656054	9.705916	0.294084	9.950138	4
57	9.656302	9.706228	0.293772	9.950074	3
58	9.656551	9.706541	0.293459	9.950010	2
59	9.656799	9.706854	0.293146	9.949945	1
60	9.657047	9.707166	0.292834	9.949881	0
	Cosin. 63	Cotan. 63	Tang. 63	Sin. 63	′

′	Sin. 27	Tang. 27	Cotan. 27	Cosin. 27	
0	9.657047	9.707166	0.292834	9.949881	60
1	9.657295	9.707478	0.292522	9.949816	59
2	9.657542	9.707790	0.292210	9.949752	58
3	9.657790	9.708102	0.291898	9.949688	57
4	9.658037	9.708414	0.291586	9.949623	56
5	9.658284	9.708726	0.291274	9.949558	55
6	9.658531	9.709037	0.290963	9.949494	54
7	9.658778	9.709349	0.290651	9.949429	53
8	9.659025	9.709660	0.290340	9.949364	52
9	9.659271	9.709971	0.290029	9.949300	51
10	9.659517	9.710282	0.289718	9.949235	50
11	9.659763	9.710593	0.289407	9.949170	49
12	9.660009	9.710904	0.289096	9.949105	48
13	9.660255	9.711215	0.288785	9.949040	47
14	9.660501	9.711525	0.288475	9.948975	46
15	9.660746	9.711836	0.288164	9.948910	45
16	9.660991	9.712146	0.287854	9.948845	44
17	9.661236	9.712456	0.287544	9.948780	43
18	9.661481	9.712766	0.287234	9.948715	42
19	9.661726	9.713076	0.286924	9.948650	41
20	9.661970	9.713386	0.286614	9.948584	40
21	9.662214	9.713696	0.286304	9.948519	39
22	9.662459	9.714005	0.285995	9.948454	38
23	9.662703	9.714314	0.285686	9.948388	37
24	9.662946	9.714624	0.285376	9.948323	36
25	9.663190	9.714933	0.285067	9.948257	35
26	9.663433	9.715242	0.284758	9.948192	34
27	9.663677	9.715551	0.284449	9.948126	33
28	9.663920	9.715860	0.284140	9.948060	32
29	9.664163	9.716168	0.283832	9.947995	31
30	9.664406	9.716477	0.283523	9.947929	30
31	9.664648	9.716785	0.283215	9.947863	29
32	9.664891	9.717093	0.282907	9.947797	28
33	9.665133	9.717401	0.282599	9.947731	27
34	9.665375	9.717709	0.282291	9.947665	26
35	9.665617	9.718017	0.281983	9.947600	25
36	9.665859	9.718325	0.281675	9.947533	24
37	9.666100	9.718633	0.281367	9.947467	23
38	9.666342	9.718940	0.281060	9.947401	22
39	9.666583	9.719248	0.280752	9.947335	21
40	9.666824	9.719555	0.280445	9.947269	20
41	9.667065	9.719862	0.280138	9.947203	19
42	9.667305	9.720169	0.279831	9.947136	18
43	9.667546	9.720476	0.279524	9.947070	17
44	9.667786	9.720783	0.279217	9.947004	16
45	9.668027	9.721089	0.278911	9.946937	15
46	9.668267	9.721396	0.278604	9.946871	14
47	9.668506	9.721702	0.278298	9.946804	13
48	9.668746	9.722008	0.277992	9.946738	12
49	9.668985	9.722315	0.277685	9.946671	11
50	9.669225	9.722621	0.277379	9.946604	10
51	9.669464	9.722927	0.277073	9.946538	9
52	9.669703	9.723232	0.276768	9.946471	8
53	9.669942	9.723538	0.276462	9.946404	7
54	9.670181	9.723844	0.276156	9.946337	6
55	9.670419	9.724149	0.275851	9.946270	5
56	9.670658	9.724454	0.275546	9.946203	4
57	9.670896	9.724760	0.275240	9.946136	3
58	9.671134	9.725065	0.274935	9.946069	2
59	9.671372	9.725370	0.274630	9.946002	1
60	9.671609	9.725674	0.274326	9.945935	0
	Cosin. 62	Cotan. 62	Tang. 62	Sin. 62	′

′	Sin. 28	Tang. 28	Cotan. 28	Cosin. 28	
0	9.671609	9.725674	0.274326	9.945935	60
1	9.671847	9.725979	0.274021	9.945868	59
2	9.672084	9.726284	0.273716	9.945800	58
3	9.672321	9.726588	0.273412	9.945733	57
4	9.672558	9.726892	0.273108	9.945666	56
5	9.672795	9.727197	0.272803	9.945598	55
6	9.673032	9.727501	0.272499	9.945531	54
7	9.673268	9.727805	0.272195	9.945464	53
8	9.673505	9.728109	0.271891	9.945396	52
9	9.673741	9.728412	0.271588	9.945328	51
10	9.673977	9.728716	0.271284	9.945261	50
11	9.674213	9.729020	0.270980	9.945193	49
12	9.674448	9.729323	0.270677	9.945125	48
13	9.674684	9.729626	0.270374	9.945058	47
14	9.674919	9.729929	0.270071	9.944990	46
15	9.675155	9.730233	0.269767	9.944922	45
16	9.675390	9.730535	0.269465	9.944854	44
17	9.675624	9.730838	0.269162	9.944786	43
18	9.675859	9.731141	0.268859	9.944718	42
19	9.676094	9.731444	0.268556	9.944650	41
20	9.676328	9.731746	0.268254	9.944582	40
21	9.676562	9.732048	0.267952	9.944514	39
22	9.676796	9.732351	0.267649	9.944446	38
23	9.677030	9.732653	0.267347	9.944377	37
24	9.677264	9.732955	0.267045	9.944309	36
25	9.677498	9.733257	0.266743	9.944241	35
26	9.677731	9.733558	0.266442	9.944172	34
27	9.677964	9.733860	0.266140	9.944104	33
28	9.678197	9.734162	0.265838	9.944036	32
29	9.678430	9.734463	0.265537	9.943967	31
30	9.678663	9.734764	0.265236	9.943899	30
31	9.678895	9.735066	0.264934	9.943830	29
32	9.679128	9.735367	0.264633	9.943761	28
33	9.679360	9.735668	0.264332	9.943693	27
34	9.679592	9.735969	0.264031	9.943624	26
35	9.679824	9.736269	0.263731	9.943555	25
36	9.680056	9.736570	0.263430	9.943486	24
37	9.680288	9.736870	0.263130	9.943417	23
38	9.680519	9.737171	0.262829	9.943348	22
39	9.680750	9.737471	0.262529	9.943279	21
40	9.680982	9.737771	0.262229	9.943210	20
41	9.681213	9.738071	0.261929	9.943141	19
42	9.681443	9.738371	0.261629	9.943072	18
43	9.681674	9.738671	0.261329	9.943003	17
44	9.681905	9.738971	0.261029	9.942934	16
45	9.682135	9.739271	0.260729	9.942864	15
46	9.682365	9.739570	0.260430	9.942795	14
47	9.682595	9.739870	0.260130	9.942726	13
48	9.682825	9.740169	0.259831	9.942656	12
49	9.683055	9.740468	0.259532	9.942587	11
50	9.683284	9.740767	0.259233	9.942517	10
51	9.683514	9.741066	0.258934	9.942448	9
52	9.683743	9.741365	0.258635	9.942378	8
53	9.683972	9.741664	0.258336	9.942308	7
54	9.684201	9.741962	0.258038	9.942239	6
55	9.684430	9.742261	0.257739	9.942169	5
56	9.684658	9.742559	0.257441	9.942099	4
57	9.684887	9.742858	0.257142	9.942029	3
58	9.685115	9.743156	0.256844	9.941959	2
59	9.685343	9.743454	0.256546	9.941889	1
60	9.685571	9.743752	0.256248	9.941819	0
	Cosin. 61	Cotan. 61	Tang. 61	Sin. 61	′

′	Sin. 29	Tang. 29	Cotan. 29	Cosin. 29	
0	9.685571	9.743752	0.256248	9.941819	60
1	9.685799	9.744050	0.255950	9.941749	59
2	9.686027	9.744348	0.255652	9.941679	58
3	9.686254	9.744645	0.255355	9.941609	57
4	9.686482	9.744943	0.255057	9.941539	56
5	9.686709	9.745240	0.254760	9.941469	55
6	9.686936	9.745538	0.254462	9.941398	54
7	9.687163	9.745835	0.254165	9.941328	53
8	9.687389	9.746132	0.253868	9.941258	52
9	9.687616	9.746429	0.253571	9.941187	51
10	9.687843	9.746726	0.253274	9.941117	50
11	9.688069	9.747023	0.252977	9.941046	49
12	9.688295	9.747319	0.252681	9.940975	48
13	9.688521	9.747616	0.252384	9.940905	47
14	9.688747	9.747913	0.252087	9.940834	46
15	9.688972	9.748209	0.251791	9.940763	45
16	9.689198	9.748505	0.251495	9.940693	44
17	9.689423	9.748801	0.251199	9.940622	43
18	9.689648	9.749097	0.250903	9.940551	42
19	9.689873	9.749393	0.250607	9.940480	41
20	9.690098	9.749689	0.250311	9.940409	40
21	9.690323	9.749985	0.250015	9.940338	39
22	9.690548	9.750281	0.249719	9.940267	38
23	9.690772	9.750576	0.249424	9.940196	37
24	9.690996	9.750872	0.249128	9.940125	36
25	9.691220	9.751167	0.248833	9.940054	35
26	9.691444	9.751462	0.248538	9.939982	34
27	9.691668	9.751757	0.248243	9.939911	33
28	9.691892	9.752052	0.247948	9.939840	32
29	9.692115	9.752347	0.247653	9.939768	31
30	9.692339	9.752642	0.247358	9.939697	30
31	9.692562	9.752937	0.247063	9.939625	29
32	9.692785	9.753231	0.246769	9.939554	28
33	9.693008	9.753526	0.246474	9.939482	27
34	9.693231	9.753820	0.246180	9.939410	26
35	9.693453	9.754115	0.245885	9.939339	25
36	9.693676	9.754409	0.245591	9.939267	24
37	9.693898	9.754703	0.245297	9.939195	23
38	9.694120	9.754997	0.245003	9.939123	22
39	9.694342	9.755291	0.244709	9.939052	21
40	9.694564	9.755585	0.244415	9.938980	20
41	9.694786	9.755878	0.244122	9.938908	19
42	9.695007	9.756172	0.243828	9.938836	18
43	9.695229	9.756465	0.243535	9.938763	17
44	9.695450	9.756759	0.243241	9.938691	16
45	9.695671	9.757052	0.242948	9.938619	15
46	9.695892	9.757345	0.242655	9.938547	14
47	9.696113	9.757638	0.242362	9.938475	13
48	9.696334	9.757931	0.242069	9.938402	12
49	9.696554	9.758224	0.241776	9.938330	11
50	9.696775	9.758517	0.241483	9.938258	10
51	9.696995	9.758810	0.241190	9.938185	9
52	9.697215	9.759102	0.240898	9.938113	8
53	9.697435	9.759395	0.240605	9.938040	7
54	9.697654	9.759687	0.240313	9.937967	6
55	9.697874	9.759979	0.240021	9.937895	5
56	9.698094	9.760272	0.239728	9.937822	4
57	9.698313	9.760564	0.239436	9.937749	3
58	9.698532	9.760856	0.239144	9.937676	2
59	9.698751	9.761148	0.238852	9.937604	1
60	9.698970	9.761439	0.238561	9.937531	0
	Cosin. 60	Cotan. 60	Tang. 60	Sin. 60	′

′	Sin. 30	Tang. 30	Cotan. 30	Cosin. 30	
0	9.698970	9.761439	0.238561	9.937531	60
1	9.699189	9.761731	0.238269	9.937458	59
2	9.699407	9.762023	0.237977	9.937385	58
3	9.699626	9.762314	0.237686	9.937312	57
4	9.699844	9.762606	0.237394	9.937238	56
5	9.700062	9.762897	0.237103	9.937165	55
6	9.700280	9.763188	0.236812	9.937092	54
7	9.700498	9.763479	0.236521	9.937019	53
8	9.700716	9.763770	0.236230	9.936946	52
9	9.700933	9.764061	0.235939	9.936872	51
10	9.701151	9.764352	0.235648	9.936799	50
11	9.701368	9.764643	0.235357	9.936725	49
12	9.701585	9.764933	0.235067	9.936652	48
13	9.701802	9.765224	0.234776	9.936578	47
14	9.702019	9.765514	0.234486	9.936505	46
15	9.702236	9.765805	0.234195	9.936431	45
16	9.702452	9.766095	0.233905	9.936357	44
17	9.702669	9.766385	0.233615	9.936284	43
18	9.702885	9.766675	0.233325	9.936210	42
19	9.703101	9.766965	0.233035	9.936136	41
20	9.703317	9.767255	0.232745	9.936062	40
21	9.703533	9.767545	0.232455	9.935988	39
22	9.703749	9.767834	0.232166	9.935914	38
23	9.703964	9.768124	0.231876	9.935840	37
24	9.704179	9.768414	0.231586	9.935766	36
25	9.704395	9.768703	0.231297	9.935692	35
26	9.704610	9.768992	0.231008	9.935618	34
27	9.704825	9.769281	0.230719	9.935543	33
28	9.705040	9.769571	0.230429	9.935469	32
29	9.705254	9.769860	0.230140	9.935395	31
30	9.705469	9.770148	0.229852	9.935320	30
31	9.705683	9.770437	0.229563	9.935246	29
32	9.705898	9.770726	0.229274	9.935171	28
33	9.706112	9.771015	0.228985	9.935097	27
34	9.706326	9.771303	0.228697	9.935022	26
35	9.706539	9.771592	0.228408	9.934948	25
36	9.706753	9.771880	0.228120	9.934873	24
37	9.706967	9.772168	0.227832	9.934798	23
38	9.707180	9.772457	0.227543	9.934723	22
39	9.707393	9.772745	0.227255	9.934649	21
40	9.707606	9.773033	0.226967	9.934574	20
41	9.707819	9.773321	0.226679	9.934499	19
42	9.708032	9.773608	0.226392	9.934424	18
43	9.708245	9.773896	0.226104	9.934349	17
44	9.708458	9.774184	0.225816	9.934274	16
45	9.708670	9.774471	0.225529	9.934199	15
46	9.708882	9.774759	0.225241	9.934123	14
47	9.709094	9.775046	0.224954	9.934048	13
48	9.709306	9.775333	0.224667	9.933973	12
49	9.709518	9.775621	0.224379	9.933898	11
50	9.709730	9.775908	0.224092	9.933822	10
51	9.709941	9.776195	0.223805	9.933747	9
52	9.710153	9.776482	0.223518	9.933671	8
53	9.710364	9.776768	0.223232	9.933596	7
54	9.710575	9.777055	0.222945	9.933520	6
55	9.710786	9.777342	0.222658	9.933445	5
56	9.710997	9.777628	0.222372	9.933369	4
57	9.711208	9.777915	0.222085	9.933293	3
58	9.711419	9.778201	0.221799	9.933217	2
59	9.711629	9.778488	0.221512	9.933141	1
60	9.711839	9.778774	0.221226	9.933066	0
	Cosin. 59	Cotan. 59	Tang. 59	Sin. 59	

′	Sin. 31	Tang. 31	Cotan. 31	Cosin. 31	
0	9.711839	9.778774	0.221226	9.933066	60
1	9.712050	9.779060	0.220940	9.932990	59
2	9.712260	9.779346	0.220654	9.932914	58
3	9.712469	9.779632	0.220368	9.932838	57
4	9.712679	9.779918	0.220082	9.932762	56
5	9.712889	9.780203	0.219797	9.932685	55
6	9.713098	9.780489	0.219511	9.932609	54
7	9.713308	9.780775	0.219225	9.932533	53
8	9.713517	9.781060	0.218940	9.932457	52
9	9.713726	9.781346	0.218654	9.932380	51
10	9.713935	9.781631	0.218369	9.932304	50
11	9.714144	9.781916	0.218084	9.932228	49
12	9.714352	9.782201	0.217799	9.932151	48
13	9.714561	9.782486	0.217514	9.932075	47
14	9.714769	9.782771	0.217229	9.931998	46
15	9.714978	9.783056	0.216944	9.931921	45
16	9.715186	9.783341	0.216659	9.931845	44
17	9.715394	9.783626	0.216374	9.931768	43
18	9.715602	9.783910	0.216090	9.931691	42
19	9.715809	9.784195	0.215805	9.931614	41
20	9.716017	9.784479	0.215521	9.931537	40
21	9.716224	9.784764	0.215236	9.931460	39
22	9.716432	9.785048	0.214952	9.931383	38
23	9.716639	9.785332	0.214668	9.931306	37
24	9.716846	9.785616	0.214384	9.931229	36
25	9.717053	9.785900	0.214100	9.931152	35
26	9.717259	9.786184	0.213816	9.931075	34
27	9.717466	9.786468	0.213531	9.930998	33
28	9.717673	9.786752	0.213248	9.930921	32
29	9.717879	9.787036	0.212964	9.930843	31
30	9.718085	9.787319	0.212681	9.930766	30
31	9.718291	9.787603	0.212397	9.930688	29
32	9.718497	9.787886	0.212114	9.930611	28
33	9.718703	9.788170	0.211830	9.930533	27
34	9.718909	9.788453	0.211547	9.930456	26
35	9.719114	9.788736	0.211264	9.930378	25
36	9.719320	9.789019	0.210981	9.930300	24
37	9.719525	9.789302	0.210698	9.930223	23
38	9.719730	9.789585	0.210415	9.930145	22
39	9.719935	9.789868	0.210132	9.930067	21
40	9.720140	9.790151	0.209849	9.929989	20
41	9.720345	9.790434	0.209566	9.929911	19
42	9.720549	9.790716	0.209284	9.929833	18
43	9.720754	9.790999	0.209001	9.929755	17
44	9.720958	9.791281	0.208719	9.929677	16
45	9.721162	9.791563	0.208437	9.929599	15
46	9.721366	9.791846	0.208154	9.929521	14
47	9.721570	9.792128	0.207872	9.929442	13
48	9.721774	9.792410	0.207590	9.929364	12
49	9.721978	9.792692	0.207308	9.929286	11
50	9.722181	9.792974	0.207026	9.929207	10
51	9.722385	9.793256	0.206744	9.929129	9
52	9.722588	9.793538	0.206462	9.929050	8
53	9.722791	9.793819	0.206181	9.928972	7
54	9.722994	9.794101	0.205899	9.928893	6
55	9.723197	9.794383	0.205617	9.928815	5
56	9.723400	9.794664	0.205336	9.928736	4
57	9.723603	9.794946	0.205054	9.928657	3
58	9.723805	9.795227	0.204773	9.928578	2
59	9.724007	9.795508	0.204492	9.928499	1
60	9.724210	9.795789	0.204211	9.928420	0
	Cosin. 58	Cotan. 58	Tang. 58	Sin. 58	′

′	Sin. 32	Tang. 32	Cotan. 32	Cosin. 32	
0	9.724210	9.795789	0.204211	9.928420	60
1	9.724412	9.796070	0.203930	9.928342	59
2	9.724614	9.796351	0.203649	9.928263	58
3	9.724816	9.796632	0.203368	9.928183	57
4	9.725017	9.796913	0.203087	9.928104	56
5	9.725219	9.797194	0.202806	9.928025	55
6	9.725420	9.797474	0.202525	9.927946	54
7	9.725622	9.797755	0.202245	9.927867	53
8	9.725823	9.798036	0.201964	9.927787	52
9	9.726024	9.798316	0.201684	9.927708	51
10	9.726225	9.798596	0.201404	9.927629	50
11	9.726426	9.798877	0.201123	9.927549	49
12	9.726626	9.799157	0.200843	9.927470	48
13	9.726827	9.799437	0.200563	9.927390	47
14	9.727027	9.799717	0.200283	9.927310	46
15	9.727228	9.799997	0.200003	9.927231	45
16	9.727428	9.800277	0.199723	9.927151	44
17	9.727628	9.800557	0.199443	9.927071	43
18	9.727828	9.800836	0.199164	9.926991	42
19	9.728027	9.801116	0.198884	9.926911	41
20	9.728227	9.801396	0.198604	9.926831	40
21	9.728427	9.801675	0.198325	9.926751	39
22	9.728626	9.801955	0.198045	9.926671	38
23	9.728825	9.802234	0.197766	9.926591	37
24	9.729024	9.802513	0.197487	9.926511	36
25	9.729223	9.802792	0.197208	9.926431	35
26	9.729422	9.803072	0.196928	9.926351	34
27	9.729621	9.803351	0.196649	9.926270	33
28	9.729820	9.803630	0.196370	9.926190	32
29	9.730018	9.803909	0.196091	9.926110	31
30	9.730217	9.804187	0.195813	9.926029	30
31	9.730415	9.804466	0.195534	9.925949	29
32	9.730613	9.804745	0.195255	9.925868	28
33	9.730811	9.805023	0.194977	9.925788	27
34	9.731009	9.805302	0.194698	9.925707	26
35	9.731206	9.805580	0.194420	9.925626	25
36	9.731404	9.805859	0.194141	9.925545	24
37	9.731602	9.806137	0.193863	9.925465	23
38	9.731799	9.806415	0.193585	9.925384	22
39	9.731996	9.806693	0.193307	9.925303	21
40	9.732193	9.806971	0.193029	9.925222	20
41	9.732390	9.807249	0.192751	9.925141	19
42	9.732587	9.807527	0.192473	9.925060	18
43	9.732784	9.807805	0.192195	9.924979	17
44	9.732980	9.808083	0.191917	9.924897	16
45	9.733177	9.808361	0.191639	9.924816	15
46	9.733373	9.808638	0.191362	9.924735	14
47	9.733569	9.808916	0.191084	9.924654	13
48	9.733765	9.809193	0.190807	9.924572	12
49	9.733961	9.809471	0.190529	9.924491	11
50	9.734157	9.809748	0.190252	9.924409	10
51	9.734353	9.810025	0.189975	9.924328	9
52	9.734548	9.810302	0.189698	9.924246	8
53	9.734744	9.810580	0.189420	9.924164	7
54	9.734939	9.810857	0.189143	9.924083	6
55	9.735135	9.811134	0.188866	9.924001	5
56	9.735330	9.811410	0.188590	9.923919	4
57	9.735525	9.811687	0.188313	9.923837	3
58	9.735719	9.811964	0.188036	9.923755	2
59	9.735914	9.812241	0.187759	9.923673	1
60	9.736109	9.812517	0.187483	9.923591	0
	Cosin. 57	Cotan. 57	Tang. 57	Sin. 57	′

′	Sin. 33	Tang. 33	Cotan. 33	Cosin. 33	
0	9.736109	9.812517	0.187483	9.923591	60
1	9.736303	9.812794	0.187206	9.923509	59
2	9.736498	9.813070	0.186930	9.923427	58
3	9.736692	9.813347	0.186653	9.923345	57
4	9.736886	9.813623	0.186377	9.923263	56
5	9.737080	9.813899	0.186101	9.923181	55
6	9.737274	9.814176	0.185824	9.923098	54
7	9.737467	9.814452	0.185548	9.923016	53
8	9.737661	9.814728	0.185272	9.922933	52
9	9.737855	9.815004	0.184996	9.922851	51
10	9.738048	9.815280	0.184720	9.922768	50
11	9.738241	9.815555	0.184445	9.922686	49
12	9.738434	9.815831	0.184169	9.922603	48
13	9.738627	9.816107	0.183893	9.922520	47
14	9.738820	9.816382	0.183618	9.922438	46
15	9.739013	9.816658	0.183342	9.922355	45
16	9.739206	9.816933	0.183067	9.922272	44
17	9.739398	9.817209	0.182791	9.922189	43
18	9.739590	9.817484	0.182516	9.922106	42
19	9.739783	9.817759	0.182241	9.922023	41
20	9.739975	9.818035	0.181965	9.921940	40
21	9.740167	9.818310	0.181690	9.921857	39
22	9.740359	9.818585	0.181415	9.921774	38
23	9.740550	9.818860	0.181140	9.921691	37
24	9.740742	9.819135	0.180865	9.921607	36
25	9.740934	9.819410	0.180590	9.921524	35
26	9.741125	9.819684	0.180316	9.921441	34
27	9.741316	9.819959	0.180041	9.921357	33
28	9.741508	9.820234	0.179766	9.921274	32
29	9.741699	9.820508	0.179492	9.921190	31
30	9.741889	9.820783	0.179217	9.921107	30
31	9.742080	9.821057	0.178943	9.921023	29
32	9.742271	9.821332	0.178668	9.920939	28
33	9.742462	9.821606	0.178394	9.920856	27
34	9.742652	9.821880	0.178120	9.920772	26
35	9.742842	9.822154	0.177846	9.920688	25
36	9.743033	9.822429	0.177571	9.920604	24
37	9.743223	9.822703	0.177297	9.920520	23
38	9.743413	9.822977	0.177023	9.920436	22
39	9.743602	9.823251	0.176749	9.920352	21
40	9.743792	9.823524	0.176476	9.920268	20
41	9.743982	9.823798	0.176202	9.920184	19
42	9.744171	9.824072	0.175928	9.920099	18
43	9.744361	9.824345	0.175655	9.920015	17
44	9.744550	9.824619	0.175381	9.919931	16
45	9.744739	9.824893	0.175107	9.919846	15
46	9.744928	9.825166	0.174834	9.919762	14
47	9.745117	9.825439	0.174561	9.919677	13
48	9.745306	9.825713	0.174287	9.919593	12
49	9.745494	9.825986	0.174014	9.919508	11
50	9.745683	9.826259	0.173741	9.919424	10
51	9.745871	9.826532	0.173468	9.919339	9
52	9.746060	9.826805	0.173195	9.919254	8
53	9.746248	9.827078	0.172922	9.919169	7
54	9.746436	9.827351	0.172649	9.919085	6
55	9.746624	9.827624	0.172376	9.919000	5
56	9.746812	9.827897	0.172103	9.918915	4
57	9.746999	9.828170	0.171830	9.918830	3
58	9.747187	9.828442	0.171558	9.918745	2
59	9.747374	9.828715	0.171285	9.918659	1
60	9.747562	9.828987	0.171013	9.918574	0
	Cosin. 56	Cotan. 56	Tang. 56	Sin. 56	′

°	Sin. 34	Tang. 34	Cotan. 34	Cosin. 34	
0	9.747562	9.828987	0.171013	9.918574	60
1	9.747749	9.829260	0.170740	9.918489	59
2	9.747936	9.829532	0.170468	9.918404	58
3	9.748123	9.829805	0.170195	9.918318	57
4	9.748310	9.830077	0.169923	9.918233	56
5	9.748497	9.830349	0.169651	9.918147	55
6	9.748683	9.830621	0.169379	9.918062	54
7	9.748870	9.830893	0.169107	9.917976	53
8	9.749056	9.831165	0.168835	9.917891	52
9	9.749243	9.831437	0.168563	9.917805	51
10	9.749429	9.831709	0.168291	9.917719	50
11	9.749615	9.831981	0.168019	9.917634	49
12	9.749801	9.832253	0.167747	9.917548	48
13	9.749987	9.832525	0.167475	9.917462	47
14	9.750172	9.832796	0.167204	9.917376	46
15	9.750358	9.833068	0.166932	9.917290	45
16	9.750543	9.833339	0.166661	9.917204	44
17	9.750729	9.833611	0.166389	9.917118	43
18	9.750914	9.833882	0.166118	9.917032	42
19	9.751099	9.834154	0.165846	9.916946	41
20	9.751284	9.834425	0.165575	9.916859	40
21	9.751469	9.834696	0.165304	9.916773	39
22	9.751654	9.834967	0.165033	9.916687	38
23	9.751839	9.835238	0.164762	9.916600	37
24	9.752023	9.835509	0.164491	9.916514	36
25	9.752208	9.835780	0.164220	9.916427	35
26	9.752392	9.836051	0.163949	9.916341	34
27	9.752576	9.836322	0.163678	9.916254	33
28	9.752760	9.836593	0.163407	9.916167	32
29	9.752944	9.836864	0.163136	9.916081	31
30	9.753128	9.837134	0.162866	9.915994	30
31	9.753312	9.837405	0.162595	9.915907	29
32	9.753495	9.837675	0.162325	9.915820	28
33	9.753679	9.837946	0.162054	9.915733	27
34	9.753862	9.838216	0.161784	9.915646	26
35	9.754046	9.838487	0.161513	9.915559	25
36	9.754229	9.838757	0.161243	9.915472	24
37	9.754412	9.839027	0.160973	9.915385	23
38	9.754595	9.839297	0.160703	9.915297	22
39	9.754778	9.839568	0.160432	9.915210	21
40	9.754960	9.839838	0.160162	9.915123	20
41	9.755143	9.840108	0.159892	9.915035	19
42	9.755326	9.840378	0.159622	9.914948	18
43	9.755508	9.840648	0.159352	9.914860	17
44	9.755690	9.840917	0.159083	9.914773	16
45	9.755872	9.841187	0.158813	9.914685	15
46	9.756054	9.841457	0.158543	9.914598	14
47	9.756236	9.841727	0.158273	9.914510	13
48	9.756418	9.841996	0.158004	9.914422	12
49	9.756600	9.842266	0.157734	9.914334	11
50	9.756782	9.842535	0.157465	9.914246	10
51	9.756963	9.842805	0.157195	9.914158	9
52	9.757144	9.843074	0.156926	9.914070	8
53	9.757326	9.843343	0.156657	9.913982	7
54	9.757507	9.843612	0.156388	9.913894	6
55	9.757688	9.843882	0.156118	9.913806	5
56	9.757869	9.844151	0.155849	9.913718	4
57	9.758050	9.844420	0.155580	9.913630	3
58	9.758230	9.844689	0.155311	9.913541	2
59	9.758411	9.844958	0.155042	9.913453	1
60	9.758591	9.845227	0.154773	9.913365	0
	Cosin. 55	Cotan. 55	Tang. 55	Sin. 55	′

°	Sin. 35	Tang. 35	Cotan. 35	Cosin. 35	
0	9.758591	9.845227	0.154773	9.913365	60
1	9.758772	9.845496	0.154504	9.913276	59
2	9.758952	9.845764	0.154236	9.913187	58
3	9.759132	9.846033	0.153967	9.913099	57
4	9.759312	9.846302	0.153698	9.913010	56
5	9.759492	9.846570	0.153430	9.912922	55
6	9.759672	9.846839	0.153161	9.912833	54
7	9.759852	9.847108	0.152892	9.912744	53
8	9.760031	9.847376	0.152624	9.912655	52
9	9.760211	9.847644	0.152356	9.912566	51
10	9.760390	9.847913	0.152087	9.912477	50
11	9.760569	9.848181	0.151819	9.912388	49
12	9.760748	9.848449	0.151551	9.912299	48
13	9.760927	9.848717	0.151283	9.912210	47
14	9.761106	9.848986	0.151014	9.912121	46
15	9.761285	9.849254	0.150746	9.912031	45
16	9.761464	9.849522	0.150478	9.911942	44
17	9.761642	9.849790	0.150210	9.911853	43
18	9.761821	9.850057	0.149942	9.911763	42
19	9.761999	9.850325	0.149675	9.911674	41
20	9.762177	9.850593	0.149407	9.911584	40
21	9.762356	9.850861	0.149139	9.911495	39
22	9.762534	9.851129	0.148871	9.911405	38
23	9.762712	9.851396	0.148604	9.911315	37
24	9.762889	9.851664	0.148336	9.911226	36
25	9.763067	9.851931	0.148069	9.911136	35
26	9.763245	9.852199	0.147801	9.911046	34
27	9.763422	9.852466	0.147534	9.910956	33
28	9.763600	9.852733	0.147267	9.910866	32
29	9.763777	9.853001	0.146999	9.910776	31
30	9.763954	9.853268	0.146732	9.910686	30
31	9.764131	9.853535	0.146465	9.910596	29
32	9.764308	9.853802	0.146198	9.910506	28
33	9.764485	9.854069	0.145931	9.910415	27
34	9.764662	9.854336	0.145664	9.910325	26
35	9.764838	9.854603	0.145397	9.910235	25
36	9.765015	9.854870	0.145130	9.910144	24
37	9.765191	9.855137	0.144863	9.910054	23
38	9.765367	9.855404	0.144596	9.909963	22
39	9.765544	9.855671	0.144329	9.909873	21
40	9.765720	9.855938	0.144062	9.909782	20
41	9.765896	9.856204	0.143796	9.909691	19
42	9.766072	9.856471	0.143529	9.909601	18
43	9.766247	9.856737	0.143263	9.909510	17
44	9.766423	9.857004	0.142996	9.909419	16
45	9.766598	9.857270	0.142730	9.909328	15
46	9.766774	9.857537	0.142463	9.909237	14
47	9.766949	9.857803	0.142197	9.909146	13
48	9.767124	9.858069	0.141931	9.909055	12
49	9.767300	9.858336	0.141664	9.908964	11
50	9.767475	9.858602	0.141398	9.908873	10
51	9.767649	9.858868	0.141132	9.908781	9
52	9.767824	9.859134	0.140866	9.908690	8
53	9.767999	9.859400	0.140600	9.908599	7
54	9.768173	9.859666	0.140334	9.908507	6
55	9.768348	9.859932	0.140068	9.908416	5
56	9.768522	9.860198	0.139802	9.908324	4
57	9.768697	9.860464	0.139536	9.908233	3
58	9.768871	9.860730	0.139270	9.908141	2
59	9.769045	9.860995	0.139005	9.908049	1
60	9.769219	9.861261	0.138739	9.907958	0
	Cosin. 54	Cotan. 54	Tang. 54	Sin. 54	′

