Erster Abschnitt.

§. 1.

Die gegebne Erklärung von demjenigen, was hier unter Normal-Linie zu verstehen ist, wird hinreichen zu erkennen, was mit ihrem Gebrauch gemeint seyn kann. Die Richtung derselben mag an sich selbst willkührlich seyn, wofern sie nicht durch andre Rücksichten bedingt oder von den Obern, welche die Messung leiten, vorgeschrieben ist; so wird die Normale doch in jedem Falle die wahre Mittagslinie ersetzen, wenn die Richtung für den ganzen Umfang der Messung unveränderlich ist — oder die Veränderungen darin einem bekannten Gesetze unterworfen sind. Sofern daher die Normale ihrer Richtung nach gewählt oder gegeben ist, wird sich das Azimuth andrer Gegenstände, z. B. die Begränzung eines Vielecks oder ihre Abweichung von der Normale eben so gut messen lassen, als dieses mit Bezug auf den Meridian am Himmel und auf der Erde geschieht. Und dieses ist es auch, wodurch sich die Anwendung der Normalen in der Geodäsie von andern gewöhnlichen Winkelmessungen unterscheidet, daß man nemlich nicht die Winkel, welche von Gränzlinien gebildet werden, sondern die Abweichungen dieser Gränzen von der Normale mißt. Der Gebrauch hiervon schränkt sich begreiflich nicht auf die specielle Vermessung einzelner Grundstücke oder deren Aggregat ein: auch bei größern geometrischen Arbeiten ist er mit eben dem Nuzzen anzuwenden. Der Begriff davon ist, wie ich schon vorhin anführte, von oben genommen, und wird sich auch auf das, näher daran Gränzende erstrecken, wenn er sogar in der entferntern Einzelheit noch brauchbar bleibt.

§. 2.

Die einmal gegebne oder angenommene Richtung der Normale wird im ganzen Umfange einer Messung unveränderlich beibehalten, und an jedem Standpunkte goniometrischer Operationen wird eine, mit der ersten parallele Normale gezogen oder gedacht, wodurch eine vollkommne Gleichförmigkeit in den Verhältnissen der gesammten Abweichungen von der ersten Normale bewirkt wird. Hierin scheint zwar der Begriff dieser letzten Linie sich von dem der Meridiane zu unterscheiden, deren es bekanntlich für jeden Ort, oder jede Reihe von Orten eine eigne giebt. Allein man wird auch leicht übersehen, daß diese Verschiedenheit bei geometrischen Arbeiten auf kleinen Flächen nur verschwindenden Einfluß haben könne; für ausgedehnte Strecken aber ist allerdings eine, jedoch sehr leichte Korrektion nöthig. Auf diesen Umstand werde ich übrigens weiter unten noch zurück kommen, wogegen die Leichtigkeit der Arbeit bei Special-Vermessungen und die große Simplicität der Rechnungsformen unter der Voraussetzung einer völligen Parallelität der Normalen grade das Vorzügliche und Empfehlende der Methode ausmacht, wodurch ich bewogen bin, diese Parallelität beizubehalten, und lieber ein klein wenig wider die strenge Wahrheit zu sündigen, als die Arbeiten und die Rechnungen zu erschweren.

§. 3.

Wenn nun aber Normalen gezogen, und mit einander parallel gelegt werden sollen, so fragt es sich natürlich, wie dieses zu bewirken seyn mögte.

Man kann dazu nun erstlich eine wahre Mittagslinie wählen, wenn dieselbe am Orte der Beobachtung etwa bekannt ist. Dieses ist jedoch sehr selten der Fall, und man kann schon nicht bei Dreiecksreihen des 2. und 3. Ranges — viel weniger aber bei den speciellen Polygonal-Messungen erwarten, auf solche Punkte zu treffen, für welche die Mittagslinie bestimmt ist.