′	Sin. 36	Tang. 36	Cotan. 36	Cosin. 36	
0	9.769219	9.861261	0.138739	9.907958	60
1	9.769393	9.861527	0.138473	9.907866	59
2	9.769566	9.861792	0.138208	9.907774	58
3	9.769740	9.862058	0.137942	9.907682	57
4	9.769913	9.862323	0.137677	9.907590	56
5	9.770087	9.862589	0.137411	9.907498	55
6	9.770260	9.862854	0.137146	9.907406	54
7	9.770433	9.863119	0.136881	9.907314	53
8	9.770606	9.863385	0.136615	9.907222	52
9	9.770779	9.863650	0.136350	9.907129	51
10	9.770952	9.863915	0.136085	9.907037	50
11	9.771125	9.864180	0.135820	9.906945	49
12	9.771298	9.864445	0.135555	9.906852	48
13	9.771470	9.864710	0.135290	9.906760	47
14	9.771643	9.864975	0.135025	9.906667	46
15	9.771815	9.865240	0.134760	9.906575	45
16	9.771987	9.865505	0.134495	9.906482	44
17	9.772159	9.865770	0.134230	9.906389	43
18	9.772331	9.866035	0.133965	9.906296	42
19	9.772503	9.866300	0.133700	9.906204	41
20	9.772675	9.866564	0.133436	9.906111	40
21	9.772847	9.866829	0.133171	9.906018	39
22	9.773018	9.867094	0.132906	9.905925	38
23	9.773190	9.867358	0.132642	9.905832	37
24	9.773361	9.867623	0.132377	9.905739	36
25	9.773533	9.867887	0.132113	9.905645	35
26	9.773704	9.868152	0.131848	9.905552	34
27	9.773875	9.868416	0.131584	9.905459	33
28	9.774046	9.868680	0.131320	9.905366	32
29	9.774217	9.868945	0.131055	9.905272	31
30	9.774388	9.869209	0.130791	9.905179	30
31	9.774558	9.869473	0.130527	9.905085	29
32	9.774729	9.869737	0.130263	9.904992	28
33	9.774899	9.870001	0.129999	9.904898	27
34	9.775070	9.870265	0.129735	9.904804	26
35	9.775240	9.870529	0.129471	9.904711	25
36	9.775410	9.870793	0.129207	9.904617	24
37	9.775580	9.871057	0.128943	9.904523	23
38	9.775750	9.871321	0.128679	9.904429	22
39	9.775920	9.871585	0.128415	9.904335	21
40	9.776090	9.871849	0.128151	9.904241	20
41	9.776259	9.872112	0.127888	9.904147	19
42	9.776429	9.872376	0.127624	9.904053	18
43	9.776598	9.872640	0.127360	9.903959	17
44	9.776767	9.872903	0.127097	9.903864	16
45	9.776937	9.873167	0.126833	9.903770	15
46	9.777106	9.873430	0.126570	9.903676	14
47	9.777275	9.873694	0.126306	9.903581	13
48	9.777444	9.873957	0.126043	9.903487	12
49	9.777613	9.874220	0.125780	9.903392	11
50	9.777781	9.874484	0.125516	9.903298	10
51	9.777950	9.874747	0.125253	9.903203	9
52	9.778119	9.875010	0.124990	9.903108	8
53	9.778287	9.875273	0.124727	9.903014	7
54	9.778455	9.875537	0.124463	9.902919	6
55	9.778624	9.875800	0.124200	9.902824	5
56	9.778792	9.876063	0.123937	9.902729	4
57	9.778960	9.876326	0.123674	9.902634	3
58	9.779128	9.876589	0.123411	9.902539	2
59	9.779295	9.876852	0.123148	9.902444	1
60	9.779463	9.877114	0.122886	9.902349	0
	Cosin. 53	Cotan. 53	Tang. 53	Sin. 53	′

′	Sin. 37	Tang. 37	Cotan. 37	Cosin. 37	
0	9.779463	9.877114	0.122886	9.902349	60
1	9.779631	9.877377	0.122623	9.902253	59
2	9.779798	9.877640	0.122360	9.902158	58
3	9.779966	9.877903	0.122097	9.902063	57
4	9.780133	9.878165	0.121835	9.901967	56
5	9.780300	9.878428	0.121572	9.901872	55
6	9.780467	9.878691	0.121309	9.901776	54
7	9.780634	9.878953	0.121047	9.901681	53
8	9.780801	9.879216	0.120784	9.901585	52
9	9.780968	9.879478	0.120522	9.901490	51
10	9.781134	9.879741	0.120259	9.901394	50
11	9.781301	9.880003	0.119997	9.901298	49
12	9.781468	9.880265	0.119735	9.901202	48
13	9.781634	9.880528	0.119472	9.901106	47
14	9.781800	9.880790	0.119210	9.901010	46
15	9.781966	9.881052	0.118948	9.900914	45
16	9.782132	9.881314	0.118686	9.900818	44
17	9.782298	9.881577	0.118423	9.900722	43
18	9.782464	9.881839	0.118161	9.900626	42
19	9.782630	9.882101	0.117899	9.900529	41
20	9.782796	9.882363	0.117637	9.900433	40
21	9.782961	9.882625	0.117375	9.900337	39
22	9.783127	9.882887	0.117113	9.900240	38
23	9.783292	9.883148	0.116852	9.900144	37
24	9.783458	9.883410	0.116590	9.900047	36
25	9.783623	9.883672	0.116328	9.899951	35
26	9.783788	9.883934	0.116066	9.899854	34
27	9.783953	9.884196	0.115804	9.899757	33
28	9.784118	9.884457	0.115543	9.899660	32
29	9.784282	9.884719	0.115281	9.899564	31
30	9.784447	9.884980	0.115020	9.899467	30
31	9.784612	9.885242	0.114758	9.899370	29
32	9.784776	9.885504	0.114496	9.899273	28
33	9.784941	9.885765	0.114235	9.899176	27
34	9.785105	9.886026	0.113974	9.899078	26
35	9.785269	9.886288	0.113712	9.898981	25
36	9.785433	9.886549	0.113451	9.898884	24
37	9.785597	9.886811	0.113189	9.898787	23
38	9.785761	9.887072	0.112928	9.898689	22
39	9.785925	9.887333	0.112667	9.898592	21
40	9.786089	9.887594	0.112406	9.898494	20
41	9.786252	9.887855	0.112145	9.898397	19
42	9.786416	9.888116	0.111884	9.898299	18
43	9.786579	9.888378	0.111622	9.898202	17
44	9.786742	9.888639	0.111361	9.898104	16
45	9.786906	9.888900	0.111100	9.898006	15
46	9.787069	9.889161	0.110839	9.897908	14
47	9.787232	9.889421	0.110579	9.897810	13
48	9.787395	9.889682	0.110318	9.897712	12
49	9.787557	9.889943	0.110057	9.897614	11
50	9.787720	9.890204	0.109796	9.897516	10
51	9.787883	9.890465	0.109535	9.897418	9
52	9.788045	9.890725	0.109275	9.897320	8
53	9.788208	9.890986	0.109014	9.897222	7
54	9.788370	9.891247	0.108753	9.897123	6
55	9.788532	9.891507	0.108493	9.897025	5
56	9.788694	9.891768	0.108232	9.896926	4
57	9.788856	9.892028	0.107972	9.896828	3
58	9.789018	9.892289	0.107711	9.896729	2
59	9.789180	9.892549	0.107451	9.896631	1
60	9.789342	9.892810	0.107190	9.896532	0
	Cosin. 52	Cotan. 52	Tang. 52	Sin. 52	′

′	Sin. 38	Tang. 38	Cotan. 38	Cosin. 38	
0	9.789342	9.892810	0.107190	9.896532	60
1	9.789504	9.893070	0.106930	9.896433	59
2	9.789665	9.893331	0.106669	9.896335	58
3	9.789827	.893591	0.106409	9.896236	57
4	9.789988	9.893851	0.106149	9.896137	56
5	9.790149	9.894111	0.105889	9.896038	55
6	9.790310	9.894372	0.105628	9.895939	54
7	9.790471	9.894632	0.105368	9.895840	53
8	9.790632	9.894892	0.105108	9.895741	52
9	9.790793	9.895152	0.104848	9.895641	51
10	9.790954	9.895412	0.104588	9.895542	50
11	9.791115	9.895672	0.104328	9.895443	49
12	9.791275	9.895932	0.104068	9.895343	48
13	9.791436	9.896192	0.103808	9.895244	47
14	9.791596	9.896452	0.103548	9.895145	46
15	9.791757	9.896712	0.103288	9.895045	45
16	9.791917	9.896971	0.103029	9.894945	44
17	9.792077	9.897231	0.102769	9.894846	43
18	9.792237	9.897491	0.102509	9.894746	42
19	9.792397	9.897751	0.102249	9.894646	41
20	9.792557	9.898010	0.101990	9.894546	40
21	9.792716	9.898270	0.101730	9.894446	39
22	9.792876	9.898530	0.101470	9.894346	38
23	9.793035	9.898789	0.101211	9.894246	37
24	9.793195	9.899049	0.100951	9.894146	36
25	9.793354	9.899308	0.100692	9.894046	35
26	9.793514	9.899568	0.100432	9.893946	34
27	9.793673	9.899827	0.100173	9.893846	33
28	9.793832	9.900086	0.099913	9.893745	32
29	9.793991	9.900346	0.099654	9.893645	31
30	9.794150	9.900605	0.099395	9.893544	30
31	9.794308	9.900864	0.099136	9.893444	29
32	9.794467	9.901124	0.098876	9.893343	28
33	9.794626	9.901383	0.098617	9.893243	27
34	9.794784	9.901642	0.098358	9.893142	26
35	9.794942	9.901901	0.098099	9.893041	25
36	9.795101	9.902160	0.097840	9.892940	24
37	9.795259	9.902420	0.097580	9.892839	23
38	9.795417	9.902679	0.097321	9.892739	22
39	9.795575	9.902938	0.097062	9.892638	21
40	9.795733	9.903197	0.096803	9.892536	20
41	9.795891	9.903456	0.096544	9.892435	19
42	9.796049	9.903714	0.096286	9.892334	18
43	9.796206	9.903973	0.096027	9.892233	17
44	9.796364	9.904232	0.095768	9.892132	16
45	9.796521	9.904491	0.095509	9.892030	15
46	9.796679	9.904750	0.095250	9.891929	14
47	9.796836	9.905008	0.094991	9.891827	13
48	9.796993	9.905267	0.094733	9.891726	12
49	9.797150	9.905526	0.094474	9.891624	11
50	9.797307	9.905785	0.094215	9.891523	10
51	9.797464	9.906043	0.093957	9.891421	9
52	9.797621	9.906302	0.093698	9.891319	8
53	9.797777	9.906560	0.093440	9.891217	7
54	9.797934	9.906819	0.093181	9.891115	6
55	9.798091	9.907077	0.092923	9.891013	5
56	9.798247	9.907336	0.092664	9.890911	4
57	9.798403	9.907594	0.092406	9.890809	3
58	9.798560	9.907853	0.092147	9.890707	2
59	9.798716	9.908111	0.091889	9.890605	1
60	9.798872	9.908369	0.091631	9.890503	0
	Cosin. 51	Cotan. 51	Tang. 51	Sin. 51	′

′	Sin. 39	Tang. 39	Cotan. 39	Cosin. 39	
0	9.798872	9.908369	0.091631	9.890503	60
1	9.799028	9.908628	0.091372	9.890400	59
2	9.799184	9.908886	0.091114	9.890298	58
3	9.799339	9.909144	0.090856	9.890195	57
4	9.799495	9.909402	0.090598	9.890093	56
5	9.799651	9.909660	0.090340	9.889990	55
6	9.799806	9.909918	0.090082	9.889888	54
7	9.799962	9.910177	0.089823	9.889785	53
8	9.800117	9.910435	0.089565	9.889682	52
9	9.800272	9.910693	0.089307	9.889579	51
10	9.800427	9.910951	0.089049	9.889477	50
11	9.800582	9.911209	0.088791	9.889374	49
12	9.800737	9.911467	0.088533	9.889271	48
13	9.800892	9.911725	0.088275	9.889168	47
14	9.801047	9.911982	0.088018	9.889064	46
15	9.801201	9.912240	0.087760	9.888961	45
16	9.801356	9.912498	0.087502	9.888858	44
17	9.801511	9.912756	0.087244	9.888755	43
18	9.801665	9.913014	0.086986	9.888651	42
19	9.801819	9.913271	0.086729	9.888548	41
20	9.801973	9.913529	0.086471	9.888444	40
21	9.802128	9.913787	0.086213	9.888341	39
22	9.802282	9.914044	0.085956	9.888237	38
23	9.802436	9.914302	0.085698	9.888134	37
24	9.802589	9.914560	0.085440	9.888030	36
25	9.802743	9.914817	0.085183	9.887926	35
26	9.802897	9.915075	0.084925	9.887822	34
27	9.803050	9.915332	0.084668	9.887718	33
28	9.803204	9.915590	0.084410	9.887614	32
29	9.803357	9.915847	0.084153	9.887510	31
30	9.803511	9.916104	0.083896	9.887406	30
31	9.803664	9.916362	0.083638	9.887302	29
32	9.803817	9.916619	0.083381	9.887198	28
33	9.803970	9.916877	0.083123	9.887093	27
34	9.804123	9.917134	0.082866	9.886989	26
35	9.804276	9.917391	0.082609	9.886885	25
36	9.804428	9.917648	0.082352	9.886780	24
37	9.804581	9.917906	0.082094	9.886676	23
38	9.804734	9.918163	0.081837	9.886571	22
39	9.804886	9.918420	0.081580	9.886466	21
40	9.805039	9.918677	0.081323	9.886362	20
41	9.805191	9.918934	0.081066	9.886257	19
42	9.805343	9.919191	0.080809	9.886152	18
43	9.805495	9.919448	0.080552	9.886047	17
44	9.805647	9.919705	0.080295	9.885942	16
45	9.805799	9.919962	0.080038	9.885837	15
46	9.805951	9.920219	0.079781	9.885732	14
47	9.806103	9.920476	0.079524	9.885627	13
48	9.806254	9.920733	0.079267	9.885522	12
49	9.806406	9.920990	0.079010	9.885416	11
50	9.806557	9.921247	0.078753	9.885311	10
51	9.806709	9.921503	0.078497	9.885205	9
52	9.806860	9.921760	0.078240	9.885100	8
53	9.807011	9.922017	0.077983	9.884994	7
54	9.807163	9.922274	0.077726	9.884889	6
55	9.807314	9.922530	0.077470	9.884783	5
56	9.807465	9.922787	0.077213	9.884677	4
57	9.807615	9.923044	0.076956	9.884572	3
58	9.807766	9.923300	0.076700	9.884466	2
59	9.807917	9.923557	0.076443	9.884360	1
60	9.808067	9.923814	0.076186	9.884254	0
	Cosin. 50	Cotan. 50	Tang. 50	Sin. 50	′

′	Sin. 40	Tang. 40	Cotan. 40	Cosin. 40	
0	9.808067	9.923814	0.076186	9.884254	60
1	9.808218	9.924070	0.075930	9.884148	59
2	9.808368	9.924327	0.075673	9.884042	58
3	9.808519	9.924583	0.075417	9.883936	57
4	9.808669	9.924840	0.075160	9.883829	56
5	9.808819	9.925096	0.074904	9.883723	55
6	9.808969	9.925352	0.074648	9.883617	54
7	9.809119	9.925609	0.074391	9.883510	53
8	9.809269	9.925865	0.074135	9.883404	52
9	9.809419	9.926122	0.073878	9.883297	51
10	9.809569	9.926378	0.073622	9.883191	50
11	9.809718	9.926634	0.073366	9.883084	49
12	9.809868	9.926890	0.073110	9.882977	48
13	9.810017	9.927147	0.072853	9.882871	47
14	9.810167	9.927403	0.072597	9.882764	46
15	9.810316	9.927659	0.072341	9.882657	45
16	9.810465	9.927915	0.072085	9.882550	44
17	9.810614	9.928171	0.071829	9.882443	43
18	9.810763	9.928427	0.071573	9.882336	42
19	9.810912	9.928684	0.071316	9.882229	41
20	9.811061	9.928940	0.071060	9.882121	40
21	9.811210	9.929196	0.070804	9.882014	39
22	9.811358	9.929452	0.070548	9.881907	38
23	9.811507	9.929708	0.070292	9.881799	37
24	9.811655	9.929964	0.070036	9.881692	36
25	9.811804	9.930220	0.069780	9.881584	35
26	9.811952	9.930475	0.069525	9.881477	34
27	9.812100	9.930731	0.069269	9.881369	33
28	9.812248	9.930987	0.069013	9.881261	32
29	9.812396	9.931243	0.068757	9.881153	31
30	9.812544	9.931499	0.068501	9.881046	30
31	9.812692	9.931755	0.068245	9.880938	29
32	9.812840	9.932010	0.067990	9.880830	28
33	9.812988	9.932266	0.067734	9.880722	27
34	9.813135	9.932522	0.067478	9.880613	26
35	9.813283	9.932778	0.067222	9.880505	25
36	9.813430	9.933033	0.066967	9.880397	24
37	9.813578	9.933289	0.066711	9.880289	23
38	9.813725	9.933545	0.066455	9.880180	22
39	9.813872	9.933800	0.066200	9.880072	21
40	9.814019	9.934056	0.065944	9.879963	20
41	9.814166	9.934311	0.065689	9.879855	19
42	9.814313	9.934567	0.065433	9.879746	18
43	9.814460	9.934822	0.065178	9.879637	17
44	9.814607	9.935078	0.064922	9.879529	16
45	9.814753	9.935333	0.064667	9.879420	15
46	9.814900	9.935589	0.064411	9.879311	14
47	9.815046	9.935844	0.064156	9.879202	13
48	9.815193	9.936100	0.063900	9.879093	12
49	9.815339	9.936355	0.063645	9.878984	11
50	9.815485	9.936611	0.063389	9.878875	10
51	9.815632	9.936866	0.063134	9.878766	9
52	9.815778	9.937121	0.062879	9.878656	8
53	9.815924	9.937377	0.062623	9.878547	7
54	9.816069	9.937632	0.062368	9.878438	6
55	9.816215	9.937887	0.062113	9.878328	5
56	9.816361	9.938142	0.061858	9.878219	4
57	9.816507	9.938398	0.061602	9.878109	3
58	9.816652	9.938653	0.061347	9.87799	2
59	9.816798	9.938908	0.061092	9.877890	1
60	9.816943	9.939163	0.060837	9.877780	0
	Cosin. 49	Cotan. 49	Tang. 49	Sin. 49	′

′	Sin. 41	Tang. 41	Cotan. 41	Cosin. 41	
0	9.816943	9.939163	0.060837	9.877780	60
1	9.817088	9.939418	0.060582	9.877670	59
2	9.817233	9.939673	0.060327	9.877560	58
3	9.817379	9.939928	0.060072	9.877450	57
4	9.817524	9.940183	0.059817	9.877340	56
5	9.817668	9.940439	0.059561	9.877230	55
6	9.817813	9.940694	0.059306	9.877120	54
7	9.817958	9.940949	0.059051	9.877010	53
8	9.818103	9.941204	0.058796	9.876899	52
9	9.818247	9.941459	0.058541	9.876789	51
10	9.818392	9.941713	0.058287	9.876678	50
11	9.818536	9.941968	0.058032	9.876568	49
12	9.818681	9.942223	0.057777	9.876457	48
13	9.818825	9.942478	0.057522	9.876347	47
14	9.818969	9.942733	0.057267	9.876236	46
15	9.819113	9.942988	0.057012	9.876125	45
16	9.819257	9.943243	0.056757	9.876014	44
17	9.819401	9.943498	0.056502	9.875904	43
18	9.819545	9.943752	0.056248	9.875793	42
19	9.819689	9.944007	0.055993	9.875682	41
20	9.819832	9.944262	0.055738	9.875571	40
21	9.819976	9.944517	0.055483	9.875459	39
22	9.820120	9.944771	0.055229	9.875348	38
23	9.820263	9.945026	0.054974	9.875237	37
24	9.820406	9.945281	0.054719	9.875126	36
25	9.820550	9.945535	0.054465	9.875014	35
26	9.820693	9.945790	0.054210	9.874903	34
27	9.820836	9.946045	0.053955	9.874791	33
28	9.820979	9.946299	0.053701	9.874680	32
29	9.821122	9.946554	0.053446	9.874568	31
30	9.821265	9.946808	0.053192	9.874456	30
31	9.821407	9.947063	0.052937	9.874344	29
32	9.821550	9.947318	0.052682	9.874232	28
33	9.821693	9.947572	0.052428	9.874121	27
34	9.821835	9.947827	0.052173	9.874009	26
35	9.821977	9.948081	0.051919	9.873896	25
36	9.822120	9.948335	0.051665	9.873784	24
37	9.822262	9.948590	0.051410	9.873672	23
38	9.822404	9.948844	0.051156	9.873560	22
39	9.822546	9.949099	0.050901	9.873448	21
40	9.822688	9.949353	0.050647	9.873335	20
41	9.822830	9.949608	0.050392	9.873223	19
42	9.822972	9.949862	0.050138	9.873110	18
43	9.823114	9.950116	0.049884	9.872998	17
44	9.823255	9.950371	0.049629	9.872885	16
45	9.823397	9.950625	0.049375	9.872772	15
46	9.823539	9.950879	0.049121	9.872659	14
47	9.823680	9.951133	0.048867	9.872547	13
48	9.823821	9.951388	0.048612	9.872434	12
49	9.823963	9.951642	0.048358	9.872321	11
50	9.824104	9.951896	0.048104	9.872208	10
51	9.824245	9.952150	0.047850	9.872095	9
52	9.824386	9.952405	0.047595	9.871981	8
53	9.824527	9.952659	0.047341	9.871868	7
54	9.824668	9.952913	0.047087	9.871755	6
55	9.824808	9.953167	0.046833	9.871641	5
56	9.824949	9.953421	0.046579	9.871528	4
57	9.825090	9.953675	0.046325	9.871414	3
58	9.825230	9.953929	0.046071	9.871301	2
59	9.825371	9.954183	0.045817	9.871187	1
60	9.825511	9.954437	0.045563	9.871073	0
	Cosin. 48	Cotan. 48	Tang. 48	Sin. 48	′

′	Sin. 42	Tang. 42	Cotan. 42	Cosin. 42	
0	9.825511	9.954437	0.045563	9.871073	60
1	9.825651	9.954691	0.045309	9.870960	59
2	9.825791	9.954946	0.045054	9.870846	58
3	9.825931	9.955200	0.044800	9.870732	57
4	9.826071	9.955454	0.044546	9.870618	56
5	9.826211	9.955708	0.044292	9.870504	55
6	9.826351	9.955961	0.044039	9.870390	54
7	9.826491	9.956215	0.043785	9.870276	53
8	9.826631	9.956469	0.043531	9.870161	52
9	9.826770	9.956723	0.043277	9.870047	51
10	9.826910	9.956977	0.043023	9.869933	50
11	9.827049	9.957231	0.042769	9.869818	49
12	9.827189	9.957485	0.042515	9.869704	48
13	9.827328	9.957739	0.042261	9.869589	47
14	9.827467	9.957993	0.042007	9.869474	46
15	9.827606	9.958247	0.041753	9.869360	45
16	9.827745	9.958500	0.041500	9.869245	44
17	9.827884	9.958754	0.041246	9.869130	43
18	9.828023	9.959008	0.040992	9.869015	42
19	9.828162	9.959262	0.040738	9.868900	41
20	9.828301	9.959516	0.040484	9.868785	40
21	9.828439	9.959769	0.040231	9.868670	39
22	9.828578	9.960023	0.039977	9.868555	38
23	9.828716	9.960277	0.039723	9.868440	37
24	9.828855	9.960530	0.039470	9.868324	36
25	9.828993	9.960784	0.039216	9.868209	35
26	9.829131	9.961038	0.038962	9.868093	34
27	9.829269	9.961292	0.038708	9.867978	33
28	9.829407	9.961545	0.038455	9.867862	32
29	9.829545	9.961799	0.038201	9.867747	31
30	9.829683	9.962052	0.037948	9.867631	30
31	9.829821	9.962306	0.037694	9.867515	29
32	9.829959	9.962560	0.037440	9.867399	28
33	9.830097	9.962813	0.037187	9.867283	27
34	9.830234	9.963067	0.036933	9.867167	26
35	9.830372	9.963320	0.036680	9.867051	25
36	9.830509	9.963574	0.036426	9.866935	24
37	9.830646	9.963828	0.036172	9.866819	23
38	9.830784	9.964081	0.035919	9.866703	22
39	9.830921	9.964335	0.035665	9.866586	21
40	9.831058	9.964588	0.035412	9.866470	20
41	9.831195	9.964842	0.035158	9.866353	19
42	9.831332	9.965095	0.034905	9.866237	18
43	9.831469	9.965349	0.034651	9.866120	17
44	9.831606	9.965602	0.034398	9.866004	16
45	9.831742	9.965855	0.034145	9.865887	15
46	9.831879	9.966109	0.033891	9.865770	14
47	9.832015	9.966362	0.033638	9.865653	13
48	9.832152	9.966616	0.033384	9.865536	12
49	9.832288	9.966869	0.033131	9.865419	11
50	9.832425	9.967123	0.032877	9.865302	10
51	9.832561	9.967376	0.032624	9.865185	9
52	9.832697	9.967629	0.032371	9.865068	8
53	9.832833	9.967883	0.032117	9.864950	7
54	9.832969	9.968136	0.031864	9.864833	6
55	9.833105	9.968389	0.031611	9.864716	5
56	9.833241	9.968643	0.031357	9.864598	4
57	9.833377	9.968896	0.031104	9.864481	3
58	9.833512	9.969149	0.030851	9.864363	2
59	9.833648	9.969403	0.030597	9.864245	1
60	9.833783	9.969656	0.030344	9.864127	0
	Cosin. 47	Cotan. 47	Tang. 47	Sin. 47	′

′	Sin. 43	Tang. 43	Cotan. 43	Cosin. 43	
0	9.833783	9.969656	0.030344	9.864127	60
1	9.833919	9.969909	0.030091	9.864010	59
2	9.834054	9.970162	0.029838	9.863892	58
3	9.834189	9.970416	0.029584	9.863774	57
4	9.834325	9.970669	0.029331	9.863656	56
5	9.834460	9.970922	0.029078	9.863538	55
6	9.834595	9.971175	0.028825	9.863419	54
7	9.834730	9.971429	0.028571	9.863301	53
8	9.834865	9.971682	0.028318	9.863183	52
9	9.834999	9.971935	0.028065	9.863064	51
10	9.835134	9.972188	0.027812	9.862946	50
11	9.835269	9.972441	0.027559	9.862827	49
12	9.835403	9.972695	0.027305	9.862709	48
13	9.835538	9.972948	0.027052	9.862590	47
14	9.835672	9.973201	0.026799	9.862471	46
15	9.835807	9.973454	0.026546	9.862353	45
16	9.835941	9.973707	0.026293	9.862234	44
17	9.836075	9.973960	0.026040	9.862115	43
18	9.836209	9.974213	0.025787	9.861996	42
19	9.836343	9.974466	0.025534	9.861877	41
20	9.836477	9.974720	0.025280	9.861758	40
21	9.836611	9.974973	0.025027	9.861638	39
22	9.836745	9.975226	0.024774	9.861519	38
23	9.836878	9.975479	0.024521	9.861400	37
24	9.837012	9.975732	0.024268	9.861280	36
25	9.837146	9.975985	0.024015	9.861161	35
26	9.837279	9.976238	0.023762	9.861041	34
27	9.837412	9.976491	0.023509	9.860922	33
28	9.837546	9.976744	0.023256	9.860802	32
29	9.837679	9.976997	0.023003	9.860682	31
30	9.837812	9.977250	0.022750	9.860562	30
31	9.837945	9.977503	0.022497	9.860442	29
32	9.838078	9.977756	0.022244	9.860322	28
33	9.838211	9.978009	0.021991	9.860202	27
34	9.838344	9.978262	0.021738	9.860082	26
35	9.838477	9.978515	0.021485	9.859962	25
36	9.838610	9.978768	0.021232	9.859842	24
37	9.838742	9.979021	0.020979	9.859721	23
38	9.838875	9.979274	0.020726	9.859601	22
39	9.839007	9.979527	0.020473	9.859480	21
40	9.839140	9.979780	0.020220	9.859360	20
41	9.839272	9.980033	0.019967	9.859239	19
42	9.839404	9.980286	0.019714	9.859119	18
43	9.839536	9.980538	0.019462	9.858998	17
44	9.839668	9.980791	0.019209	9.858877	16
45	9.839800	9.981044	0.018956	9.858756	15
46	9.839932	9.981297	0.018703	9.858635	14
47	9.840064	9.981550	0.018450	9.858514	13
48	9.840196	9.981803	0.018157	9.858393	12
49	9.840328	9.982056	0.017944	9.858272	11
50	9.840459	9.982309	0.017691	9.858151	10
51	9.840591	9.982562	0.017438	9.858029	9
52	9.840722	9.982814	0.017186	9.857908	8
53	9.840854	9.983067	0.016933	9.857786	7
54	9.840985	9.983320	0.016680	9.857665	6
55	9.841116	9.983573	0.016427	9.857543	5
56	9.841247	9.983826	0.016174	9.857422	4
57	9.841378	9.984079	0.015921	9.857300	3
58	9.841509	9.984332	0.015668	9.857178	2
59	9.841640	9.984584	0.015416	9.857056	1
60	9.841771	9.984837	0.015163	9.856934	0
	Cosin. 46	Cotan. 46	Tang. 46	Sin. 46	′

′	Sin. 44	Tang. 44	Cotan. 44	Cosin. 44	
0	9.841771	9.984837	0.015163	9.856934	60
1	9.841902	9.985090	0.014910	9.856812	59
2	9.842033	9.985343	0.014657	9.856690	58
3	9.842163	9.985596	0.014404	9.856568	57
4	9.842294	9.985848	0.014152	9.856446	56
5	9.842424	9.986101	0.013899	9.856323	55
6	9.842555	9.986354	0.013646	9.856201	54
7	9.842685	9.986607	0.013393	9.856078	53
8	9.842815	9.986860	0.013140	9.855956	52
9	9.842946	9.987112	0.012888	9.855833	51
10	9.843076	9.987365	0.012635	9.855711	50
11	9.843206	9.987618	0.012382	9.855588	49
12	9.843336	9.987871	0.012129	9.855465	48
13	9.843466	9.988123	0.011877	9.855342	47
14	9.843595	9.988376	0.011624	9.855219	46
15	9.843725	9.988629	0.011371	9.855096	45
16	9.843855	9.988882	0.011118	9.854973	44
17	9.843984	9.989134	0.010866	9.854850	43
18	9.844114	9.989387	0.010613	9.854727	42
19	9.844243	9.989640	0.010360	9.854603	41
20	9.844372	9.989893	0.010107	9.854480	40
21	9.844502	9.990145	0.009855	9.854356	39
22	9.844631	9.990398	0.009602	9.854233	38
23	9.844760	9.990651	0.009349	9.854109	37
24	9.844889	9.990903	0.009097	9.853986	36
25	9.845018	9.991156	0.008844	9.853862	35
26	9.845147	9.991409	0.008591	9.853738	34
27	9.845276	9.991662	0.008338	9.853614	33
28	9.845405	9.991914	0.008086	9.853490	32
29	9.845533	9.992167	0.007833	9.853366	31
30	9.845662	9.992420	0.007580	9.853242	30
	Cosin. 45	Cotan. 45	Tang. 45	Sin. 45	′

′	Sin. 44	Tang. 44	Cotan. 44	Cosin. 44	
30	9.845662	9.992420	0.007580	9.853242	30
31	9.845790	9.992672	0.007328	9.853118	29
32	9.845919	9.992925	0.007075	9.852994	28
33	9.846047	9.993178	0.006822	9.852869	27
34	9.846175	9.993431	0.006569	9.852745	26
35	9.846304	9.993683	0.006317	9.852620	25
36	9.846432	9.993936	0.006064	9.852496	24
37	9.846560	9.994189	0.005811	9.852371	23
38	9.846688	9.994441	0.005559	9.852247	22
39	9.846816	9.994694	0.005306	9.852122	21
40	9.846944	9.994947	0.005053	9.851997	20
41	9.847071	9.995199	0.004801	9.851872	19
42	9.847199	9.995452	0.004548	9.851747	18
43	9.847327	9.995705	0.004295	9.851622	17
44	9.847454	9.995957	0.004043	9.851497	16
45	9.847582	9.996210	0.003790	9.851372	15
46	9.847709	9.996463	0.003537	9.851246	14
47	9.847836	9.996715	0.003285	9.851121	13
48	9.847964	9.996968	0.003032	9.850996	12
49	9.848091	9.997221	0.002779	9.850870	11
50	9.848218	9.997473	0.002527	9.850745	10
51	9.848345	9.997726	0.002274	9.850619	9
52	9.848472	9.997979	0.002021	9.850493	8
53	9.848599	9.998231	0.001769	9.850368	7
54	9.848726	9.998484	0.001516	9.850242	6
55	9.848852	9.998737	0.001263	9.850116	5
56	9.848979	9.998989	0.001011	9.849990	4
57	9.849106	9.999242	0.000758	9.849864	3
58	9.849232	9.999495	0.000505	9.849738	2
59	9.849359	9.999747	0.000253	9.849611	1
60	9.849485	0.000000	0.000000	9.849485	0
	Cosin. 45	Cotan. 45	Tang. 45	Sin. 45	′

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
0	inf. neg.								
1	0.000000	61	1.785330	121	2.082785	181	2.257679	241	2.382017
2	0.301030	62	1.792392	122	2.086360	182	2.260071	242	2.383815
3	0.477121	63	1.799341	123	2.089905	183	2.262451	243	2.385606
4	0.602060	64	1.806180	124	2.093422	184	2.264818	244	2.387390
5	0.698970	65	1.812913	125	2.096910	185	2.267172	245	2.389166
6	0.778151	66	1.819544	126	2.100371	186	2.269513	246	2.390935
7	0.845098	67	1.826075	127	2.103804	187	2.271842	247	2.392697
8	0.903090	68	1.832509	128	2.107210	188	2.274158	248	2.394452
9	0.954243	69	1.838849	129	2.110590	189	2.276462	249	2.396199
10	1.000000	70	1.845098	130	2.113943	190	2.278754	250	2.397940
11	1.041393	71	1.851258	131	2.117271	191	2.281033	251	2.399674
12	1.079181	72	1.857332	132	2.120574	192	2.283301	252	2.401400
13	1.113943	73	1.863323	133	2.123852	193	2.285557	253	2.403121
14	1.146128	74	1.869232	134	2.127105	194	2.287802	254	2.404834
15	1.176091	75	1.875061	135	2.130334	195	2.290035	255	2.406540
16	1.204120	76	1.880814	136	2.133539	196	2.292256	256	2.408240
17	1.230449	77	1.886491	137	2.136721	197	2.294466	257	2.409933
18	1.255273	78	1.892095	138	2.139879	198	2.296665	258	2.411620
19	1.278754	79	1.897627	139	2.143015	199	2.298853	259	2.413300
20	1.301030	80	1.903090	140	2.146128	200	2.301030	260	2.414973
21	1.322219	81	1.908485	141	2.149219	201	2.303196	261	2.416641
22	1.342423	82	1.913814	142	2.152288	202	2.305351	262	2.418301
23	1.361728	83	1.919078	143	2.155336	203	2.307496	263	2.419956
24	1.380211	84	1.924279	144	2.158362	204	2.309630	264	2.421604
25	1.397940	85	1.929419	145	2.161368	205	2.311754	265	2.423246
26	1.414973	86	1.934498	146	2.164353	206	2.313867	266	2.424882
27	1.431364	87	1.939519	147	2.167317	207	2.315970	267	2.426511
28	1.447158	88	1.944483	148	2.170262	208	2.318063	268	2.428135
29	1.462398	89	1.949390	149	2.173186	209	2.320146	269	2.429752
30	1.477121	90	1.954243	150	2.176091	210	2.322219	270	2.431364
31	1.491362	91	1.959041	151	2.178977	211	2.324282	271	2.432969
32	1.505150	92	1.963788	152	2.181844	212	2.326336	272	2.434569
33	1.518514	93	1.968483	153	2.184691	213	2.328380	273	2.436163
34	1.531479	94	1.973128	154	2.187521	214	2.330414	274	2.437751
35	1.544068	95	1.977724	155	2.190332	215	2.332438	275	2.439333
36	1.556303	96	1.982271	156	2.193125	216	2.334454	276	2.440909
37	1.568202	97	1.986772	157	2.195900	217	2.336460	277	2.442480
38	1.579784	98	1.991226	158	2.198657	218	2.338456	278	2.444045
39	1.591065	99	1.995635	159	2.201397	219	2.340444	279	2.445604
40	1.602060	100	2.000000	160	2.204120	220	2.342423	280	2.447158
41	1.612784	101	2.004321	161	2.206826	221	2.344392	281	2.448706
42	1.623249	102	2.008600	162	2.209515	222	2.346353	282	2.450249
43	1.633468	103	2.012837	163	2.212188	223	2.348305	283	2.451786
44	1.643453	104	2.017033	164	2.214844	224	2.350248	284	2.453318
45	1.653213	105	2.021189	165	2.217484	225	2.352183	285	2.454845
46	1.662758	106	2.025306	166	2.220108	226	2.354108	286	2.456366
47	1.672098	107	2.029384	167	2.222716	227	2.356026	287	2.457882
48	1.681241	108	2.033424	168	2.225309	228	2.357935	288	2.459392
49	1.690196	109	2.037426	169	2.227887	229	2.359835	289	2.460898
50	1.698970	110	2.041393	170	2.230449	230	2.361728	290	2.462398
51	1.707570	111	2.045323	171	2.232996	231	2.363612	291	2.463893
52	1.716003	112	2.049218	172	2.235528	232	2.365488	292	2.465383
53	1.724276	113	2.053078	173	2.238046	233	2.367356	293	2.466868
54	1.732394	114	2.056905	174	2.240549	234	2.369216	294	2.468347
55	1.740363	115	2.060698	175	2.243038	235	2.371068	295	2.469822
56	1.748188	116	2.064458	176	2.245513	236	2.372912	296	2.471292
57	1.755875	117	2.068186	177	2.247973	237	2.374748	297	2.472756
58	1.763428	118	2.071882	178	2.250420	238	2.376577	298	2.474216
59	1.770852	119	2.075547	179	2.252853	239	2.378398	299	2.475671
60	1.778151	120	2.079181	180	2.255273	240	2.380211	300	2.477121

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
301	2.478566	361	2.557507	421	2.624282	481	2.682145	541	2.733197
302	2.480007	362	2.558709	422	2.625312	482	2.683047	542	2.733999
303	2.481443	363	2.559907	423	2.626340	483	2.683947	543	2.734800
304	2.482874	364	2.561101	424	2.627366	484	2.684845	544	2.735599
305	2.484300	365	2.562293	425	2.628389	485	2.685742	545	2.736397
306	2.485721	366	2.563481	426	2.629410	486	2.686636	546	2.737193
307	2.487138	367	2.564666	427	2.630428	487	2.687529	547	2.737987
308	2.488551	368	2.565848	428	2.631444	488	2.688420	548	2.738781
309	2.489958	369	2.567026	429	2.632457	489	2.689309	549	2.739572
310	2.491362	370	2.568202	430	2.633468	490	2.690196	550	2.740363
311	2.492760	371	2.569374	431	2.634477	491	2.691081	551	2.741152
312	2.494155	372	2.570543	432	2.635484	492	2.691965	552	2.741939
313	2.495544	373	2.571709	433	2.636488	493	2.692847	553	2.742725
314	2.496930	374	2.572872	434	2.637490	494	2.693727	554	2.743510
315	2.498311	375	2.574031	435	2.638489	495	2.694605	555	2.744293
316	2.499687	376	2.575188	436	2.639486	496	2.695482	556	2.745075
317	2.501059	377	2.576341	437	2.640481	497	2.696356	557	2.745855
318	2.502427	378	2.577492	438	2.641474	498	2.697229	558	2.746634
319	2.503791	379	2.578639	439	2.642465	499	2.698101	559	2.747412
320	2.505150	380	2.579784	440	2.643453	500	2.698970	560	2.748188
321	2.506505	381	2.580925	441	2.644439	501	2.699838	561	2.748963
322	2.507856	382	2.582063	442	2.645422	502	2.700704	562	2.749736
323	2.509203	383	2.583199	443	2.646404	503	2.701568	563	2.750508
324	2.510545	384	2.584331	444	2.647383	504	2.702431	564	2.751279
325	2.511883	385	2.585461	445	2.648360	505	2.703291	565	2.752048
326	2.513218	386	2.586587	446	2.649335	506	2.704151	566	2.752816
327	2.514548	387	2.587711	447	2.650307	507	2.705008	567	2.753583
328	2.515874	388	2.588832	448	2.651278	508	2.705864	568	2.754348
329	2.517196	389	2.589950	449	2.652246	509	2.706718	569	2.755112
330	2.518514	390	2.591065	450	2.653212	510	2.707570	570	2.755875
331	2.519828	391	2.592177	451	2.654176	511	2.708421	571	2.756636
332	2.521138	392	2.593286	452	2.655138	512	2.709270	572	2.757396
333	2.522444	393	2.594393	453	2.656098	513	2.710117	573	2.758155
334	2.523746	394	2.595496	454	2.657056	514	2.710963	574	2.758912
335	2.525045	395	2.596597	455	2.658011	515	2.711807	575	2.759668
336	2.526339	396	2.597695	456	2.658965	516	2.712650	576	2.760422
337	2.527630	397	2.598791	457	2.659916	517	2.713491	577	2.761176
338	2.528917	398	2.599883	458	2.660865	518	2.714330	578	2.761928
339	2.530200	399	2.600973	459	2.661813	519	2.715167	579	2.762679
340	2.531479	400	2.602060	460	2.662758	520	2.716003	580	2.763428
341	2.532754	401	2.603144	461	2.663701	521	2.716838	581	2.764176
342	2.534026	402	2.604226	462	2.664642	522	2.717671	582	2.764923
343	2.535294	403	2.605305	463	2.665581	523	2.718502	583	2.765669
344	2.536558	404	2.606381	464	2.666518	524	2.719331	584	2.766413
345	2.537819	405	2.607455	465	2.667453	525	2.720159	585	2.767156
346	2.539076	406	2.608526	466	2.668386	526	2.720986	586	2.767898
347	2.540329	407	2.609594	467	2.669317	527	2.721811	587	2.768638
348	2.541579	408	2.610660	468	2.670246	528	2.722634	588	2.769377
349	2.542825	409	2.611723	469	2.671173	529	2.723456	589	2.770115
350	2.544068	410	2.612784	470	2.672098	530	2.724276	590	2.770852
351	2.545307	411	2.613842	471	2.673021	531	2.725094	591	2.771587
352	2.546543	412	2.614897	472	2.673942	532	2.725912	592	2.772322
353	2.547775	413	2.615950	473	2.674861	533	2.726727	593	2.773055
354	2.549003	414	2.617000	474	2.675778	534	2.727541	594	2.773786
355	2.550228	415	2.618048	475	2.676694	535	2.728354	595	2.774517
356	2.551450	416	2.619093	476	2.677607	536	2.729165	596	2.775246
357	2.552668	417	2.620136	477	2.678518	537	2.729974	597	2.775974
358	2.553883	418	2.621176	478	2.679428	538	2.730782	598	2.776701
359	2.555094	419	2.622214	479	2.680336	539	2.731589	599	2.777427
360	2.556303	420	2.623249	480	2.681241	540	2.732394	600	2.778151

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
601	2.778874	661	2.820201	721	2.857935	781	2.892651	841	2.924796
602	2.779596	662	2.820858	722	2.858537	782	2.893207	842	2.925312
603	2.780317	663	2.821514	723	2.859138	783	2.893762	843	2.925828
604	2.781037	664	2.822168	724	2.859739	784	2.894316	844	2.926342
605	2.781755	665	2.822822	725	2.860338	785	2.894870	845	2.926857
606	2.782473	666	2.823474	726	2.860937	786	2.895423	846	2.927370
607	2.783189	667	2.824126	727	2.861534	787	2.895975	847	2.927883
608	2.783904	668	2.824776	728	2.862131	788	2.896526	848	2.928396
609	2.784617	669	2.825426	729	2.862728	789	2.897077	849	2.928908
610	2.785330	670	2.826075	730	2.863323	790	2.897627	850	2.929419
611	2.786041	671	2.826723	731	2.863917	791	2.898176	851	2.929930
612	2.786751	672	2.827369	732	2.864511	792	2.898725	852	2.930440
613	2.787460	673	2.828015	733	2.865104	793	2.899273	853	2.930949
614	2.788168	674	2.828660	734	2.865696	794	2.899821	854	2.931458
615	2.788875	675	2.829304	735	2.866287	795	2.900367	855	2.931966
616	2.789581	676	2.829947	736	2.866878	796	2.900913	856	2.932474
617	2.790285	677	2.830589	737	2.867467	797	2.901458	857	2.932981
618	2.790988	678	2.831230	738	2.868056	798	2.902003	858	2.933487
619	2.791691	679	2.831870	739	2.868644	799	2.902547	859	2.933993
620	2.792392	680	2.832509	740	2.869232	800	2.903090	860	2.934498
621	2.793092	681	2.833147	741	2.869818	801	2.903633	861	2.935003
622	2.793790	682	2.833784	742	2.870404	802	2.904174	862	2.935507
623	2.794488	683	2.834421	743	2.870989	803	2.904716	863	2.936011
624	2.795185	684	2.835056	744	2.871573	804	2.905256	864	2.936514
625	2.795880	685	2.835691	745	2.872156	805	2.905796	865	2.937016
626	2.796574	686	2.836324	746	2.872739	806	2.906335	866	2.937518
627	2.797268	687	2.836957	747	2.873321	807	2.906874	867	2.938019
628	2.797960	688	2.837588	748	2.873902	808	2.907411	868	2.938520
629	2.798651	689	2.838219	749	2.874482	809	2.907949	869	2.939020
630	2.799341	690	2.838849	750	2.875061	810	2.908485	870	2.939519
631	2.800029	691	2.839478	751	2.875640	811	2.909021	871	2.940018
632	2.800717	692	2.840106	752	2.876218	812	2.909556	872	2.940516
633	2.801404	693	2.840733	753	2.876795	813	2.910091	873	2.941014
634	2.802089	694	2.841359	754	2.877371	814	2.910624	874	2.941511
635	2.802774	695	2.841985	755	2.877947	815	2.911158	875	2.942008
636	2.803457	696	2.842609	756	2.878522	816	2.911690	876	2.942504
637	2.804139	697	2.843233	757	2.879096	817	2.912222	877	2.943000
638	2.804821	698	2.843855	758	2.879669	818	2.912753	878	2.943495
639	2.805501	699	2.844477	759	2.880242	819	2.913284	879	2.943989
640	2.806180	700	2.845098	760	2.880814	820	2.913814	880	2.944483
641	2.806858	701	2.845718	761	2.881385	821	2.914343	881	2.944976
642	2.807535	702	2.846337	762	2.881955	822	2.914872	882	2.945469
643	2.808211	703	2.846955	763	2.882525	823	2.915400	883	2.945961
644	2.808886	704	2.847573	764	2.883093	824	2.915927	884	2.946452
645	2.809560	705	2.848189	765	2.883661	825	2.916454	885	2.946943
646	2.810232	706	2.848805	766	2.884229	826	2.916980	886	2.947434
647	2.810904	707	2.849419	767	2.884795	827	2.917506	887	2.947924
648	2.811575	708	2.850033	768	2.885361	828	2.918030	888	2.948413
649	2.812245	709	2.850646	769	2.885926	829	2.918555	889	2.948902
650	2.812913	710	2.851258	770	2.886491	830	2.919078	890	2.949390
651	2.813581	711	2.851870	771	2.887054	831	2.919601	891	2.949878
652	2.814248	712	2.852480	772	2.887617	832	2.920123	892	2.950365
653	2.814913	713	2.853090	773	2.888179	833	2.920645	893	2.950851
654	2.815578	714	2.853698	774	2.888741	834	2.921166	894	2.951338
655	2.816241	715	2.854306	775	2.889302	835	2.921686	895	2.951823
656	2.816904	716	2.854913	776	2.889862	836	2.922206	896	2.952308
657	2.817565	717	2.855519	777	2.890421	837	2.922725	897	2.952792
658	2.818226	718	2.856124	778	2.890980	838	2.923244	898	2.953276
659	2.818885	719	2.856729	779	2.891537	839	2.923762	899	2.953760
660	2.819544	720	2.857332	780	2.892095	840	2.924279	900	2.954243

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
901	2.954725	961	2.982723	1021	3.009026	1081	3.033826	1141	3.057286
902	2.955207	962	2.983175	22	3.009451	82	3.034227	42	3.057666
903	2.955688	963	2.983626	23	3.009876	83	3.034618	43	3.058046
904	2.956168	964	2.984077	24	3.010300	84	3.035029	44	3.058426
905	2.956649	965	2.984527	25	3.010724	85	3.035430	45	3.058805
906	2.957128	966	2.984977	1026	3.011147	1086	3.035830	1146	3.059185
907	2.957607	967	2.985426	27	3.011570	87	3.036229	47	3.059563
908	2.958086	968	2.985875	28	3.011993	88	3.036629	48	3.059942
909	2.958564	969	2.986324	29	3.012415	89	3.037028	49	3.060320
910	2.959041	970	2.986772	30	3.012837	90	3.037426	50	3.060698
911	2.959518	971	0.987219	1031	3.013259	1091	3.037825	1151	3.061075
912	2.959995	972	2.987666	32	3.013680	92	3.038223	52	3.061452
913	2.960471	973	2.988113	33	3.014100	93	3.038620	53	3.061829
914	2.960946	974	2.988559	34	3.014521	94	3.039017	54	3.062206
915	2.961421	975	2.989005	35	3.014940	95	3.039414	55	3.062582
916	2.961895	976	2.989450	1036	3.015360	1096	3.039811	1156	3.062958
917	2.962369	977	2.989895	37	3.015779	97	3.040207	57	3.063333
918	2.962843	978	2.990339	38	3.016197	98	3.040602	58	3.063709
919	2.963316	979	2.990783	39	3.016616	99	3.040998	59	3.064083
920	2.963788	980	2.991226	40	3.017033	1100	3.041393	60	3.064458
921	2.964260	981	2.991669	1041	3.017451	1101	3.041787	1161	3.064832
922	2.964731	982	2.992111	42	3.017868	2	3.042182	62	3.065206
923	2.965202	983	2.992554	43	3.018284	3	3.042576	63	3.065580
924	2.965672	984	2.992995	44	3.018700	4	3.042969	64	3.065953
925	2.966142	985	2.993436	45	3.019116	5	3.043362	65	3.066326
926	2.966611	986	2.993877	1046	3.019532	1106	3.043755	1166	3.066699
927	2.967080	987	2.994317	47	3.019947	7	3.044148	67	3.067071
928	2.967548	988	2.994757	48	3.020361	8	3.044540	68	3.067443
929	2.968016	989	2.995196	49	3.020775	9	3.044932	69	3.067815
930	2.968483	990	2.995635	50	3.021189	10	3.045323	70	3.068186
931	2.968950	991	2.996074	1051	3.021603	1111	3.045714	1171	3.068557
932	2.969416	992	2.996512	52	3.022016	12	3.046105	72	3.068928
933	2.969882	993	2.996949	53	3.022428	13	3.046495	73	3.069298
934	2.970347	994	2.997386	54	3.022841	14	3.046885	74	3.069668
935	2.970812	995	2.997823	55	3.023252	15	3.047275	75	3.070038
936	2.971276	996	2.998259	1056	3.023664	1116	3.047664	1176	3.070407
937	2.971740	997	2.998695	57	3.024075	17	3.048053	77	3.070776
938	2.972203	998	2.999131	58	3.024486	18	3.048442	78	3.071145
939	2.972666	999	2.999565	59	3.024896	19	3.048830	79	3.071514
940	2.973128	1000	3.000000	60	3.025306	20	3.049218	80	3.071882
941	2.973590	1001	3.000434	1061	3.025715	1121	3.049606	1181	3.072250
942	2.974051	2	3.000868	62	3.026125	22	3.049993	82	3.072617
943	2.974512	3	3.001301	63	3.026533	23	3.050380	83	3.072985
944	2.974972	4	3.001734	64	3.026942	24	3.050766	84	3.073352
945	2.975432	5	3.002166	65	3.027350	25	3.051153	85	3.073718
946	2.975891	1006	3.002598	1066	3.027757	1126	3.051538	1186	3.074085
947	2.976350	7	3.003029	67	3.028164	27	3.051924	87	3.074451
948	2.976808	8	3.003461	68	3.028571	28	3.052309	88	3.074816
949	2.977266	9	3.003891	69	3.028978	29	3.052694	89	3.075182
950	2.977724	10	3.004321	70	3.029384	30	3.053078	90	3.075547
951	2.978181	1011	3.004751	1071	3.029789	1131	3.053463	1191	3.075912
952	2.978637	12	3.005181	72	3.030195	32	3.053846	92	3.076276
953	2.979093	13	3.005609	73	3.030600	33	3.054230	93	3.076640
954	2.979548	14	3.006038	74	3.031004	34	3.054613	94	3.077004
955	2.980003	15	3.006466	75	3.031408	35	3.054996	95	3.077368
956	2.980458	1016	3.006894	1076	3.031812	1136	3.055378	1196	3.077731
957	2.980912	17	3.007321	77	3.032216	37	3.055760	97	3.078094
958	2.981366	18	3.007748	78	3.032619	38	3.056142	98	3.078457
959	2.981819	19	3.008174	79	3.033021	39	3.056524	99	3.078819
960	2.982271	20	3.008600	80	3.033424	40	3.056905	1200	3.079181

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
1201	3.079543	1261	3.100715	1321	3.120903	1381	3.140194	1441	3.158664
2	3.079904	62	3.101059	22	3.121231	82	3.140508	42	3.158965
3	3.080266	63	3.101403	23	3.121560	83	3.140822	43	3.159266
4	3.080626	64	3.101747	24	3.121888	84	3.141136	44	3.159567
5	3.080987	65	3.102091	25	3.122216	85	3.141450	45	3.159868
1206	3.081347	1266	3.102434	1326	3.122544	1386	3.141763	1446	3.160168
7	3.081707	67	3.102777	27	3.122871	87	3.142076	47	3.160468
8	3.082067	68	3.103119	28	3.123198	88	3.142389	48	3.160769
9	3.082426	69	3.103462	29	3.123525	89	3.142702	49	3.161068
10	3.082785	70	3.103804	30	3.123852	90	3.143015	50	3.161368
1211	3.083144	1271	3.104146	1331	3.124178	1391	3.143327	1451	3.161667
12	3.083503	72	3.104487	32	3.124504	92	3.143639	52	3.161967
13	3.083861	73	3.104828	33	3.124830	93	3.143951	53	3.162266
14	3.084219	74	3.105169	34	3.125156	94	3.144263	54	3.162564
15	3.084576	75	3.105510	35	3.125481	95	3.145574	55	3.162863
1216	3.084934	1276	3.105851	1336	3.125806	1396	3.144885	1456	3.163161
17	3.085291	77	3.106191	37	3.126131	97	3.145196	57	3.163460
18	3.085647	78	3.106531	38	3.126456	98	3.145507	58	3.163758
19	3.086004	79	3.106871	39	3.126781	99	3.145818	59	3.164055
20	3.086360	80	3.107210	40	3.127105	1400	3.146128	60	3.164353
1221	3.086716	1281	3.107549	1341	3.127429	1401	3.146438	1461	3.164650
22	3.087071	82	3.107888	42	3.127753	2	3.146748	62	3.164947
23	3.087426	83	3.108227	43	3.128076	3	3.147058	63	3.165244
24	3.087781	84	3.108565	44	3.128399	4	3.147367	64	3.165541
25	3.088136	85	3.108903	45	3.128722	5	3.147676	65	3.165838
1226	3.088490	1286	3.109241	1346	3.129045	1406	3.147985	1466	3.166134
27	3.088845	87	3.109579	47	3.129368	7	3.148294	67	3.166430
28	3.089198	88	3.109916	48	3.129690	8	3.148603	68	3.166726
29	3.089552	89	3.110253	49	3.130012	9	3.148911	69	3.167022
30	3.089905	90	3.110590	50	3.130334	10	3.149219	70	3.167317
1231	3.090258	1291	3.110926	1351	3.130655	1411	3.149527	1471	3.167613
32	3.090611	92	3.111263	52	3.130977	12	3.149835	72	3.167908
33	3.090963	93	3.111599	53	3.131298	13	3.150142	73	3.168203
34	3.091315	94	3.111934	54	3.131619	14	3.150449	74	3.168497
35	3.091667	95	3.112270	55	3.131939	15	3.150756	75	3.168792
1236	3.092018	1296	3.112605	1356	3.132260	1416	3.151063	1476	3.169086
37	3.092370	97	3.112940	57	3.132580	17	3.151370	77	3.169380
38	3.092721	98	3.113275	58	3.132900	18	3.151676	78	3.169674
39	3.093071	99	3.113609	59	3.133219	19	3.151982	79	3.169968
40	3.093422	1300	3.113943	60	3.133539	20	3.152288	80	3.170262
1241	3.093772	1301	3.114277	1361	3.133858	1421	3.152594	1481	3.170555
42	3.094122	2	3.114611	62	3.134177	22	3.152900	82	3.170848
43	3.094471	3	3.114944	63	3.134496	23	3.153205	83	3.171141
44	3.094820	4	3.115278	64	3.134814	24	3.153510	84	3.171434
45	3.095169	5	3.115611	65	3.135133	25	3.153815	85	3.171726
1246	3.095518	1306	3.115943	1366	3.135451	1426	3.154120	1486	3.172019
47	3.095866	7	3.116276	67	3.135769	27	3.154424	87	3.172311
48	3.096215	8	3.116608	68	3.136086	28	3.154728	88	3.172603
49	3.096562	9	3.116940	69	3.136403	29	3.155032	89	3.172895
50	3.096910	10	3.117271	70	3.136721	30	3.155336	90	3.173186
1251	3.097257	1311	3.117603	1371	3.137037	1431	3.155640	1491	3.173478
52	3.097604	12	3.117934	72	3.137354	32	3.155943	92	3.173769
53	3.097951	13	3.118265	73	3.137671	33	3.156246	93	3.174060
54	3.098298	14	3.118595	74	3.137987	34	3.156549	94	3.174351
55	3.098644	15	3.118926	75	3.138303	35	3.156852	95	3.174641
1256	3.098990	1316	3.119256	1376	3.138618	1436	3.157154	1496	3.174932
57	3.099335	17	3.119586	77	3.138934	37	3.157457	97	3.175222
58	3.099681	18	3.119915	78	3.139249	38	3.157759	98	3.175512
59	3.100026	19	3.120245	79	3.139564	39	3.158061	99	3.175802
60	3.100371	20	3.120574	80	3.139879	40	3.158362	1500	3.176091

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
1501	3.176381	1561	3.193403	1621	3.209783	1681	3.225568	1741	3.240799
2	3.176670	62	3.193681	22	3.210051	82	3.225826	42	3.241048
3	3.176959	63	3.193959	23	3.210319	83	3.226084	43	3.241297
4	3.177248	64	3.194237	24	3.210586	84	3.226342	44	3.241546
5	3.177536	65	3.194514	25	3.210853	85	3.226600	45	3.241795
1506	3.177825	1566	3.194792	1626	3.211121	1686	3.226858	1746	3.242044
7	3.178113	67	3.195069	27	3.211388	87	3.227115	47	3.242293
8	3.178401	68	3.195346	28	3.211654	88	3.227372	48	3.242541
9	3.178689	69	3.195623	29	3.211921	89	3.227630	49	3.242790
10	3.178977	70	3.195900	30	3.212188	90	3.227887	50	3.243038
1511	3.179264	1571	3.196176	1631	3.212454	1691	3.228144	1751	3.243286
12	3.179552	72	3.196453	32	3.212720	92	3.228400	52	3.243534
13	3.179839	73	3.196729	33	3.212986	93	3.228657	53	3.243782
14	3.180126	74	3.197005	34	3.213252	94	3.228913	54	3.244030
15	3.180413	75	3.197281	35	3.213518	95	3.229170	55	3.244277
1516	3.180699	1576	3.197556	1636	3.213783	1696	3.229426	1756	3.244524
17	3.180986	77	3.197832	37	3.214049	97	3.229682	57	3.244772
18	3.181272	78	3.198107	38	3.214314	98	3.229938	58	3.245019
19	3.181558	79	3.198382	39	3.214579	99	3.230193	59	3.245266
20	3.181844	80	3.198657	40	3.214844	1700	3.230449	60	3.245513
1521	3.182129	1581	3.198932	1641	3.215109	1701	3.230704	1761	3.245759
22	3.182415	82	3.199206	42	3.215373	2	3.230960	62	3.246006
23	3.182700	83	3.199481	43	3.215638	3	3.231215	63	3.246252
24	3.182985	84	3.199755	44	3.215902	4	3.231470	64	3.246499
25	3.183270	85	3.200029	45	3.216166	5	3.231724	65	3.246745
1526	3.183555	1586	3.200303	1646	3.216430	1706	3.231979	1766	3.246991
27	3.183839	87	3.200577	47	3.216694	7	3.232234	67	3.247237
28	3.184123	88	3.200850	48	3.216957	8	3.232488	68	3.247482
29	3.184407	89	3.201124	49	3.217221	9	3.232742	69	3.247728
30	3.184691	90	3.201397	50	3.217484	10	3.232996	70	3.247973
1531	3.184975	1591	3.201670	1651	3.217747	1711	3.233250	1771	3.248219
32	3.185259	92	3.201943	52	3.218010	12	3.233504	72	3.248464
33	3.185542	93	3.202216	53	3.218273	13	3.233757	73	3.248709
34	3.185825	94	3.202488	54	3.218536	14	3.234011	74	3.248954
35	3.186108	95	3.202761	55	3.218798	15	3.234264	75	3.249198
1536	3.186391	1596	3.203033	1656	3.219060	1716	3.234517	1776	3.249443
37	3.186674	97	3.203305	57	3.219323	17	3.234770	77	3.249687
38	3.186956	98	3.203577	58	3.219585	18	3.235023	78	3.249932
39	3.187239	99	3.203848	59	3.219846	19	3.235276	79	3.250176
40	3.187521	1600	3.204120	60	3.220108	20	3.235528	80	3.250420
1541	3.187803	1601	3.204391	1661	3.220370	1721	3.235781	1781	3.250664
42	3.188084	2	3.204663	62	3.220631	22	3.236033	82	3.250908
43	3.188366	3	3.204934	63	3.220892	23	3.236285	83	3.251151
44	3.188647	4	3.205204	64	3.221153	24	3.236537	84	3.251395
45	3.188928	5	3.205475	65	3.221414	25	3.236789	85	3.251638
1546	3.189209	1606	3.205746	1666	3.221675	1726	3.237041	1786	3.251881
47	3.189490	7	3.206016	67	3.221936	27	3.237292	87	3.252125
48	3.189771	8	3.206286	68	3.222196	28	3.237544	88	3.252368
49	3.190051	9	3.206556	69	3.222456	29	3.237795	89	3.252610
50	3.190332	10	3.206826	70	3.222716	30	3.238046	90	3.252853
1551	3.190612	1611	3.207096	1671	3.222976	1731	3.238297	1791	3.253096
52	3.190892	12	3.207365	72	3.223236	32	3.238548	92	3.253338
53	3.191171	13	3.207634	73	3.223496	33	3.238799	93	3.253580
54	3.191451	14	3.207904	74	3.223755	34	3.239049	94	3.253822
55	3.191730	15	3.208173	75	3.224015	35	3.239299	95	3.254064
1556	3.192010	1616	3.208441	1676	3.224274	1736	3.239550	1796	3.254306
57	3.192289	17	3.208710	77	3.224533	37	3.239800	97	3.254548
58	3.192567	18	3.208979	78	3.224792	38	3.240050	98	3.254790
59	3.192846	19	3.209247	79	3.225051	39	3.240300	99	3.255031
60	3.193125	20	3.209515	80	3.225309	40	3.240549	1800	3.255273