Die Mittagslinie für eine solche specielle Messung selbst, und zwar mit hinreichender Genauigkeit zu ziehen, erfordert einen Aufwand von Vorkehrungen, Instrumenten und Zeit, welche im allgemeinen das Vermögen und die Verhältnisse eines praktischen Geometers übersteigen müßte, wenn es ihm auch im Ernste zugemuthet werden könnte. Leichtere Mittel zur Bestimmung der Mittagslinie, z. B. die Beobachtung der Schatten senkrechter Stifte an horizontalen Kreisen oder andre gnomonische Vorkehrungen sind zu unsicher, um eine erträgliche Genauigkeit zu verbürgen, und die Magnetnadel ist nun gar nicht anzuwenden. Wenn aber auch die Mittagslinie auf irgend einem Wege gezogen wäre, so müßte eben das an jedem Winkelpunkte wiederholt werden, oder die erste Arbeit hätte keinen weitern Nutzen, als den eine jede andre gegebne Richtung der Normale haben würde. In der speciellen Goniometrie scheint daher die Ziehung der Mittagslinien als Normalen nicht füglich gefor-

gefordert werden zu können; aber dieses hindert keinesweges, daß nicht bei solchen Arbeiten eine Normale vorgeschrieben werden könnte, welche mit einer gegebnen Mittagslinie zusammen fällt, was ohne Zweifel sehr nützlich ist, wenn eine Reihe specieller Arbeiten ein richtig zusammenhängendes, wohl orientirtes Ganze ausmachen soll.

Bei größeren geodätischen Arbeiten, wie etwa z. B. bei Triangulationen des ersten Ranges über eine ganze Provinz oder mehrere, wobei die Haupt-Winkelpunkte, als eben so viel geographische Oerter allerdings astronomisch fest gelegt werden sollen, tritt freilich ein andrer Fall ein. Die Kenntniß der Mittagslinien ist nicht blos eine Selbstfolge der geographischen Ortsbestimmung, sondern die Beobachtung der Azimuthal-Winkel wird auch zur Bestimmung der relativen Lage andrer Punkte gegen einen gegebnen ersten Meridian dienen. Bei dergleichen wichtigern Arbeiten liegt es schon in der Natur der Sache, so wie in der erforderlichen astronomischen Genauigkeit, daß die Mittagslinien als Normalen benutzt worden; und die Uebertragung derselben auf die Punkte kleinerer Dreiecknetze wird an sich nicht schwierig, dagegen für die genaue Einpassung der Theile in das Ganze von wesentlicher Erleichterung seyn. — Allein dies ist nicht eigentlich der Gegenstand, womit ich mich hier zu beschäftigen habe, indem ich nur vorzüglich von dem Gebrauch der Normalen bei speciellen Messungen das nothwendigste sagen wollte.

§. 4.

Wenn man eine Reihe von Winkelpunkten hat, von welchen ein, verhältnißmäßig sehr entfernter Gegenstand sichtbar ist, so läßt sich leicht ausmitteln, wiefern die Gesichtslinien von jedem der gegebnen Winkelpunkte nach dem entfernten Gegenstande für parallel untereinander gelten können, oder wie groß die Fehler werden, wenn man die Parallelität jener Gesichtslinien annimmt.

Gesetzt, man hätte eine Winkelreihe, deren ganze Länge in gerader Linie gemessen 300 Ruthen betrüge, in welcher man einen, etwa 2000 Ruthen entfernten Gegenstand sehen könnte, so würde der parallaktische Winkel, unter welchem dieser Gegenstand an beiden Enden der Winkelreihe erscheint, schon beträchtlich seyn. Läge der entfernte Gegenstand mitten vor der Winkelreihe, so würde die Parallaxe $8^\circ 34' 41{,}8''$ betragen; befände sich derselbe aber dem einen Ende der Winkelreihe gegenüber, so würde der parallaktische Winkel $8^\circ 31' 50{,}77''$ ausmachen.