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
1801	3.255514	1861	3.269746	1921	3.283527	1981	3.296884	2041	3.309843
2	3.255755	62	3.269980	22	3.283753	82	3.297104	42	3.310056
3	3.255996	63	3.270213	23	3.283979	83	3.297323	43	3.310268
4	3.256236	64	3.270446	24	3.284205	84	3.297542	44	3.310481
5	3.256477	65	3.270679	25	3.284431	85	3.297761	45	3.310693
1806	3.256718	1866	3.270912	1926	3.284656	1986	3.297979	2046	3.310906
7	3.256958	67	3.271144	27	3.284882	87	3.298198	47	3.311118
8	3.257198	68	3.271377	28	3.285107	88	3.298416	48	3.311330
9	3.257439	69	3.271609	29	3.285332	89	3.298635	49	3.311542
10	3.257679	70	3.271842	30	3.285557	90	3.298853	50	3.311754
1811	3.257918	1871	3.272074	1931	3.285782	1991	3.299071	2051	3.311966
12	3.258158	72	3.272306	32	3.286007	92	3.299289	52	3.312177
13	3.258398	73	3.272538	33	3.286232	93	3.299507	53	3.312389
14	3.258637	74	3.272770	34	3.286456	94	3.299725	54	3.312600
15	3.258877	75	3.273001	35	3.286681	95	3.299943	55	3.312812
1816	3.259116	1876	3.273233	1936	3.286905	1996	3.300161	2056	3.313023
17	3.259355	77	3.273464	37	3.287130	97	3.300378	57	3.313234
18	3.259594	78	3.273696	38	3.287354	98	3.300595	58	3.313445
19	3.259833	79	3.273927	39	3.287578	99	3.300813	59	3.313656
20	3.260071	80	3.274158	40	3.287802	2000	3.301030	60	3.313867
1821	3.260310	1881	3.274389	1941	3.288026	2001	3.301247	2061	3.314078
22	3.260548	82	3.274620	42	3.288249	2	3.301464	62	3.314289
23	3.260787	83	3.274850	43	3.288473	3	3.301681	63	3.314499
24	3.261025	84	3.275081	44	3.288696	4	3.301898	64	3.314710
25	3.261263	85	3.275311	45	3.288920	5	3.302114	65	3.314920
1826	3.261501	1886	3.275542	1946	3.289143	2006	3.302331	2066	3.315130
27	3.261739	87	3.275772	47	3.289366	7	3.302547	67	3.315340
28	3.261976	88	3.276002	48	3.289589	8	3.302764	68	3.315551
29	3.262214	89	3.276232	49	3.289812	9	3.302980	69	3.315760
30	3.262451	90	3.276462	50	3.290035	10	3.303196	70	3.315970
1831	3.262688	1891	3.276692	1951	3.290257	2011	3.303412	2071	3.316180
32	3.262925	92	3.276921	52	3.290480	12	3.303628	72	3.316390
33	3.263162	93	3.277151	53	3.290702	13	3.303844	73	3.316599
34	3.263399	94	3.277380	54	3.290925	14	3.304059	74	3.316809
35	3.263636	95	3.277609	55	3.291147	15	3.304275	75	3.317018
1836	3.263873	1896	3.277838	1956	3.291369	2016	3.304491	2076	3.317227
37	3.264109	97	3.278067	57	3.291591	17	3.304706	77	3.317436
38	3.264346	98	3.278296	58	3.291813	18	3.304921	78	3.317646
39	3.264582	99	3.278525	59	3.292034	19	3.305136	79	3.317854
40	3.264818	1900	3.278754	60	3.292256	20	3.305351	80	3.318063
1841	3.265054	1901	3.278981	1961	3.292478	2021	3.305566	2081	3.318272
42	3.265290	2	3.279211	62	3.292699	22	3.305781	82	3.318481
43	3.265525	3	3.279439	63	3.292920	23	3.305996	83	3.318689
44	3.265761	4	3.279667	64	3.293141	24	3.306211	84	3.318898
45	3.265996	5	3.279895	65	3.293363	25	3.306425	85	3.319106
1846	3.266232	1906	3.280123	1966	3.293584	2026	3.306639	2086	3.319314
47	3.266467	7	3.280351	67	3.293804	27	3.306854	87	3.319522
48	3.266702	8	3.280578	68	3.294025	28	3.307068	88	3.319730
49	3.266937	9	3.280806	69	3.294246	29	3.307282	89	3.319938
50	3.267172	10	3.281033	70	3.294466	30	3.307496	90	3.320146
1851	3.267406	1911	3.281261	1971	3.294687	2031	3.307710	2091	3.320354
52	3.267641	12	3.281488	72	3.294907	32	3.307924	92	3.320562
53	3.267875	13	3.281715	73	3.295127	33	3.308137	93	3.320769
54	3.268110	14	3.281942	74	3.295347	34	3.308351	94	3.320977
55	3.268344	15	3.282169	75	3.295567	35	3.308564	95	3.321184
1856	3.268578	1916	3.282396	1976	3.295787	2036	3.308778	2096	3.321391
57	3.268812	17	3.282622	77	3.296007	37	3.308991	97	3.321598
58	3.269046	18	3.282849	78	3.296226	38	3.309204	98	3.321805
59	3.269279	19	3.283075	79	3.296446	39	3.309417	99	3.322012
60	3.269513	20	3.283301	80	3.296665	40	3.309630	2100	3.322219

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
2101	3.322426	2161	3.334655	2221	3.346549	2281	3.358125	2341	3.369401
2	3.322633	62	3.334856	22	3.346744	82	3.358316	42	3.369587
3	3.322839	63	3.335056	23	3.346939	83	3.358506	43	3.369772
4	3.323046	64	3.335257	24	3.347135	84	3.358696	44	3.369958
5	3.323252	65	3.335458	25	3.347330	85	3.358886	45	3.370143
2106	3.323458	2166	3.335658	2226	3.347525	2286	3.359076	2346	3.370328
7	3.323665	67	3.335859	27	3.347720	87	3.359266	47	3.370513
8	3.323871	68	3.336059	28	3.347915	88	3.359456	48	3.370698
9	3.324077	69	3.336260	29	3.348110	89	3.359646	49	3.370883
10	3.324282	70	3.336460	30	3.348305	90	3.359835	50	3.371068
2111	3.324488	2171	3.336660	2231	3.348500	2291	3.360025	2351	3.371253
12	3.324694	72	3.336860	32	3.348694	92	3.360215	52	3.371437
13	3.324899	73	3.337060	33	3.348889	93	3.360404	53	3.371622
14	3.325105	74	3.337260	34	3.349083	94	3.360593	54	3.371806
15	3.325310	75	3.337459	35	3.349278	95	3.360783	55	3.371991
2116	3.325516	2176	3.337659	2236	3.349472	2296	3.360972	2356	3.372175
17	3.325721	77	3.337858	37	3.349666	97	3.361161	57	3.372360
18	3.325926	78	3.338058	38	3.349860	98	3.361350	58	3.372544
19	3.326131	79	3.338257	39	3.350054	99	3.361539	59	3.372728
20	3.326336	80	3.338456	40	3.350248	2300	3.361728	60	3.372912
2121	3.326541	2181	3.338656	2241	3.350442	2301	3.361917	2361	3.373096
22	3.326745	82	3.338855	42	3.350636	2	3.362105	62	3.373280
23	3.326950	83	3.339054	43	3.350829	3	3.362294	63	3.373464
24	3.327155	84	3.339253	44	3.351023	4	3.362482	64	3.373647
25	3.327359	85	3.339451	45	3.351216	5	3.362671	65	3.373831
2126	3.327563	2186	3.339650	2246	3.351410	2306	3.362859	2366	3.374015
27	3.327767	87	3.339849	47	3.351603	7	3.363048	67	3.374198
28	3.327972	88	3.340047	48	3.351796	8	3.363236	68	3.374382
29	3.328176	89	3.340246	49	3.351989	9	3.363424	69	3.374565
30	3.328380	90	3.340444	50	3.352183	10	3.363612	70	3.374748
2131	3.328583	2191	3.340642	2251	3.352375	2311	3.363800	2371	3.374932
32	3.328787	92	3.340841	52	3.352568	12	3.363988	72	3.375115
33	3.328991	93	3.341039	53	3.352761	13	3.364176	73	3.375298
34	3.329194	94	3.341237	54	3.352954	14	3.364363	74	3.375481
35	3.329398	95	3.341435	55	3.353147	15	3.364551	75	3.375664
2136	3.329601	2196	3.341632	2256	3.353339	2316	3.364739	2376	3.375846
37	3.329805	97	3.341830	57	3.353532	17	3.364926	77	3.376029
38	3.330008	98	3.342028	58	3.353724	18	3.365113	78	3.376212
39	3.330211	99	3.342225	59	3.353916	19	3.365301	79	3.376394
40	3.330414	2200	3.342423	60	3.354108	20	3.365488	80	3.376577
2141	3.330617	2201	3.342620	2261	3.354301	2321	3.365675	2381	3.376759
42	3.330819	2	3.342817	62	3.354493	22	3.365862	82	3.376942
43	3.331022	3	3.343014	63	3.354685	23	3.366049	83	3.377124
44	3.331225	4	3.343212	64	3.354876	24	3.366236	84	3.377306
45	3.331427	5	3.343409	65	3.355068	25	3.366423	85	3.377488
2146	3.331630	2206	3.343606	2266	3.355260	2326	3.366610	2386	3.377670
47	3.331832	7	3.343802	67	3.355452	27	3.366796	87	3.377852
48	3.332034	8	3.343999	68	3.355643	28	3.366983	88	3.378034
49	3.332236	9	3.344196	69	3.355834	29	3.367169	89	3.378216
50	3.332438	10	3.344392	70	3.356026	30	3.367356	90	3.378398
2151	3.332640	2211	3.344589	2271	3.356217	2331	3.367542	2391	3.378580
52	3.332842	12	3.344785	72	3.356408	32	3.367729	92	3.378761
53	3.333044	13	3.344981	73	3.356599	33	3.367915	93	3.378943
54	3.333246	14	3.345178	74	3.356790	34	3.368101	94	3.379124
55	3.333447	15	3.345374	75	3.356981	35	3.368287	95	3.379306
2156	3.333649	2216	3.345570	2276	3.357172	2336	3.368473	2396	3.379487
57	3.333850	17	3.345766	77	3.357363	37	3.368659	97	3.379668
58	3.334051	18	3.345962	78	3.357554	38	3.368844	98	3.379849
59	3.334253	19	3.346157	79	3.357744	39	3.369030	99	3.380030
60	3.334454	20	3.346353	80	3.357935	40	3.369216	2400	3.380211

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
2401	3.380392	2461	3.391112	2521	3.401573	2581	3.411788	2641	3.421768
2	3.380573	62	3.391288	22	3.401745	82	3.411956	42	3.421933
3	3.380754	63	3.391464	23	3.401917	83	3.412124	43	3.422097
4	3.380934	64	3.391641	24	3.402089	84	3.412293	44	3.422261
5	3.381115	65	3.391817	25	3.402261	85	3.412461	45	3.422426
2406	3.381296	2466	3.391993	2526	3.402433	2586	3.412629	2646	3.422590
7	3.381476	67	3.392169	27	3.402605	87	3.412796	47	3.422754
8	3.381656	68	3.392345	28	3.402777	88	3.412964	48	3.422918
9	3.381837	69	3.392521	29	3.402949	89	3.413132	49	3.423082
10	3.382017	70	3.392697	30	3.403121	90	3.413300	50	3.423246
2411	3.382197	2471	3.392873	2531	3.403292	2591	3.413467	2651	3.423410
12	3.382377	72	3.393048	32	3.403464	92	3.413635	52	3.423574
13	3.382557	73	3.393224	33	3.403635	93	3.413803	53	3.423737
14	3.382737	74	3.393400	34	3.403807	94	3.413970	54	3.423901
15	3.382917	75	3.393575	35	3.403978	95	3.414137	55	3.424065
2416	3.383097	2476	3.393751	2536	3.404149	2596	3.414305	2656	3.424228
17	3.383277	77	3.393926	37	3.404320	97	3.414472	57	3.424392
18	3.383456	78	3.394101	38	3.404492	98	3.414639	58	3.424555
19	3.383636	79	3.394277	39	3.404663	99	3.414806	59	3.424718
20	3.383815	80	3.394452	40	3.404834	2600	3.414973	60	3.424882
2421	3.383995	2481	3.394627	2541	3.405005	2601	3.415140	2661	3.425045
22	3.384174	82	3.394802	42	3.405176	2	3.415307	62	3.425208
23	3.384353	83	3.394977	43	3.405346	3	3.415474	63	3.425371
24	3.384533	84	3.395152	44	3.405517	4	3.415641	64	3.425534
25	3.384712	85	3.395326	45	3.405688	5	3.415808	65	3.425697
2426	3.384891	2486	3.395501	2546	3.405858	2606	3.415974	2666	3.425860
27	3.385070	87	3.395676	47	3.406029	7	3.416141	67	3.426023
28	3.385249	88	3.395850	48	3.406199	8	3.416308	68	3.426186
29	3.385428	89	3.396025	49	3.406370	9	3.416474	69	3.426349
30	3.385606	90	3.396199	50	3.406540	10	3.416641	70	3.426511
2431	3.385785	2491	3.396374	2551	3.406710	2611	3.416807	2671	3.426674
32	3.385964	92	3.396548	52	3.406881	12	3.416973	72	3.426836
33	3.386142	93	3.396722	53	3.407051	13	3.417139	73	3.426999
34	3.386321	94	3.396896	54	3.407221	14	3.417306	74	3.427161
35	3.386499	95	3.397071	55	3.407391	15	3.417472	75	3.427324
2436	3.386677	2496	3.397245	2556	3.407561	2616	3.417638	2676	3.427486
37	3.386856	97	3.397419	57	3.407731	17	3.417804	77	3.427648
38	3.387034	98	3.397592	58	3.407901	18	3.417970	78	3.427811
39	3.387212	99	3.397766	59	3.408070	19	3.418135	79	3.427973
40	3.387390	2500	3.397940	60	3.408240	20	3.418301	80	3.428135
2441	3.387568	2501	3.398114	2561	3.408410	2621	3.418467	2681	3.428297
42	3.387746	2	3.398287	62	3.408579	22	3.418633	82	3.428459
43	3.387923	3	3.398461	63	3.408749	23	3.418798	83	3.428621
44	3.388101	4	3.398634	64	3.408918	24	3.418964	84	3.428783
45	3.388279	5	3.398808	65	3.409087	25	3.419129	85	3.428944
2446	3.388456	2506	3.398981	2566	3.409257	2626	3.419295	2686	3.429106
47	3.388634	7	3.399154	67	3.409426	27	3.419460	87	3.429268
48	3.388811	8	3.399328	68	3.409595	28	3.419625	88	3.429429
49	3.388989	9	3.399501	69	3.409764	29	3.419791	89	3.429591
50	3.389166	10	3.399674	70	3.409933	30	3.419956	90	3.429752
2451	3.389343	2511	3.399847	2571	3.410102	2631	3.420121	2691	3.429914
52	3.389520	12	3.400020	72	3.410271	32	3.420286	92	3.430075
53	3.389698	13	3.400192	73	3.410440	33	3.420451	93	3.430236
54	3.389875	14	3.400365	74	3.410609	34	3.420616	94	3.430398
55	3.390051	15	3.400538	75	3.410777	35	3.420781	95	3.430559
2456	3.390228	2516	3.400711	2576	3.410946	2636	3.420945	2696	3.430720
57	3.390405	17	3.400883	77	3.411114	37	3.421110	97	3.430881
58	3.390582	18	3.401056	78	3.411283	38	3.421275	98	3.431042
59	3.390759	19	3.401228	79	3.411451	39	3.421439	99	3.431203
60	3.390935	20	3.401401	80	3.411620	40	3.421604	2700	3.431364

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
2701	3.431525	2761	3.441066	2821	3.450403	2881	3.459543	2941	3.468495
2	3.431685	62	3.441224	22	3.450557	82	3.459694	42	3.468643
3	3.431846	63	3.441381	23	3.450711	83	3.459845	43	3.468790
4	3.432007	64	3.441538	24	3.450865	84	3.459995	44	3.468938
5	3.432167	65	3.441695	25	3.451018	85	3.460146	45	3.469085
2706	3.432328	2766	3.441852	2826	3.451172	2886	3.460296	2946	3.469233
7	3.432488	67	3.442009	27	3.451326	87	3.460447	47	3.469380
8	3.432649	68	3.442166	28	3.451479	88	3.460597	48	3.469527
9	3.432809	69	3.442323	29	3.451633	89	3.460748	49	3.469675
10	3.432969	70	3.442480	30	3.451786	90	3.460898	50	3.469822
2711	3.433130	2771	3.442637	2831	3.451940	2891	3.461048	2951	3.469969
12	3.433290	72	3.442793	32	3.452093	92	3.461198	52	3.470116
13	3.433450	73	3.442950	33	3.452247	93	3.461348	53	3.470263
14	3.433610	74	3.443106	34	3.452400	94	3.461499	54	3.470410
15	3.433770	75	3.443263	35	3.452553	95	3.461649	55	3.470557
2716	3.433930	2776	3.443419	2836	3.452706	2896	3.461799	2956	3.470704
17	3.434090	77	3.443576	37	3.452859	97	3.461948	57	3.470851
18	3.434249	78	3.443732	38	3.453012	98	3.462098	58	3.470998
19	3.434409	79	3.443889	39	3.453165	99	3.462248	59	3.471145
20	3.434569	80	3.444045	40	3.453318	2900	3.462398	60	3.471292
2721	3.434729	2781	3.444201	2841	3.453471	2901	3.462548	2961	3.471438
22	3.434888	82	3.444357	42	3.453624	2	3.462697	62	3.471585
23	3.435048	83	3.444513	43	3.453777	3	3.462847	63	3.471732
24	3.435207	84	3.444669	44	3.453930	4	3.462997	64	3.471878
25	3.435367	85	3.444825	45	3.454082	5	3.463146	65	3.472025
2726	3.435526	2786	3.444981	2846	3.454235	2906	3.463296	2966	3.472171
27	3.435685	87	3.445137	47	3.454387	7	3.463445	67	3.472318
28	3.435844	88	3.445293	48	3.454540	8	3.463594	68	3.472464
29	3.436004	89	3.445449	49	3.454692	9	3.463744	69	3.472610
30	3.436163	90	3.445604	50	3.454845	10	3.463893	70	3.472756
2731	3.436322	2791	3.445760	2851	3.454997	2911	3.464042	2971	3.472903
32	3.436481	92	3.445915	52	3.455150	12	3.464191	72	3.473049
33	3.436640	93	3.446071	53	3.455302	13	3.464340	73	3.473195
34	3.436799	94	3.446226	54	3.455454	14	3.464490	74	3.473341
35	3.436957	95	3.446382	55	3.455606	15	3.464639	75	3.473487
2736	3.437116	2796	3.446537	2856	3.455758	2916	3.464788	2976	3.473633
37	3.437275	97	3.446692	57	3.455910	17	3.464936	77	3.473779
38	3.437433	98	3.446848	58	3.456062	18	3.465085	78	3.473925
39	3.437592	99	3.447003	59	3.456214	19	3.465234	79	3.474071
40	3.437751	2800	3.447158	60	3.456366	20	3.465383	80	3.474216
2741	3.437909	2801	3.447313	2861	3.456518	2921	3.465532	2981	3.474362
42	3.438067	2	3.447468	62	3.456670	22	3.465680	82	3.474508
43	3.438226	3	3.447623	63	3.456821	23	3.465829	83	3.474653
44	3.438384	4	3.447778	64	3.456973	24	3.465977	84	3.474799
45	3.438542	5	3.447933	65	3.457125	25	3.466126	85	3.474944
2746	3.438701	2806	3.448088	2866	3.457276	2926	3.466274	2986	3.475090
47	3.438859	7	3.448242	67	3.457428	27	3.466423	87	3.475235
48	3.439017	8	3.448397	68	3.457579	28	3.466571	88	3.475381
49	3.439175	9	3.448552	69	3.457731	29	3.466719	89	3.475526
50	3.439333	10	3.448706	70	3.457882	30	3.466868	90	3.475671
2751	3.439491	2811	3.448861	2871	3.458033	2931	3.467016	2991	3.475816
52	3.439648	12	3.449015	72	3.458184	32	3.467164	92	3.475962
53	3.439806	13	3.449170	73	3.458336	33	3.467312	93	3.476107
54	3.439964	14	3.449324	74	3.458487	34	3.467460	94	3.476252
55	3.440122	15	3.449478	75	3.458638	35	3.467608	95	3.476397
2756	3.440279	2816	3.449633	2876	3.458789	2936	3.467756	2996	3.476542
57	3.440437	17	3.449787	77	3.458940	37	3.467904	97	3.476687
58	3.440594	18	3.449941	78	3.459091	38	3.468052	98	3.476832
59	3.440752	19	3.450095	79	3.459242	39	3.468200	99	3.476976
60	3.440909	20	3.450249	80	3.459392	40	3.468347	3000	3.477121

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
3001	3.477266	3061	3.485863	3121	3.494294	3181	3.502564	3241	3.510679
2	3.477411	62	3.486005	22	3.494433	82	3.502700	42	3.510813
3	3.477555	63	3.486147	23	3.494572	83	3.502837	43	3.510947
4	3.477700	64	3.486289	24	3.494711	84	3.502973	44	3.511081
5	3.477844	65	3.486430	25	3.494850	85	3.503109	45	3.511215
3006	3.477989	3066	3.486572	3126	3.494989	3186	3.503246	3246	3.511349
7	3.478133	67	3.486714	27	3.495128	87	3.503382	47	3.511482
8	3.478278	68	3.486855	28	3.495267	88	3.503518	48	3.511616
9	3.478422	69	3.486997	29	3.495406	89	3.503655	49	3.511750
10	3.478566	70	3.487138	30	3.495544	90	3.503791	50	3.511883
3011	3.478711	3071	3.487280	3131	3.495683	3191	3.503927	3251	3.512017
12	3.478855	72	3.487421	32	3.495822	92	3.504063	52	3.512151
13	3.478999	73	3.487563	33	3.495960	93	3.504199	53	3.512284
14	3.479143	74	3.487704	34	3.496099	94	3.504335	54	3.512418
15	3.479287	75	3.487845	35	3.496236	95	3.504471	55	3.512551
3016	3.479431	3076	3.487986	3136	3.496376	3196	3.504607	3256	3.512684
17	3.479575	77	3.488127	37	3.496514	97	3.504743	57	3.512818
18	3.479719	78	3.488269	38	3.496653	98	3.504878	58	3.512951
19	3.479863	79	3.488410	39	3.496791	99	3.505014	59	3.513084
20	3.480007	80	3.488551	40	3.496930	3200	3.505150	60	3.513218
3021	3.480151	3081	3.488692	3141	3.497068	3201	3.505286	3261	3.513351
22	3.480294	82	3.488833	42	3.497206	2	3.505421	62	3.513484
23	3.480438	83	3.488973	43	3.497344	3	3.505557	63	3.513617
24	3.480582	84	3.489114	44	3.497483	4	3.505693	64	3.513750
25	3.480725	85	3.489255	45	3.497621	5	3.505828	65	3.513883
3026	3.480869	3086	3.489396	3146	3.497759	3206	3.505964	3266	3.514016
27	3.481012	87	3.489537	47	3.497897	7	3.506099	67	3.514149
28	3.481156	88	3.489677	48	3.498035	8	3.506234	68	3.514282
29	3.481299	89	3.489818	49	3.498173	9	3.506370	69	3.514415
30	3.481443	90	3.489958	50	3.498311	10	3.506505	70	3.514548
3031	3.481586	3091	3.490099	3151	3.498448	3211	3.506640	3271	3.514680
32	3.481729	92	3.490239	52	3.498586	12	3.506776	72	3.514813
33	3.481872	93	3.490380	53	3.498724	13	3.506911	73	3.514946
34	3.482016	94	3.490520	54	3.498862	14	3.507046	74	3.515079
35	3.482159	95	3.490661	55	3.498999	15	3.507181	75	3.515211
3036	3.482302	3096	3.490801	3156	3.499137	3216	3.507316	3276	3.515344
37	3.482445	97	3.490941	57	3.499275	17	3.507451	77	3.515476
38	3.482588	98	3.491081	58	3.499412	18	3.507586	78	3.515609
39	3.482731	99	3.491222	59	3.499550	19	3.507721	79	3.515741
40	3.482874	3100	3.491362	60	3.499687	20	3.507856	80	3.515874
3041	3.483016	3101	3.491502	3161	3.499824	3221	3.507991	3281	3.516006
42	3.483159	2	3.491642	62	3.499962	22	3.508126	82	3.516139
43	3.483302	3	3.491782	63	3.500099	23	3.508260	83	3.516271
44	3.483445	4	3.491922	64	3.500236	24	3.508395	84	3.516403
45	3.483587	5	3.492062	65	3.500374	25	3.508530	85	3.516535
3046	3.483730	3106	3.492201	3166	3.500511	3226	3.508664	3286	3.516668
47	3.483872	7	3.492341	67	3.500648	27	3.508799	87	3.516800
48	3.484015	8	3.492481	68	3.500785	28	3.508934	88	3.516932
49	3.484157	9	3.492621	69	3.500922	29	3.509068	89	3.517064
50	3.484300	10	3.492760	70	3.501059	30	3.509203	90	3.517196
3051	3.484442	3111	3.492900	3171	3.501196	3231	3.509337	3291	3.517328
52	3.484584	12	3.493040	72	3.501333	32	3.509471	92	3.517460
53	3.484727	13	3.493179	73	3.501470	33	3.509606	93	3.517592
54	3.484869	14	3.493319	74	3.501607	34	3.509740	94	3.517724
55	3.485011	15	3.493458	75	3.501744	35	3.509874	95	3.517855
3056	3.485153	3116	3.493597	3176	3.501880	3236	3.510009	3296	3.517987
57	3.485295	17	3.493737	77	3.502017	37	3.510143	97	3.518119
58	3.485437	18	3.493876	78	3.502154	38	3.510277	98	3.518251
59	3.485579	19	3.494015	79	3.502291	39	3.510411	99	3.518382
60	3.485721	20	3.494155	80	3.502427	40	3.510545	3300	3.518514

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
3301	3.518646	3361	3.526469	3421	3.534153	3481	3.541704	3541	3.549126
2	3.518777	62	3.526598	22	3.534280	82	3.541829	42	3.549249
3	3.518909	63	3.526727	23	3.534407	83	3.541953	43	3.549371
4	3.519040	64	3.526856	24	3.534534	84	3.542078	44	3.549494
5	3.519171	65	3.526985	25	3.534661	85	3.542203	45	3.549616
3306	3.519303	3366	3.527114	3426	3.534787	3486	3.542327	3546	3.549739
7	3.519434	67	3.527243	27	3.534914	87	3.542452	47	3.549861
8	3.519565	68	3.527372	28	3.535041	88	3.542576	48	3.549984
9	3.519697	69	3.527501	29	3.535167	89	3.542701	49	3.550106
10	3.519828	70	3.527630	30	3.535294	90	3.542825	50	3.550228
3311	3.519959	3371	3.527759	3431	3.535421	3491	3.542950	3551	3.550351
12	3.520090	72	3.527888	32	3.535547	92	3.543074	52	3.550473
13	3.520221	73	3.528016	33	3.535674	93	3.543199	53	3.550595
14	3.520353	74	3.528145	34	3.535800	94	3.543323	54	3.550717
15	3.520484	75	3.528274	35	3.535927	95	3.543447	55	3.550840
3316	3.520615	3376	3.528402	3436	3.536053	3496	3.543571	3556	3.550962
17	3.520745	77	3.528531	37	3.536180	97	3.543696	57	3.551084
18	3.520876	78	3.528660	38	3.536306	98	3.543820	58	3.551206
19	3.521007	79	3.528788	39	3.536432	99	3.543944	59	3.551328
20	3.521138	80	3.528917	40	3.536558	3500	3.544068	60	3.551450
3321	3.521269	3381	3.529045	3441	3.536685	3501	3.544192	3561	3.551572
22	3.521400	82	3.529174	42	3.536811	2	3.544316	62	3.551694
23	3.521530	83	3.529302	43	3.536937	3	3.544440	63	3.551816
24	3.521661	84	3.529430	44	3.537063	4	3.544564	64	3.551938
25	3.521792	85	3.529559	45	3.537189	5	3.544688	65	3.552060
3326	3.521922	3386	3.529687	3446	3.537315	3506	3.544812	3566	3.552181
27	3.522053	87	3.529815	47	3.537441	7	3.544936	67	3.552303
28	3.522183	88	3.529943	48	3.537567	8	3.545060	68	3.552425
29	3.522314	89	3.530072	49	3.537693	9	3.545183	69	3.552547
30	3.522444	90	3.530200	50	3.337819	10	3.545307	70	3.552668
3331	3.522575	3391	3.530328	3451	3.537945	3511	3.545431	3571	3.552790
32	3.522705	92	3.530456	52	3.538071	12	3.545555	72	3.552911
33	3.522835	93	3.530584	53	3.538197	13	3.545678	73	3.553033
34	3.522966	94	3.530712	54	3.538322	14	3.545802	74	3.553155
35	3.523096	95	3.530840	55	3.538448	15	3.545925	75	3.553276
3336	3.523226	3396	3.530968	3456	3.538574	3516	3.546049	3576	3.553398
37	3.523356	97	3.531096	57	3.538699	17	3.546172	77	3.553519
38	3.523486	98	3.531223	58	3.538825	18	3.546296	78	3.553640
39	3.523616	99	3.531351	59	3.538951	19	3.546419	79	3.553762
40	3.523746	3400	3.531479	60	3.539076	20	3.546543	80	3.553883
3341	3.523876	3401	3.531607	3461	3.539202	3521	3.546666	3581	3.554004
42	3.524006	2	3.531734	62	3.539327	22	3.546789	82	3.554126
43	3.524136	3	3.531862	63	3.539452	23	3.546913	83	3.554247
44	3.524266	4	3.531990	64	3.539578	24	3.547036	84	3.554368
45	3.524396	5	3.532117	65	3.539703	25	3.547159	85	3.554489
3346	3.524526	3406	3.532245	3466	3.539829	3526	3.547282	3586	3.554610
47	3.524656	7	3.532372	67	3.539954	27	3.547405	87	3.554731
48	3.524785	8	3.532500	68	3.540079	28	3.547529	88	3.554852
49	3.524915	9	3.532627	69	3.540204	29	3.547652	89	3.554973
50	3.525045	10	3.532754	70	3.540329	30	3.547775	90	3.555094
3351	3.525174	3411	3.532882	3471	3.540455	3531	3.547898	3591	3.555215
52	3.525304	12	3.533009	72	3.540580	32	3.548021	92	3.555336
53	3.525434	13	3.533136	73	3.540705	33	3.548144	93	3.555457
54	3.525563	14	3.533264	74	3.540830	34	3.548267	94	3.555578
55	3.525693	15	3.533391	75	3.540955	35	3.548389	95	3.555699
3356	3.525822	3416	3.533518	3476	3.541080	3536	3.548512	3596	3.555820
57	3.525951	17	3.533645	77	3.541205	37	3.548635	97	3.555940
58	3.526081	18	3.533772	78	3.541330	38	3.548758	98	3.556061
59	3.526210	19	3.533899	79	3.541454	39	3.548881	99	3.556182
60	3.526339	20	3.534026	80	3.541579	40	3.549003	3600	3.556303