Hieraus ist nun freilich klar, daß dieser Weg, die Richtung der Normale an jedem Winkelpunkte durch das bloße Hinzielen auf den entfernten Gegenstand zu bestimmen, nicht gewählt werden könne. Mit Hülfe einer leichten Korrektion aber ist das Mittel doch nicht ganz zu verwerfen. Denn wenn die Länge der Winkelreihe $= a$; die Entfernung des Zielgegenstandes $= b$, und man sucht den ganzen parallaktischen Winkel $= \mathrm{tang}\,\beta = \frac{a}{b}$, theilt denselben in a Theile, und legt dem beobachteten Winkel an jedem Polygonal-Punkte $\frac{1}{a}\,\beta$ zu (oder zieht diesen Werth davon ab) so wird der Fehler, welcher hierbei noch vorfällt, so klein, daß er bei den gewöhnlichen Special-Vermessungen als verschwindend anzusehen ist. Das Verfahren giebt die Unterschiede der parallaktischen Winkel anfangs zu klein, hernach zu groß (weil die Differenzen der Tangenten Ordinaten einer, gegen die Abscissenlinie erhabnen Kurve sind, und diese Differenzen hier rückwärts gezählt werden) allein die Unterschiede bleiben für kleine Winkel immer unbedeutend, und heben sich am Ende gegenseitig auf. So würde der parallaktische Winkel bei den vorhin gebrauchten Zahlen $=$ $4^\circ 17' 20{,}9''$, folglich $\frac{1}{a}\beta = {}_{,,}{}^\circ 1' 42{,}9''$ seyn, wohingegen $\frac{1}{2000} = \text{tang}\ {}_{,,}{}^\circ 1' 43{,}7''$, und $\frac{2}{2000} = \text{tang}\ {}_{,,}{}^\circ 3' 26{,}25''$, folglich der Unterschied zwischen diesen beiden Winkeln $= {}_{,,}{}^\circ 1' 42{,}5''$ gefunden wird. Er sollte aber nach der Voraussetzung (daß die Tangenten gleichförmig mit den Bogen wachsen) $1{,}42{,}9''$ betragen, und diese kleine Verschiedenheit könnte freilich am Ende bemerklich werden, wenn sie immer auf einer Seite läge, und dabei a beträchtlich wäre.

Die Sache verhält sich aber eigentlich so: Fig. 1. sey AC die gerade Ausdehnung der Winkelreihe, Bc die senkrechte Entfernung des Zielgegenstandes, und der Ort der Beobachtung in D oder E; so ist der parallaktische Winkel in D $=$ ABc $-$ DBc, und in E $=$ ABC $-$ EBC. Die Größe dieses Winkels, von C an gerechnet, nimmt für gleiche Theile von CA ab, je weiter E oder D von C entfernt sind. Wenn demnach der angenommene mittlere Werth des Wachsthums der parallaktischen Winkel $= \frac{1}{CA}\beta$ für die, zunächst an C gelegenen Punkte, wie E zu groß ist, so wird er für die letzten, an A gelegenen Punkte zu klein; für die ganze Länge CA aber heben sich diese Differenzen auf.

Wäre AD $= 10 =$ EC, und AC $= 150$, so würde

$$\text{tang ABD} = \text{tang (ABC} - \text{DBC)}$$
$$= \text{tang} (4^\circ 17' 20{,}9'' - 4^\circ {}_{,,}' 11{,}7'')$$

und daher ABD $= {}_{,}{}^\circ 17' 9{,}2''$. Braucht man hingegen den vorigen mittlern Werth der Zunahme von ABD für jede, in CA enthaltne Einheit, $=$ ${}_{,,}{}^\circ 1' 42{,}9''$, so ist für AD $= 10$, ABD $=$ ${}_{,,}{}^\circ 17' 7''$ also nur noch um 0,2 Sec. zu klein. — Auf gleiche Weise wird ABE $=$ ABC $-$ EBC

$= 4^\circ 17' 20{,}9'' - \,,^\circ 17' 11{,}3'' = 4^\circ ,,' 7{,}6''$; wogegen man $\frac{140}{150}. \beta = 140 \times \,,^\circ 1' 42{,}9'' = 4^\circ ,,' 6''$ also um 3,6 Sec. zu klein findet. Diese anfänglichen Unterschiede (von C an gerechnet) werden also kleiner, je näher man nach A kommt, welches begreiflich die Folge der wachsenden Tangenten ist. Ueberhaupt sind aber alle diese Unterschiede für die gewöhnliche geometrische Praxis so gering, daß sie der Beobachtung entgehen.