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
3601	3.556423	3661	3.563600	3721	3.570660	3781	3.577607	3841	3.584444
2	3.556544	62	3.563718	22	3.570776	82	3.577721	42	3.584557
3	3.556664	63	3.563837	23	3.570893	83	3.577836	43	3.584670
4	3.556785	64	3.563955	24	3.571010	84	3.577951	44	3.584783
5	3.556905	65	3.564074	25	3.571126	85	3.578066	45	3.584896
3606	3.557026	3666	3.564192	3726	3.571243	3786	3.578181	3846	3.585009
7	3.557146	67	3.564311	27	3.571359	87	3.578295	47	3.585122
8	3.557267	68	3.564429	28	3.571476	88	3.578410	48	3.585235
9	3.557387	69	3.564548	29	3.571592	89	3.578525	49	3.585348
10	3.557507	70	3.564666	30	3.571709	90	3.578639	50	3.585461
3611	3.557627	3671	3.564784	3731	3.571825	3791	3.578754	3851	3.585574
12	3.557748	72	3.564903	32	3.571942	92	3.578868	52	3.585686
13	3.557868	73	3.565021	33	3.572058	93	3.578983	53	3.585799
14	3.557988	74	3.565139	34	3.572174	94	3.579097	54	3.585912
15	3.558108	75	3.565257	35	3.572291	95	3.579212	55	3.586024
3616	3.558228	3676	3.565376	3736	3.572407	3796	3.579326	3856	3.586137
17	3.558349	77	3.565494	37	3.572523	97	3.579441	57	3.586250
18	3.558469	78	3.565612	38	3.572639	98	3.579555	58	3.586362
19	3.558589	79	3.565730	39	3.572755	99	3.579669	59	3.586475
20	3.558709	80	3.565848	40	3.572872	3800	3.579784	60	3.586587
3621	3.558829	3681	3.565966	3741	3.572988	3801	3.579898	3861	3.586700
22	3.558948	82	3.566084	42	3.573104	2	3.580012	62	3.586812
23	3.559068	83	3.566202	43	3.573220	3	3.580126	63	3.586925
24	3.559188	84	3.566320	44	3.573336	4	3.580240	64	3.587037
25	3.559308	85	3.566437	45	3.573452	5	3.580355	65	3.587149
3626	3.559428	3686	3.566555	3746	3.573568	3806	3.580469	3866	3.587262
27	3.559548	87	3.566673	47	3.573684	7	3.580583	67	3.587374
28	3.559667	88	3.566791	48	3.573800	8	3.580697	68	3.587486
29	3.559787	89	3.566909	49	3.573915	9	3.580811	69	3.587599
30	3.559907	90	3.567026	50	3.574031	10	3.580925	70	3.587711
3631	3.560026	3691	3.567144	3751	3.574147	3811	3.581039	3871	3.587823
32	3.560146	92	3.567262	52	3.574263	12	3.581153	72	3.587935
33	3.560265	93	3.567379	53	3.574379	13	3.581267	73	3.588047
34	3.560385	94	3.567497	54	3.574494	14	3.581381	74	3.588160
35	3.560504	95	3.567614	55	3.574610	15	3.581495	75	3.588272
3636	3.560624	3696	3.567732	3756	3.574726	3816	3.581608	3876	3.588384
37	3.560743	97	3.567849	57	3.574841	17	3.581722	77	3.588496
38	3.560863	98	3.567967	58	3.574957	18	3.581836	78	3.588608
39	3.560982	99	3.568084	59	3.575072	19	3.581950	79	3.588720
40	3.561101	3700	3.568202	60	3.575188	20	3.582063	80	3.588832
3641	3.561221	3701	3.568319	3761	3.575303	3821	3.582177	3881	3.588944
42	3.561340	2	3.568436	62	3.575419	22	3.582291	82	3.589056
43	3.561459	3	3.568554	63	3.575534	23	3.582404	83	3.589167
44	3.561578	4	3.568671	64	3.575650	24	3.582518	84	3.589279
45	3.561698	5	3.568788	65	3.575765	25	3.582631	85	3.589391
3646	3.561817	3706	3.568905	3766	3.575880	3826	3.582745	3886	3.589503
47	3.561936	7	3.569023	67	3.575996	27	3.582858	87	3.589615
48	3.562055	8	3.569140	68	3.576111	28	3.582972	88	3.589726
49	3.562174	9	3.569257	69	3.576226	29	3.583085	89	3.589838
50	3.562293	10	3.569374	70	3.576341	30	3.583199	90	3.589950
3651	3.562412	3711	3.569491	3771	3.576457	3831	3.583312	3891	3.590061
52	3.562531	12	3.569608	72	3.576572	32	3.583426	92	3.590173
53	3.562650	13	3.569725	73	3.576687	33	3.583539	93	3.590284
54	3.562769	14	3.569842	74	3.576802	34	3.583652	94	3.590396
55	3.562887	15	3.569959	75	3.576917	35	3.583765	95	3.590507
3656	3.563006	3716	3.570076	3776	3.577032	3836	3.583879	3896	3.590619
57	3.563125	17	3.570193	77	3.577147	37	3.583992	97	3.590730
58	3.563244	18	3.570309	78	3.577262	38	3.584105	98	3.590842
59	3.563362	19	3.570426	79	3.577377	39	3.584218	99	3.590953
60	3.563481	20	3.570543	80	3.577492	40	3.584331	3900	3.591065

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
3901	3.591176	3961	3.597805	4021	3.604334	4081	3.610767	4141	3.617105
2	3.591287	62	3.597914	22	3.604442	82	3.610873	42	3.617210
3	3.591399	63	3.598024	23	3.604550	83	3.610979	43	3.617315
4	3.591510	64	3.598134	24	3.604658	84	3.611086	44	3.617420
5	3.591621	65	3.598243	25	3.604766	85	3.611192	45	3.617525
3906	3.591732	3966	3.598353	4026	3.604874	4086	3.611298	4146	3.617629
7	3.591843	67	3.598462	27	3.604982	87	3.611405	47	3.617734
8	3.591955	68	3.598572	28	3.605089	88	3.611511	48	3.617839
9	3.592066	69	3.598681	29	3.605197	89	3.611617	49	3.617943
10	3.592177	70	3.598791	30	3.605305	90	3.611723	50	3.618048
3911	3.592288	3971	3.598900	4031	3.605413	4091	3.611829	4151	3.618153
12	3.592399	72	3.599009	32	3.605521	92	3.611936	52	3.618257
13	3.592510	73	3.599119	33	3.605628	93	3.612042	53	3.618362
14	3.592621	74	3.599228	34	3.605736	94	3.612148	54	3.618466
15	3.592732	75	3.599337	35	3.605844	95	3.612254	55	3.618571
3916	3.592843	3976	3.599446	4036	3.605951	4096	3.612360	4156	3.618676
17	3.592954	77	3.599556	37	3.606059	97	3.612466	57	3.618780
18	3.593064	78	3.599665	38	3.606166	98	3.612572	58	3.618884
19	3.593175	79	3.599774	39	3.606274	99	3.612678	59	3.618989
20	3.593286	80	3.599883	40	3.606381	4100	3.612784	60	3.619093
3921	3.593397	3981	3.599992	4041	3.606489	4101	3.612890	4161	3.619198
22	3.593508	82	3.600101	42	3.606596	2	3.612996	62	3.619302
23	3.593618	83	3.600210	43	3.606704	3	3.613102	63	3.619406
24	3.593729	84	3.600319	44	3.606811	4	3.613207	64	3.619511
25	3.593840	85	3.600428	45	3.606919	5	3.613313	65	3.619615
3926	3.593950	3986	3.600537	4046	3.607026	4106	3.613419	4166	3.619719
27	3.594061	87	3.600646	47	3.607133	7	3.613525	67	3.619824
28	3.594171	88	3.600755	48	3.607241	8	3.613630	68	3.619928
29	3.594282	89	3.600864	49	3.607348	9	3.613736	69	3.620032
30	3.594393	90	3.600973	50	3.607455	10	3.613842	70	3.620136
3931	3.594503	3991	3.601082	4051	3.607562	4111	3.613947	4171	3.620240
32	3.594614	92	3.601191	52	3.607669	12	3.614053	72	3.620344
33	3.594724	93	3.601299	53	3.607777	13	3.614159	73	3.620448
34	3.594834	94	3.601408	54	3.607884	14	3.614264	74	3.620552
35	3.594945	95	3.601517	55	3.607991	15	3.614370	75	3.620656
3936	3.595055	3996	3.601625	4056	3.608098	4116	3.614475	4176	3.620760
37	3.595165	97	3.601734	57	3.608205	17	3.614581	77	3.620864
38	3.595276	98	3.601843	58	3.608312	18	3.614686	78	3.620968
39	3.595386	99	3.601951	59	3.608419	19	3.614792	79	3.621072
40	3.595496	4000	3.602060	60	3.608526	20	3.614897	80	3.621176
3941	3.595606	4001	3.602169	4061	3.608633	4121	3.615003	4181	3.621280
42	3.595717	2	3.602277	62	3.608740	22	3.615108	82	3.621384
43	3.595827	3	3.602386	63	3.608847	23	3.615213	83	3.621488
44	3.595937	4	3.602494	64	3.608954	24	3.615319	84	3.621592
45	3.596047	5	3.602603	65	3.609061	25	3.615424	85	3.621695
3946	3.596157	4006	3.602711	4066	3.609167	4126	3.615529	4186	3.621799
47	3.596267	7	3.602819	67	3.609274	27	3.615634	87	3.621903
48	3.596377	8	3.602928	68	3.609381	28	3.615740	88	3.622007
49	3.596487	9	3.603036	69	3.609488	29	3.615845	89	3.622110
50	3.596597	10	3.603144	70	3.609594	30	3.615950	90	3.622214
3951	3.596707	4011	3.603253	4071	3.609701	4131	3.616055	4191	3.622318
52	3.596817	12	3.603361	72	3.609808	32	3.616160	92	3.622421
53	3.596927	13	3.603469	73	3.609914	33	3.616265	93	3.622525
54	3.597037	14	3.603577	74	3.610021	34	3.616370	94	3.622628
55	3.597146	15	3.603686	75	3.610128	35	3.616476	95	3.622732
3956	3.597256	4016	3.603794	4076	3.610234	4136	3.616581	4196	3.622835
57	3.597366	17	3.603902	77	3.610341	37	3.616686	97	3.622939
58	3.597476	18	3.604010	78	3.610447	38	3.616790	98	3.623042
59	3.597586	19	3.604118	79	3.610554	39	3.616895	99	3.623146
60	3.597695	20	3.604226	80	3.610660	40	3.617000	4200	3.623249

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
4201	3.623353	4261	3.629512	4321	3.635584	4381	3.641573	4441	3.647481
2	3.623456	62	3.629613	22	3.635685	82	3.641672	42	3.647579
3	3.623559	63	3.629715	23	3.635785	83	3.641771	43	3.647676
4	3.623663	64	3.629817	24	3.635886	84	3.641871	44	3.647774
5	3.623766	65	3.629919	25	3.635986	85	3.641970	45	3.647872
4206	3.623869	4266	3.630021	4326	3.636087	4386	3.642069	4446	3.647969
7	3.623973	67	3.630123	27	3.636187	87	3.642168	47	3.648067
8	3.624076	68	3.630224	28	3.636287	88	3.642267	48	3.648165
9	3.624179	69	3.630326	29	3.636388	89	3.642366	49	3.648262
10	3.624282	70	3.630428	30	3.636488	90	3.642465	50	3.648360
4211	3.624385	4271	3.630530	4331	3.636588	4391	3.642563	4451	3.648458
12	3.624488	72	3.630631	32	3.636688	92	3.642662	52	3.648555
13	3.624591	73	3.630733	33	3.636789	93	3.642761	53	3.648653
14	3.624695	74	3.630835	34	3.636889	94	3.642860	54	3.648750
15	3.624798	75	3.630936	35	3.636989	95	3.642959	55	3.648848
4216	3.624901	4276	3.631038	4336	3.637089	4396	3.643058	4456	3.648945
17	3.625004	77	3.631139	37	3.637189	97	3.643156	57	3.649043
18	3.625107	78	3.631241	38	3.637290	98	3.643255	58	3.649140
19	3.625210	79	3.631342	39	3.637390	99	3.643354	59	3.649237
20	3.625312	80	3.631444	40	3.637490	4400	3.643453	60	3.649335
4221	3.625415	4281	3.631545	4341	3.637590	4401	3.643551	4461	3.649432
22	3.625518	82	3.631647	42	3.637690	2	3.643650	62	3.649530
23	3.625621	83	3.631748	43	3.637790	3	3.643749	63	3.649627
24	3.625724	84	3.631849	44	3.637890	4	3.643847	64	3.649724
25	3.625827	85	3.631951	45	3.637990	5	3.643946	65	3.649821
4226	3.625929	4286	3.632052	4346	3.638090	4406	3.644044	4466	3.649919
27	3.626032	87	3.632153	47	3.638190	7	3.644143	67	3.650016
28	3.626135	88	3.632255	48	3.638290	8	3.644242	68	3.650113
29	3.626238	89	3.632356	49	3.638389	9	3.644340	69	3.650210
30	3.626340	90	3.632457	50	3.638489	10	3.644439	70	3.650308
4231	3.626443	4291	3.632559	4351	3.638589	4411	3.644537	4471	3.650405
32	3.626546	92	3.632660	52	3.638689	12	3.644636	72	3.650502
33	3.626648	93	3.632761	53	3.638789	13	3.644734	73	3.650599
34	3.626751	94	3.632862	54	3.638888	14	3.644832	74	3.650696
35	3.626853	95	3.632963	55	3.638988	15	3.644931	75	3.650793
4236	3.626956	4296	3.633064	4356	3.639088	4416	3.645029	4476	3.650890
37	3.627058	97	3.633165	57	3.639188	17	3.645127	77	3.650987
38	3.627161	98	3.633266	58	3.639287	18	3.645226	78	3.651084
39	3.627263	99	3.633367	59	3.639387	19	3.645324	79	3.651181
40	3.627366	4300	3.633468	60	3.639486	20	3.645422	80	3.651278
4241	3.627468	4301	3.633569	4361	3.639586	4421	3.645521	4481	3.651375
42	3.627571	2	3.633670	62	3.639686	22	3.645619	82	3.651472
43	3.627673	3	3.633771	63	3.639785	23	3.645717	83	3.651569
44	3.627775	4	3.633872	64	3.639885	24	3.645815	84	3.651666
45	3.627878	5	3.633973	65	3.639984	25	3.645913	85	3.651762
4246	3.627980	4306	3.634074	4366	3.640084	4426	3.646011	4486	3.651859
47	3.628082	7	3.634175	67	3.640183	27	3.646110	87	3.651956
48	3.628185	8	3.634276	68	3.640283	28	3.646208	88	3.652053
49	3.628287	9	3.634376	69	3.640382	29	3.646306	89	3.652150
50	3.628389	10	3.634477	70	3.640481	30	3.646404	90	3.652246
4251	3.628491	4311	3.634578	4371	3.640581	4431	3.646502	4491	3.652343
52	3.628593	12	3.634679	72	3.640680	32	3.646600	92	3.652440
53	3.628695	13	3.634779	73	3.640779	33	3.646698	93	3.652536
54	3.628797	14	3.634880	74	3.640879	34	3.646796	94	3.652633
55	3.628900	15	3.634981	75	3.640978	35	3.646894	95	3.652730
4256	3.629002	4316	3.635081	4376	3.641077	4436	3.646992	4496	3.652826
57	3.629104	17	3.635182	77	3.641177	37	3.647089	97	3.652923
58	3.629206	18	3.635283	78	3.641276	38	3.647187	98	3.653019
59	3.629308	19	3.635383	79	3.641375	39	3.647285	99	3.653116
60	3.629410	20	3.635484	80	3.641474	40	3.647383	4500	3.653213

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
4501	3.653309	4561	3.659060	4621	3.664736	4681	3.670339	4741	3.675870
2	3.653405	62	3.659155	22	3.664830	82	3.670431	42	3.675962
3	3.653502	63	3.659250	23	3.664924	83	3.670524	43	3.676053
4	3.653598	64	3.659346	24	3.665018	84	3.670617	44	3.676145
5	3.653695	65	3.659441	25	3.665112	85	3.670710	45	3.676236
4506	3.653791	4566	3.659536	4626	3.665206	4686	3.670802	4746	3.676328
7	3.653888	67	3.659631	27	3.665299	87	3.670895	47	3.676419
8	3.653984	68	3.659726	28	3.665393	88	3.670988	48	3.676511
9	3.654080	69	3.659821	29	3.665487	89	3.671080	49	3.676602
10	3.654177	70	3.659916	30	3.665581	90	3.671173	50	3.676694
4511	3.654273	4571	3.660011	4631	3.665675	4691	3.671265	4751	3.676785
12	3.654369	72	3.660106	32	3.665769	92	3.671358	52	3.676876
13	3.654465	73	3.660201	33	3.665862	93	3.671451	53	3.676968
14	3.654562	74	3 660296	34	3.665956	94	3.671543	54	3.677059
15	3.654658	75	3.660391	35	3.666050	95	3.671636	55	3.677151
4516	3.654754	4576	3.660486	4636	3.666143	4696	3.671728	4756	3.677242
17	3.654850	77	3.660581	37	3.666237	97	3.671821	57	3.677333
18	3.654946	78	3.660676	38	3.666331	98	3.671913	58	3.677424
19	3.655042	79	3.660771	39	3.666424	99	3.672005	59	3.677516
20	3.655138	80	3.660865	40	3.666518	4700	3.672098	60	3.677607
4521	3.655235	4581	3.660960	4641	3.666612	4701	3.672190	4761	3.677698
22	3.655331	82	3.661055	42	3.666705	2	3.672283	62	3.677789
23	3.655427	83	3.661150	43	3.666799	3	3.672375	63	3.677881
24	3.655523	84	3.661245	44	3.666892	4	3.672467	64	3.677972
25	3.655619	85	3.661339	45	3.666986	5	3.672560	65	3.678063
4526	3.655715	4586	3.661434	4646	3.667079	4706	3.672652	4766	3.678154
27	3.655810	87	3.661529	47	3.667173	7	3.672744	67	3.678245
28	3.655906	88	3.661623	48	3.667266	8	3.672836	68	3.678336
29	3.656002	89	3.661718	49	3.667360	9	3.672929	69	3.678427
30	3.656098	90	3.661813	50	3.667453	10	3.673021	70	3.678518
4531	3.656194	4591	3.661907	4651	3.667546	4711	3.673113	4771	3.678609
32	3.656290	92	3.662002	52	3.667640	12	3.673205	72	3.678700
33	3.656386	93	3.662096	53	3.667733	13	3.673297	73	3.678791
34	3.656482	94	3.662191	54	3.667826	14	3.673390	74	3.678882
35	3.656577	95	3.662286	55	3.667920	15	3.673482	75	3.678973
4536	3.656673	4596	3.662380	4656	3.668013	4716	3.673574	4776	3.679064
37	3.656769	97	3.662475	57	3.668106	17	3.673666	77	3.679155
38	3.656864	98	3.662569	58	3.668199	18	3.673758	78	3.679246
39	3.656960	99	3.662663	59	3.668293	19	3.673850	79	3.679337
40	3.657056	4600	3.662758	60	3.668386	20	3.673942	80	3.679428
4541	3.657152	4601	3.662852	4661	3.668479	4721	3.674034	4781	3.679519
42	3.657247	2	3.662947	62	3.668572	22	3.674126	82	3.679610
43	3.657343	3	3.663041	63	3.668665	23	3.674218	83	3.679700
44	3.657438	4	3.663135	64	3.668759	24	3.674310	84	3.679791
45	3.657534	5	3.663230	65	3.668852	25	3.674402	85	3.679882
4546	3.657629	4606	3.663324	4666	3.668945	4726	3.674494	4786	3.679973
47	3.657725	7	3.663418	67	3.669038	27	3.674586	87	3.680063
48	3.657820	8	3.663512	68	3.669131	28	3.674677	88	3.680154
49	3.657916	9	3.663607	69	3.669224	29	3.674769	89	3.680245
50	3.658011	10	3.663701	70	3.669317	30	3.674861	90	3.680336
4551	3.658107	4611	3.663795	4671	3.669410	4731	3.674953	4791	3.680426
52	3.658202	12	3.663889	72	3 669503	32	3.675045	92	3.680517
53	3.658298	13	3.663983	73	3.669596	33	3.675137	93	3.680607
54	3.658393	14	3.664078	74	3.669689	34	3.675228	94	3.680698
55	3.658488	15	3.664172	75	3.669782	35	3.675320	95	3.680789
4556	3.658584	4616	3.664266	4676	3.669875	4736	3.675412	4796	3.680879
57	3.658679	17	3.664360	77	3.669967	37	3.675503	97	3.680970
58	3.658774	18	3.664454	78	3.670060	38	3.675595	98	3.681060
59	3.658870	19	3.664548	79	3.670153	39	3.675687	99	3.681151
60	3.658965	20	3.664642	80	3.670246	40	3.675778	4800	3.681241

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
4801	3.681332	4861	3.686726	4921	3.692053	4981	3.697317	5041	3.702517
2	3.681422	62	3.686815	22	3.692142	82	3.697404	42	3.702603
3	3.681513	63	3.686904	23	3.692230	83	3.697491	43	3.702689
4	3.681603	64	3.686994	24	3.692318	84	3.697578	44	3.702775
5	3.681693	65	3.687083	25	3.692406	85	3.697665	45	3.702861
4806	3.681784	4866	3.687172	4926	3.692494	4986	3.697752	5046	3.702947
7	3.681874	67	3.687261	27	3.692583	87	3.697839	47	3.703033
8	3.681964	68	3.687351	28	3.692671	88	3.697926	48	3.703119
9	3.682055	69	3.687440	29	3.692759	89	3.698014	49	3.703205
10	3.682145	70	3.687529	30	3.692847	90	3.698100	50	3.703291
4811	3.682235	4871	3.687618	4931	3.692935	4991	3.698188	5051	3.703377
12	3.682326	72	3.687707	32	3.693023	92	3.698275	52	3.703463
13	3.682416	73	3.687796	33	3.693111	93	3.698362	53	3.703549
14	3.682506	74	3.687886	34	3.693199	94	3.698449	54	3.703635
15	3.682596	75	3.687975	35	3.693287	95	3.698535	55	3.703721
4816	3.682686	4876	3.688064	4936	3.693375	4996	3.698622	5056	3.703807
17	3.682777	77	3.688153	37	3.693463	97	3.698709	57	3.703893
18	3.682867	78	3.688242	38	3.693551	98	3.698796	58	3.703979
19	3.682957	79	3.688331	39	3.693639	99	3.698883	59	3.704065
20	3.683047	80	3.688420	40	3.693727	5000	3.698970	60	3.704151
4821	3.683137	4881	3.688509	4941	3.693815	5001	3.699057	5061	3.704236
22	3.683227	82	3.688598	42	3.693903	2	3.699144	62	3.704322
23	3.683317	83	3.688687	43	3.693991	3	3.699231	63	3.704408
24	3.683407	84	3.688776	44	3.694078	4	3.699317	64	3.704494
25	3.683497	85	3.688865	45	3.694166	5	3.699404	65	3.704579
4826	3.683587	4886	3.688953	4946	3.694254	5006	3.699491	5066	3.704665
27	3.683677	87	3.689042	47	3.694342	7	3.699578	67	3.704751
28	3.683767	88	3.689131	48	3.694430	8	3.699664	68	3.704837
29	3.683857	89	3.689220	49	3.694517	9	3.699751	69	3.704922
30	3.683947	90	3.689309	50	3.694605	10	3.699838	70	3.705008
4831	3.684037	4891	3.689398	4951	3.694693	5011	3.699924	5071	3.705094
32	3.684127	92	3.689486	52	3.694781	12	3.700011	72	3.705179
33	3.684217	93	3.689575	53	3.694868	13	3.700098	73	3.705265
34	3.684307	94	3.689664	54	3.694956	14	3.700184	74	3.705350
35	3.684396	95	3.689753	55	3.695044	15	3.700271	75	3.705436
4836	3.684486	4896	3.689841	4956	3.695131	5016	3.700358	5076	3.705522
37	3.684576	97	3.689930	57	3.695219	17	3.700444	77	3.705607
38	3.684666	98	3.690019	58	3.695307	18	3.700531	78	3.705693
39	3.684756	99	3.690107	59	3.695394	19	3.700617	79	3.705778
40	3.684845	4900	3.690196	60	3.695482	20	3.700704	80	3.705864
4841	3.684935	4901	3.690285	4961	3.695569	5021	3.700790	5081	3.705949
42	3.685025	2	3.690373	62	3.695657	22	3.700877	82	3.706035
43	3.685114	3	3.690462	63	3.695744	23	3.700963	83	3.706120
44	3.685204	4	3.690550	64	3.695832	24	3.701050	84	3.706206
45	3.685294	5	3.690639	65	3.695919	25	3.701136	85	3.706291
4846	3.685383	4906	3.690728	4966	3.696007	5026	3.701222	5086	3.706376
47	3.685473	7	3.690816	67	3.696094	27	3.701309	87	3.706462
48	3.685563	8	3.690905	68	3.696182	28	3.701395	88	3.706547
49	3.685652	9	3.690993	69	3.696269	29	3.701482	89	3.706632
50	3.685742	10	3.691081	70	3.696356	30	3.701568	90	3.706718
4851	3.685831	4911	3.691170	4971	3.696444	5031	3.701654	5091	3.706803
52	3.685921	12	3.691258	72	3.696531	32	3.701741	92	3.706888
53	3.686010	13	3.691347	73	3.696618	33	3.701827	93	3.706974
54	3.686100	14	3.691435	74	3.696706	34	3.701913	94	3.707059
55	3.686189	15	3.691524	75	3.696793	35	3.701999	95	3.707144
4856	3.686279	4916	3.691612	4976	3.696880	5036	3.702086	5096	3.707229
57	3.686368	17	3.691700	77	3.696968	37	3.702172	97	3.707315
58	3.686458	18	3.691789	78	3.697055	38	3.702258	98	3.707400
59	3.686547	19	3.691877	79	3.697142	39	3.702344	99	3.707485
60	3.686636	20	3.691965	80	3.697229	40	3.702431	5100	3.707570

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
5101	3.707655	5161	3.712734	5221	3.717754	5281	3.722716	5341	3.727623
2	3.707740	62	3.712818	22	3.717837	82	3.722798	42	3.727704
3	3.707826	63	3.712902	23	3.717920	83	3.722881	43	3.727785
4	3.707911	64	3.712986	24	3.718003	84	3.722963	44	3.727866
5	3.707996	65	3.713070	25	3.718086	85	3.723045	45	3.727948
5106	3.708081	5166	3.713154	5226	3.718169	5286	3.723127	5346	3.728029
7	3.708166	67	3.713238	27	3.718253	87	3.723209	47	3.728110
8	3.708251	68	3.713323	28	3.718336	88	3.723291	48	3.728191
9	3.708336	69	3.713407	29	3.718419	89	3.723374	49	3.728273
10	3.708421	70	3.713491	30	3.718502	90	3.723456	50	3.728354
5111	3.708506	5171	3.713575	5231	3.718585	5291	3.723538	5351	3.728435
12	3.708591	72	3.713659	32	3.718668	92	3.723620	52	3.728516
13	3.708676	73	3.713742	33	3.718751	93	3.723702	53	3.728597
14	3.708761	74	3.713826	34	3.718834	94	3.723784	54	3.728678
15	3.708846	75	3.713910	35	3.718917	95	3.723866	55	3.728759
5116	3.708931	5176	3.713994	5236	3.719000	5296	3.723948	5356	3.728841
17	3.709015	77	3.714078	37	3.719083	97	3.724030	57	3.728922
18	3.709100	78	3.714162	38	3.719165	98	3.724112	58	3.729003
19	3.709185	79	3.714246	39	3.719248	99	3.724194	59	3.729084
20	3.709270	80	3.714330	40	3.719331	5300	3.724276	60	3.729165
5121	3.709355	5181	3.714414	5241	3.719414	5301	3.724358	5361	3.729246
22	3.709440	82	3.714497	42	3.719497	2	3.724440	62	3.729327
23	3.709524	83	3.714581	43	3.719580	3	3.724522	63	3.729408
24	3.709609	84	3.714665	44	3.719663	4	3.724604	64	3.729489
25	3.709694	85	3.714749	45	3.719745	5	3.724685	65	3.729570
5126	3.709779	5186	3.714833	5246	3.719828	5306	3.724767	5366	3.729651
27	3.709863	87	3.714916	47	3.719911	7	3.724849	67	3.729732
28	3.709948	88	3.715000	48	3.719994	8	3.724931	68	3.729813
29	3.710033	89	3.715084	49	3.720077	9	3.725013	69	3.729893
30	3.710117	90	3.715167	50	3.720159	10	3.725095	70	3.729974
5131	3.710202	5191	3.715251	5251	3.720242	5311	3.725176	5371	3.730055
32	3.710287	92	3.715335	52	3.720325	12	3.725258	72	3.730136
33	3.710371	93	3.715418	53	3.720407	13	3.725340	73	3.730217
34	3.710456	94	3.715502	54	3.720490	14	3.725422	74	3.730298
35	3.710540	95	3.715586	55	3.720573	15	3.725503	75	3.730378
5136	3.710625	5196	3.715669	5256	3.720655	5316	3.725585	5376	3.730459
37	3.710710	97	3.715753	57	3.720738	17	3.725667	77	3.730540
38	3.710794	98	3.715836	58	3.720821	18	3.725748	78	3.730621
39	3.710879	99	3.715920	59	3.720903	19	3.725830	79	3.730701
40	3.710963	5200	3.716003	60	3.720986	20	3.725912	80	3.730782
5141	3.711048	5201	3.716087	5261	3.721068	5321	3.725993	5381	3.730863
42	3.711132	2	3.716170	62	3.721151	22	3.726075	82	3.730944
43	3.711217	3	3.716254	63	3.721233	23	3.726156	83	3.731024
44	3.711301	4	3.716337	64	3.721316	24	3.726238	84	3.731105
45	3.711385	5	3.716421	65	3.721398	25	3.726320	85	3.731186
5146	3.711470	5206	3.716504	5266	3.721481	5326	3.726401	5386	3.731266
47	3.711554	7	3.716588	67	3.721563	27	3.726483	87	3.731347
48	3.711639	8	3.716671	68	3.721646	28	3.726564	88	3.731428
49	3.711723	9	3.716754	69	3.721728	29	3.726646	89	3.731508
50	3.711807	10	3.716838	70	3.721811	30	3.726727	90	3.731589
5151	3.711892	5211	3.716921	5271	3.721893	5331	3.726809	5391	3.731669
52	3.711976	12	3.717004	72	3.721975	32	3.726890	92	3.731750
53	3.712060	13	3.717088	73	3.722058	33	3.726972	93	3.731830
54	3.712144	14	3.717171	74	3.722140	34	3.727053	94	3.731911
55	3.712229	15	3.717254	75	3.722222	35	3.727134	95	3.731991
5156	3.712313	5216	3.717338	5276	3.722305	5336	3.727216	5396	3.732072
57	3.712397	17	3.717421	77	3.722387	37	3.727297	97	3.732152
58	3.712481	18	3.717504	78	3.722469	38	3.727379	98	3.732233
59	3.712566	19	3.717587	79	3.722552	39	3.727460	99	3.732313
60	3.712650	20	3.717671	80	3.722634	40	3.727541	5400	3.732394

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
5401	3.732474	5461	3.737272	5521	3.742018	5581	3.746712	5641	3.751356
2	3.732555	62	3.737352	22	3.742096	82	3.746790	42	3.751433
3	3.732635	63	3.737431	23	3.742175	83	3.746868	43	3.751510
4	3.732715	64	3.737511	24	3.742254	84	3.746945	44	3.751587
5	3.732796	65	3.737590	25	3.742332	85	3.747023	45	3.751664
5406	3.732876	5466	3.737670	5526	3.742411	5586	3.747101	5646	3.751741
7	3.732956	67	3.737749	27	3.742489	87	3.747179	47	3.751818
8	3.733037	68	3.737829	28	3.742568	88	3.747256	48	3.751895
9	3.733117	69	3.737908	29	3.742647	89	3.747334	49	3.751972
10	3.733197	70	3.737987	30	3.742725	90	3.747412	50	3.752048
5411	3.733278	5471	3.738067	5531	3.742804	5591	3.747489	5651	3.752125
12	3.733358	72	3.738146	32	3.742882	92	3.747567	52	3.752202
13	3.733438	73	3.738225	33	3.742961	93	3.747645	53	3.752279
14	3.733518	74	3.738305	34	3.743039	94	3.747722	54	3.752356
15	3.733598	75	3.738384	35	3.743118	95	3.747800	55	3.752433
5416	3.733679	5476	3.738463	5536	3.743196	5596	3.747878	5656	3.752509
17	3.733759	77	3.738543	37	3.743275	97	3.747955	57	3.752586
18	3.733839	78	3.738622	38	3.743353	98	3.748033	58	3.752663
19	3.733919	79	3.738701	39	3.743431	99	3.748110	59	3.752740
20	3.733999	80	3.738781	40	3.743510	5600	3.748188	60	3.752816
5421	3.734079	5481	3.738860	5541	3.743588	5601	3.748266	5661	3.752893
22	3.734160	82	3.738939	42	3.743667	2	3.748343	62	3.752970
23	3.734240	83	3.739018	43	3.743745	3	3.748421	63	3.753047
24	3.734320	84	3.739097	44	3.743823	4	3.748498	64	3.753123
25	3.734400	85	3.739177	45	3.743902	5	3.748576	65	3.753200
5426	3.734480	5486	3.739256	5546	3.743980	5606	3.748653	5666	3.753277
27	3.734560	87	3.739335	47	3.744058	7	3.748731	67	3.753353
28	3.734640	88	3.739414	48	3.744136	8	3.748808	68	3.753430
29	3.734720	89	3.739493	49	3.744215	9	3.748885	69	3.753506
30	3.734800	90	3.739572	50	3.744293	10	3.748963	70	3.753583
5431	3.734880	5491	3.739651	5551	3.744371	5611	3.749040	5671	3.753660
32	3.734960	92	3.739731	52	3.744449	12	3.749118	72	3.753736
33	3.735040	93	3.739810	53	3.744528	13	3.749195	73	3.753813
34	3.735120	94	3.739889	54	3.744606	14	3.749272	74	3.753889
35	3.735200	95	3.739968	55	3.744684	15	3.749350	75	3.753966
5436	3.735279	5496	3.740047	5556	3.744762	5616	3.749427	5676	3.754042
37	3.735359	97	3.740126	57	3.744840	17	3.749504	77	3.754119
38	3.735439	98	3.740205	58	3.744919	18	3.749582	78	3.754195
39	3.735519	99	3.740284	59	3.744997	19	3.749659	79	3.754272
40	3.735599	5500	3.740363	60	3.745075	20	3.749736	80	3.754348
5441	3.735679	5501	3.740442	5561	3.745153	5621	3.749814	5681	3.754425
42	3.735759	2	3.740521	62	3.745231	22	3.749891	82	3.754501
43	3.735838	3	3.740600	63	3.745309	23	3.749968	83	3.754578
44	3.735918	4	3.740678	64	3.745387	24	3.750045	84	3.754654
45	3.735998	5	3.740757	65	3.745465	25	3.750123	85	3.754730
5446	3.736078	5506	3.740836	5566	3.745543	5626	3.750200	5686	3.754807
47	3.736157	7	3.740915	67	3.745621	27	3.750277	87	3.754883
48	3.736237	8	3.740994	68	3.745699	28	3.750354	88	3.754960
49	3.736317	9	3.741073	69	3.745777	29	3.750431	89	3.755036
50	3.736397	10	3.741152	70	3.745855	30	3.750508	90	3.755112
5451	3.736476	5511	3.741230	5571	3.745933	5631	3.750586	5691	3.755189
52	3.736556	12	3.741309	72	3.746011	32	3.750663	92	3.755265
53	3.736635	13	3.741388	73	3.746089	33	3.750740	93	3.755341
54	3.736715	14	3.741467	74	3.746167	34	3.750817	94	3.755417
55	3.736795	15	3.741546	75	3.746245	35	3.750894	95	3.755494
5456	3.736874	5516	3.741624	5576	2.746323	5636	3.750971	5696	3.755570
57	3.736954	17	3.741703	77	3.746401	37	3.751048	97	3.755646
58	3.737034	18	3.741782	78	3.746478	38	3.751125	98	3.755722
59	3.737113	19	3.741860	79	3.746556	39	3.751202	99	3.755799
60	3.737193	20	3.741939	80	3.746634	40	3.751279	5700	3.755875

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
5701	3.755951	5761	3.760498	5821	3.764998	5881	3.769451	5941	3.773860
2	3.756027	62	3.760573	22	3.765072	82	3.769525	42	3.773933
3	3.756103	63	3.760649	23	3.765147	83	3.769599	43	3.774006
4	3.756180	64	3.760724	24	3.765221	84	3.769673	44	3.774079
5	3.756256	65	3.760799	25	3.765296	85	3.769746	45	3.774152
5706	3.756332	5766	3.760875	5826	3.765370	5886	3.769820	5946	3.774225
7	3.756408	67	3.760950	27	3.765445	87	3.769894	47	3.774298
8	3.756484	68	3.761025	28	3.765520	88	3.769968	48	3.774371
9	3.756560	69	3.761101	29	3.765594	89	3.770042	49	3.774444
10	3.756636	70	3.761176	30	3.765669	90	3.770115	50	3.774517
5711	3.756712	5771	3.761251	5831	3.765743	5891	3.770189	5951	3.774590
12	3.756788	72	3.761326	32	3.765818	92	3.770263	52	3.774663
13	3.756864	73	3.761402	33	3.765892	93	3.770336	53	3.774736
14	3.756940	74	3.761477	34	3.765966	94	3.770410	54	3.774809
15	3.757016	75	3.761552	35	3.766041	95	3.770484	55	3.774882
5716	3.757092	5776	3.761627	5836	3.766115	5896	3.770557	5956	3.774955
17	3.757168	77	3.761702	37	3.766190	97	3.770631	57	3.775028
18	3.757244	78	3.761778	38	3.766264	98	3.770705	58	3.775100
19	3.757320	79	3.761853	39	3.766338	99	3.770778	59	3.775173
20	3.757396	80	3.761928	40	3.766413	5900	3.770852	60	3.775246
5721	3.757472	5781	3.762003	5841	3.766487	5901	3.770926	5961	3.775319
22	3.757548	82	3.762078	42	3.766562	2	3.770999	62	3.775392
23	3.757624	83	3.762153	43	3.766636	3	3.771073	63	3.775465
24	3.757700	84	3.762228	44	3.766710	4	3.771146	64	3.775538
25	3.757775	85	3.762303	45	3.766785	5	3.771220	65	3.775610
5726	3.757851	5786	3.762378	5846	3.766859	5906	3.771293	5966	3.775683
27	3.757927	87	3.762453	47	3.766933	7	3.771367	67	3.775756
28	3.758003	88	3.762529	48	3.767007	8	3.771440	68	3.775829
29	3.758079	89	3.762604	49	3.767082	9	3.771514	69	3.775902
30	3.758155	90	3.762679	50	3.767156	10	3.771587	70	3.775974
5731	3.758230	5791	3.762754	5851	3.767230	5911	3.771661	5971	3.776047
32	3.758306	92	3.762829	52	3.767304	12	3.771734	72	3.776120
33	3.758382	93	3.762904	53	3.767379	13	3.771808	73	3.776193
34	3.758458	94	3.762978	54	3.767453	14	3.771881	74	3.776265
35	3.758533	95	3.763053	55	3.767527	15	3.771955	75	3.776338
5736	3.758609	5796	3.763128	5856	3.767601	5916	3.772028	5976	3.776411
37	3.758685	97	3.763203	57	3.767675	17	3.772102	77	3.776483
38	3.758761	98	3.763278	58	3.767749	18	3.772175	78	3.776556
39	3.758836	99	3.763353	59	3.767823	19	3.772248	79	3.776629
40	3.758912	5800	3.763428	60	3.767898	20	3.772322	80	3.776701
5741	3.758988	5801	3.763503	5861	3.767972	5921	3.772395	5981	3.776774
42	3.759063	2	3.763578	62	3.768046	22	3.772468	82	3.776846
43	3.759139	3	3.763653	63	3.768120	23	3.772542	83	3.776919
44	3.759214	4	3.763727	64	3.768194	24	3.772615	84	3.776992
45	3.759290	5	3.763802	65	3.768268	25	3.772688	85	3.777064
5746	3.759366	5806	3.763877	5866	3.768342	5926	3.772762	5986	3.777137
47	3.759441	7	3.763952	67	3.768416	27	3.772835	87	3.777209
48	3.759517	8	3.764027	68	3.768490	28	3.772908	88	3.777282
49	3.759592	9	3.764101	69	3.768564	29	3.772981	89	3.777354
50	3.759668	10	3.764176	70	3.768638	30	3.773055	90	3.777427
5751	3.759743	5811	3.764251	5871	3.768712	5931	3.773128	5991	3.777499
52	3.759819	12	3.764326	72	3.768786	32	3.773201	92	3.777572
53	3.759894	13	3.764400	73	3.768860	33	3.773274	93	3.777644
54	3.759970	14	3.764475	74	3.768934	34	3.773348	94	3.777717
55	3.760045	15	3.764550	75	3.769008	35	3.773421	95	3.777789
5756	3.760121	5816	3.764624	5876	3.769082	5936	3.773494	5996	3.777862
57	3.760196	17	3.764699	77	3.769156	37	3.773567	97	3.777934
58	3.760272	18	3.764774	78	3.769230	38	3.773640	98	3.778006
59	3.760347	19	3.764848	79	3.769303	39	3.773713	99	3.778079
60	3.760422	20	3.764923	80	3.769377	40	3.773786	6000	3.778151

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
6001	3.778224	6061	3.782544	6121	3.786822	6181	3.791059	6241	3.795254
2	3.778296	62	3.782616	22	3.786893	82	3.791129	42	3.795324
3	3.778368	63	3.782688	23	3.786964	83	3.791199	43	3.795393
4	3.778441	64	3.782759	24	3.787035	84	3.791269	44	3.795463
5	3.778513	65	3.782831	25	3.787106	85	3.791340	45	3.795532
6006	3.778585	6066	3.782902	6126	3.787177	6186	3.791410	6246	3.795602
7	3.778658	67	3.782974	27	3.787248	87	3.791480	47	3.795672
8	3.778730	68	3.783046	28	3.787319	88	3.791550	48	3.795741
9	3.778802	69	3.783117	29	3.787390	89	3.791620	49	3.795811
10	3.778874	70	3.783189	30	3.787460	90	3.791691	50	3.795880
6011	3.778947	6071	3.783260	6131	3.787531	6191	3.791761	6251	3.795949
12	3.779019	72	3.783332	32	3.787602	92	3.791831	52	3.796019
13	3.779091	73	3.783403	33	3.787673	93	3.791901	53	3.796088
14	3.779163	74	3.783475	34	3.787744	94	3.791971	54	3.796158
15	3.779236	75	3.783546	35	3.787815	95	3.792041	55	3.796227
6016	3.779308	6076	3.783618	6136	3.787885	6196	3.792111	6256	3.796297
17	3.779380	77	3.783689	37	3.787956	97	3.792181	57	3.796366
18	3.779452	78	3.783761	38	3.788027	98	3.792252	58	3.796436
19	3.779524	79	3.783832	39	3.788098	99	3.792322	59	3.796505
20	3.779596	80	3.783904	40	3.788168	6200	3.792392	60	3.796574
6021	3.779669	6081	3.783975	6141	3.788239	6201	3.792462	6261	3.796644
22	3.779741	82	3.784046	42	3.788310	2	3.792532	62	3.796713
23	3.779813	83	3.784118	43	3.788381	3	3.792602	63	3.796782
24	3.779885	84	3.784189	44	3.788451	4	3.792672	64	3.796852
25	3.779957	85	3.784261	45	3.788522	5	3.792742	65	3.796921
6026	3.780029	6086	3.784332	6146	3.788593	6206	3.792812	6266	3.796990
27	3.780101	87	3.784403	47	3.788663	7	3.792882	67	3.797060
28	3.780173	88	3.784475	48	3.788734	8	3.792952	68	3.797129
29	3.780245	89	3.784546	49	3.788804	9	3.793022	69	3.797198
30	3.780317	90	3.784617	50	3.788875	10	3.793092	70	3.797268
6031	3.780389	6091	3.784689	6151	3.788946	6211	3.793162	6271	3.797337
32	3.780461	92	3.784760	52	3.789016	12	3.793231	72	3.797406
33	3.780533	93	3.784831	53	3.789087	13	3.793301	73	3.797475
34	3.780605	94	3.784902	54	3.789157	14	3.793371	74	3.797545
35	3.780677	95	3.784974	55	3.789228	15	3.793441	75	3.797614
6036	3.780749	6096	3.785045	6156	3.789299	6216	3.793511	6276	3.797683
37	3.780821	97	3.785116	57	3.789369	17	3.793581	77	3.797752
38	3.780893	98	3.785187	58	3.789440	18	3.793651	78	3.797821
39	3.780965	99	3.785259	59	3.789510	19	3.793721	79	3.797890
40	3.781037	6100	3.785330	60	3.789581	20	3.793790	80	3.797960
6041	3.781109	6101	3.785401	6161	3.789651	6221	3.793860	6281	3.798029
42	3.781181	2	3.785472	62	3.789722	22	3.793930	82	3.798098
43	3.781253	3	3.785543	63	3.789792	23	3.794000	83	3.798167
44	3.781324	4	3.785615	64	3.789863	24	3.794070	84	3.798236
45	3.781396	5	3.785686	65	3.789933	25	3.794139	85	3.798305
6046	3.781468	6106	3.785757	6166	3.790004	6226	3.794209	6286	3.798374
47	3.781540	7	3.785828	67	3.790074	27	3.794279	87	3.798443
48	3.781612	8	3.785899	68	3.790144	28	3.794349	88	3.798513
49	3.781684	9	3.785970	69	3.790215	29	3.794418	89	3.798582
50	3.781755	10	3.786041	70	3.790285	30	3.794488	90	3.798651
6051	3.781827	6111	3.786112	6171	3.790356	6231	3.794558	6291	3.798720
52	3.781899	12	3.786183	72	3.790426	32	3.794627	92	3.798789
53	3.781971	13	3.786254	73	3.790496	33	3.794697	93	3.798858
54	3.782042	14	3.786325	74	3.790567	34	3.794767	94	3.798927
55	3.782114	15	3.786396	75	3.790637	35	3.794836	95	3.798996
6056	3.782186	6116	3.786467	6176	3.790707	6236	3.794906	6296	3.799065
57	3.782258	17	3.786538	77	3.790778	37	3.794976	97	3.799134
58	3.782329	18	3.786609	78	3.790848	38	3.795045	98	3.799203
59	3.782401	19	3.786680	79	3.790918	39	3.795115	99	3.799272
60	3.782473	20	3.786751	80	3.790988	6240	3.795185	6300	3.799341

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
6301	3.799409	6361	3.803525	6421	3.807603	6481	3.811642	6541	3.815644
2	3.799478	62	3.803594	22	3.807670	82	3.811709	42	3.815711
3	3.799547	63	3.803662	23	3.807738	83	3.811776	43	3.815777
4	3.799616	64	3.803730	24	3.807806	84	3.811843	44	3.815843
5	3.799685	65	3.803798	25	3.807873	85	3.811910	45	3.815910
6306	3.799754	6366	3.803867	6426	3.807941	6486	3.811977	6546	3.815976
7	3.799823	67	3.803935	27	3.808008	87	3.812044	47	3.816042
8	3.799892	68	3.804003	28	3.808076	88	3.812111	48	3.816109
9	3.799961	69	3.804071	29	3.808143	89	3.812178	49	3.816175
10	3.800029	70	3.804139	30	3.808211	90	3.812245	50	3.816241
6311	3.800098	6371	3.804208	6431	3.808279	6491	3.812312	6551	3.816308
12	3.800167	72	3.804276	32	3.808346	92	3.812379	52	3.816374
13	3.800236	73	3.804344	33	3.808414	93	3.812445	53	3.816440
14	3.800305	74	3.804412	34	3.808481	94	3.812512	54	3.816506
15	3.800373	75	3.804480	35	3.808549	95	3.812579	55	3.816573
6316	3.800442	6376	3.804548	6436	3.808616	6496	3.812646	6556	3.816639
17	3.800511	77	3.804616	37	3.808684	97	3.812713	57	3.816705
18	3.800580	78	3.804685	38	3.808751	98	3.812780	58	3.816771
19	3.800648	79	3.804753	39	3.808818	99	3.812847	59	3.816838
20	3.800717	80	3.804821	40	3.808886	6500	3.812913	60	3.816904
6321	3.800786	6381	3.804889	6441	3.808953	6501	3.812980	6561	3.816970
22	3.800854	82	3.804957	42	3.809021	2	3.813047	62	3.817036
23	3.800923	83	3.805025	43	3.809088	3	3.813114	63	3.817102
24	3.800992	84	3.805093	44	3.809156	4	3.813181	64	3.817169
25	3.801061	85	3.805161	45	3.809223	5	3.813247	65	3.817235
6326	3.801129	6386	3.805229	6446	3.809290	6506	3.813314	6566	3.817301
27	3.801198	87	3.805297	47	3.809358	7	3.813381	67	3.817367
28	3.801266	88	3.805365	48	3.809425	8	3.813448	68	3.817433
29	3.801335	89	3.805433	49	3.809492	9	3.813514	69	3.817499
30	3.801404	90	3.805501	50	3.809560	10	3.813581	70	3.817565
6331	3.801472	6391	3.805569	6451	3.809627	6511	3.813648	6571	3.817631
32	3.801541	92	3.805637	52	3.809694	12	3.813714	72	3.817698
33	3.801609	93	3.805705	53	3.809762	13	3.813781	73	3.817764
34	3.801678	94	3.805773	54	3.809829	14	3.813848	74	3.817830
35	3.801747	95	3.805841	55	3.809896	15	3.813914	75	3.817896
6336	3.801815	6396	3.805908	6456	3.809964	6516	3.813981	6576	3.817962
37	3.801884	97	3.805976	57	3.810031	17	3.814048	77	3.818028
38	3.801952	98	3.806044	58	3.810098	18	3.814114	78	3.818094
39	3.802021	99	3.806112	59	3.810165	19	3.814181	79	3.818160
40	3.802089	6400	3.806180	60	3.810233	20	3.814248	80	3.818226
6341	3.802158	6401	3.806248	6461	3.810300	6521	3.814314	6581	3.818292
42	3.802226	2	3.806316	62	3.810367	22	3.814381	82	3.818358
43	3.802295	3	3.806384	63	3.810434	23	3.814447	83	3.818424
44	3.802363	4	3.806451	64	3.810501	24	3.814514	84	3.818490
45	3.802432	5	3.806519	65	3.810569	25	3.814581	85	3.818556
6346	3.802500	6406	3.806587	6466	3.810636	6526	3.814647	6586	3.818622
47	3.802568	7	3.806655	67	3.810703	27	3.814714	87	3.818688
48	3.802637	8	3.806723	68	3.810770	28	3.814780	88	3.818754
49	3.802705	9	3.806790	69	3.810837	29	3.814847	89	3.818820
50	3.802774	10	3.806858	70	3.810904	30	3.814913	90	3.818885
6351	3.802842	6411	3.806926	6471	3.810971	6531	3.814980	6591	3.818951
52	3.802910	12	3.806994	72	3.811039	32	3.815046	92	3.819017
53	3.802979	13	3.807061	73	3.811106	33	3.815113	93	3.819083
54	3.803047	14	3.807129	74	3.811173	34	3.815179	94	3.819149
55	3.803116	15	3.807197	75	3.811240	35	3.815246	95	3.819215
6356	3.803184	6416	3.807264	6476	3.811307	6536	3.815312	6596	3.819281
57	3.803252	17	3.807332	77	3.811374	37	3.815378	97	3.819346
58	3.803321	18	3.807400	78	3.811441	38	3.815445	98	3.819412
59	3.803389	19	3.807467	79	3.811508	39	3.815511	99	3.819478
60	3.803457	20	3.807535	80	3.811575	40	3.815578	6600	3.819544

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
6601	3.819610	6661	3.823539	6721	3.827434	6781	3.831294	6841	3.835120
2	3.819676	62	3.823605	22	3.827499	82	3.831358	42	3.835183
3	3.819741	63	3.823670	23	3.827563	83	3.831422	43	3.835247
4	3.819807	64	3.823735	24	3.827628	84	3.831486	44	3.835310
5	3.819873	65	3.823800	25	3.827692	85	3.831550	45	3.835373
6606	3.819939	6666	3.823865	6726	3.827757	6786	3.831614	6846	3.835437
7	3.820004	67	3.823930	27	3.827821	87	3.831678	47	3.835500
8	3.820070	68	3.823996	28	3.827886	88	3.831742	48	3.835564
9	3.820136	69	3.824061	29	3.827951	89	3.831806	49	3.835627
10	3.820201	70	3.824126	30	3.828015	90	3.831870	50	3.835691
6611	3.820267	6671	3.824191	6731	3.828080	6791	3.831934	6851	3.835754
12	3.820333	72	3.824256	32	3.828144	92	3.831998	52	3.835817
13	3.820399	73	3.824321	33	3.828209	93	3.832062	53	3.835881
14	3.820464	74	3.824386	34	3.828273	94	3.832126	54	3.835944
15	3.820530	75	3.824451	35	3.828338	95	3.832189	55	3.836007
6616	3.820595	6676	3.824516	6736	3.828402	6796	3.832253	6856	3.836071
17	3.820661	77	3.824581	37	3.828467	97	3.832317	57	3.836134
18	3.820727	78	3.824646	38	3.828531	98	3.832381	58	3.836197
19	3.820792	79	3.824711	39	3.828595	99	3.832445	59	3.836261
20	3.820858	80	3.824776	40	3.828660	6800	3.832509	60	3.836324
6621	3.820924	6681	3.824841	6741	3.828724	6801	3.832573	6861	3.836387
22	3.820989	82	3.824906	42	3.828789	2	3.832637	62	3.836451
23	3.821055	83	3.824971	43	3.828853	3	3.832700	63	3.836514
24	3.821120	84	3.825036	44	3.828918	4	3.832764	64	3.836577
25	3.821186	85	3.825101	45	3.828982	5	3.832828	65	3.836641
6626	3.821251	6686	3.825166	6746	3.829046	6806	3.832892	6866	3.836704
27	3.821317	87	3.825231	47	3.829111	7	3.832956	67	3.836767
28	3.821382	88	3.825296	48	3.829175	8	3.833020	68	3.836830
29	3.821448	89	3.825361	49	3.829239	9	3.833083	69	3.836894
30	3.821514	90	3.825426	50	3.829304	10	3.833147	70	3.836957
6631	3.821579	6691	3.825491	6751	3.829368	6811	3.833211	6871	3.837020
32	3.821645	92	3.825556	52	3.829432	12	3.833275	72	3.837083
33	3.821710	93	3.825621	53	3.829497	13	3.833338	73	3.837146
34	3.821775	94	3.825686	54	3.829561	14	3.833402	74	3.837210
35	3.821841	95	3.825751	55	3.829625	15	3.833466	75	3.837273
6636	3.821906	6696	3.825815	6756	3.829690	6816	3.833530	6876	3.837336
37	3.821972	97	3.825880	57	3.829754	17	3.833593	77	3.837399
38	3.822037	98	3.825945	58	3.829818	18	3.833657	78	3.837462
39	3.822103	99	3.826010	59	3.829882	19	3.833721	79	3.837525
40	3.822168	6700	3.826075	60	3.829947	20	3.833784	80	3.837588
6641	3.822233	6701	3.826140	6761	3.830011	6821	3.833848	6881	3.837652
42	3.822299	2	3.826204	62	3.830075	22	3.833912	82	3.837715
43	3.822364	3	3.826269	63	3.830139	23	3.833975	83	3.837778
44	3.822430	4	3.826334	64	3.830204	24	3.834039	84	3.837841
45	3.822495	5	3.826399	65	3.830268	25	3.834103	85	3.837904
6646	3.822560	6706	3.826464	6766	3.830332	6826	3.834166	6886	3.837967
47	3.822626	7	3.826528	67	3.830396	27	3.834230	87	3.838030
48	3.822691	8	3.826593	68	3.830460	28	3.834294	88	3.838093
49	3.822756	9	3.826658	69	3.830525	29	3.834357	89	3.838156
50	3.822822	10	3.826723	70	3.830589	30	3.834421	90	3.838219
6651	3.822887	6711	3.826787	6771	3.830653	6831	3.834484	6891	3.838282
52	3.822952	12	3.826852	72	3.830717	32	3.834548	92	3.838345
53	3.823018	13	3.826917	73	3.830781	33	3.834611	93	3.838408
54	3.823083	14	3.826981	74	3.830845	34	3.834675	94	3.838471
55	3.823148	15	3.827046	75	3.830909	35	3.834739	95	3.838534
6656	3.823213	6716	3.827111	6776	3.830973	6836	3.834802	6896	3.838597
57	3.823279	17	3.827175	77	3.831037	37	3.834866	97	3.838660
58	3.823344	18	3.827240	78	3.831102	38	3.834929	98	3.838723
59	3.823409	19	3.827305	79	3.831166	39	3.834993	99	3.838786
60	3.823474	20	3.827369	80	3.831230	40	3.835056	6900	3.838849

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
6901	3.838912	6961	3.842672	7021	3.846399	7081	3.850095	7141	3.853759
2	3.838975	62	3.842734	22	3.846461	82	3.850156	42	3.853820
3	3.839038	63	3.842796	23	3.846523	83	3.850217	43	3.853881
4	3.839101	64	3.842859	24	3.846585	84	3.850279	44	3.853941
5	3.839164	65	3.842921	25	3.846646	85	3.850340	45	3.854002
6906	3.839227	6966	3.842983	7026	3.846708	7086	3.850401	7146	3.854063
7	3.839289	67	3.843046	27	3.846770	87	3.850462	47	3.854124
8	3.839352	68	3.843108	28	3.846832	88	3.850524	48	3.854185
9	3.839415	69	3.843170	29	3.846894	89	3.850585	49	3.854245
10	3.839478	70	3.843233	30	3.846955	90	3.850646	50	3.854306
6911	3.839541	6971	3.843295	7031	3.847017	7091	3.850707	7151	3.854367
12	3.839604	72	3.843357	32	3.847079	92	3.850769	52	3.854428
13	3.839667	73	3.843420	33	3.847141	93	3.850830	53	3.854488
14	3.839729	74	3.843482	34	3.847202	94	3.850891	54	3.854549
15	3.839792	75	3.843544	35	3.847264	95	3.850952	55	3.854610
6916	3.839855	6976	3.843606	7036	3.847326	7096	3.851014	7156	3.854670
17	3.839918	77	3.843669	37	3.847388	97	3.851075	57	3.854731
18	3.839981	78	3.843731	38	3.847449	98	3.851136	58	3.854792
19	3.840043	79	3.843793	39	3.847511	99	3.851197	59	3.854852
20	3.840106	80	3.843855	40	3.847573	7100	3.851258	60	3.854913
6921	3.840169	6981	3.843918	7041	3.847634	7101	3.851320	7161	3.854974
22	3.840232	82	3.843980	42	3.847696	2	3.851381	62	3.855034
23	3.840294	83	3.844042	43	3.847758	3	3.851442	63	3.855095
24	3.840357	84	3.844104	44	3.847819	4	3.851503	64	3.855156
25	3.840420	85	3.844166	45	3.847881	5	3.851564	65	3.855216
6926	3.840482	6986	3.844229	7046	3.847943	7106	3.851625	7166	3.855277
27	3.840545	87	3.844291	47	3.848004	7	3.851686	67	3.855337
28	3.840608	88	3.844353	48	3.848066	8	3.851747	68	3.855398
29	3.840671	89	3.844415	49	3.848128	9	3.851809	69	3.855459
30	3.840733	90	3.844477	50	3.848189	10	3.851870	70	3.855519
6931	3.840796	6991	3.844539	7051	3.848251	7111	3.851931	7171	3.855580
32	3.840859	92	3.844601	52	3.848312	12	3.851992	72	3.855640
33	3.840921	93	3.844664	53	3.848374	13	3.852053	73	3.855701
34	3.840984	94	3.844726	54	3.848435	14	3.852114	74	3.855761
35	3.841046	95	3.844788	55	3.848497	15	3.852175	75	3.855822
6936	3.841109	6996	3.844850	7056	3.848559	7116	3.852236	7176	3.855882
37	3.841172	97	3.844912	57	3.848620	17	3.852297	77	3.855943
38	3.841234	98	3.844974	58	3.848682	18	3.852358	78	3.856003
39	3.841297	99	3.845036	59	3.848743	19	3.852419	79	3.856064
40	3.841359	7000	3.845098	60	3.848805	20	3.852480	80	3.856124
6941	3.841422	7001	3.845160	7061	3.848866	7121	3.852541	7181	3.856185
42	3.841485	2	3.845222	62	3.848928	22	3.852602	82	3.856245
43	3.841547	3	3.845284	63	3.848989	23	3.852663	83	3.856306
44	3.841610	4	3.845346	64	3.849051	24	3.852724	84	3.856366
45	3.841672	5	3.845408	65	3.849112	25	3.852785	85	3.856427
6946	3.841735	7006	3.845470	7066	3.849174	7126	3.852846	7186	3.856487
47	3.841797	7	3.845532	67	3.849235	27	3.852907	87	3.856548
48	3.841860	8	3.845594	68	3.849297	28	3.852968	88	3.856608
49	3.841922	9	3.845656	69	3.849358	29	3.853029	89	3.856668
50	3.841985	10	3.845718	70	3.849419	30	3.853090	90	3.856729
6951	3.842047	7011	3.845780	7071	3.849481	7131	3.853150	7191	3.856789
52	3.842110	12	3.845842	72	3.849542	32	3.853211	92	3.856850
53	3.842172	13	3.845904	73	3.849604	33	3.853272	93	3.856910
54	3.842235	14	3.845966	74	3.849665	34	3.853333	94	3.856970
55	3.842297	15	3.846028	75	3.849726	35	3.853394	95	3.857031
6956	3.842360	7016	3.846090	7076	3.849788	7136	3.853455	7196	3.857091
57	3.842422	17	3.846151	77	3.849849	37	3.853516	97	3.857152
58	3.842484	18	3.846213	78	3.849911	38	3.853576	98	3.857212
59	3.842547	19	3.846275	79	3.849972	39	3.853637	99	3.857272
60	3.842609	20	3.846337	80	3.850033	40	3.853698	7200	3.857332