§. 5.

Es kommt also darauf an, 1. die Entfernung eines Zielgegenstandes von der graden Linie durch die Endpunkte der Winkelreihe, und 2. die senkrechte Entfernung der verschiedenen Winkelpunkte von der durchgehenden graden Linie zu kennen. Alsdann erhält man an dem senkrechten Projektions-Punkte jedes Polyg.-Winkels die Richtung der Normalen mit der ersten parallel, indem man auf den entfernten Gegenstand zielt, und für m Ruthen Entfernung von dem ersten Observations-Orte den mittlern parallaktischen Winkel $= \frac{m}{a} \beta$ hinzulegt. Dadurch wird eine Normale erhalten welche von der vollkommnen Parallelität mit der, am ersten Winkelpunkte durch den Zielgegenstand gelegten, weniger abweicht, als selbst gute Instrumente mit Sicherheit beobachten lassen.

Die vorige Figur kann noch dazu dienen, dieses deutlich zu machen. Wenn Adfgec eine Winkelreihe, und B ein entfernter Zielpunkt, D, F, G, E Projektionen der Winkelpunte d, f, g, e, folglich AD, AF, u. s. w. das jedesmalige m für AC = a, so ist $DM \not\#\ AB$, wofern $BDM = ABD = \frac{m}{a} \beta$.

Aber diese Bemerkung, daß der parallaktische Winkel $\frac{m}{a}\beta$ nicht für den Beobachtungsort d, sondern für dessen Projektion D gilt, führt zu der Nothwendigkeit, mit dem oben angegebnen Verfahren noch eine Korrektion zu verbinden.

§. 6.

Wenn AD eine Polygonal-Seite, AB die Richtung der Normale an A durch den Zielpunkt B, $BAC = \gamma$, $DAC = \alpha$; so ist dBA, oder d″BA der parallaktische Winkel $= \frac{m}{a}\beta$ für die Projektionspunkte d, oder d″. Allein am Beobachtungsorte D oder D″ wird B nach einer andern Richtung gesehen, als von d oder d″, d. h. der parallaktische Winkel DBA, oder D″BA ist dem dBA oder d″BA nicht gleich, sondern um den Winkel DBd, oder DBd″ davon verschieden. Dieser Winkel des Unterschieds sey $= \varphi$, so hat man wenn $CAB = \gamma$:

$$\tan DBA = \frac{AD \sin(\gamma \pm \alpha)}{AB \mp AD \cos(\gamma \pm \alpha)}$$

$$dBA = \frac{m}{a}\beta$$

$$\tan(DBA - dBA) = \tan DBd = \tan\varphi = \frac{\tan DBA - \tan dBA}{1 + \tan DBA . \tan dBA} =$$

$$\frac{AD \sin(\gamma \pm \alpha) - (AB \mp AD . \cos(\gamma \pm \alpha)) . \tan \frac{m}{a}\beta .}{AB \mp AD . \cos(\gamma \pm \alpha) + AD . \sin(\gamma \pm \alpha) \tan \frac{m}{a}\beta .}$$

Nennt man der Kürze wegen:

$$AD \text{ Sin } (\gamma \pm \alpha) = M,$$

$$AB \mp AD \text{ Cos } (\gamma \pm \alpha) = N;$$

so ist $\text{tang } \varphi = \dfrac{M - N \text{ tang } \frac{m}{a} \beta.}{N + M \text{ tang } \frac{m}{a} \beta.}$

Giebt dieser Ausdruck etwas positives, so ist der parallaktische Winkel an D größer als an d, und der Winkel φ muß von $\frac{m}{a}$ β abgezogen werden, um durch den Rest $= \frac{m}{a} \beta - \varphi =$ B D P, D P $\#$ A B zu erhalten. Wird gegentheils tang φ negativ, so ist — tang φ = tang (4 R — φ) und B D″ P″ $= \frac{m}{a} \beta + \varphi$.