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
7201	3.857393	7261	3.860996	7321	3.864570	7381	3.868115	7441	3.871631
2	3.857453	62	3.861056	22	3.864630	82	3.868174	42	3.871690
3	3.857513	63	3.861116	23	3.864689	83	3.868233	43	3.871748
4	3.857574	64	3.861176	24	3.864748	84	3.868292	44	3.871806
5	3.857634	65	3.861236	25	3.864808	85	3.868350	45	3.871865
7206	3.857694	7266	3.861295	7326	3.864867	7386	3.868409	7446	3.871923
7	3.857755	67	3.861355	27	3.864926	87	3.868468	47	3.871981
8	3.857815	68	3.861415	28	3.864985	88	3.868527	48	3.872040
9	3.857875	69	3.861475	29	3.865045	89	3.868586	49	3.872098
10	3.857935	70	3.861534	30	3.865104	90	3.868644	50	3.872156
7211	3.857995	7271	3.861594	7331	3.865163	7391	3.868703	7451	3.872215
12	3.858056	72	3.861654	32	3.865222	92	3.868762	52	3.872273
13	3.858116	73	3.861714	33	3.865282	93	3.868821	53	3.872331
14	3.858176	74	3.861773	34	3.865341	94	3.868879	54	3.872389
15	3.858236	75	3.861833	35	3.865400	95	3.868938	55	3.872448
7216	3.858297	7276	3.861893	7336	3.865459	7396	3.868997	7456	3.872506
17	3.858357	77	3.861952	37	3.865519	97	3.869056	57	3.872564
18	3.858417	78	3.862012	38	3.865578	98	3.869114	58	3.872622
19	3.858477	79	3.862072	39	3.865637	99	3.869173	59	3.872681
20	3.858537	80	3.862131	40	3.865696	7400	3.869232	60	3.872739
7221	3.858597	7281	3.862191	7341	3.865755	7401	3.869290	7461	3.872797
22	3.858657	82	3.862251	42	3.865814	2	3.869349	62	3.872855
23	3.858718	83	3.862310	43	3.865874	3	3.869408	63	3.872913
24	3.858778	84	3.862370	44	3.865933	4	3.869466	64	3.872972
25	3.858838	85	3.862430	45	3.865992	5	3.869525	65	3.873030
7226	3.858898	7286	3.862489	7346	3.866051	7406	3.869584	7466	3.873088
27	3.858958	87	3.862549	47	3.866110	7	3.869642	67	3.873146
28	3.859018	88	3.862608	48	3.866169	8	3.869701	68	3.873204
29	3.859078	89	3.862668	49	3.866228	9	3.869760	69	3.873262
30	3.859138	90	3.862728	50	3.866287	10	3.869818	70	3.873321
7231	3.859198	7291	3.862787	7351	3.866346	7411	3.869877	7471	3.873379
32	3.859258	92	3.862847	52	3.866405	12	3.869935	72	3.873437
33	3.859318	93	3.862906	53	3.866465	13	3.869994	73	3.873495
34	3.859379	94	3.862966	54	3.866524	14	3.870053	74	3.873553
35	3.859439	95	3.863025	55	3.866583	15	3.870111	75	3.873611
7236	3.859499	7296	3.863085	7356	3.866642	7416	3.870170	7476	3.873669
37	3.859559	97	3.863144	57	3.866701	17	3.870228	77	3.873727
38	3.859619	98	3.863204	58	3.866760	18	3.870287	78	3.873785
39	3.859679	99	3.863263	59	3.866819	19	3.870345	79	3.873844
40	3.859739	7300	3.863323	60	3.866878	20	3.870404	80	3.873902
7241	3.859799	7301	3.863382	7361	3.866937	7421	3.870462	7481	3.873960
42	3.859859	2	3.863442	62	3.866996	22	3.870521	82	3.874018
43	3.859918	3	3.863501	63	3.867055	23	3.870579	83	3.874076
44	3.859978	4	3.863561	64	3.867114	24	3.870638	84	3.874134
45	3.860038	5	3.863620	65	3.867173	25	3.870696	85	3.874192
7246	3.860098	7306	3.863680	7366	3.867232	7426	3.870755	7486	3.874250
47	3.860158	7	3.863739	67	3.867291	27	3.870813	87	3.874308
48	3.860218	8	3.863799	68	3.867350	28	3.870872	88	3.874366
49	3.860278	9	3.863858	69	3.867409	29	3.870930	89	3.874424
50	3.860338	10	3.863917	70	3.867467	30	3.870989	90	3.874482
7251	3.860398	7311	3.863977	7371	3.867526	7431	3.871047	7491	3.874540
52	3.860458	12	3.864036	72	3.867585	32	3.871106	92	3.874598
53	3.860518	13	3.864096	73	3.867644	33	3.871164	93	3.874656
54	3.860578	14	3.864155	74	3.867703	34	3.871223	94	3.874714
55	3.860637	15	3.864214	75	3.867762	35	3.871281	95	3.874772
7256	3.860697	7316	3.864274	7376	3.867821	7436	3.871339	7496	3.874830
57	3.860757	17	3.864333	77	3.867880	37	3.871398	97	3.874888
58	3.860817	18	3.864392	78	3.867939	38	3.871456	98	3.874945
59	3.860877	19	3.864452	79	3.867998	39	3.871515	99	3.875003
60	3.860937	20	3.864511	80	3.868056	40	3.871573	7500	3.875061

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
7501	3.875119	7561	3.878579	7621	3.882012	7681	3.885418	7741	3.888797
2	3.875177	62	3.878637	22	3.882069	82	3.885474	42	3.888853
3	3.875235	63	3.878694	23	3.882126	83	3.885531	43	3.888909
4	3.875293	64	3.878752	24	3.882183	84	3.885587	44	3.888965
5	3.875351	65	3.878809	25	3.882240	85	3.885644	45	3.889021
7506	3.875409	7566	3.878866	7626	3.882297	7686	3.885700	7746	3.889077
7	3.875466	67	3.878924	27	3.882354	87	3.885757	47	3.889134
8	3.875524	68	3.878981	28	3.882411	88	3.885813	48	3.889190
9	3.875582	69	3.879039	29	3.882468	89	3.885870	49	3.889246
10	3.875640	70	3.879096	30	3.882525	90	3.885926	50	3.889302
7511	3.875698	7571	3.879153	7631	3.882581	7691	3.885983	7751	3.889358
12	3.875756	72	3.879211	32	3.882638	92	3.886039	52	3.889414
13	3.875813	73	3.879268	33	3.882695	93	3.886096	53	3.889470
14	3.875871	74	3.879325	34	3.882752	94	3.886152	54	3.889526
15	3.875929	75	3.879383	35	3.882809	95	3.886209	55	3.889582
7516	3.875987	7576	3.879440	7636	3.882866	7696	3.886265	7756	3.889638
17	3.876045	77	3.879497	37	3.882923	97	3.886321	57	3.889694
18	3.876102	78	3.879555	38	3.882980	98	3.886378	58	3.889750
19	3.876160	79	3.879612	39	3.883037	99	3.886434	59	3.889806
20	3.876218	80	3.879669	40	3.883093	7700	3.886491	60	3.889862
7521	3.876276	7581	3.879726	7641	3.883150	7701	3.886547	7761	3.889918
22	3.876333	82	3.879784	42	3.883207	2	3.886604	62	3.889974
23	3.876391	83	3.879841	43	3.883264	3	3.886660	63	3.890030
24	3.876449	84	3.879898	44	3.883321	4	3.886716	64	3.890086
25	3.876507	85	3.879956	45	3.883377	5	3.886773	65	3.890141
7526	3.876564	7586	3.880013	7646	3.883434	7706	3.886829	7766	3.890197
27	3.876622	87	3.880070	47	3.883491	7	3.886885	67	3.890253
28	3.876680	88	3.880127	48	3.883548	8	3.886942	68	3.890309
29	3.876737	89	3.880185	49	3.883605	9	3.886998	69	3.890365
30	3.876795	90	3.880242	50	3.883661	10	3.887054	70	3.890421
7531	3.876853	7591	3.880299	7651	3.883718	7711	3.887111	7771	3.890477
32	3.876910	92	3.880356	52	3.883775	12	3.887167	72	3.890533
33	3.876968	93	3.880413	53	3.883832	13	3.887223	73	3.890589
34	3.877026	94	3.880471	54	3.883888	14	3.887280	74	3.890645
35	3.877083	95	3.880528	55	3.883945	15	3.887336	75	3.890700
7536	3.877141	7596	3.880585	7656	3.884002	7716	3.887392	7776	3.890756
37	3.877199	97	3.880642	57	3.884059	17	3.887448	77	3.890812
38	3.877256	98	3.880699	58	3.884115	18	3.887505	78	3.890868
39	3.877314	99	3.880756	59	3.884172	19	3.887561	79	3.890924
40	3.877371	7600	3.880814	60	3.884229	20	3.887617	80	3.890980
7541	3.877429	7601	3.880871	7661	3.884285	7721	3.887674	7781	3.891035
42	3.877487	2	3.880928	62	3.884342	22	3.887730	82	3.891091
43	3.877544	3	3.880985	63	3.884399	23	3.887786	83	3.891147
44	3.877602	4	3.881042	64	3.884455	24	3.887842	84	3.891203
45	3.877659	5	3.881099	65	3.884512	25	3.887898	85	3.891259
7546	3.877717	7606	3.881156	7666	3.884569	7726	3.887955	7786	3.891314
47	3.877774	7	3.881213	67	3.884625	27	3.888011	87	3.891370
48	3.877832	8	3.881271	68	3.884682	28	3.888067	88	3.891426
49	3.877889	9	3.881328	69	3.884739	29	3.888123	89	3.891482
50	3.877947	10	3.881385	70	3.884795	30	3.888179	90	3.891537
7551	3.878004	7611	3.881442	7671	3.884852	7731	3.888236	7791	3.891593
52	3.878062	12	3.881499	72	3.884909	32	3.888292	92	3.891649
53	3.878119	13	3.881556	73	3.884965	33	3.888348	93	3.891705
54	3.878177	14	3.881613	74	3.885022	34	3.888404	94	3.891760
55	3.878234	15	3.881670	75	3.885078	35	3.888460	95	3.891816
7556	3.878292	7616	3.881727	7676	3.885135	7736	3.888516	7796	3.891872
57	3.878349	17	3.881784	77	3.885192	37	3.888573	97	3.891928
58	3.878407	18	3.881841	78	3.885248	38	3.888629	98	3.891983
59	3.878464	19	3.881898	79	3.885305	39	3.888685	99	3.892039
60	3.878522	20	3.881955	80	3.885361	40	3.888741	7800	3.892095

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
7801	3.892150	7861	3.895478	7921	3.898780	7981	3.902057	8041	3.905310
2	3.892206	62	3.895533	22	3.898835	82	3.902112	42	3.905364
3	3.892262	63	3.895588	23	3.898890	83	3.902166	43	3.905418
4	3.892317	64	3.895644	24	3.898944	84	3.902221	44	3.905472
5	3.892373	65	3.895699	25	3.898999	85	3.902275	45	3.905526
7806	3.892429	7866	3.895754	7926	3.899054	7986	3.902329	8046	3.905580
7	3.892484	67	3.895809	27	3.899109	87	3.902384	47	3.905634
8	3.892540	68	3.895864	28	3.899164	88	3.902438	48	3.905688
9	3.892595	69	3.895920	29	3.899218	89	3.902492	49	3.905742
10	3.892651	70	3.895975	30	3.899273	90	3.902547	50	3.905796
7811	3.892707	7871	3.896030	7931	3.899328	7991	3.902601	8051	3.905850
12	3.892762	72	3.896085	32	3.899383	92	3.902655	52	3.905904
13	3.892818	73	3.896140	33	3.899437	93	3.902710	53	3.905958
14	3.892873	74	3.896195	34	3.899492	94	3.902764	54	3.906012
15	3.892929	75	3.896251	35	3.899547	95	3.902818	55	3.906066
7816	3.892985	7876	3.896306	7936	3.899602	7996	3.902873	8056	3.906119
17	3.893040	77	3.896361	37	3.899656	97	3.902927	57	3.906173
18	3.893096	78	3.896416	38	3.899711	98	3.902981	58	3.906227
19	3.893151	79	3.896471	39	3.899766	99	3.903036	59	3.906281
20	3.893207	80	3.896526	40	3.899821	8000	3.903090	60	3.906335
7821	3.893262	7881	3.896581	7941	3.899875	8001	3.903144	8061	3.906389
22	3.893318	82	3.896636	42	3.899930	2	3.903199	62	3.906443
23	3.893373	83	3.896692	43	3.899985	3	3.903253	63	3.906497
24	3.893429	84	3.896747	44	3.900039	4	3.903307	64	3.906551
25	3.893484	85	3.896802	45	3.900094	5	3.903361	65	3.906604
7826	3.893540	7886	3.896857	7946	3.900149	8006	3.903416	8066	3.906658
27	3.893595	87	3.896912	47	3.900203	7	3.903470	67	3.906712
28	3.893651	88	3.896967	48	3.900258	8	3.903524	68	3.906766
29	3.893706	89	3.897022	49	3.900312	9	3.903578	69	3.906820
30	3.893762	90	3.897077	50	3.900367	10	3.903633	70	3.906874
7831	3.893817	7891	3.897132	7951	3.900422	8011	3.903687	8071	3.906927
32	3.893873	92	3.897187	52	3.900476	12	3.903741	72	3.906981
33	3.893928	93	3.897242	53	3.900531	13	3.903795	73	3.907035
34	3.893984	94	3.897297	54	3.900586	14	3.903849	74	3.907089
35	3.894039	95	3.897352	55	3.900640	15	3.903904	75	3.907143
7836	3.894094	7896	3.897407	7956	3.900695	8016	3.903958	8076	3.907196
37	3.894150	97	3.897462	57	3.900749	17	3.904012	77	3.907250
38	3.894205	98	3.897517	58	3.900804	18	3.904066	78	3.907304
39	3.894261	99	3.897572	59	3.900859	19	3.904120	79	3.907358
40	3.894316	7900	3.897627	60	3.900913	20	3.904174	80	3.907411
7841	3.894371	7901	3.897682	7961	3.900968	8021	3.904229	8081	3.907465
42	3.894427	2	3.897737	62	3.901022	22	3.904283	82	3.907519
43	3.894482	3	3.897792	63	3.901077	23	3.904337	83	3.907573
44	3.894538	4	3.897847	64	3.901131	24	3.904391	84	3.907626
45	3.894593	5	3.897902	65	3.901186	25	3.904445	85	3.907680
7846	3.894648	7906	3.897957	7966	3.901240	8026	3.904499	8086	3.907734
47	3.894704	7	3.898012	67	3.901295	27	3.904553	87	3.907787
48	3.894759	8	3.898067	68	3.901349	28	3.904607	88	3.907841
49	3.894814	9	3.898122	69	3.901404	29	3.904661	89	3.907895
50	3.894870	10	3.898176	70	3.901458	30	3.904716	90	3.907949
7851	3.894925	7911	3.898231	7971	3.901513	8031	3.904770	8091	3.908002
52	3.894980	12	3.898286	72	3.901567	32	3.904824	92	3.908056
53	3.895036	13	3.898341	73	3.901622	33	3.904878	93	3.908110
54	3.895091	14	3.898396	74	3.901676	34	3.904932	94	3.908163
55	3.895146	15	3.898451	75	3.901731	35	3.904986	95	3.908217
7856	3.895201	7916	3.898506	7976	3.901785	8036	3.905040	8096	3.908270
57	3.895257	17	3.898561	77	3.901840	37	3.905094	97	3.908324
58	3.895312	18	3.898615	78	3.901894	38	3.905148	98	3.908378
59	3.895367	19	3.898670	79	3.901948	39	3.905202	99	3.908431
60	3.895423	20	3.898725	80	3.902003	40	3.905256	8100	3.908485

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
8101	3.908539	8161	3.911743	8221	3.914925	8281	3.918083	8341	3.921218
2	3.908592	62	3.911797	22	3.914977	82	3.918135	42	3.921270
3	3.908646	63	3.911850	23	3.915030	83	3.918188	43	3.921322
4	3.908699	64	3.911903	24	3.915083	84	3.918240	44	3.921374
5	3.908753	65	3.911956	25	3.915136	85	3.918293	45	3.921426
8106	3.908807	8166	3.912009	8226	3.915189	8286	3.918345	8346	3.921478
7	3.908860	67	3.912063	27	3.915241	87	3.918397	47	3.921530
8	3.908914	68	3.912116	28	3.915294	88	3.918450	48	3.921582
9	3.908967	69	3.912169	29	3.915347	89	3.918502	49	3.921634
10	3.909021	70	3.912222	30	3.915400	90	3.918555	50	3.921686
8111	3.909074	8171	3.912275	8231	3.915453	8291	3.918607	8351	3.921738
12	3.909128	72	3.912328	32	3.915505	92	3.918659	52	3.921790
13	3.909181	73	3.912381	33	3.915558	93	3.918712	53	3.921842
14	3.909235	74	3.912435	34	3.915611	94	3.918764	54	3.921894
15	3.909289	75	3.912488	35	3.915664	95	3.918816	55	3.921946
8116	3.909342	8176	3.912541	8236	3.915716	8296	3.918869	8356	3.921998
17	3.909396	77	3.912594	37	3.915769	97	3.918921	57	3.922050
18	3.909449	78	3.912647	38	3.915822	98	3.918973	58	3.922102
19	3.909503	79	3.912700	39	3.915874	99	3.919026	59	3.922154
20	3.909556	80	3.912753	40	3.915927	8300	3.919078	60	3.922206
8121	3.909610	8181	3.912806	8241	3.915980	8301	3.919130	8361	3.922258
22	3.909663	82	3.912859	42	3.916033	2	3.919183	62	3.922310
23	3.909716	83	3.912913	43	3.916085	3	3.919235	63	3.922362
24	3.909770	84	3.912966	44	3.916138	4	3.919287	64	3.922414
25	3.909823	85	3.913019	45	3.916191	5	3.919340	65	3.922466
8126	3.909877	8186	3.913072	8246	3.916243	8306	3.919392	8366	3.922518
27	3.909930	87	3.913125	47	3.916296	7	3.919444	67	3.922570
28	3.909984	88	3.913178	48	3.916349	8	3.919496	68	3.922622
29	3.910037	89	3.913231	49	3.916401	9	3.919549	69	3.922674
30	3.910091	90	3.913284	50	3.916454	10	3.919601	70	3.922725
8131	3.910144	8191	3.913337	8251	3.916507	8311	3.919653	8371	3.922777
32	3.910197	92	3.913390	52	3.916559	12	3.919706	72	3.922829
33	3.910251	93	3.913443	53	3.916612	13	3.919758	73	3.922881
34	3.910304	94	3.913496	54	3.916664	14	3.919810	74	3.922933
35	3.910358	95	3.913549	55	3.916717	15	3.919862	75	3.922985
8136	3.910411	8196	3.913602	8256	3.916770	8316	3.919914	8376	3.923037
37	3.910464	97	3.913655	57	3.916822	17	3.919967	77	3.923089
38	3.910518	98	3.913708	58	3.916875	18	3.920019	78	3.923140
39	3.910571	99	3.913761	59	3.916927	19	3.920071	79	3.923192
40	3.910624	8200	3.913814	60	3.916980	20	3.920123	80	3.923244
8141	3.910678	8201	3.913867	8261	3.917033	8321	3.920176	8381	3.923296
42	3.910731	2	3.913920	62	3.917085	22	3.920228	82	3.923348
43	3.910784	3	3.913973	63	3.917138	23	3.920280	83	3.923399
44	3.910838	4	3.914026	64	3.917190	24	3.920332	84	3.923451
45	3.910891	5	3.914079	65	3.917243	25	3.920384	85	3.923503
8146	3.910944	8206	3.914132	8266	3.917295	8326	3.920436	8386	3.923555
47	3.910998	7	3.914184	67	3.917348	27	3.920489	87	3.923607
48	3.911051	8	3.914237	68	3.917400	28	3.920541	88	3.923658
49	3.911104	9	3.914290	69	3.917453	29	3.920593	89	3.923710
50	3.911158	10	3.914343	70	3.917506	30	3.920645	90	3.923762
8151	3.911211	8211	3.914396	8271	3.917558	8331	3.920697	8391	3.923814
52	3.911264	12	3.914449	72	3.917611	32	3.920749	92	3.923865
53	3.911317	13	3.914502	73	3.917663	33	3.920801	93	3.923917
54	3.911371	14	3.914555	74	3.917716	34	3.920853	94	3.923969
55	3.911424	15	3.914608	75	3.917768	35	3.920906	95	3.924021
8156	3.911477	8216	3.914660	8276	3.917820	8336	3.920958	8396	3.924072
57	3.911530	17	3.914713	77	3.917873	37	3.921010	97	3.924124
58	3.911584	18	3.914766	78	3.917925	38	3.921062	98	3.924176
59	3.911637	19	3.914819	79	3.917978	39	3.921114	99	3.924228
60	3.911690	20	3.914872	80	3.918030	40	3.921166	8400	3.924279

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
8401	3.924331	8461	3.927422	8521	3.930491	8581	3.933538	8641	3.936564
2	3.924383	62	3.927473	22	3.930542	82	3.933589	42	3.936614
3	3.924434	63	3.927524	23	3.930592	83	3.933639	43	3.936665
4	3.924486	64	3.927576	24	3.930643	84	3.933690	44	3.936715
5	3.924538	65	3.927627	25	3.930694	85	3.933749	45	3.936765
8406	3.924589	8466	3.927678	8526	3.930745	8586	3.933790	8646	3.936815
7	3.924641	67	3.927730	27	3.930796	87	3.933841	47	3.936865
8	3.924693	68	3.927781	28	3.930847	88	3.933892	48	3.936916
9	3.924744	69	3.927832	29	3.930898	89	3.933943	49	3.936966
10	3.924796	70	3.927883	30	3.930949	90	3.933993	50	3.937016
8411	3.924848	8471	3.927935	8531	3.931000	8591	3.934044	8651	3.937066
12	3.924899	72	3.927986	32	3.931051	92	3.934094	52	3.937117
13	3.924951	73	3.928037	33	3.931102	93	3.934145	53	3.937167
14	3.925002	74	3.928088	34	3.931153	94	3.934195	54	3.937217
15	3.925054	75	3.928140	35	3.931204	95	3.934246	55	3.937267
8416	3.925106	8476	3.928191	8536	3.931254	8596	3.934296	8656	3.937317
17	3.925157	77	3.928242	37	3.931305	97	3.934347	57	3.937367
18	3.925209	78	3.928293	38	3.931356	98	3.934397	58	3.937418
19	3.925261	79	3.928345	39	3.931407	99	3.934448	59	3.937468
20	3.925312	80	3.928396	40	3.931458	8600	3.934498	60	3.937518
8421	3.925364	8481	3.928447	8541	3.931509	8601	3.934549	8661	3.937568
22	3.925415	82	3.928498	42	3.931560	2	3.934599	62	3.937618
23	3.925467	83	3.928549	43	3.931610	3	3.934650	63	3.937668
24	3.925518	84	3.928601	44	3.931661	4	3.934700	64	3.937718
25	3.925570	85	3.928652	45	3.931712	5	3.934751	65	3.937769
8426	3.925621	8486	3.928703	8546	3.931763	8606	3.934801	8666	3.937819
27	3.925673	87	3.928754	47	3.931814	7	3.934852	67	3.937869
28	3.925725	88	3.928805	48	3.931865	8	3.934902	68	3.937919
29	3.925776	89	3.928857	49	3.931915	9	3.934953	69	3.937969
30	3.925828	90	3.928908	50	3.931966	10	3.935003	70	3.938019
8431	3.925879	8491	3.928959	8551	3.932017	8611	3.935054	8671	3.938069
32	3.925931	92	3.929010	52	3.932068	12	3.935104	72	3.938119
33	3.925982	93	3.929061	53	3.932118	13	3.935154	73	3.938169
34	3.926034	94	3.929112	54	3.932169	14	3.935205	74	3.938219
35	3.926085	95	3.929163	55	3.932220	15	3.935255	75	3.938269
8436	3.926137	8496	3.929215	8556	3.932271	8616	3.935306	8676	3.938320
37	3.926188	97	3.929266	57	3.932322	17	3.935356	77	3.938370
38	3.926240	98	3.929317	58	3.932372	18	3.935406	78	3.938420
39	3.926291	99	3.929368	59	3.932423	19	3.935457	79	3.938470
40	3.926342	8500	3.929419	60	3.932474	20	3.935507	80	3.938520
8441	3.926394	8501	3.929470	8561	3.932524	8621	3.935558	8681	3.938570
42	3.926445	2	3.929521	62	3.932575	22	3.935608	82	3.938620
43	3.926497	3	3.929572	63	3.932626	23	3.935658	83	3.938670
44	3.926548	4	3.929623	64	3.932677	24	3.935709	84	3.938720
45	3.926600	5	3.929674	65	3.932727	25	3.935759	85	3.938770
8446	3.926651	8506	3.929725	8566	3.932778	8626	3.935809	8686	3.938820
47	3.926702	7	3.929776	67	3.932829	27	3.935860	87	3.938870
48	3.926754	8	3.929827	68	3.932879	28	3.935910	88	3.938920
49	3.926805	9	3.929879	69	3.932930	29	3.935960	89	3.938970
50	3.926857	10	3.929930	70	3.932981	30	3.936011	90	3.939020
8451	3.926908	8511	3.929981	8571	3.933031	8631	3.936061	8691	3.939070
52	3.926959	12	3.930032	72	3.933082	32	3.936111	92	3.939120
53	3.927011	13	3.930083	73	3.933133	33	3.936162	93	3.939170
54	3.927062	14	3.930134	74	3.933183	34	3.936212	94	3.939220
55	3.927114	15	3.930185	75	3.933234	35	3.936262	95	3.939270
8456	3.927165	8516	3.930236	8576	3.933285	8636	3.936313	8696	3.939320
57	3.927216	17	3.930287	77	3.933335	37	3.936363	97	3.939369
58	3.927268	18	3.930338	78	3.933386	38	3.936413	98	3.939419
59	3.927319	19	3.930389	79	3.933437	39	3.936463	99	3.939469
60	3.927370	20	3.930440	80	3.933487	40	3.936514	8700	3.939519

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
8701	3.939569	8761	3.942554	8821	3.945518	8881	3.948462	8941	3.951386
2	3.939619	62	3.942603	22	3.945567	82	3.948511	42	3.951435
3	3.939669	63	3.942653	23	3.945616	83	3.948560	43	3.951483
4	3.939719	64	3.942702	24	3.945665	84	3.948609	44	3.951532
5	3.939769	65	3.942752	25	3.945715	85	3.948657	45	3.951580
8706	3.939819	8766	3.942801	8826	3.945764	8886	3.948706	8946	3.951629
7	3.939869	67	3.942851	27	3.945813	87	3.948755	47	3.951677
8	3.939918	68	3.942901	28	3.945862	88	3.948804	48	3.951726
9	3.939968	69	3.942950	29	3.945912	89	3.948853	49	3.951774
10	3.940018	70	3.943000	30	3.945961	90	3.948902	50	3.951823
8711	3.940068	8771	3.943049	8831	3.946010	8891	3.948951	8951	3.951872
12	3.940118	72	3.943099	32	3.946059	92	3.948999	52	3.951920
13	3.940168	73	3.943148	33	3.946108	93	3.949048	53	3.951969
14	3.940218	74	3.943198	34	3.946157	94	3.949097	54	3.952017
15	3.940267	75	3.943247	35	3.946207	95	3.949146	55	3.952066
8716	3.940317	8776	3.943297	8836	3.946256	8896	3.949195	8956	3.952114
17	3.940367	77	3.943346	37	3.946305	97	3.949244	57	3.952163
18	3.940417	78	3.943396	38	3.946354	98	3.949292	58	3.952211
19	3.940467	79	3.943445	39	3.946403	99	3.949341	59	3.952260
20	3.940516	80	3.943495	40	3.946452	8900	3.949390	60	3.952308
8721	3.940566	8781	3.943544	8841	3.946501	8901	3.949439	8961	3.952356
22	3.940616	82	3.943593	42	3.946550	2	3.949488	62	3.952405
23	3.940666	83	3.943643	43	3.946600	3	3.949536	63	3.952453
24	3.940716	84	3.943692	44	3.946649	4	3.949585	64	3.952502
25	3.940765	85	3.943742	45	3.946698	5	3.949634	65	3.952550
8726	3.940815	8786	3.943791	8846	3.946747	8906	3.949683	8966	3.952599
27	3.940865	87	3.943841	47	3.946796	7	3.949731	67	3.952647
28	3.940915	88	3.943890	48	3.946845	8	3.949780	68	3.952696
29	3.940964	89	3.943939	49	3.946894	9	3.949829	69	3.952744
30	3.941014	90	3.943989	50	3.946943	10	3.949878	70	3.952792
8731	3.941064	8791	3.944038	8851	3.946992	8911	3.949926	8971	3.952841
32	3.941114	92	3.944088	52	3.947041	12	3.949975	72	3.952889
33	3.941163	93	3.944137	53	3.947090	13	3.950024	73	3.952938
34	3.941213	94	3.944186	54	3.947140	14	3.950073	74	3.952986
35	3.941263	95	3.944236	55	3.947189	15	3.950121	75	3.953034
8736	3.941313	8796	3.944285	8856	3.947238	8916	3.950170	8976	3.953083
37	3.941362	97	3.944335	57	3.947287	17	3.950219	77	3.953131
38	3.941412	98	3.944384	58	3.947336	18	3.950267	78	3.953180
39	3.941462	99	3.944433	59	3.947385	19	3.950316	79	3.953228
40	3.941511	8800	3.944483	60	3.947434	20	3.950365	80	3.953276
8741	3.941561	8801	3.944532	8861	3.947483	8921	3.950414	8981	3.953325
42	3.941611	2	3.944581	62	3.947532	22	3.950462	82	3.953373
43	3.941660	3	3.944631	63	3.947581	23	3.950511	83	3.953421
44	3.941710	4	3.944680	64	3.947630	24	3.950560	84	3.953470
45	3.941760	5	3.944729	65	3.947679	25	3.950608	85	3.953518
8746	3.941809	8806	3.944779	8866	3.947728	8926	3.950657	8986	3.953566
47	3.941859	7	3.944828	67	3.947777	27	3.950706	87	3.953615
48	3.941909	8	3.944877	68	3.947826	28	3.950754	88	3.953663
49	3.941958	9	3.944927	69	3.947875	29	3.950803	89	3.953711
50	3.942008	10	3.944976	70	3.947924	30	3.950851	90	3.953760
8751	3.942058	8811	3.945025	8871	3.947973	8931	3.950900	8991	3.953808
52	3.942107	12	3.945074	72	3.948022	32	3.950949	92	3.953856
53	3.942157	13	3.945124	73	3.948070	33	3.950997	93	3.953905
54	3.942207	14	3.945173	74	3.948119	34	3.951046	94	3.953953
55	3.942256	15	3.945222	75	3.948168	35	3.951095	95	3.954001
8756	3.942306	8816	3.945272	8876	3.948217	8936	3.951143	8996	3.954049
57	3.942355	17	3.945321	77	3.948266	37	3.951192	97	3.954098
58	3.942405	18	3.945370	78	3.948315	38	3.951240	98	3.954146
59	3.942455	19	3.945419	79	3.948364	39	3.951289	99	3.954194
60	3.942504	20	3.945469	80	3.948413	40	3.951338	9000	3.954243

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
9001	3.954291	9061	3.957176	9121	3.960042	9181	3.962890	9241	3.965719
2	3.954339	62	3.957224	22	3.960090	82	3.962937	42	3.965766
3	3.954387	63	3.957272	23	3.960138	83	3.962985	43	3.965813
4	3.954435	64	3.957320	24	3.960185	84	3.963032	44	3.965860
5	3.954484	65	3.957368	25	3.960233	85	3.963079	45	3.965907
9006	3.954532	9066	3.957416	9126	3.960280	9186	3.963126	9246	3.965954
7	3.954580	67	3.957464	27	3.960328	87	3.963174	47	3.966001
8	3.954628	68	3.957512	28	3.960376	88	3.963221	48	3.966048
9	3.954677	69	3.957559	29	3.960423	89	3.963268	49	3.966095
10	3.954725	70	3.957607	30	3.960471	90	3.963315	50	3.966142
9011	3.954773	9071	3.957655	9131	3.960518	9191	3.963363	9251	3.966189
12	3.954821	72	3.957703	32	3.960566	92	3.963410	52	3.966236
13	3.954869	73	3.957751	33	3.960613	93	3.963457	53	3.966283
14	3.954918	74	3.957799	34	3.960661	94	3.963504	54	3.966329
15	3.954966	75	3.957847	35	3.960709	95	3.963552	55	3.966376
9016	3.955014	9076	3.957895	9136	3.960756	9196	3.963599	9256	3.966423
17	3.955062	77	3.957942	37	3.960804	97	3.963646	57	3.966470
18	3.955110	78	3.957990	38	3.960851	98	3.963693	58	3.966517
19	3.955158	79	3.958038	39	3.960899	99	3.963741	59	3.966564
20	3.955207	80	3.958086	40	3.960946	9200	3.963788	60	3.966611
9021	3.955255	9081	3.958134	9141	3.960994	9201	3.963835	9261	3.966658
22	3.955303	82	3.958182	42	3.961041	2	3.963882	62	3.966705
23	3.955351	83	3.958229	43	3.961089	3	3.963929	63	3.966752
24	3.955399	84	3.958277	44	3.961136	4	3.963977	64	3.966798
25	3.955447	85	3.958325	45	3.961184	5	3.964024	65	3.966845
9026	3.955495	9086	3.958373	9146	3.961231	9206	3.964071	9266	3.966892
27	3.955543	87	3.958421	47	3.961279	7	3.964118	67	3.966939
28	3.955592	88	3.958468	48	3.961326	8	3.964165	68	3.966986
29	3.955640	89	3.958516	49	3.961374	9	3.964212	69	3.967033
30	3.955688	90	3.958564	50	3.961421	10	3.964260	70	3.967080
9031	3.955736	9091	3.958612	9151	3.961469	9211	3.964307	9271	3.967127
32	3.955784	92	3.958659	52	3.961516	12	3.964354	72	3.967173
33	3.955832	93	3.958707	53	3.961563	13	3.964401	73	3.967220
34	3.955880	94	3.958755	54	3.961611	14	3.964448	74	3.967267
35	3.955928	95	3.958803	55	3.961658	15	3.964495	75	3.967314
9036	3.955976	9096	3.958851	9156	3.961706	9216	3.964542	9276	3.967361
37	3.956024	97	3.958898	57	3.961753	17	3.964590	77	3.967408
38	3.956072	98	3.958946	58	3.961801	18	3.964637	78	3.967454
39	3.956120	99	3.958994	59	3.961848	19	3.964684	79	3.967501
40	3.956168	9100	3.959041	60	3.961895	20	3.964731	80	3.967548
9041	3.956216	9101	3.959089	9161	3.961943	9221	3.964778	9281	3.967595
42	3.956265	2	3.959137	62	3.961990	22	3.964825	82	3.967642
43	3.956313	3	3.959184	63	3.962038	23	3.964872	83	3.967688
44	3.956361	4	3.959232	64	3.962085	24	3.964919	84	3.967735
45	3.956409	5	3.959280	65	3.962132	25	3.964966	85	3.967782
9046	3.956457	9106	3.959328	9166	3.962180	9226	3.965013	9286	3.967829
47	3.956505	7	3.959375	67	3.962227	27	3.965060	87	3.967875
48	3.956553	8	3.959423	68	3.962275	28	3.965108	88	3.967922
49	3.956601	9	3.959471	69	3.962322	29	3.965155	89	3.967969
50	3.956649	10	3.959518	70	3.962369	30	3.965202	90	3.968016
9051	3.956697	9111	3.959566	9171	3.962417	9231	3.965249	9291	3.968062
52	3.956745	12	3.959614	72	3.962464	32	3.965296	92	3.968109
53	3.956793	13	3.959661	73	3.962511	33	3.965343	93	3.968156
54	3.956840	14	3.959709	74	3.962559	34	3.965390	94	3.968203
55	3.956888	15	3.959757	75	3.962606	35	3.965437	95	3.968249
9056	3.956936	9116	3.959804	9176	3.962653	9236	3.965484	9296	3.968296
57	3.956984	17	3.959852	77	3.962701	37	3.965531	97	3.968343
58	3.957032	18	3.959900	78	3.962748	38	3.965578	98	3.968389
59	3.957080	19	3.959947	79	3.962795	39	3.965625	99	3.968436
60	3.957128	20	3.959995	80	3.962843	9240	3.965672	9300	3.968483

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
9301	3.968530	9361	3.971322	9421	3.974097	9481	3.976854	9541	3.979594
2	3.968576	62	3.971369	22	3.974143	82	3.976900	42	3.979639
3	3.968623	63	3.971415	23	3.974189	83	3.976946	43	3.979685
4	3.968670	64	3.971461	24	3.974235	84	3.976992	44	3.979730
5	3.968716	65	3.971508	25	3.974281	85	3.977037	45	3.979776
9306	3.968763	9366	3.971554	9426	3.974327	9486	3.977083	9546	3.979821
7	3.968810	67	3.971600	27	3.974373	87	3.977129	47	3.979867
8	3.968856	68	3.971647	28	3.974420	88	3.977175	48	3.979912
9	3.968903	69	3.971693	29	3.974466	89	3.977220	49	3.979958
10	3.968950	70	3.971740	30	3.974512	90	3.977266	50	3.980003
9311	3.968996	9371	3.971786	9431	3.974558	9491	3.977312	9551	3.980049
12	3.969043	72	3.971832	32	3.974604	92	3.977358	52	3.980094
13	3.969090	73	3.971879	33	3.974650	93	3.977404	53	3.980140
14	3.969136	74	3.971925	34	3.974696	94	3.977449	54	3.980185
15	3.969183	75	3.971971	35	3.974742	95	3.977495	55	3.980231
9316	3.969229	9376	3.972018	9436	3.974788	9496	3.977541	9556	3.980276
17	3.969276	77	3.972064	37	3.974834	97	3.977586	57	3.980322
18	3.969323	78	3.972110	38	3.974880	98	3.977632	58	3.980367
19	3.969369	79	3.972156	39	3.974926	99	3.977678	59	3.980413
20	3.969416	80	3.972203	40	3.974972	9500	3.977724	60	3.980458
9321	3.969462	9381	3.972249	9441	3.975018	9501	3.977769	9561	3.980503
22	3.969509	82	3.972295	42	3.975064	2	3.977815	62	3.980549
23	3.969556	83	3.972342	43	3.975110	3	3.977861	63	3.980594
24	3.969602	84	3.972388	44	3.975156	4	3.977906	64	3.980640
25	3.969649	85	3.972434	45	3.975202	5	3.977952	65	3.980685
9326	3.969695	9386	3.972480	9446	3.975248	9506	3.977998	9566	3.980730
27	3.969742	87	3.972527	47	3.975294	7	3.978044	67	3.980776
28	3.969789	88	3.972573	48	3.975340	8	3.978089	68	3.980821
29	3.969835	89	3.972619	49	3.975386	9	3.978135	69	3.980867
30	3.969882	90	3.972666	50	3.975432	10	3.978181	70	3.980912
9331	3.969928	9391	3.972712	9451	3.975478	9511	3.978226	9571	3.980957
32	3.969975	92	3.972758	52	3.975524	12	3.978272	72	3.981003
33	3.970021	93	3.972804	53	3.975570	13	3.978317	73	3.981048
34	3.970068	94	3.972851	54	3.975616	14	3.978363	74	3.981093
35	3.970114	95	3.972897	55	3.975662	15	3.978409	75	3.981139
9336	3.970161	9396	3.972943	9456	3.975707	9516	3.978454	9576	3.981184
37	3.970207	97	3.972989	57	3.975753	17	3.978500	77	3.981230
38	3.970254	98	3.973035	58	3.975799	18	3.978546	78	3.981275
39	3.970300	99	3.973082	59	3.975845	19	3.978591	79	3.981320
40	3.970347	9400	3.973128	60	3.975891	20	3.978637	80	3.981365
9341	3.970393	9401	3.973174	9461	3.975937	9521	3.978683	9581	3.981411
42	3.970440	2	3.973220	62	3.975983	22	3.978728	82	3.981456
43	3.970486	3	3.973266	63	3.976029	23	3.978774	83	3.981501
44	3.970533	4	3.973313	64	3.976075	24	3.978819	84	3.981547
45	3.970579	5	3.973359	65	3.976121	25	3.978865	85	3.981592
9346	3.970626	9406	3.973405	9466	3.976166	9526	3.978911	9586	3.981637
47	3.970672	7	3.973451	67	3.976212	27	3.978956	87	3.981683
48	3.970719	8	3.973497	68	3.976258	28	3.979002	88	3.981728
49	3.970765	9	3.973543	69	3.976304	29	3.979047	89	3.981773
50	3.970812	10	3.973590	70	3.976350	30	3.979093	90	3.981819
9351	3.970858	9411	3.973636	9471	3.976396	9531	3.979139	9591	3.981864
52	3.970904	12	3.973682	72	3.976442	32	3.979184	92	3.981909
53	3.970951	13	3.973728	73	3.976488	33	3.979230	93	3.981954
54	3.970997	14	3.973774	74	3.976533	34	3.979275	94	3.982000
55	3.971044	15	3.973820	75	3.976579	35	3.979321	95	3.982045
9356	3.971090	9416	3.973866	9476	3.976625	9536	3.979366	9596	3.982090
57	3.971137	17	3.973913	77	3.976671	37	3.979412	97	3.982135
58	3.971183	18	3.973959	78	3.976717	38	3.979457	98	3.982181
59	3.971229	19	3.974005	79	3.976763	39	3.979503	99	3.982226
60	3.971276	20	3.974051	80	3.976808	40	3.979548	9600	3.982271

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
9601	3.982316	9661	3.985022	9721	3.987711	9781	3.990383	9841	3.993039
2	3.982362	62	3.985067	22	3.987756	82	3.990428	42	3.993083
3	3.982407	63	3.985112	23	3.987800	83	3.990472	43	3.993127
4	3.982452	64	3.985157	24	3.987845	84	3.990516	44	3.993172
5	3.982497	65	3.985202	25	3.987890	85	3.990561	45	3.993216
9606	3.982543	9666	3.985247	9726	3.987934	9786	3.990605	9846	3.993260
7	3.982588	67	3.985292	27	3.987979	87	3.990650	47	3.993304
8	3.982633	68	3.985337	28	3.988024	88	3.990694	48	3.993348
9	3.982678	69	3.985382	29	3.988068	89	3.990738	49	3.993392
10	3.982723	70	3.985426	30	3.988113	90	3.990783	50	3.993436
9611	3.982769	9671	3.985471	9731	3.988157	9791	3.990827	9851	3.993480
12	3.982814	72	3.985516	32	3.988202	92	3.990871	52	3.993524
13	3.982859	73	3.985561	33	3.988247	93	3.990916	53	3.993568
14	3.982904	74	3.985606	34	3.988291	94	3.990960	54	3.993613
15	3.982949	75	3.985651	35	3.988336	95	3.991004	55	3.993657
9616	3.982994	9676	3.985696	9736	3.988381	9796	3.991049	9856	3.993701
17	3.983040	77	3.985741	37	3.988425	97	3.991093	57	3.993745
18	3.983085	78	3.985786	38	3.988470	98	3.991137	58	3.993789
19	3.983130	79	3.985830	39	3.988514	99	3.991182	59	3.993833
20	3.983175	80	3.985875	40	3.988559	9800	3.991226	60	3.993877
9621	3.983220	9681	3.985920	9741	3.988603	9801	3.991270	9861	3.993921
22	3.983265	82	3.985965	42	3.988648	2	3.991315	62	3.993965
23	3.983310	83	3.986010	43	3.988693	3	3.991359	63	3.994009
24	3.983356	84	3.986055	44	3.988737	4	3.991403	64	3.994053
25	3.983401	85	3.986100	45	3.988782	5	3.991448	65	3.994097
9626	3.983446	9686	3.986144	9746	3.988826	9806	3.991492	9866	3.994141
27	3.983491	87	3.986189	47	3.988871	7	3.991536	67	3.994185
28	3.983536	88	3.986234	48	3.988915	8	3.991580	68	3.994229
29	3.983581	89	3.986279	49	3.988960	9	3.991625	69	3.994273
30	3.983626	90	3.986324	50	3.989005	10	3.991669	70	3.994317
9631	3.983671	9691	3.986369	9751	3.989049	9811	3.991713	9871	3.994361
32	3.983716	92	3.986413	52	3.989094	12	3.991757	72	3.994405
33	3.983762	93	3.986458	53	3.989138	13	3.991802	73	3.994449
34	3.983807	94	3.986503	54	3.989183	14	3.991846	74	3.994493
35	3.983852	95	3.986548	55	3.989227	15	3.991890	75	3.994537
9636	3.983897	9696	3.986593	9756	3.989272	9816	3.991934	9876	3.994581
37	3.983942	97	3.986637	57	3.989316	17	3.991979	77	3.994625
38	3.983987	98	3.986682	58	3.989361	18	3.992023	78	3.994669
39	3.984032	99	3.986727	59	3.989405	19	3.992067	79	3.994713
40	3.984077	9700	3.986772	60	3.989450	20	3.992111	80	3.994757
9641	3.984122	9701	3.986816	9761	3.989494	9821	3.992156	9881	3.994801
42	3.984167	2	3.986861	62	3.989539	22	3.992200	82	3.994845
43	3.984212	3	3.986906	63	3.989583	23	3.992244	83	3.994889
44	3.984257	4	3.986951	64	3.989628	24	3.992288	84	3.994933
45	3.984302	5	3.986996	65	3.989672	25	3.992333	85	3.994977
9646	3.984347	9706	3.987040	9766	3.989717	9826	3.992377	9886	3.995021
47	3.984392	7	3.987085	67	3.989761	27	3.992421	87	3.995064
48	3.984437	8	3.987130	68	3.989806	28	3.992465	88	3.995108
49	3.984482	9	3.987175	69	3.989850	29	3.992509	89	3.995152
50	3.984527	10	3.987219	70	3.989895	30	3.992553	90	3.995196
9651	3.984572	9711	3.987264	9771	3.989939	9831	3.992598	9891	3.995240
52	3.984617	12	3.987309	72	3.989983	32	3.992642	92	3.995284
53	3.984662	13	3.987353	73	3.990028	33	3.992686	93	3.995328
54	3.984707	14	3.987398	74	3.990072	34	3.992730	94	3.995372
55	3.984752	15	3.987443	75	3.990117	35	3.992774	95	3.995416
9656	3.984797	9716	3.987487	9776	3.990161	9836	3.992818	9896	3.995460
57	3.984842	17	3.987532	77	3.990206	37	3.992863	97	3.995504
58	3.984887	18	3.987577	78	3.990250	38	3.992907	98	3.995547
59	3.984932	19	3.987622	79	3.990294	39	3.992951	99	3.995591
60	3.984977	20	3.987666	80	3.990339	40	3.992995	9900	3.995635

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
9901	3.995679	9961	3.998303	10021	4.000911	10081	4.003504	10141	4.006081
2	3.995723	62	3.998346	22	4.000954	82	4.003547	42	4.006124
3	3.995767	63	3.998390	23	4.000998	83	4.003590	43	4.006166
4	3.995811	64	3.998434	24	4.001041	84	4.003633	44	4.006209
5	3.995854	65	3.998477	25	4.001084	85	4.003676	45	4.006252
9906	3.995898	9966	3.998521	10026	4.001128	10086	4.003719	10146	4.006295
7	3.995942	67	3.998564	27	4.001171	87	4.003762	47	4.006338
8	3.995986	68	3.998608	28	4.001214	88	4.003805	48	4.006380
9	3.996030	69	3.998652	29	4.001258	89	4.003848	49	4.006423
10	3.996074	70	3.998695	30	4.001301	90	4.003891	50	4.006466
9911	3.996117	9971	3.998739	10031	4.001344	10091	4.003934	10151	4.006509
12	3.996161	72	3.998782	32	4.001388	92	4.003977	52	4.006552
13	3.996205	73	3.998826	33	4.001431	93	4.004020	53	4.006594
14	3.996249	74	3.998869	34	4.001474	94	4.004063	54	4.006637
15	3.996293	75	3.998913	35	4.001517	95	4.004106	55	4.006680
9916	3.996336	9976	3.998956	10036	4.001561	10096	4.004149	10156	4.006723
17	3.996380	77	3.999000	37	4.001604	97	4.004192	57	4.006765
18	3.996424	78	3.999043	38	4.001647	98	4.004235	58	4.006808
19	3.996468	79	3.999087	39	4.001690	99	4.004278	59	4.006851
20	3.996512	80	3.999130	40	4.001734	10100	4.004321	60	4.006894
9921	3.996555	9981	3.999174	10041	4.001777	10101	4.004364	10161	4.006936
22	3.996599	82	3.999218	42	4.001820	2	4.004407	62	4.006979
23	3.996643	83	3.999261	43	4.001863	3	4.004450	63	4.007022
24	3.996687	84	3.999305	44	4.001907	4	4.004493	64	4.007065
25	3.996730	85	3.999348	45	4.001950	5	4.004536	65	4.007107
9926	3.996774	9986	3.999392	10046	4.001993	10106	4.004579	10166	4.007150
27	3.996818	87	3.999435	47	4.002036	7	4.004622	67	4.007193
28	3.996862	88	3.999478	48	4.002080	8	4.004665	68	4.007236
29	3.996905	89	3.999522	49	4.002123	9	4.004708	69	4.007278
30	3.996949	90	3.999565	50	4.002166	10	4.004751	70	4.007321
9931	3.996993	9991	3.999609	10051	4.002209	10111	4.004794	10171	4.007364
32	3.997037	92	3.999652	52	4.002252	12	4.004837	72	4.007406
33	3.997080	93	3.999696	53	4.002296	13	4.004880	73	4.007449
34	3.997124	94	3.999739	54	4.002339	14	4.004923	74	4.007492
35	3.997168	95	3.999783	55	4.002382	15	4.004966	75	4.007534
9936	3.997212	9996	3.999826	10056	4.002425	10116	4.005009	10176	4.007577
37	3.997255	97	3.999870	57	4.002468	17	4.005052	77	4.007620
38	3.997299	98	3.999913	58	4.002512	18	4.005095	78	4.007662
39	3.997343	99	3.999957	59	4.002555	19	4.005138	79	4.007705
40	3.997386	10000	4.000000	60	4.002598	20	4.005181	80	4.007748
9941	3.997430	10001	4.000043	10061	4.002641	10121	4.005223	10181	4.007790
42	3.997474	2	4.000087	62	4.002684	22	4.005266	82	4.007833
43	3.997517	3	4.000130	63	4.002727	23	4.005309	83	4.007876
44	3.997561	4	4.000174	64	4.002771	24	4.005352	84	4.007918
45	3.997605	5	4.000217	65	4.002814	25	4.005395	85	4.007961
9946	3.997648	10006	4.000260	10066	4.002857	10126	4.005438	10186	4.008004
47	3.997692	7	4.000304	67	4.002900	27	4.005481	87	4.008046
48	3.997736	8	4.000347	68	4.002943	28	4.005524	88	4.008089
49	3.997779	9	4.000391	69	4.002986	29	4.005567	89	4.008132
50	3.997823	10	4.000434	70	4.003029	30	4.005609	90	4.008174
9951	3.997867	10011	4.000477	10071	4.003073	10131	4.005652	10191	4.008217
52	3.997910	12	4.000521	72	4.003116	32	4.005695	92	4.008259
53	3.997954	13	4.000564	73	4.003159	33	4.005738	93	4.008302
54	3.997998	14	4.000608	74	4.003202	34	4.005781	94	4.008345
55	3.998041	15	4.000651	75	4.003245	35	4.005824	95	4.008387
9956	3.998085	10016	4.000694	10076	4.003288	10136	4.005867	10196	4.008430
57	3.998128	17	4.000738	77	4.003331	37	4.005909	97	4.008472
58	3.998172	18	4.000781	78	4.003374	38	4.005952	98	4.008515
59	3.998216	19	4.000824	79	4.003417	39	4.005995	99	4.008558
60	3.998259	20	4.000868	80	4.003461	40	4.006038	10200	4.008600

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
10201	4.008643	10261	4.011190	10321	4.013722	10381	4.016239	10441	4.018742
2	4.008685	62	4.011232	22	4.013764	82	4.016281	42	4.018784
3	4.008728	63	4.011274	23	4.013806	83	4.016323	43	4.018825
4	4.008770	64	4.011317	24	4.013848	84	4.016365	44	4.018867
5	4.008813	65	4.011359	25	4.013890	85	4.016406	45	4.018908
10206	4.008856	10266	4.011401	10326	4.013932	10386	4.016448	10446	4.018950
7	4.008898	67	4.011444	27	4.013974	87	4.016490	47	4.018992
8	4.008941	68	4.011486	28	4.014016	88	4.016532	48	4.019033
9	4.008983	69	4.011528	29	4.014058	89	4.016574	49	4.019075
10	4.009026	70	4.011570	30	4.014100	90	4.016616	50	4.019116
10211	4.009068	10271	4.011613	10331	4.014142	10391	4.016657	10451	4.019158
12	4.009111	72	4.011655	32	4.014184	92	4.016699	52	4.019199
13	4.009153	73	4.011697	33	4.014226	93	4.016741	53	4.019241
14	4.009196	74	4.011740	34	4.014268	94	4.016783	54	4.019282
15	4.009238	75	4.011782	35	4.014310	95	4.016824	55	4.019324
10216	4.009281	10276	4.011824	10336	4.014353	10396	4.016866	10456	4.019366
17	4.009323	77	4.011866	37	4.014395	97	4.016908	57	4.019407
18	4.009366	78	4.011909	38	4.014437	98	4.016950	58	4.019449
19	4.009408	79	4.011951	39	4.014479	99	4.016992	59	4.019490
20	4.009451	80	4.011993	40	4.014521	10400	4.017033	60	4.019532
10221	4.009493	10281	4.012035	10341	4.014563	10401	4.017075	10461	4.019573
22	4.009536	82	4.012078	42	4.014605	2	4.017117	62	4.019615
23	4.009578	83	4.012120	43	4.014647	3	4.017159	63	4.019656
24	4.009621	84	4.012162	44	4.014689	4	4.017200	64	4.019698
25	4.009663	85	4.012204	45	4.014730	5	4.017242	65	4.019739
10226	4.009706	10286	4.012247	10346	4.014772	10406	4.017284	10466	4.019781
27	4.009748	87	4.012289	47	4.014814	7	4.017326	67	4.019822
28	4.009791	88	4.012331	48	4.014856	8	4.017367	68	4.019864
29	4.009833	89	4.012373	49	4.014898	9	4.017409	69	4.019905
30	4.009876	90	4.012415	50	4.014940	10	4.017451	70	4.019947
10231	4.009918	10291	4.012458	10351	4.014982	10411	4.017492	10471	4.019988
32	4.009961	92	4.012500	52	4.015024	12	4.017534	72	4.020030
33	4.010003	93	4.012542	53	4.015066	13	4.017576	73	4.020071
34	4.010045	94	4.012584	54	4.015108	14	4.017618	74	4.020113
35	4.010088	95	4.012626	55	4.015150	15	4.017659	75	4.020154
10236	4.010130	10296	4.012669	10356	4.015192	10416	4.017701	10476	4.020195
37	4.010173	97	4.012711	57	4.015234	17	4.017743	77	4.020237
38	4.010215	98	4.012753	58	4.015276	18	4.017784	78	4.020278
39	4.010258	99	4.012795	59	4.015318	19	4.017826	79	4.020320
40	4.010300	10300	4.012837	60	4.015360	20	4.017868	80	4.020361
10241	4.010342	10301	4.012879	10361	4.015402	10421	4.017909	10481	4.020403
42	4.010385	2	4.012922	62	4.015444	22	4.017951	82	4.020444
43	4.010427	3	4.012964	63	4.015485	23	4.017993	83	4.020486
44	4.010470	4	4.013006	64	4.015527	24	4.018034	84	4.020527
45	4.010512	5	4.013048	65	4.015569	25	4.018076	85	4.020568
10246	4.010554	10306	4.013090	10366	4.015611	10426	4.018118	10486	4.020610
47	4.010597	7	4.013132	67	4.015653	27	4.018159	87	4.020651
48	4.010639	8	4.013174	68	4.015695	28	4.018201	88	4.020693
49	4.010681	9	4.013217	69	4.015737	29	4.018243	89	4.020734
50	4.010724	10	4.013259	70	4.015779	30	4.018284	90	4.020775
10251	4.010766	10311	4.013301	10371	4.015821	10431	4.018326	10491	4.020817
52	4.010809	12	4.013343	72	4.015863	32	4.018368	92	4.020858
53	4.010851	13	4.013385	73	4.015904	33	4.018409	93	4.020900
54	4.010893	14	4.013427	74	4.015946	34	4.018451	94	4.020941
55	4.010936	15	4.013469	75	4.015988	35	4.018492	95	4.020982
10256	4.010978	10316	4.013511	10376	4.016030	10436	4.018534	10496	4.021024
57	4.011020	17	4.013553	77	4.016072	37	4.018576	97	4.021065
58	4.011063	18	4.013596	78	4.016114	38	4.018617	98	4.021107
59	4.011105	19	4.013638	79	4.016156	39	4.018659	99	4.021148
60	4.011147	20	4.013680	80	4.016197	40	4.018700	10500	4.021189

LOGARITHMES DES NOMBRES.

Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.	Nomb.	Logarith.
10501	4.021231	10561	4.023705	10621	4.026165	10681	4.028612	10741	4.031044
2	4.021272	62	4.023746	22	4.026206	82	4.028653	42	4.031085
3	4.021313	63	4.023787	23	4.026247	83	4.028693	43	4.031125
4	4.021355	64	4.023828	24	4.026288	84	4.028734	44	4.031166
5	4.021396	65	4.023870	25	4.026329	85	4.028774	45	4.031206
10506	4.021437	10566	4.023911	10626	4.026370	10686	4.028815	10746	4.031246
7	4.021479	67	4.023952	27	4.026411	87	4.028856	47	4.031287
8	4.021520	68	4.023993	28	4.026452	88	4.028896	48	4.031327
9	4.021561	69	4.024034	29	4.026492	89	4.028937	49	4.031368
10	4.021603	70	4.024075	30	4.026533	90	4.028978	50	4.031408
10511	4.021644	10571	4.024116	10631	4.026574	10691	4.029018	10751	4.031448
12	4.021685	72	4.024157	32	4.026615	92	4.029059	52	4.031489
13	4.021727	73	4.024198	33	4.026656	93	4.029100	53	4.031529
14	4.021768	74	4.024239	34	4.026697	94	4.029140	54	4.031570
15	4.021809	75	4.024280	35	4.026737	95	4.029181	55	4.031610
10516	4.021851	10576	4.024321	10636	4.026778	10696	4.029221	10756	4.031650
17	4.021892	77	4.024363	37	4.026819	97	4.029262	57	4.031691
18	4.021933	78	4.024404	38	4.026860	98	4.029303	58	4.031731
19	4.021974	79	4.024445	39	4.026901	99	4.029343	59	4.031771
20	4.022016	80	4.024486	40	4.026942	10700	4.029383	60	4.031812
10521	4.022057	10581	4.024527	10641	4.026982	10701	4.029424	10761	4.031852
22	4.022098	82	4.024568	42	4.027023	2	4.029464	62	4.031893
23	4.022140	83	4.024609	43	4.027064	3	4.029505	63	4.031933
24	4.022181	84	4.024650	44	4.027105	4	4.029546	64	4.031973
25	4.022222	85	4.024691	45	4.027146	5	4.029586	65	4.032014
10526	4.022263	10586	4.024732	10646	4.027186	10706	4.029627	10766	4.032054
27	4.022305	87	4.024773	47	4.027227	7	4.029667	67	4.032094
28	4.022346	88	4.024814	48	4.027268	8	4.029708	68	4.032135
29	4.022387	89	4.024855	49	4.027309	9	4.029748	69	4.032175
30	4.022428	90	4.024896	50	4.027350	10	4.029789	70	4.032215
10531	4.022470	10591	4.024937	10651	4.027390	10711	4.029830	10771	4.032256
32	4.022511	92	4.024978	52	4.027431	12	4.029870	72	4.032296
33	4.022552	93	4.025019	53	4.027472	13	4.029911	73	4.032336
34	4.022593	94	4.025060	54	4.027513	14	4.029951	74	4.032377
35	4.022635	95	4.025101	55	4.027553	15	4.029992	75	4.032417
10536	4.022676	10596	4.025142	10656	4.027594	10716	4.030032	10776	4.032457
37	4.022717	97	4.025183	57	4.027635	17	4.030073	77	4.032497
38	4.022758	98	4.025224	58	4.027676	18	4.030113	78	4.032538
39	4.022799	99	4.025265	59	4.027716	19	4.030154	79	4.032578
40	4.022841	10600	4.025306	60	4.027757	20	4.030194	80	4.032618
10541	4.022882	10601	4.025347	10661	4.027798	10721	4.030235	10781	4.032659
42	4.022923	2	4.025388	62	4.027839	22	4.030275	82	4.032699
43	4.022964	3	4.025429	63	4.027879	23	4.030316	83	4.032739
44	4.023005	4	4.025470	64	4.027920	24	4.030356	84	4.032779
45	4.023047	5	4.025511	65	4.027961	25	4.030397	85	4.032820
10546	4.023088	10606	4.025552	10666	4.028002	10726	4.030437	10786	4.032860
47	4.023129	7	4.025593	67	4.028042	27	4.030478	87	4.032900
48	4.023170	8	4.025634	68	4.028083	28	4.030518	88	4.032940
49	4.023211	9	4.025674	69	4.028124	29	4.030559	89	4.032981
50	4.023252	10	4.025715	70	4.028164	30	4.030599	90	4.033021
10551	4.023294	10611	4.025756	10671	4.028205	10731	4.030640	10791	4.033061
52	4.023335	12	4.025797	72	4.028246	32	4.030680	92	4.033101
53	4.023376	13	4.025838	73	4.028287	33	4.030721	93	4.033142
54	4.023417	14	4.025879	74	4.028327	34	4.030761	94	4.033182
55	4.023458	15	4.025920	75	4.028368	35	4.030802	95	4.033222
10556	4.023499	10616	4.025961	10676	4.028409	10736	4.030842	10796	4.033262
57	4.023541	17	4.026002	77	4.028449	37	4.030883	97	4.033303
58	4.023582	18	4.026043	78	4.028490	38	4.030923	98	4.033343
59	4.023623	19	4.026084	79	4.028531	39	4.030963	99	4.033383
60	4.023664	20	4.026125	80	4.028571	40	4.031004	10800	4.033423

FIN.

Inches

Centimetres

TIFFEN® Color Control Patches

Blue Cyan Green Yellow Red Magenta White 3/Color Black

	[illegible]	.....	μ du bec des *Poissons* . .
	3. 31. 55	.....	α du *Bélier* . . . . .
	3. 35. 48	.....	La suivante des deux . . . . .
	3. 40. 16	.....	La 20e du Catalogue de *Flamsteed* .
	4. 45 $\frac{1}{8}$ . . .	.....	Au nord. . . . . α d
	9. 03. 59 $\frac{1}{3}$	.....	Passage de *Procyon* . . . . .
Le 28	8. 07. 22 $\frac{1}{2}$	.....	Passage de σ du *Sagittaire* . . . . .
au soir.	8. 18. 53 $\frac{1}{2}$	.....	τ . . . . .
Le 30	4. 58. 15 $\frac{3}{4}$	5. 01. 02	Passage du 2^d bord de la *Lune*.
au matin.	5. 43. 35 $\frac{2}{3}$	.....	*Aldebaran*. 32^d 53′ 40″.
	8. 47. 39 $\frac{1}{2}$	.....	*Procyon*. . . . .
	11. 58. 24 $\frac{1}{2}$	.....	Passage du 2^d bord du *Soleil*.
Le 31	3. 20. 35 $\frac{3}{4}$	.....	Passage d'*Arcturus*. . . . .
au soir.	7. 55. 07 $\frac{2}{3}$	.....	σ du *Sagittaire* . . . . .
	8. 01. 58 $\frac{1}{2}$	.....	ζ . . . . .
	8. 06. 38 $\frac{1}{2}$	.....	τ . . . . .
	8. 11. 47	.....	Étoile de la 5.e grandeur . .
SEPT.	3. 15. 48	.....	Passage de la 20.e constellation du *Bélier*
Le 1	4. 20. 36	.....	α de *Persée* . . . . . Au
au matin.		4. 50. 00	Diam. de la
	5. 35. 24 $\frac{1}{2}$	.....	*Aldebaran*. 32^d 5
	6. 52. 32 $\frac{1}{2}$	6. 56. 01	2^d bord de la *Lune*.
			6^h 53′. . . 68^d 30 — 36^part
	8. 39. 29 $\frac{2}{3}$	.....	*Procyon*. 47. 00 + 23 $\frac{1}{2}$.
Le 2	7. 43. 29 $\frac{2}{3}$	.....	Passage de *Sirius*. . . . .
au matin.	7. 55. 27 $\frac{1}{4}$	7. 59. 24	2^d bord de la *Lune*. 7^h 54′ $\frac{1}{2}$ bo
	8. 35. 25 $\frac{1}{3}$	.....	*Procyon*. 43^d 00′ 00″. . . .
	11. 54. 53 $\frac{1}{4}$	.....	1er bord } du *Soleil*.
	11. 57. 02	.....	2^d bord }
au soir.	3. 12. 26 $\frac{1}{2}$	.....	*Arcturus*. 28^d 20′
	8. 45. 45 $\frac{3}{4}$	.....	α de l'*Aigle*. Erreur