Mit Benutzung dieser Korrektion kann man sich an jedem Standpunkte einer Winkelreihe in die Normale D P $\#$ A B einrichten, indem man auf B zielt, und den Winkel B D P, oder B D″ P″ aus der vorigen Formel bestimmt, an die Gesichtslinie D B legt.

Hierin läge nun an sich nichts Schwieriges, denn man könnte wohl Tafeln entwerfen, darin B D P für jeden Fall im Voraus berechnet wäre. Allein es sind zur Benutzung solcher Tafeln Data erforderlich, die sich in der ausübenden Goniometrie nicht so leicht ausmitteln lassen. Man muß kennen:

1) die senkrechte Entfernung des Zielpunkts B von der Hauptlinie A C,
2) den Winkel C A B $= \gamma$,
3) den Winkel D A C $= \alpha$,
4) die Länge der Seite A D.

In Rücksicht auf die letztere ist noch zu bemerken, daß wenn AD nicht die erste Polygonal-Seite von A an, sondern eine andre, z. B. ge Fig. 1. wäre, man für AD die ganze Länge Ae in grader Linie gemessen, nehmen, und den Winkel eAC = α bestimmen müßte. Ueberhaupt erscheint jedoch die Sache in vielen Fällen zu verwickelt, um bei speciellen polygonometrischen Arbeiten mit Nutzen angewandt zu werden.

Bei größern geodätischen Arbeiten wäre das Verfahren um so eher anzuwenden, als man dabei z. B. bei einem Triangularnetz des ersten Ranges über eine ausgedehnte Fläche ohne Zweifel suchen wird, die geographischen Orte der Haupt-Dreieckpunkte zu bestimmen. Nimmt man nun bei einer solchen Arbeit den Meridian eines ersten Punkts als Normal-Linie für die ganze Messung an, so kann B in der vorigen Figur den Pol bedeuten, und an jedem andern Orte wie D, wird sich der Winkel DBA oder die Lage des Meridians von D gegen den von A, bestimmen lassen, welchem dann der Winkel BDP gleich ist. In solchen Fällen aber wird das Dreieck ABD als ein sphärisches betrachtet werden müssen, darin AD auf Gradmaaß gebracht, und AB die Polhöhe ist.

Weil dabei der Winkel BAD bekannt ist, so wird der Ausdruck sehr einfach, nemlich:

$$\text{Cot. } ABD = \frac{\text{Cot. A Sin } (AB - Q)}{\text{Sin Q.}}$$

$$\text{wobei Cot. } Q = \frac{\text{Cot. } AD''}{\text{Cos. A.}}$$

Da es jedoch in gegenwärtiger Schrift nicht meine Absicht ist, von dergleichen größern Unternehmungen zu reden, so lasse ich die so eben berührte Materie bis zu einer schicklichern Gelegenheit ausgesetzt seyn.

§. 7.

Besser als die bisherigen Wege zur Bestimmung der Normallinie und deren Parallelen wird sich für specielle Messungen das folgende einfache Verfahren passen.

Wenn AdkgeC wiederum eine Winkelreihe vorstellt, so wird im Anfange derselben A, die Normale AB entweder willkührlich bestimmt, oder durch einfließende Rücksichten bedingt. Nach dieser Bestimmung wird nun die Abweichung von AD, oder der Winkel BAd ohne Zweifel gemessen, so genau als das goniometrische Geräth, seiner Einrichtung nach, mit oder ohne Repetition gestattet. Geht der Geometer demnächst nach d, so wird er von d eben so gut nach A sehen können als von A nach d, und er kann daher das Instrument auf A einrichten. Gesetzt, er hätte hierbei die Alhydade der Diopter oder des Fernrohrs auf Null am Limbus gestellt (wiewohl dieses keineswegs nothwendig ist) und drehete dann eben diese Alhydade, bei unverrückten Stande des Instruments, um einen Winkel $=$ $(2\,R - BAd) = AdM$ nach der Richtung gegen B, so wird $dM \#\!\!= AB$ und demnach ist dM die Normale für den Punkt d.

Die Sache ist äußerst einfach und spricht sich selbst aus: Fehler können nur solche dabei vorfallen, welche in der Unvollständigkeit des Instruments oder der Schwäche der Sinne liegen, und diese werden bei keiner Beobachtung vermieden. Daher kann ich mich zur weitern Erklärung darauf beschränken, das Verfahren für einen bestimmten Fall in der Kürze zu beschreiben.

§. 8.

Das gebrauchte Instrument sei ein Repetitions-Kreis oder ein solcher Theodolit, worauf die Winkel durch den Nonius bis auf einzelne Minuten zu lesen sind. Der Winkel BAd sey durch Repetition = 97°10′12″ gefunden, so daß der Winkel AdM = 180° — 97°10′12″ = 82°49′48″ seyn soll.

Wenn man nun in d angekommen ist, und das Instrument gehörig über dem Stationspunkte aufgestellt hat, so löse man zuerst die unterste Klemmschraube und bringe A genau in die Sehare des Versicherungsrohrs. Hat man sich von dieser genauen Einrichtung überzeugt, so befestige man das Versicherungsrohr sorgfältig, löse darauf die obere Klemme nebst der Alhydade, bringe die letztere genau auf Null — oder auch auf einen andern Theilstrich des Limbus, von welchem man etwa anfangen will, zu zählen — und führe den Kreis so weit herum, daß auch das obere Fernrohr genau auf A einzielt. Man befestige nunmehr den Kreis durch Anschrauben der obern Klemme, löse dagegen die Alhydade, und führe sie soweit herum nach der Richtung dM, daß der Index auf 82°49′48″ des Limbus zeigt. — Der Centrations- Kollimations- oder andre Fehler des Instruments, werden hier bei Seite gesetzt, oder als berichtigt angenommen. Weil man jedoch nach der Voraussetzung, auf dem Instrument keine Secunden angeben kann, so suche man möglichst genau 48 Sec. = $\frac{4}{5}$ Min. am Nonius zu schätzen. Ist dieses geschehen, und man hat sich durch das Versicherungsrohr von der unverrückten Stellung des Instruments überzeugt, so befestige man die Alhydade, richte in angemessener Entfernung ein Signal Z in das Fadenkreuz des obern Fernrohrs — wozu aber ein scharfbegränztes Zeichen, z. B. das Tableau einer Nivellir-Latte nöthig ist, — und befestige dies Signal aufs beste in lothrechter Stellung.

Nach dieser ersten Bestimmung des Abweichungswinkels, löse man die Alhydade, und führe dieselbe zurück nach A, wobei der Index wieder auf den Nullpunkt des Limbus zeigen wird, wofern die Lage des Versicherungsrohrs noch beweiset, daß das Instrument nicht verrückt worden. Es ist nunmehr klar, daß der Winkel AdZ eben so gut wie jede andre Abweichung zweier Objekte, mit dem Instrumente repetirt werden könne. Demnach repetire man den Winkel AdZ so lange, bis der ganze Bogen nur noch Minuten, keine Secunden enthalten soll, das ist in gegenwärtigem Falle fünf mal. Alsdann muß der ganze Bogen $= (82°49'48'')\ 5 = 414°9'$ X betragen, wofern Z richtig ausgesteckt ist. Trifft dieses ein, d. h. lieset man nach der fünften Repetition auf dem Limbus wirklich $360° + 54°9'$ so ist auch der Winkel AdZ = AdM genau $82°49'48''$. In einem andern Falle ist bei dem ersten Ausstecken von Z oder der Normallinie dM ein Fehler vorgefallen; z. B. man hätte bei der Repetition des Winkels AdZ den ganzen Bogen $= 414°12'$, also um $3'$ zu groß gefunden, so wäre der Winkel AdZ um $\frac{3}{5}$ Min. = 36 Sec. zu groß gemacht. Diesen Fehler durch Verrückung des Signals Z zu verbessern, könnte in der Ausübung sehr schwierig seyn, und man würde Gefahr laufen, dabei in einen andern Fehler zu verfallen, vielleicht so groß oder gar noch größer als derjenige, den man berichtigen will. Man würde die vorige Behandlung von neuem vornehmen, und auf solche Weise vielleicht sehr lange arbeiten müssen, wofern man nicht in der Ungewißheit bleiben wollte, ob ein Fehler begangen worden, und wie groß er sey. Daher ist es ohne Zweifel besser, den ersten Winkel AdZ gar nicht zu berichtigen, und dieses kann auch, der Genauigkeit der Arbeit unbeschadet, füglich unterbleiben. Denn da man nunmehr weiß, daß der Winkel AdZ um 36 Sec. zu groß gemacht worden, so wird dieser Fehler, anstatt ihn von AdZ abzuziehen, jeder anderweitigen Beobachtung in d hinzugelegt, wofern die beobachteten Abweichungen nach dem, von

A abgewandten Bogen bestimmt werden, wie z. B. d f; oder abgezogen, wenn die Abweichung in dem, nach A gewandten Bogen gemessen wird, wie z. B. d f'. Gesetzt man fände Z d f = 54°19'13'', so wäre derselbe in der That noch um 36'' größer, folglich 54°19'49''; oder, wenn Z d f' = 206°30'40'' gefunden wäre, so würde derselbe in der That 200°31'16'' seyn. Hätte man hingegen den Winkel Z d f nach dem andern, A zugewandten Bogen = 153°29'20'' gefunden, so müßten davon 36 Sec. abgezogen, folglich das wahre Maaß des Winkels = 153°28'44'' genommen werden.

Dies alles hat, wie man leicht sieht, nicht die geringste Schwierigkeit, ist auch, wenn die geforderte Genauigkeit überhaupt Repetitionen nothwendig macht, nicht weitläuftiger, als jede andre repetirende Winkelmessung.

§. 9.

Wollte man in d etwa nichts anders messen, als den Winkel M d f, so würde man sich die Arbeit noch erleichtern können. Denn wenn man, ohne Rücksicht auf die Normale, den Winkel A d f gradezu mißt, und dabei dasjenige Verfahren beobachtet, welches der vorgeschriebne Grad der Genauigkeit erfordert, alsdann aber von dem gefundenen Bogen A d f den Winkel A d M = 2 R — B A D abzieht, so bleibt der Bogen M d f übrig, und man wird dabei um nichts fehlen, wofern sonst richtig gearbeitet ist.

Alsdann wird im Grunde nichts anders geschehen, als was bei jeder Polygonal-Messung auch geschieht; allein obgleich dieses in dem angenommenen Falle in Rücksicht auf den einzelnen Polygonwinkel gewissermaßen wahr ist, so läßt sich daraus doch wohl noch nicht schließen, daß die Methode der

Normalen überall nur eine andre Art, die Winkel anzuschreiben, seyn mögte.

Wenn die Normallinien auch keinen andern Nutzen hätten, als daß sie die Messung an allen Punkten richtig orientiren, dieselben folglich grade dahin setzen, wo sie geographisch liegen; so würde schon dies allein nicht wenig, es würde eben das seyn, was in der allgemeinen Ortsbeschreibung durch die Meridiane, und mehr als was bei speciellen Messungen durch die Boussole bewirkt wird. Gleichwohl beschränken sich die Vortheile des Normalen nicht hierauf, sondern sie kürzen die Auflösung goniometrischer Aufgaben beträchtlich ab, erleichtern die Arbeiten bei polygonometrischen Messungen, und dienen zur größern Genauigkeit derselben, indem sie leichtere Mittel an die Hand geben, eine große Anzahl von Linien durch Rechnung zu bestimmen. Hiervon wünsche ich einige Beweise zu geben.

Zweiter Abschnitt.

§. 10.

In der praktischen Geometrie kommen häufige Fälle vor, wo man sich an unbestimmten Orten befindet, deren Lage gegen andre, bereits bekannte (gemessene oder gegebne) Punkte ausgemittelt werden soll. Dabei sind aber nicht immer solche Stücke in den Figuren bekannt, wodurch die Auflösungen der Aufgaben aus einfachen geometrischen oder analytischen Sätzen hergeleitet werden können, und die Verwikkelung, welche durch den Mangel jener konstituirenden Dinge verursacht wird, macht die Auflösungen der hierher gehörigen Fragen mehr oder weniger schwierig.